

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Методические рекомендации для
самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

**Б1.В.ОД.3 Математические методы и модели в прикладных
научных исследованиях**

Направление подготовки: 05.06.01 Науки о земле (уровень подготовки кадров высшей квалификации по программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре)

Направленность программы:
03.02.08 - «Экология»

Квалификация (степень) выпускника Исследователь. Преподаватель-исследователь

Нормативный срок обучения 3 года

Форма обучения очная

СОДЕРЖАНИЕ

- 1. Организация самостоятельной работы**
- 2. Методические рекомендации по выполнению курсовой работы (проекта)**
- 3. Методические рекомендации по подготовке реферата/эссе**
- 4. Методические рекомендации по выполнению индивидуальных домашних задания**
- 5. Методические рекомендации по самостоятельному изучению вопросов**
- 6. Методические рекомендации по подготовке к занятиям**

6.1 ПЗ-1: Математическая модель и этапы ее построения. Математические методы планирования эксперимента.

6.2 ПЗ-2-3: Основы статистической обработки результатов наблюдения. Элементы теории ошибок. Обоснование числа измерений. Использование надстроек Microsoft Excel.

6.3 ПЗ-4-6: Проверка статистических гипотез. Уровень значимости. Критерии. Примеры. Оценка чувствительности критерия при проверке значимости различий. Двухвыборочный t - тест в Excel.

6.4 ПЗ-7-9: Оценка тесноты связи. Корреляция. Дисперсионный анализ с использованием таблиц Excel . Анализ таблиц сопряженности.

6.5 ПЗ-10-11: Экспертные оценки в прикладных исследованиях. Ранговый коэффициент корреляции. Коэффициент конкордации для оценки согласия экспертов. Метод парных сравнений в условиях иерархии.

6.6 ПЗ-12-13: Регрессионные математические модели. Методы построения и статистической оценки. Оценка значимости коэффициентов, адекватности модели и ошибки прогнозирования. Задачи многофакторного моделирования.

6.7 ПЗ-14-17: Методы оптимизации. Использование надстроек Microsoft Excel

6.8 ПЗ-18-19: Основные понятия теории графов. Классификация графов, их свойства. Деревья, сети. Основы сетевого анализа

6.9 ПЗ-20: Оптимизационные модели в сельском хозяйстве

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- 1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы (из табл. 5.1 РПД)				
		Подготовка курсового проекта (работы)	Подготовка реферата/эссе	Индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	Самостоятельное изучение вопросов (СИБ)	Подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1	Программа курса. Общие подходы к построению программы исследований. Методология исследования.	-	-	-	-	-
2	Математическая модель и этапы ее построения. Математические методы планирования эксперимента.	-	-	-	-	2
3	Основы статистической обработки результатов наблюдения. Элементы теории ошибок. Обоснование числа измерений. Использование надстроек Microsoft Excel.	-	-	-	-	4
4	Проверка статистических гипотез. Уровень значимости. Критерии.	-	-	-	-	6

	Примеры. Оценка чувствительности критерия при проверке значимости различий. Двухвыборочный t - тест в Excel.					
5	Оценка тесноты связи. Корреляция. Дисперсионный анализ с использованием таблиц Excel . Анализ таблиц сопряженности.	-	-	-	-	6
6	Экспертные оценки в прикладных исследованиях. Ранговый коэффициент корреляции. Коэффициент конкордации для оценки согласия экспертов. Метод парных сравнений в условиях иерархии.	-	-	-	-	4
7	Регрессионные математические модели. Методы построения и статистической оценки. Оценка значимости коэффициентов, адекватности моде-	-	-	-	-	4

	ли и ошибки прогнозирования. Задачи многофакторного моделирования.					
8	Методы оптимизации. Использование надстроек Microsoft Excel	-	-	-	-	6
9	Основные понятия теории графов. Классификация графов, их свойства. Деревья, сети. Основы сетевого анализа	-	-	-	-	4
10	Оптимизационные модели в сельском хозяйстве	-	-	-	8	4

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ (ПРОЕКТА)

не предусмотрено учебным планом

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ РЕФЕРАТА/ЭССЕ

не предусмотрено учебным планом

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

не предусмотрено учебным планом

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

№ п.п.	Наименования темы (указать в соответствии с таблицей 5.1)	Наименование вопроса	Объем, академические часы
1.	Оптимизационные модели в сель- ском хозяйстве		8
Итого по дисциплине			8

5.1 Наименование вопроса: Прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур на основе производственных функций. Установление нормативов оценки экономической эффективности и обоснования схем и проектов землеустройства.

Пример. Необходимо оптимизировать суточный кормовой рацион на стойловый период для дойных коров живой массой 400 – 420 кг с суточным удоем 11 кг молока жирностью 3,8 %. Для обеспечения такой суточной продуктивности необходимо, чтобы в рационе содержалось питательных веществ не менее: кормовых единиц – 9,5 кг, перевариваемого протеина – 1005 г, каротина – 400 мг. Сухого вещества должно быть не менее 12 кг и не более 18 кг. Масса отдельных групп кормов в рационе может колебаться: концентраты – от 2 до 3 кг, грубые – от 10 до 15 кг, силос — от 12 до 20 кг, корнеклубнеплоды – от 5 до 8 кг. Удельный вес отрубей в группе концентрированных кормов должен быть не более 25 %, сена в грубых кормах – не менее 30, соломы – не более 20, картофеля в корнеклубнеплодах – не более 10 %. Рацион должен полностью удовлетворять потребность коровы во всех перечисленных питательных веществах при заданном соотношении отдельных видов и групп кормов и одновременно иметь минимальную стоимость. Необходимые данные по видам имеющихся в хозяйстве кормов, содержанию питательных веществ и стоимости приведены в следующей таблице

Таблица Исходные данные

Корма	Содержится в 1 кг корма	Стоимость 1 кг корма, ден. ед.	
корм. ед., кг	перевариваемого протеина, г	каротина, мг	сухого вещества, кг

Комбикорм	0,9		
Отруби ячменные	0,7		0,87
Сено:		8,8	0,87
клеверотимофеечное	0,5	2,8	0,83
луговое	0,42	1,5	0,85
Сенаж викоовсяный	0,32	1,4	0,45
Солома ячменная	0,36	2,2	0,85
Силос: кукурузный	0,18	1,7	0,26
подсолнечниковый	0,16	3,4	0,24
Кормовая свекла	0,12		0,13
Картофель	0,3		0,23

Решение. В задаче необходимо найти суточный объем каждого вида корма, обеспечивающий минимальную стоимость суточного рациона. Поэтому в качестве переменных в модели выступают:

x_1 — комбикорм, кг; x_2 — отруби ячменные, кг; x_3 — сено клеверотимофеечное, кг;

x_4 — сено луговое, кг; x_5 — сенаж викоовсяный, кг; x_6 — солома ячменная, кг; x_7 — силос кукурузный, кг; x_8 — силос подсолнечниковый, кг; x_9 — кормовая свекла, кг; x_{10} — картофель, кг.

Запишем условия задачи по экономическому содержанию и характеру формализации.

Первая группа ограничений отражает требования к рациону по питательным веществам и показывает, что он должен содержать данное питательное вещество не менее требуемого по норме количества. Сформируем ограничения по кормовым единицам, по перевариваемому протеину, по каротину и по сухому веществу:

$$0,9x_1 + 0,7x_2 + 0,5x_3 + 0,42x_4 + 0,32x_5 + 0,36x_6 + 0,18x_7 + 0,16x_8 + 0,12x_9 + 0,3x_{10} \geq 9,5;$$

$$112x_1 + 109x_2 + 52x_3 + 48x_4 + 38x_5 + 12x_6 + 13x_7 + 15x_8 + 9x_9 + 16x_{10} \geq 1005;$$

$$0x_1 + 1x_2 + 30x_3 + 15x_4 + 40x_5 + 4x_6 + 15x_7 + 15x_8 + 0x_9 + 0x_{10} \geq 400;$$

$$0,87x_1 + 0,87x_2 + 0,83x_3 + 0,85x_4 + 0,45x_5 + 0,85x_6 + 0,26x_7 + 0,24x_8 + 0,13x_9 + 0,23x_{10} \geq 12.$$

Вторая группа ограничений отражает требования обеспечения содержания сухого вещества в рационе не более допустимого количества:

$$0,87x_1 + 0,87x_2 + 0,83x_3 + 0,85x_4 + 0,45x_5 + 0,85x_6 + 0,26x_7 + 0,24x_8 + 0,13x_9 + 0,23x_{10} \leq 18$$

Третья группа ограничений отражает физиологически допустимые пределы скармливания кормов:

$$x_1 + x_2 \geq 2;$$

$$x_1 + x_2 \leq 3;$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 10;$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 15;$$

$$x_7 + x_8 \geq 12;$$

$$x_7 + x_8 \leq 20;$$

$$x_9 + x_{10} \geq 5;$$

$$x_9 + x_{10} \leq 8.$$

Четвертая группа ограничений отражает физиологические, зоотехнические или экономические требования по удельному весу отдельных видов кормов внутри однородных групп:

$$x_2 \leq 0,25 (x_1 + x_2);$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 0;$$

$$x_3 + x_4 \geq 0,3 (x_3 + x_4 + x_5 + x_6);$$

$$x_6 \leq 0,2 (x_3 + x_4 + x_5 + x_6);$$

$$x_{10} \leq 0,1 (x_9 + x_{10}).$$

Неотрицательность переменных.

Запишем целевую функцию по стоимости рациона, которая должна быть минимальной и в итоге модель задачи примет вид:

$$f(x) = 10x_1 + 8,8x_2 + 2,8x_3 + 3x_4 + 1,5x_5 + 1,4x_6 + 2,2x_7 + 1,7x_8 + 3,4x_9 + 10x_{10} \rightarrow \min$$

$$0,9x_1 + 0,7x_2 + 0,5x_3 + 0,42x_4 + 0,32x_5 + 0,36x_6 + 0,18x_7 + 0,16x_8 + 0,12x_9 + 0,3x_{10} \geq 9,5;$$

$$112x_1 + 109x_2 + 52x_3 + 48x_4 + 38x_5 + 12x_6 + 13x_7 + 15x_8 + 9x_9 + 16x_{10} \geq 1005;$$

$$0x_1 + 1x_2 + 30x_3 + 15x_4 + 40x_5 + 4x_6 + 15x_7 + 15x_8 + 0x_9 + 0x_{10} \geq 400;$$

$$0,87x_1 + 0,87x_2 + 0,83x_3 + 0,85x_4 + 0,45x_5 + 0,85x_6 + 0,26x_7 + 0,24x_8 + 0,13x_9 + 0,23x_{10} \geq 12;$$

$$0,87x_1 + 0,87x_2 + 0,83x_3 + 0,85x_4 + 0,45x_5 + 0,85x_6 + 0,26x_7 + 0,24x_8 + 0,13x_9 + 0,23x_{10} \leq 18;$$

$$x_1 + x_2 \geq 2;$$

$$x_1 + x_2 \leq 3;$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 10;$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 15;$$

$$x_7 + x_8 \geq 12;$$

$$x_7 + x_8 \leq 20;$$

$$x_9 + x_{10} \geq 5;$$

$$x_9 + x_{10} \leq 8;$$

$$x_2 \leq 0,25 (x_1 + x_2);$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 0;$$

$$x_3 + x_4 \geq 0,3 (x_3 + x_4 + x_5 + x_6);$$

$$x_6 \leq 0,2 (x_3 + x_4 + x_5 + x_6);$$

$$x_{10} \leq 0,1 (x_9 + x_{10})$$

Данную задачу решаем на ПЭВМ и получаем следующий оптимальный план:

$x_1 = 1.5$; $x_2 = 0.5$; $x_3 = 7.26$; $x_4 = 0$; $x_5 = 4.56$; $x_6 = 0.5174$; $x_7 = 0$; $x_8 = 12$; $x_9 = 5$; $x_{10} = 0$. Значения двойственных переменных: $y_1 = 4.19$; $y_2 = 0.01$; $y_3 = 0$; $y_4 = 0$; $y_5 = 0$; $y_6 = 4.98$; $y_7 = 0$; $y_8 = 0$; $y_9 = 0$; $y_{10} = 0,87$; $y_{11} = 0$; $y_{12} = 2,8$; $y_{13} = 0$; $y_{14} = 0$; $y_{15} = 0,08$; $y_{16} = 0,23$; $y_{17} = 0$; $y_{18} = 0$. При этом значение функции будет равно $f(\min) = 84,71$.

Мы приведем анализ результатов решения.

Ответ. Оптимальный рацион для коровы включает корма (кг): комбикорм $\frac{3}{4}$ 1,5, отруби ячменные $\frac{3}{4}$ 0,5, сено клеверотимофеечное $\frac{3}{4}$ 7,26, сенаж викоовсяный $\frac{3}{4}$ 4,56, солому ячменную $\frac{3}{4}$ 0,5174, силос подсолнечниковый $\frac{3}{4}$ 12, кормовую свеклу $\frac{3}{4}$ 5. Стоимость рациона составит 84,71 ден.ед. Корма вошедшие в оптимальный рацион, содержат питательные вещества требуемого количества. Сухого вещества рацион включает 13,74 кг, это на 1,74 кг больше минимальной потребности, в то же время на 4,205 кг меньше возможного их содержания по верхней границе. Соблюдены все условия по структуре рациона. Все группы кормов вошли в оптимальный рацион в минимально допустимом количестве, за исключением грубых, поскольку последние имеют сравнительно низкую цену за 1 кг. Соблюдены также условия по удельному весу отдельных видов кормов в соответствующих группах. Так, условиями задачи предусмотрен удельный вес отрубей в концентратах не выше 25%. В оптимальный план отруби вошли в количестве 0,5 кг, что и составляет 25% концентратов $[0,5/(0,5+1,5)]$. Отруби в данном примере дешевле, чем комбикорм, и если бы их удельный вес не был ограничен в задаче, комбикорм не вошел бы в оптимальный план.

Двойственная оценка ограничения по кормовым единицам показывает, что каждая дополнительная кормовая единица в рационе свыше заданного количества $\frac{3}{4}$ 9,5 $\frac{3}{4}$ повысит стоимость рациона на 4,19 ден.ед. Концентрированные корма были заданы в интервале от 2 до 3 кг. В оптимальный план они вошли по нижней границе. Если же нижнюю границу потребления концентратов снизить на 1 кг, то стоимость рациона снизится на величину двойственной оценки, то есть на 4,98 ден.ед. Аналогичный смысл имеют двойственные оценки ограничений по силосу и корнеклубнеплодам: при уменьшении их на 1 кг рацион будет дешевле соответственно на 0,87 и 2,8 ден.ед., если же концентрированные корма увеличить на 1 кг, рацион станет дороже на величину соответствующих двойственных оценок.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности: при подготовке к вопросам акцентировать внимание необходимо на установление нормативов оценки экономической эффективности и обоснование схем и проектов землеустройства.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

6.1 ПЗ-1: Математическая модель и этапы ее построения. Математические методы планирования эксперимента.

6.1.1 Вопросы к занятию

1. Математическая модель и этапы ее построения
2. Планирование эксперимента. Основы математического планирования эксперимента

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- понятие модели, классификация
- инженерно-математическое моделирование;
- этапы моделирования.

6.2 ПЗ-2-3: Основы статистической обработки результатов наблюдения. Элементы теории ошибок. Обоснование числа измерений. Использование надстроек Microsoft Excel.

6.2.1 Вопросы к занятию

1. Статистическая обработка результатов измерений
2. Элементы теории ошибок.
3. Обоснование числа измерений.

4. Использование надстроек Microsoft Excel.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- точечные и интервальные оценки характеристик генеральной совокупности;
- виды погрешностей, истоки их появления;
- алгоритм определения числа измерений;
- обработка данных наблюдений с использованием пакетов Microsoft Excel.

6.3 ПЗ-4-6: Проверка статистических гипотез. Уровень значимости. Критерии. Примеры. Оценка чувствительности критерия при проверке значимости различий. Двухвыборочный t - тест в Excel.

6.3.1 Вопросы к занятию

1. Проверка статистических гипотез. Уровень значимости. Критерии. Примеры.
2. Оценка чувствительности критерия при проверке значимости различий. Двухвыборочный t - тест в Excel

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- понятие статистического критерия. Их виды;
- ошибки первого и второго рода;
- мощность критерия;
- значимость различий, виды тестов.

6.4 ПЗ-7-9: Оценка тесноты связи. Корреляция. Дисперсионный анализ с использованием таблиц Excel . Анализ таблиц сопряженности.

6.4.1 Вопросы к занятию

1. Оценка тесноты связи. Корреляция.
2. Дисперсионный анализ с использованием таблиц Excel. Анализ таблиц сопряженности.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- коэффициент корреляции, детерминации;
- основные этапы дисперсионного анализа;
- использование таблиц Excel для корреляционного анализа.

6.5 ПЗ-10-11: Экспертные оценки в прикладных исследованиях. Ранговый коэффициент корреляции. Коэффициент конкордации для оценки согласия экспертов. Метод парных сравнений в условиях иерархии.

6.5.1 Вопросы к занятию

1. Конкордация
2. Ранговая корреляция.
3. Теория и практика экспертных оценок

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты;

- алгоритм проведения экспертной оценки;
- методы определения ранговой корреляции;
- методы определения коэффициента конкордации.

6.6 ПЗ-12-13: Регрессионные математические модели. Методы построения и статистической оценки. Оценка значимости коэффициентов, адекватности модели и ошибки прогнозирования. Задачи многофакторного моделирования.

6.6.1 Вопросы к занятию

1. Регрессионные модели прогнозирования
2. Расчет параметров уравнение регрессии. Технология работы
3. Интерпретация коэффициентов регрессии.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- основные понятия корреляционно-регрессионного анализа, виды регрессии;
- технология расчета параметров уравнение регрессии;
- анализ и интерпретация коэффициентов регрессии.

6.7 ПЗ-14-17: Методы оптимизации. Использование надстроек Microsoft Excel

6.7.1 Вопросы к занятию

1. Простейший поток, его свойства. Классификация потоков.
2. Марковские цепи, их свойства
3. Марковские процессы в инженерной практике.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- основные понятия теории случайных потоков;
- марковские цепи и их свойства;
- приложения теории марковских процессов к решению задач инженерной практики.

6.8 ПЗ-18-19: Основные понятия теории графов. Классификация графов, их свойства. Деревья, сети. Основы сетевого анализа

6.8.1 Вопросы к занятию

1. Основные понятия и определения теории графов.
2. Модели и алгоритмы сетевого анализа.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- классификация графов, их свойства;
- виды сетевых моделей;
- применение сетевых моделей к решению задач инженерной практики.

6.9 ПЗ-20: Оптимизационные модели в сельском хозяйстве

6.9.1 Вопросы к занятию

1. Оптимизация производства сельскохозяйственного предприятия
2. Оптимальный план структуры производства сельскохозяйственного предприятия

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- классификация оптимизационных моделей, их свойства;
- применение оптимизационных моделей к решению задач сельского хозяйства.