ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Б1.В.ДВ.07.02 Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки (специальность) 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Профиль образовательной программы Автоматизированные системы обработки информации и управления

Форма обучения заочная

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы (*из табл. 5.1 РПД*)				
		Подготовка курсового проекта (работы)	подготовка реферата/эссе	индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	самостоятельное изучение вопросов (СИВ)	подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1	**Раздел 1 Комплексные числа**				**12**	**4**
2	**Тема 1** Комплексные числа и действия с ними. Комплексная плоскость.				6	2
3	**Тема 2** Линии и области на комплексной плоскости.				6	2
4	**Раздел 2 Функции комплексного переменного (ФКП).**				**30**	**4**
5	**Тема 3** Определение ФКП. Однозначные и однолистные функции. Предел и непрерывность. Отображения с помощью непрерывных функций. Степенные ряды. Элементарные ФКП.				8	2
6	**Тема 4** Производная ФКП. Условия Коши - Римана, аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Элементы теории конформных отображений.				10	2
7	**Тема 5.** Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями, сопряжённые гармонические функции. Восстановление аналитической функции по её действительной или мнимой части.				12	
8	**Раздел 3 Интеграл от ФКП**				**12**	**4**
9	**Тема 6** Интеграл комплекснозначной функции вещественного аргу-				12	4

	мента по отрезку. Интегралы от ФКП по кривой. Теорема Коши для односвязной области и её обобщения. Первообразная функция. Интегральная формула Коши.					
10	**Раздел 4** **Ряды Тейлора и Лорана. Вычеты и их приложения.**				**24**	**4**
11	**Тема 7** Нули и особые точки аналитической функции. Ряды Тейлора и Лорана.				12	2
12	**Тема 8** Вычеты и их приложения.				12	2

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

2.1 Модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая форма записи. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Показательная форма записи комплексных чисел. Действия с комплексными числами в показательной форме.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

В показательной форме удобно умножать и делить комплексные числа, возводить в степень и извлекать корни.

2.2 Линии на комплексной плоскости. Области комплексной плоскости.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Линии и области, заданные комплексными уравнениями и неравенствами, проще всего строить используя наглядную геометрическую интерпретацию модуля и аргумента комплексного числа.

2.3 Предел и непрерывность. Отображения с помощью непрерывных функций. Степенные ряды. Элементарные ФКП.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности. Под элементарными функциями комплексного переменного понимают обычно функции:

- линейная функция;
- степенная функция;
-дробно-линейная функция;
- целая рациональная функция;
- общая рациональная функция;
- функция Жуковского;
- показательная функция;
- логарифмическая функция;
- тригонометрические функции;
- обратные тригонометрические функции;
- синус гиперболический;
- косинус гиперболический;
- тангенс гиперболический;
- котангенс гиперболический;

- обратные гиперболические функции.

2.4 Элементы теории конформных отображений.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

- Рассмотреть конформные отображения с помощью дробно-линейной и других элементарных функций.

2.5 Восстановление аналитической функции по её действительной или мнимой части.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

- Рассмотреть три способа восстановления аналитической функции в односвязной области.

2.6 Теорема Коши для односвязной области и её обобщения. Первообразная функция. Интегральная формула Коши.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

- Рассмотреть интеграл комплекснозначной функции вещественного аргумента по отрезку.

2.7 Нули и особые точки аналитической функции. Ряды Тейлора и Лорана

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Функция f(z), аналитическая в круге $|z - z_0| < R$, разлагается в сходящийся к ней степенной ряд по степеням ($z - z_0$). Коэффициенты ряда вычисляются по формулам:

$$c_k = \frac{f^{(k)}(z_0)}{k!} = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f(z)dz}{(z - z_0)^{k+1}}; \qquad k = 0,1,2,...$$

Степенной ряд с коэффициентами такого вида называется **рядом Тейлора.**

Рассмотрим теперь функцию f(z), аналитическую в кольце $r < |z - z_0| < R$. Эта функция может быть представлена в виде сходящегося ряда:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z - z_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{-n}}{(z - z_0)^n},$$

где $c_n = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_\gamma \frac{f(t)dt}{(t - z_0)^{n+1}}; \qquad n = 0,\pm1,\pm2,...$

Ряд такого вида называется **рядом Лорана**. При этом функция f(z) может быть представлена в виде суммы:

$$f(z) = f_1(z) + f_2(z); \qquad f_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n; \quad f_2(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{-n}}{(z - z_0)^n};$$

Ряд, определяющий функцию $f_1(x)$, называется **правильной частью** ряда Лорана, а ряд, определяющий функцию $f_2(x)$, называется **главной частью** ряда Лорана.

Известная интегральная формула для коэффициентов ряда Лорана на практике не очень удобна. Чаще всего для разложения в ряд Лорана используют известные разложения в ряд Тейлора, например в геометрический ряд.

2.8 Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов (4 часа).

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

- Рассмотреть кратный полюс и вычисление вычета с помощью формулы Коши.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

3.1 Линии и области на комплексной плоскости.

Линии и области на комплексной плоскости

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

- модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая форма записи.
- действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра

3.2 Производная ФКП. Условия Коши- Римана, аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Элементы теории конформных отображений.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

- Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в конечной точке области комплексной плоскости.

3.3 Интеграл комплекснозначной функции вещественного аргумента по отрезку. Интегралы от ФКП по кривой. Теорема Коши для односвязной области и её обобщения. Первообразная функция. Интегральная формула Коши.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

- Интеграл комплекснозначной функции вещественного аргумента по отрезку.
- Интегралы от ФКП по кривой.

- Теорема Коши для односвязной области и её обобщения. Первообразная функция.
- Интегральная формула Коши.

3.4 Нули и особые точки аналитической функции. Ряды Тейлора и Лорана.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

- Нули и особые точки аналитической функции.
- Ряды Тейлора. Ряды Лорана.