ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Б1.Б.07 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки 10.03.01 Информационная безопасность

Профиль подготовки Безопасность автоматизированных систем

Квалификация бакалавр

Форма обучения очная

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы				
		подготовка курсового проекта (работы)	подготовка реферата/эссе	индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	самостоятельное изучение вопросов (СИВ)	подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1	Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия.	-	-	-	-	-
2	Классификация и методы решения основных видов Дифференциальных уравнении первого порядка.	-	-	-	-	4
3	Дифференциальные уравнения n - го порядка. Основные понятия. ЛОДУ, методы их решения, свойства.	-	-	-	-	4
4	ЛНДУ n - го порядка, его свойства, методы решения	-	-	-	-	2
5	ЛНДУ 2-го порядка со специальной правой частью, методы решения**.**	-	-	-	-	4
6	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, их свойства, методы решения. Понятие об уравнениях в частных производных.	-	-	-	-	2
7	Некоторые уравнения математической физики	-	-	-	4	2
Итого в соответствии с РПД		-	-	-	**4**	**18**

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

3.2 Уравнение Лапласа в различных системах координат

В зависимости от конфигурации области, в которой решается задача, удобно решать уравнения эллиптического типа в различных системах координат. При этом оператор Лапласа в разных системах координат выглядит по-разному.

Введем выражения для оператора Лапласа в разных системах координат.

Рассмотрим 2^x -мерный случай:

1. Декартова система координат $u(x, y)$: $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$.

2. Полярная система координат $u(r, \varphi)$: $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\varphi\varphi}$.
Рассмотрим 3^x -мерный случай:

3. Декартова система координат $u(x,y,z)$: $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$

.

4. Цилиндрическая система координат $u(r, \varphi, z)$:

$$(1) \quad \Delta u = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$
.

5. Сферическая система координат $u(r, \varphi, \theta)$:

$$(2) \quad \Delta u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$$
.

Некоторые частные решения уравнения Лапласа.

Большой интерес представляют решения уравнения Лапласа, обладающие сферической или цилиндрической симметрией, т.е. зависящие только от одной переменой r. Решение уравнения Лапласа $u = U(r)$, обладающее сферической симметрией, будет определяться из обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dU}{dr}\right) = 0 \qquad dU = C\frac{dr}{r^2}, \qquad U(r) = \frac{C_1}{r} + C_2,$$

где C, C_1 , C_2- произвольные постоянные. Полагая, например, C_1 = 1, C<span2< span=""></span2<> = 0, получаем функцию: $U_0 = \frac{1}{r}$, которую часто называют *фундаментальным решением уравнения Лапласа в пространстве*. Данная функция $U_0(r)$ удовлетворяет уравнению $\Delta u = 0$ всюду, кроме точки $r = 0$, где она обращается в бесконечность.

Аналогично, полагая $u = U(r)$ и пользуясь уравнением (1), найдем решение, обладающее цилиндрической или круговой симметрией (в случае двух независимых переменных), таким образом: $\frac{d}{dr}\left(r\frac{dU}{dr}\right) = 0$, $\frac{dU}{dr} = \frac{C}{r}$, $U(r) = C_1 \ln r + C_2$.

Выбирая C_1= -1 и C_2 = 0, будем иметь: $U_0(r) = \ln\frac{1}{r}$. Функцию $U_0(r)$ часто называют *фундаментальным решением уравнения Лапласа на плоскости* (для двух независимых переменных). Данная функция $U_0(r)$ удовлетворяет уравнению Лапласа всюду, кроме точки $r = 0$, где она обращается в (положительную) бесконечность.

.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

3.1 Практическое занятие 1-5 (ПЗ-1-5) Дифференциальные уравнения, основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на:

- основные понятии теории обыкновенных дифференциальных уравнений;

- классификацию дифференциальных уравнений первого порядка, методы их решения;
- основные понятия и теоремы теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка;
- алгоритм решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными, однородных уравнений первого порядка, линейных дифференциальных уравнений первого порядка, уравнений Бернулли, уравнений в полных дифференциалах.

3.2 Практическое занятие 6-9 (ПЗ-6-9) Дифференциальные уравнения n - го порядка. Основные понятия. Виды уравнений, допускающих понижение порядка. ЛОДУ, свойства, методы решения. ЛОДУ с постоянными коэффициентами.

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на:
- основные понятия и теоремы теории обыкновенных дифференциальных уравнений n - го порядка, ЛОДУ;
- классификацию уравнений, допускающих понижение степени, алгоритмы решения уравнений, допускающих понижение степени
- теоремы, определяющие свойства ФСР, алгоритм ее нахождения, вычисление определителя Вронского;
- алгоритмы решения ЛОДУ с постоянными коэффициентами;
- теоретические основы метода вариации произвольной постоянной. Алгоритм его применения.

3.3 Практическое занятие 10-13 (ПЗ-10-13) ЛНДУ n - го порядка с постоянными коэффициентами, методы решения. Решение дифференциальных уравнений n - го порядка.

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на:
- основные понятия, свойства ЛНДУ;
- особенности структуры общего решения ЛНДУ;
- алгоритмы построения общего решения ЛОДУ с постоянными коэффициентами;
- алгоритмы построения общего решения ЛНДУ со специальной правой частью.

3.4 Практическое занятие 14 (ПЗ-14) системы дифференциальных уравнений

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на:

- основные понятия, свойства теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений;
- основные классы систем обыкновенных дифференциальных уравнений;
- алгоритмы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

3.5 Практическое занятие 15-17 (ПЗ-15-17) Дифференциальные уравнения в частных производных. Уравнения математической физики.

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на:

- основные понятия, свойства теории дифференциальные уравнения в частных производных;
- основные типы дифференциальных уравнений в частных производных;
- алгоритмы решения простейших уравнений математической физики..