

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ
ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.Б.1.14 Физика

Специальность: 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Специализация: Информационная безопасность автоматизированных систем критически важных объектов

Форма обучения очная

СОДЕРЖАНИЕ

1. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

1.1 Лекция № 1 Кинематика поступательного и вращательного движений.....	5
1.2 Лекция № 2 Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела.....	12
1.3 Лекция № 3 Законы сохранения импульса и энергии.....	15
1.4 Лекция № 4 Динамика вращательного движения.....	19
1.5 Лекция № 5 Гармонические колебания.....	25
1.6 Лекция № 6 Затухающие и вынужденные колебания.....	28
1.7 Лекция № 7 Механические волны.....	32
1.8 Лекция № 8 Элементы механики жидкостей и газов.....	37
1.9 Лекция № 9 Элементы специальной теории относительности.....	42
1.10 Лекция № 10 Элементы молекулярно–кинетической теории.....	45
1.11 Лекция № 11 Первое начало термодинамики.....	49
1.12 Лекция № 12 Второе начало термодинамики.....	57
1.13 Лекция № 13 Тепловые двигатели. Цикл Карно.....	60
1.14 Лекция № 14 Реальные газы.....	62
1.15 Лекция № 15 Свойства жидкостей.....	66
1.16 Лекция № 16 Кристаллические твёрдые тела.....	70
1.17 Лекция № 17 Фазовые превращения вещества.....	74
1.18 Лекция № 18 Электростатическое поле в вакууме.....	78
1.19 Лекция № 19 Электростатическое поле в веществе.....	84
1.20 Лекция № 20 Законы постоянного тока.....	89
1.21 Лекция № 21 Классическая теория электропроводности металлов.....	95
1.22 Лекция № 22 Основы зонной теории электропроводности проводников и полупроводников.....	97
1.23 Лекция № 23 Электрический ток в вакууме и газах.....	106
1.24 Лекция № 24 Термоэлектрические явления.....	110
1.25 Лекция № 25 Магнитное поле постоянного тока – 1.....	114
1.26 Лекция № 26 Магнитное поле постоянного тока – 2.....	119
1.27 Лекция № 27 Электромагнитная индукция.....	123
1.28 Лекция № 28 Самоиндукция. Взаимная индукция.....	128
1.29 Лекция № 29 Магнитное поле в веществе.....	132
1.30 Лекция № 30 Электромагнитное поле. Электромагнитные колебания.....	139
1.31 Лекция № 31 Затухающие и вынужденные электромагнитные колебания.....	143

1.32 Лекция № 32	Электромагнитные волны.....	147
1.33 Лекция № 33	Законы геометрической оптики.....	150
1.34 Лекция № 34	Интерференция света.....	155
1.35 Лекция № 35	Дифракция света.....	160
1.36 Лекция № 36	Поляризация и дисперсия света.....	166
1.37 Лекция № 37	Квантовые свойства света.....	172
1.38 Лекция № 38	Элементы физики атома.....	178
1.39 Лекция № 39	Корпускулярно–волновой дуализм.....	181
1.40 Лекция № 40	Элементы квантовой механики.....	184
1.41 Лекция № 41	Элементы физики атомного ядра.....	191
1.42 Лекция № 42	Элементы физики элементарных частиц.....	201

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

2.1 Лабораторная работа № ЛР-1	Движение с постоянным ускорением.....	207
2.2 Лабораторная работа № ЛР-2	Движение под действием постоянной силы.....	210
2.3 Лабораторная работа № ЛР-3	Закон сохранения механической энергии.....	213
2.4 Лабораторная работа № ЛР-4	Свободные механические колебания.....	215
2.5 Лабораторная работа № ЛР-5	Распределение Максвелла.....	219
2.6 Лабораторная работа № ЛР-6	Теплоёмкость идеального газа.....	222
2.7 Лабораторная работа № ЛР-7	Цикл Карно.....	225
2.8 Лабораторная работа № ЛР-8	Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса.....	228
2.9 Лабораторная работа № ЛР-9	Электрическое поле точечных зарядов.....	231
2.10 Лабораторная работа № ЛР-10	Движение заряженной частицы в электрическом поле.....	235
2.11 Лабораторная работа № ЛР-11	Закон Ома для неоднородного участка цепи.....	238
2.12 Лабораторная работа № ЛР-12	Цепи постоянного тока.....	240
2.13 Лабораторная работа № ЛР-13	Магнитное поле.....	243
2.14 Лабораторная работа № ЛР-14	Электромагнитная индукция.....	247
2.15 Лабораторная работа № ЛР-15	Свободные колебания в RLC-контуре.....	250
2.16 Лабораторная работа № ЛР-16	Опыт Юнга.....	253
2.17 Лабораторная работа № ЛР-17	Дифракционная решетка.....	255
2.18 Лабораторная работа № ЛР-18	Поляризация света.....	258
2.19 Лабораторная работа № ЛР-19	Внешний фотоэффект.....	261
2.20 Лабораторная работа № ЛР-20	Эффект Комптона.....	264

2.21 Лабораторная работа № ЛР-21	Спектр излучения атомарного водорода.....	266
2.22 Лабораторная работа № ЛР-22	Дифракция электронов.....	269
2.23 Лабораторная работа № ЛР-23	Прохождение электромагнитного излучения через вещество.....	273
2.24 Лабораторная работа № ЛР-24	Ядра атомов.....	278

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

3.1 Практическое занятие № ПЗ-1	Кинематика поступательного и вращательного движений.....	281
3.2 Практическое занятие № ПЗ-2	Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела.....	282
3.3 Практическое занятие № ПЗ-3	Динамика вращательного движения.....	283
3.4 Практическое занятие № ПЗ-4	Механические колебания и волны.....	284
3.5 Практическое занятие № ПЗ-5	Молекулярно-кинетическая теория газов.....	286
3.6 Практическое занятие № ПЗ-6	Законы термодинамики.....	287
3.7 Практическое занятие № ПЗ-7	Реальные газы. Фазовые превращения вещества.....	288
3.8 Практическое занятие № ПЗ-8	Законы электростатики.....	289
3.9 Практическое занятие № ПЗ-9	Законы постоянного тока.....	290
3.10 Практическое занятие № ПЗ-10	Электрический ток в вакууме, газах и полупроводниках.....	292
3.11 Практическое занятие № ПЗ-11	Магнитное поле постоянного тока.....	292
3.12 Практическое занятие № ПЗ-12	Электромагнитная индукция.....	293
3.13 Практическое занятие № ПЗ-13	Электромагнитные колебания.....	294
3.14 Практическое занятие № ПЗ-14	Электромагнитные волны.....	295
3.15 Практическое занятие № ПЗ-15	Интерференция света.....	296
3.16 Практическое занятие № ПЗ-16	Дифракция света.....	297
3.17 Практическое занятие № ПЗ-17	Поляризация и дисперсия света.....	298
3.18 Практическое занятие № ПЗ-18	Квантовые свойства света.....	299
3.19 Практическое занятие № ПЗ-19	Элементы физики атома.....	301
3.20 Практическое занятие № ПЗ-20	Волновые свойства частиц вещества.....	302
3.21 Практическое занятие № ПЗ-21	Элементы квантовой механики.....	303
3.22 Практическое занятие № ПЗ-22	Физика атомного ядра и элементарные частицы.....	304

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

1.1 Лекция № 1 (2 часа)

Тема: «Кинематика поступательного и вращательного движений»

1.1.1 Вопросы лекции:

1. Предмет и задачи физики. Механика.
2. Основные кинематические характеристики движения частиц. Законы равномерного и равноускоренного движения.
3. Скорость и ускорение частицы при криволинейном движении.
4. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение. Равнопеременное вращение
5. Аналогия формул кинематики поступательного и вращательного движения.

1.1.2 Краткое содержание вопросов:

1. Предмет и задачи физики. Механика.

Физика – наука о природе (в переводе с греческого *physis* - природа). В настоящее время физика теоретическая изучает общие свойства и законы движения вещества и поля – двух форм существования материи. Физика прикладная – решает проблемы, возникающие при конструировании и эксплуатации новых технических устройств. Механика-раздел физики, изучающий законы механического движения. Часто применяют абстрактные модели физических тел: «материальная точка или частица» и «абсолютно твёрдое тело». Классическая механика состоит из кинематики, динамики и статики.

2. Основные кинематические характеристики движения частиц. Законы равномерного и равноускоренного движения.

Кинематика – это часть механики, которая рассматривает движение тел или изменение этого движения без выяснения причин, которые их вызывают. **Механическим движением называется изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.**

Задать положение тела в пространстве можно как с помощью координат x, y, z , так и с помощью радиуса – вектора \vec{r} проведенного из начала отсчета к точке, в которой в данный момент времени находится движущееся тело. **Траектория – линия, вдоль которой движется тело** (материальная точка).

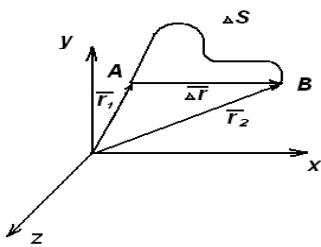


Рис.1

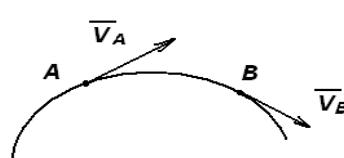


Рис.2

В зависимости от формы траектории движение может быть: а) прямолинейным б) криволинейным.

Путь Δs - длина отрезка траектории между начальным и конечным положением тела.

Перемещение $\Delta \vec{r}$ – вектор, проведенный от начального к конечному положению тела.

Средняя скорость – перемещение, совершающееся в среднем за единицу времени.

Средняя скорость направлена вдоль перемещения.

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (\text{м/с})$$

Средняя путевая скорость – путь, проходимый за единицу времени.

$$v_{cp, \text{путевая}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (\text{м/с})$$

Средняя путевая скорость является скалярной величиной.

Мгновенная скорость – скорость в данный момент времени в данной точке траектории. Равна первой производной от перемещения по времени.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'$$

Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории в данной точке. Так как при $\Delta t \rightarrow 0$ $\Delta r \rightarrow \Delta s$, модуль вектора мгновенной скорости можно определить также как первую производную от пути по времени.

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dt}$$

Ускорение \vec{a} - характеризует быстроту изменения скорости с течением времени.

Среднее ускорение \vec{a}_{cp} равно изменению скорости за единицу времени.

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (\text{м/с}^2)$$

Мгновенное ускорение \vec{a} - ускорение в данный момент времени в данной точке траектории.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'(t) = \vec{r}''(t)$$

Мгновенное ускорение равно первой производной от скорости по времени или второй производной от перемещения по времени.

3. Скорость и ускорение частицы при криволинейном движении.

Так как скорость изменяется в общем случае (при криволинейном движении) как по величине, так и по направлению, вектор полного ускорения \vec{a} можно представить в виде геометрической суммы нормального (центростремительного) ускорения и тангенциального (касательного) ускорения

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t.$$

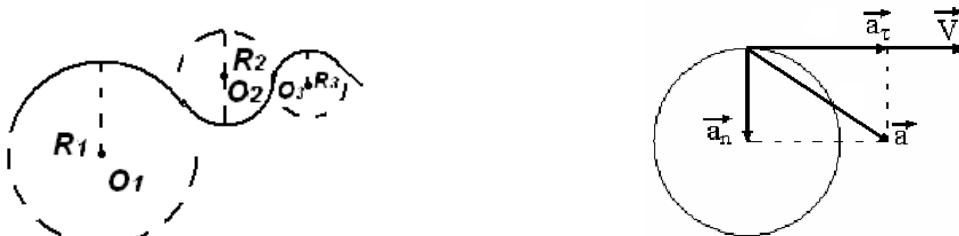


Рис.3

Рис.4

Движение по любой кривой можно представить как движение по дуге окружности определенного радиуса. R_1, R_2, R_3 – радиусы кривизны траектории; O_1, O_2, O_3 – центры кривизны. Нормальное ускорение a_n характеризует быстроту изменения скорости по направлению, направлено по радиусу окружности к её центру и равно по величине

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения модуля скорости, направлено по касательной к траектории и равно по величине

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = v'(t).$$

Полное ускорение направлено в сторону вогнутости траектории и равно по величине

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

Законы равномерного и равноускоренного движения. Частные случаи движения точки.

1. Равномерным называется движение с постоянной скоростью.

а) Прямолинейное равномерное движение.

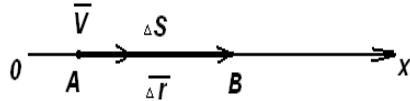


Рис.5

$$\vec{a} = 0 \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Delta s = v \cdot \Delta t \quad \vec{a}_n = 0$$

$$\Delta s = \Delta r$$

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\Delta r = v \cdot \Delta t$$

б) Равномерное движение по окружности.

$$|\vec{v}| = \text{const} \quad a_n = a = \frac{v^2}{R} = \text{const} \quad \Delta s \neq \Delta r$$

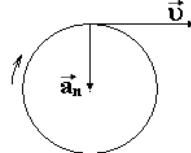


Рис.6

2. Равнопеременным называется движение с постоянным ускорением.

а) Равнопеременное прямолинейное движение.

$$\vec{a}_n = 0 \quad \vec{a} = \vec{a}_\tau = \vec{a}_{cp} = \text{const}$$

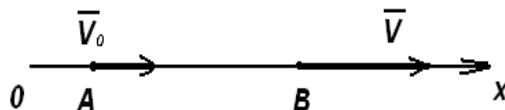


Рис.7

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t} \quad (\text{если } t_0 = 0)$$

3. Законы равнопеременного движения.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

$$v = v_0 \pm at \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2a}$$

1. Неравномерное прямолинейное движение

$$a_\tau = a \neq \text{const} \quad a_n = 0 \quad v \neq \text{const}$$

$$a = \frac{dv}{dt}; \quad dv = a \cdot dt; \quad v = \int_{t_1}^{t_2} a \cdot dt$$

$$v = \frac{ds}{dt}; \quad ds = v \cdot dt; \quad S = \int_{t_1}^{t_2} v \cdot dt$$

Принцип независимости движений

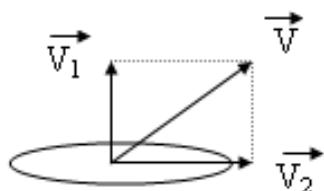
Часто можно наблюдать, как тело участвует одновременно в нескольких движениях. Например, лодка пересекает реку и одновременно сносится течением; выпущенная из лука стрела продолжает движение в горизонтальном направлении и одновременно падает на Землю и т.п. Рассмотрение такого сложного движения значительно упрощается тем, что его можно представить как сумму более простых, т.е. как бы разложить на составляющие движения. Причем очень важно отметить то, что каждое из этих составляющих движений происходит независимо от другого – в этом состоит принцип независимости движений. Лодка, держащая курс перпендикулярно

течению, пересечет реку за такое же время, как в стоячей воде; стрела, выпущенная из лука с какой-то горизонтальной скоростью, упадет на Землю через такой же промежуток времени, через который она бы упала, будучи просто ускоренной стрелком с той же высоты.

Отдельные движения, в которых одновременно участвует тело в данной системе отсчета, не влияют друг на друга и все величины (скорость перемещение), характеризующие их, складываются как независимые:

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \vec{S}_4 + \dots \quad \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 + \dots$$

пользуясь принципом независимости движений можно рассчитать результат сложения нескольких движений, или наоборот, разложить на несколько более простых. Например,



v_1 – скорость лодки относительно воды.

v_2 – скорость течения реки.

v_3 – скорость лодки относительно берега

$$\text{Рис.8} \quad v = v_1 + v_2; \quad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

Относительность механического движения

В механике движения тела всегда рассматривается относительно другого, которое условно принимается за неподвижное. Очевидно, что по отношению к различным телам отсчета движение может быть различным.

Например, тело покоящееся относительно Земли, относительно Солнца совершает сложное движение, вращаясь вокруг земной оси и одновременно перемещаясь с Землей вокруг Солнца; пассажир, покоящийся относительно поезда, относительно Земли движется с определенной скоростью и т.п. Из этих и многих других примеров ясно, что характеристики одного и того же движения неодинаковы в разных системах отсчета, т.е. траектория, путь, перемещение, скорость меняются при переходе от одной системы отсчета к другой. Этим объясняется важность правильного выбора системы отсчета при решении задачи, так как часто решение задачи значительно упрощается, если эта система выбрана удачно.

4. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение. Равнопеременное вращение

Вращательным движением тела называется такое движение, при котором все точки его описывают окружности с центрами, лежащими на одной прямой, называемой осью вращения. Ось вращения может находиться как внутри вращающегося тела, так и вне его (рис. 9).



Рис. 9

Будем считать, что расстояние между точками тела остается неизменным в процессе движения, т.е. тело не деформируется. Такие тела называют абсолютно твердыми. Движение точки абсолютно твердого тела при его вращении можно характеризовать скоростью v , направленной по касательной к её траектории (в этом случае её называют линейной скоростью), но для характеристики движения всего тела в целом это не всегда удобно, т.к. скорости различных точек неодинаковы. Из рисунка (рис. 2) видно, что за одно и то же время точка В проходит больший путь, чем точка А, расположенная ближе к оси вращения О (ось вращения перпендикулярна к плоскости чертежа) следовательно, чем дальше расположена точка от оси вращения, тем больше её

скорость. Углы же φ_A и φ_B , на которые повернулись радиусы-векторы, проведенный от оси вращения к точкам A и B, одинаковы.

Угол φ , на который поворачивается радиус-вектор, проведены к любой точке тела, при его вращении называется углом поворота или угловым перемещением. Эта величина одинакова для всех точек тела и, следовательно, может служить характеристикой вращения тела в целом.

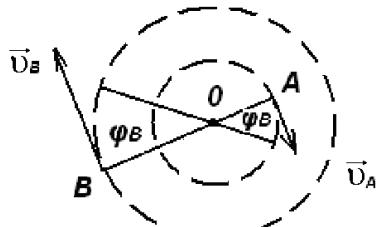


Рис. 10

В единицах СИ угол поворота принято измерять не в градусах, а в радианах. **Радиан** - это угол между двумя радиусами круга, вырезающими на окружности дугу, длина которой равна радиусу. Из этого определения следует, что угол поворота φ , выраженный в радианах, равен отношению длины дуги S , стягивающей угол, к радиусу R . Зная угловое перемещение тела, всегда можно рассчитать расстояние, которое пройдет за время вращения любая его точка: $S = \varphi R$ (где R - радиус, соединяющий точку с осью вращении)

1. Равномерное вращательное движение

Вращение называется равномерным, если за равные промежутки времени совершаются одинаковые угловые перемещения. Быстрота вращения характеризуется угловой скоростью, которая численно равна углу поворота за единицу времени, т.е. определяется аналогично скорости равномерного прямолинейного движения:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Если известна угловая скорость (ω), угловое перемещение за любое время t найдется по формуле: $\varphi = \omega t$. Для того, чтобы угловая скорость отражала не только быстроту, но и направление вращения, её принято изображать в виде вектора, лежащего на оси вращения, длина которого в определенном масштабе равна численному значению ω , а направление связано с направлением вращения правилом правого винта. Это значит, что из конца вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ вращение тела должно быть видно происходящим против часовой стрелки (рис. 3). Следовательно, если задан вектор угловой скорости, тем самым заданы:

1. положение оси в пространстве; 2. направление вращения; 3. скорость вращения.

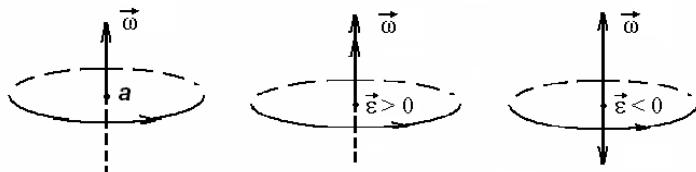


Рис. 11

Направление вектору угловой скорости $\vec{\omega}$ приписывается искусственно, поэтому его называют псевдовектором. Кроме угловой скорости и угла поворота равномерное вращение характеризуется периодом обращения T и частотой ν . **Период обращения – это время, за которое тело совершает один полный оборот вокруг оси**, т.е. поворачивается на угол 2π .

$$T = \frac{t}{n}$$

где n – число оборотов, t – время за которое совершено n оборотов.

Число оборотов за единицу времени называется частотой $\nu = \frac{n}{t}$

очевидно, что $T = \frac{1}{\nu}$.

Установим связь угловой скорости с периодом и частотой: $\omega = \frac{\Phi}{t}$, но так как за каждый оборот тело поворачивается на угол 2π , то $\varphi = 2\pi n$ и

$$\omega = \frac{2\pi n}{t} = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Неравномерное вращение

Неравномерное вращение характеризуется мгновенной угловой скоростью. Мгновенная скорость определяется как предел средней скорости при стремлении промежутка времени, за который она определяется, к нулю. Направление вектора мгновенной скорости задается тем же правилом – правилом правого винта.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi \mathbf{\hat{C}}$$

Мгновенная угловая скорость равна первой производной от угла поворота радиуса – вектора по времени. Для вычисления угла поворота за конечный промежуток времени необходимо проинтегрировать выражение:

$$\varphi = \int_1^2 \omega \mathbf{\hat{C}} dt$$

Быстрота изменения угловой скорости характеризуется угловым ускорением $\vec{\epsilon}$, которое определяется выражением:

$$\vec{\epsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Угловое ускорение равно первой производной от угловой скорости по времени. В общем случае вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ может меняться как по величине (изменяется скорость вращения тела вокруг оси), так и по направлению (изменяется положение оси вращения в пространстве). В случае вращения тела вокруг неподвижной оси изменение вектора $\vec{\omega}$ обусловлено изменением только его численного значения и $\epsilon = \frac{d\omega}{dt}$. Вектор углового ускорения $\vec{\epsilon}$ направлен также вдоль оси вращения. Если угловая

скорость увеличивается $\frac{d\omega}{dt} > 0$, направление вектора $\vec{\epsilon}$ совпадает с направлением $\vec{\omega}$; если угловая скорость уменьшается $\left(\frac{d\omega}{dt} < 0\right)$, вектор $\vec{\epsilon}$ направлен в сторону, противоположную $\vec{\omega}$.

Из вида исходных формул, характеризующих вращательное движение можно заключить о их полной математической аналогии с формулами, характеризующими поступательное (прямолинейное) движение. Очевидно, что подобную аналогичность мы будем наблюдать и во всех вытекающих формулах, служащих описанию вращательного движения. Например, в случае равноускоренного вращения будут иметь место формулы:

$$\omega = \omega_0 \pm \epsilon t, \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\epsilon t^2}{2},$$

описывающие изменение угловой скорости и угла поворота тела

соответственно. Знак плюс соответствует случаю увеличения угловой скорости, а минус – уменьшению.

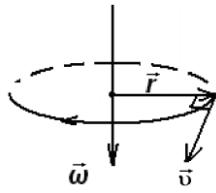


Рис. 12

Линейное перемещение по дуге окружности ds связано с угловым перемещением $d\phi$ соотношением $d\phi = \frac{ds}{r}$ или $ds = r d\phi$. Дифференцируя это выражение по времени, получаем $\frac{ds}{dt} = r \frac{d\phi}{dt}$ или $v = \omega r$. Дифференцируя по времени равенство $v = \omega r$, получаем

$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\phi}{dt} \text{ или } a_t = \varepsilon r$$

5. Аналогия формул кинематики поступательного и вращательного движения

поступательное	вращательное
Путь $S(m)$	Угол поворота ϕ (рад)
Скорость v (м/с)	Угловая скорость ω (рад/с)
Ускорение a (м/с^2)	Угловое ускорение ε (рад/с ²)
Равномерное движение	
$v = \frac{s}{t}; s = vt$	$\omega = \frac{\phi}{t}; \phi = \omega t$
Неравномерное движение	
$v = \frac{ds}{dt} = s'$	$\omega = \frac{d\phi}{dt} = \phi'$
$a_t = \frac{dv}{dt} = v' = s''$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega' = \phi''$
Равнопеременное движение	
$a = \frac{v - v_0}{t}$	$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
$v = v_0 \pm at$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$
$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$ $S = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2a}$	$\phi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\phi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\pm 2\varepsilon}$

1.2 Лекция № 2 (2 часа)

Тема: «Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела»

1.2.1. Вопросы лекции:

1. Законы Ньютона.
2. Виды сил в механике.
3. Центр масс механической системы и закон его движения.

1.2.2. Краткое содержание вопросов

1. Законы Ньютона.

Первый закон Ньютона. Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

*Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**.* Поэтому первый закон Ньютона называют также **законом инерции**. Первый закон Ньютона *постулирует существование инерциальных систем отсчета* — таких, относительно которых, материальная точка, не подверженная воздействию других тел, движется равномерно и прямолинейно.

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие **силы**. Для описания инерционных свойств тел вводится понятие **массы**.

Сила — векторная величина, являющаяся *мерой механического действия* на тело со стороны других тел или полей, в результате, которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Механическое взаимодействие может осуществляться как *между непосредственно контактирующими телами* (например, при ударе, трении, давлении друг на друга и т.п.), так и *между удаленными телами*.

Особая форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и передающая с конечной скоростью действие одних частиц на другие, называется **физическими полями** или просто **полями**.

Взаимодействие между удаленными телами осуществляется посредством связанных с ними гравитационных и электромагнитных полей.

Сила \vec{F} полностью задана, если указаны ее *модуль* \vec{F} , направление в пространстве и *точка приложения*.

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется **линией действия силы**.

Центральными называются силы, которые всюду направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же неподвижную точку — *центр сил*, и зависят только от расстояния до центра сил.

Одновременное действие на материальную точку нескольких сил эквивалентно действию одной силы, называемой **равнодействующей**, или **результатирующей**, силой и **равной их геометрической сумме**. **Единица силы** — ньютон (Н): 1Н — сила, которая массе в 1кг сообщает ускорение 1 м/с² в направлении действия силы.

Масса — физическая величина, одна из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные и гравитационные свойства. **Единица массы** — килограмм (кг).

Плотностью тела ρ в точке M называется отношение массы dm малого элемента тела, включающего точку M , к величине dV объема этого элемента.

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Импульс — векторная величина \vec{p} , равная произведению массы m материальной точки на ее скорость \vec{v} , и имеющая направление скорости, называется **импульсом** этой материальной точки.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Второй закон Ньютона Второй закон Ньютона — основной закон динамики поступательного движения — отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

Ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \text{ или } \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Более общая формулировка второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Векторная величина $\vec{F}dt$ называется **элементарным импульсом силы** \vec{F} за **малое** время dt ее действия. Импульс силы за промежуток времени t_1 определяется интегралом $\int_{t_2}^{t_1} \vec{F}dt$. Согласно второму закону Ньютона **изменение импульса материальной точки** равно **импульсу действующей на нее силы**:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \quad \text{и} \quad \Delta p = p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

Основной закон динамики материальной точки выражает **принцип причинности в классической механике** — **однозначная связь** между изменением с течением времени состояния движения и положения в пространстве материальной точки и действующими на нее силами, что позволяет, зная начальное состояние материальной точки, вычислить ее состояние в любой последующий момент времени.

Принцип независимости действия сил. В механике большое значение имеет **принцип независимости действия сил**: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было. Согласно этому принципу силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач.

Например, **нормальное** и **тангенциальное** ускорения материальной точки определяются соответствующими составляющими силы:

$$\vec{a}_\tau = \frac{\vec{F}_\tau}{m}; \quad a_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_\tau}{m}; \quad F_\tau = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{F_n}{m}; \quad F_n = \frac{mv^2}{R} m\omega^2 R$$

Сила \vec{F}_n , сообщающая материальной точке **нормальное** ускорение, направлена к центру кривизны траектории и потому называется **центробежительной силой**.

Третий закон Ньютона

Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия; силы с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки.

Эти силы **приложены к разным материальным точкам (телам)**, всегда **действуют парами и являются силами одной природы**.

Третий закон Ньютона позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике произвольной системы материальных точек, поскольку позволяет свести любое взаимодействие к силам парного взаимодействия между материальными точками.

2. Виды сил в механике

Силы тяготения (гравитационные силы). В системе отсчета связанной с Землей, на всякое тело массой m действует сила:

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

называемая **силой тяжести** — сила, с которой тело притягивается Землей. Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым ускорением $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, называемым **ускорением свободного падения**.

Весом тела — называется сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору или натягивает нить подвеса.

Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется лишь тогда, когда на тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Сила тяжести равна весу тела только в том случае, когда ускорение тела относительно земли равно нулю. В противном случае $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, где \vec{a} — ускорение тела с опорой относительно Земли. Если тело свободно движется в поле силы тяготения, то $\vec{a} = \vec{g}$ и вес равен нулю, т.е. тело будет невесомым.

Невесомость — это состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

Силы упругости возникают в результате взаимодействия тел, сопровождающегося их деформацией.

Упругая сила пропорциональна смещению частицы из положения равновесия и направлена к положению равновесия:

$$\vec{F} = -k\vec{r},$$

где \vec{r} — радиус-вектор, характеризующий смещение частицы из положения равновесия, k — упругость. Примером такой силы является *сила упругости деформации пружины* при растяжении или сжатии:

$$F = -kx,$$

где k — жесткость пружины, x — упругая деформация.

Сила трения скольжения возникает при скольжении данного тела по поверхности другого:

$$F_{tr} = kN,$$

где k — коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния соприкасающихся поверхностей: N — сила нормального давления, прижимающая трущиеся поверхности друг к другу. *Сила трения направлена по касательной к трущимся поверхностям в сторону, противоположную движению данного тела относительно другого.*

3. Центр масс механической системы и закон его

движения.

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются — **внутренними**. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**.

В механике Галилея—Ньютона из-за независимости массы от скорости импульс системы может быть выражен через скорость ее центра масс. **Центром масс** (или **центром инерции**) системы материальных точек называется воображаемая точка C , положение которой характеризует распределение массы этой системы. Ее радиус-вектор равен

$$\mathbf{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i}{m},$$

где m_i и \mathbf{r}_i — соответственно масса и радиус-вектор i -й материальной точки; n — число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^n m_i$ — масса системы. Скорость центра масс

$$\mathbf{v}_c = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i}{m}.$$

Учитывая, что $pi = m_i v_i$, а $\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$ есть импульс \mathbf{p} системы, можно написать

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_c,$$

т. е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.
Отсюда, получим

$$m \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n,$$

т. е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, приложенных к системе. Это выражение представляет собой закон движения центра масс.

1.3 Лекция № 3 (2 часа)

Тема: «Законы сохранения импульса и энергии»

1.3.1. Вопросы лекции:

1. Закон сохранения импульса.
2. Работа, энергия, мощность.
3. Закон сохранения энергии в механике.
4. Удар абсолютно упругих и неупругих тел.

1.3.2. Краткое содержание вопросов

1. Закон сохранения импульса.

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**.

Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются — **внутренними**.

Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** (или **изолированной**).

Тело называется **свободным**, если на его положение и движение в пространстве не наложено никаких ограничений, и — **несвободным** — если на его возможные положения и движения наложены те или иные ограничения, называемые в механике **связями**. Несвободное тело можно рассматривать как свободное, заменив действие на него тел, осуществляющих связи, соответствующими силами. Эти силы называются **реакциями связей**, а все остальные силы, действующие на тело, — **активными силами**.

Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т. е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых соответственно равны m_1, m_2, \dots, m_n , и v_1, v_2, \dots, v_n . Пусть F'_1, F'_2, \dots, F'_n — равнодействующие

внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а F_1, F_2, \dots, F_n — равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из n тел механической системы:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m_1 v_1) &= F'_1 + F_1, \\ \frac{d}{dt}(m_2 v_2) &= F'_2 + F_2, \\ &\dots \\ \frac{d}{dt}(m_n v_n) &= F'_n + F_n.\end{aligned}$$

Складывая почленно эти уравнения, получаем

$$\frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n) = F'_1 + F'_2 + \dots + F'_n + F_1 + F_2 + \dots + F_n.$$

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему закону Ньютона равна нулю, то

$$\frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n) = F_1 + F_2 + \dots + F_n, \quad \text{или}$$

$$\frac{dp}{dt} = F_1 + F_2 + \dots + F_n,$$

где $p = \sum_{i=1}^n m_i v_i$ — импульс системы. Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.

В случае отсутствия внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

$$\frac{dp}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i v_i) = 0, \quad \text{т. е. } p = \sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{const.}$$

Последнее выражение является законом сохранения импульса:

импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

Этот закон носит универсальный характер, т. е. закон сохранения импульса — фундаментальный закон природы.

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства — его однородности. **Однородность пространства** заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

Отметим, что, согласно, импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

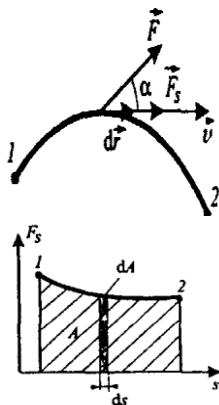
Из закона сохранения импульса вытекает, что центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.

2. Работа. Мощность. Энергия.

Работа силы — это количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

При **прямолинейном движении** тела под действием постоянной силы \vec{F} , которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, работа этой силы равна:

$$A = F_s s = F s \cos \alpha$$



В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому этой формулой пользоваться нельзя. Однако на элементарном (бесконечно малом) перемещении $d\vec{r}$ можно ввести скалярную величину — **элементарную работу** dA силы \vec{F} :

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cos \alpha \cdot ds = F_s ds$$

Тогда **работа силы на участке траектории** от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути:

$$A = \int_1^2 F_s ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds$$

Если зависимость F_s от s представлена графически, то работа A определяется площадью заштрихованной фигуры (см. рисунок).

Чтобы охарактеризовать *скорость совершения работы*, вводят понятие **мощности**. Мощность N равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы.

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = (\vec{F}, \vec{v})$$

Единица работы — джоуль (Дж) — работа совершаемая силой 1 Н на пути 1 м: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Единица мощности — ватт (Вт): 1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж: $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$.

Энергия — это универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную... Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.

Кинетическая энергия механической системы (K) — это энергия механического движения этой системы.

Сила, действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении:

$$dK = dA$$

Тело массой m , движущееся со скоростью v , обладает кинетической энергией:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \vec{v} d\vec{v} = m v dv = dK \Rightarrow K = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия: (1) является функцией состояния системы; (2) всегда положительна; (3) неодинакова в разных инерциальных системах отсчета.

3. Закон сохранения энергии в механике

Консервативной (потенциальной) называют силу, работа которой определяется только начальным и конечным положениями тела и не зависит от формы пути. Консервативными силами являются силы тяготения, упругости. Все центральные силы консервативны. Примером **неконсервативных** сил являются силы трения.

Потенциальная энергия (W) — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия системы, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

Примеры потенциальной энергии:

1) Потенциальная энергия тела массой m на высоте h :

$$W = mgh$$

2) Потенциальная энергия пружины, растянутой на длину x : $W = \frac{kx^2}{2}$

Единица кинетической и потенциальной **энергии** — Джоуль (Дж).

Полная механическая энергия системы — энергия механического движения и взаимодействия $E = K + W$ — равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

Закон сохранения энергии: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем:

$$K + W = E = \text{const}$$

Это — **фундаментальный** закон природы. Он является следствием однородности времени — инвариантности физических законов относительно выбора начала отсчета времени.

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются консервативными системами, *В консервативных системах полная механическая энергия остается постоянной*. Могут лишь происходить превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах, так что полная энергия остается неизменной.

Диссипативные системы — системы, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. В системе, в которой действуют также неконсервативные силы, например *силы трения*, *полная механическая энергия системы не сохраняется*. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида.

Таким образом, **энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой**. В этом заключается физическая сущность закона сохранения и превращения энергии — сущность неуничтожимости материи и ее движения.

4. Удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Удар (соударение) — столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

Центральный удар — удар, при котором тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центры масс.

Абсолютно упругий удар — столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию. **Выполняются** законы сохранения импульса и сохранения механической энергии.

Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара через \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , после удара — через \vec{v}'_1 и \vec{v}'_2 . Рассмотрим прямой центральный удар. Законы сохранения:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m'_1v'_1 + m'_2v'_2, \quad \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m'_1v'_1^2}{2} + \frac{m'_2v'_2^2}{2}.$$

$$\text{Отсюда: } v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_1 + 2m_2 v_2, \quad v'_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_2 + 2m_1 v_1$$

Абсолютно неупругий удар — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}, \quad \vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}; \quad \text{При } m_1 = m_2 \quad \vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}$$

Не выполняется закон сохранения механической энергии: вследствие деформации часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию тел (разогрев). Это уменьшение равно:

$$\Delta K = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{m_1 + m_2 \vec{v}^2}{2} = \frac{m_1 m_2}{2} \vec{v}_1 - \vec{v}_2.$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно $\vec{v}_2 = 0$, то:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}, \quad \Delta K = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 v_1^2}{2}. \quad \text{Если } m_2 \gg m_1, \text{ то } v \ll v_1 \text{ и } \Delta K \approx K_1$$

1.4 Лекция № 4 (2 часа)

Тема: «Динамика вращательного движения»

1.4.1. Вопросы лекции:

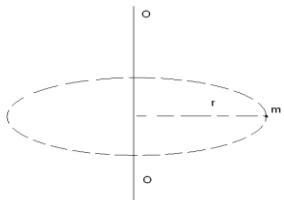
1. Момент инерции. Момент силы. Теорема Штейнера.
2. Работа при вращении тела. Кинетическая энергия вращающегося тела.
3. Основной закон динамики вращательного движения.
4. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Гироскоп.
5. Аналогия формул динамики поступательного и вращательного движений.

1.4.2. Краткое содержание вопросов

1. Момент инерции. Момент силы. Теорема Штейнера.

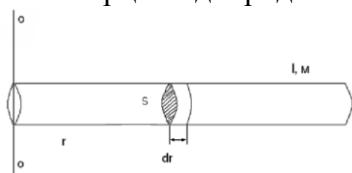
1. Момент инерции материальной точки равен произведению массы точки на квадрат ее расстояния до оси вращения.

$$J = m \cdot r^2 \quad [J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$$



2. Момент инерции твердого тела равен сумме моментов инерции всех материальных точек, из которых тело состоит. $J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$

3. Момент инерции однородного тонкого стержня.



$$J \approx \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2$$

$$J = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2 = \int dm \cdot r^2 \quad \boxed{J = \int dm \cdot r^2} \quad \text{- момент инерции тела, масса которого}$$

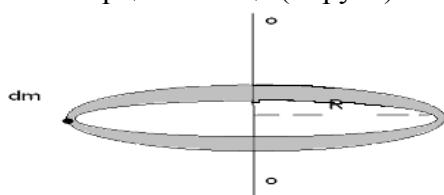
равномерно распределена по объему ($\rho = \text{const}$).

Для стержня $dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot S \cdot dr$.

$$J = \int_0^l \rho \cdot S \cdot dr \cdot r^2 = \rho \cdot S \cdot \int_0^l r^2 \cdot dr = \frac{\rho \cdot S \cdot l^3}{3} = \frac{ml^2}{3} \quad (\text{т.к. } S \cdot l = V; V \cdot \rho = m)$$

$J = \frac{1}{3} ml^2$ - момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню через его конец.

4. Момент инерции кольца (обруча).

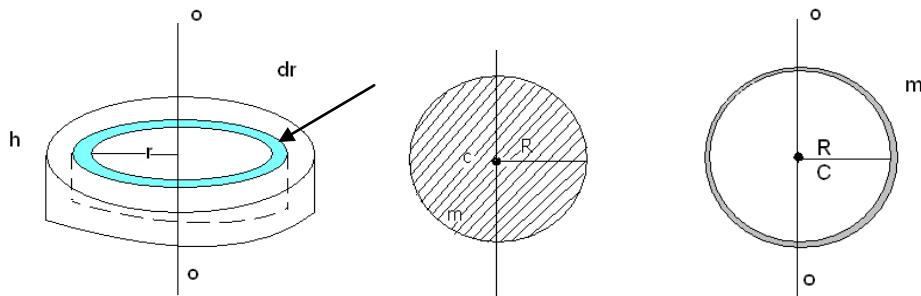


$$J = \int dm \cdot R^2 = R^2 \cdot \int dm = mR^2 \quad \boxed{J = mR^2}$$

По этой же формуле можно определить момент инерции тонкостенного цилиндра.

5. Момент инерции однородного сплошного цилиндра (диска), относительно его оси.

$$\pi r^2 = S, \quad S \cdot h = V, \quad \rho \cdot V = m \quad J_{\text{цилиндра (шара)}} = \frac{1}{2} mR^2$$

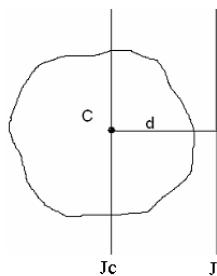


6. Момент инерции сплошного однородного шара относительно оси, проходящей через его центр масс: $J_{\text{шара}} = \frac{2}{5} mR^2$

7. Момент инерции полой тонкостенной сферы: $J_{\text{сферы}} = \frac{2}{3} mR^2$

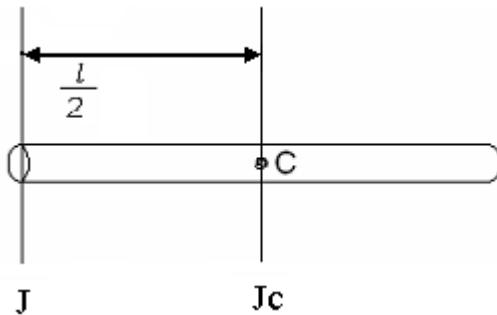
Теорема Штейнера позволяет определять момент инерции тела относительно произвольной оси, если известен момент инерции этого тела, относительно оси, проходящей через центр масс.

$$J = J_c + md^2$$



Момент инерции тела относительно произвольной оси равен моменту инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс, параллельно данной, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями.

Пример:



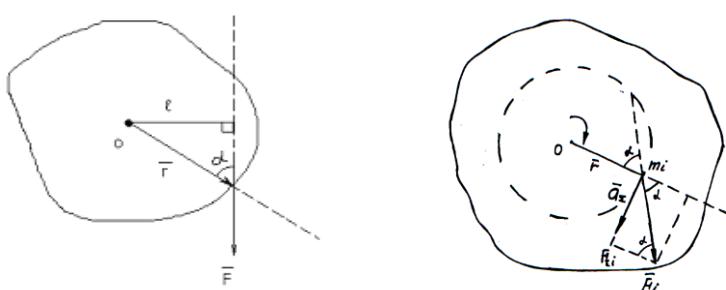
$$J = \frac{1}{3}ml^2; \quad J = J_c + md^2; \quad J_c = J - md^2; \quad J_c = \frac{1}{3}ml^2 - m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{2} - \frac{ml^2}{4} = \frac{1}{12}ml^2$$

$J = \frac{1}{12}ml^2$ - момент инерции однородного тонкого стержня относительно оси проходящей перпендикулярно стержню через его середину (центр масс).

Вывод: Момент инерции тела зависит от его массы, размеров, формы и расположения оси вращения.

Момент силы.

Вращающее действие силы зависит не только от её величины, но и от того, на каком расстоянии от оси вращения проходит линия действия силы, т.е. от плеча силы.



r - радиус-вектор, соединяющий ось вращения с точкой приложения силы (на чертеже ось вращения \perp плоскости чертежа). Силу F можно переносить вдоль линии её действия.

Плечом силы l называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Величина момента силы (модуль) равна произведению силы на её плечо.

Учитывая, что $l = r \cdot \sin\alpha$: $M = F \cdot r \cdot \sin\alpha$

Т.к. при изменении направления силы на противоположное, направление вращения тела изменится, момент силы, кроме модуля, должен характеризоваться направлением, т.е. быть вектором.

$$\bar{M} = \bar{r} \cdot \bar{F} \quad |M| = r \cdot F \cdot \sin\alpha \quad \bar{M} \neq M \cdot \bar{n}$$

Момент силы направлен вдоль оси вращения так, как будет двигаться буравчик, если его ручку вращать по направлению вращения тела, обусловленного этой силой.

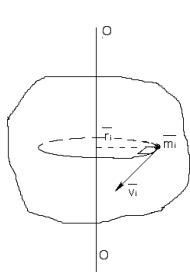
Направление момента силы также можно определить как направление векторного произведения векторов $\bar{r} \times \bar{F}$.

Так как моменты, вращающие тело в противоположных направлениях, направлены вдоль оси вращения в противоположные стороны, результатирующий вращающий момент равен алгебраической сумме моментов всех сил, приложенных к этому телу.

Моменты, вращающие тело в противоположных направлениях, имеют противоположные знаки.

2. Работа при вращении тела. Кинетическая энергия вращающегося тела.

Кинетическая энергия вращающегося тела равна сумме кинетических энергий всех материальных точек, из которого это тело состоит



$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \cdot \omega \cdot r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

$$E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

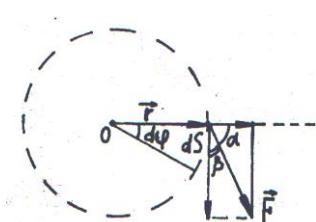
- кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси.

Если тело одновременно участвует в поступательном и вращательном движении (например, катится):

$$E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}$$

v - скорость поступательного движения центра масс.

Работа при вращении тела.



$$dA = \bar{F} \cdot \bar{dS}$$

$dA = F \cdot dS \cdot \cos\beta = F \cdot dS \cdot \sin\alpha$ – элементарная работа

$$dS = d\varphi \cdot r$$

$$dA = F \cdot d\varphi \cdot r \cdot \sin\alpha$$

$$F \cdot r \cdot \sin\alpha = M$$

$$dA = \bar{M} \cdot \bar{d\varphi}$$

Работа при вращении тела равна произведению вращающего момента на угол поворота.

1) Если $M = \text{const}$

$$A = M \cdot \varphi$$

2) Если $M \neq \text{const}$

$$A = \int_1^2 M \cdot d\varphi$$

$$A = \int_1^2 M \cdot d\varphi = \int_1^2 J \cdot \varepsilon \cdot d\varphi = \int_1^2 J \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot d\varphi = \int_1^2 J \cdot \omega \cdot d\omega = J \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega \cdot d\omega = \frac{J \cdot \omega^2}{2} = \frac{J \omega_2^2}{2} - \frac{J \omega_1^2}{2}$$

$$A = \frac{J \omega_2^2}{2} - \frac{J \omega_1^2}{2}$$

- теорема о кинетической энергии для вращательного движения.

Изменение кинетической энергии тела равно работе внешних сил.

3. Основной закон динамики вращательного движения.

Пусть некоторое тело вращается с угловым ускорением под действием приложенной к точке m_i силы F_i . Запишем для i -й точки второй закон Ньютона

$$m_i \cdot a_{ti} = F_i \cdot \sin\alpha$$

$$m_i \cdot \varepsilon \cdot r_i = F_i \cdot \sin\alpha$$

Умножим уравнения на r_i

$$m_i \cdot \varepsilon \cdot r_i^2 = M_i$$

$$\varepsilon \cdot m_i \cdot r_i^2 = M_i$$

Просуммируем по всем точкам.

$$\varepsilon \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 = \sum_{i=1}^n M_i$$

$M = \sum_{i=1}^n M_i$ - результирующий момент всех приложенных к телу сил.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$$
 - момент инерции тела

$$J \cdot \varepsilon = M$$

$$ma = F$$

Очевидно, что полученное уравнение аналогично 2-му закону Ньютона для поступательного движения. Это основной закон динамики вращательного движения (второй закон Ньютона для вращательного движения):

Произведение момента инерции тела на полученное им угловое ускорение равно результирующему моменту всех приложенных к телу сил.

$$\varepsilon = \frac{M}{J} \quad a = \frac{F}{m}$$

Учитывая, что векторы ε и M направлены вдоль оси вращения, уравнение можно записать в векторной форме:

$$\bar{M} = J \cdot \bar{\varepsilon}$$

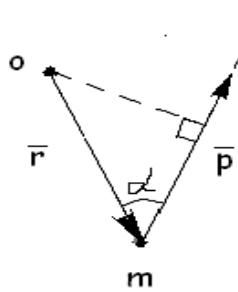
Если $M = 0$, то $\varepsilon = 0$, $\omega = \text{const}$.

Тело, имеющее закрепленную ось вращения, будет находиться в покое или вращаться с постоянной угловой скоростью (равномерно), если результирующий момент всех приложенных к телу сил, равен 0.

Если $M = \text{const}$, $\varepsilon = \text{const}$

Тело, имеющее закрепленную ось вращения, будет вращаться с постоянным угловым ускорением (равноускоренно) под действием постоянного вращающего момента.

4. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.



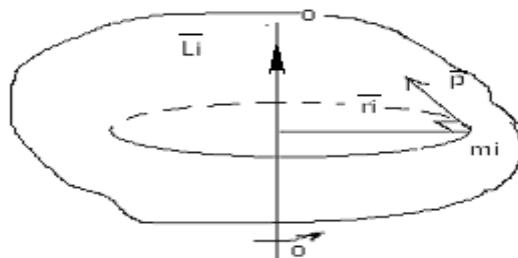
$$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p}$$

$$l = r \cdot p \cdot \sin \alpha$$

l = плечо · импульса

Момент импульса материальной точки равен векторному произведению радиус-вектора, проведенного от оси вращения к материальной точке, на импульс этой точки.

Модуль момента импульса точки равен произведению импульса точки на его плечо. Направлен момент импульса вдоль оси вращения в соответствии с правилом векторного произведения или правилом буравчика.



Момент импульса вращающегося тела равен сумме моментов импульса всех материальных точек, из которых это тело состоит. Т.к. моменты импульса всех точек направлены одинаково, геометрическую сумму моментов импульса можно заменить арифметической при определении модуля момента импульса тела.

$$L = \sum_{i=1}^n P_i \cdot r_i \cdot \sin 90^\circ = \sum_{i=1}^n m_i \cdot v_i \cdot r_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \omega \cdot r_i^2 = \omega \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 = J\omega$$

Учитывая, что векторы \bar{L} и $\bar{\omega}$ направлены вдоль оси вращения, равенство можно записать в векторной форме.

$$\bar{L} = J \cdot \bar{\omega}$$

Момент импульса вращающегося тела равен произведению момента инерции тела на его угловую скорость.

Продифференцируем это уравнение по времени: $\frac{d\bar{L}}{dt} = J \cdot \frac{d\bar{\omega}}{dt} = J \cdot \bar{\varepsilon} = \bar{M}$

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}$$

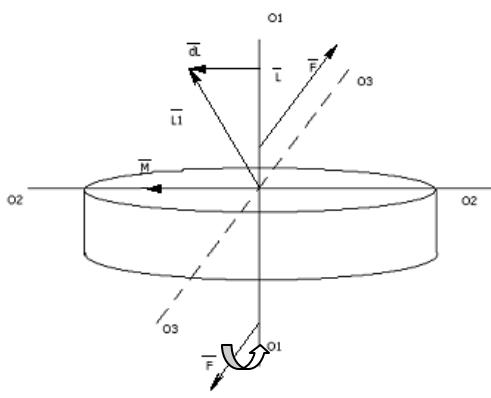
Скорость изменения момента импульса равна результирующему моменту внешних сил. Для замкнутой системы $\bar{M} = 0$, тогда $\frac{d\bar{L}}{dt} = 0$ или $\bar{L} = J \cdot \bar{\omega} = \text{const}$

Момент импульса замкнутой системы остаётся величиной постоянной – закон сохранения момента импульса.

Примеры: 1. Балерины, фигуристы. 2. Движение спутников и планет в апогее и перигее. 3. Распространенность вращательного движения во Вселенной (сохранение ориентации оси вращения). 4. Замедление вращения Земли из-за приливного трения приводит к удалению Луны от Земли.

Гироскоп – массивное однородное тело вращающееся с большой угловой скоростью около своей оси симметрии.

Кроме способности сохранять ориентацию оси вращения в пространстве вследствие закона сохранения момента импульса, для гироскопов характерен гироскопический эффект.



Приложим к оси O_1 силы, стремящиеся повернуть тело относительно оси O_2 . Момент этих сил \bar{M} будет направлен вдоль оси O_2 влево, как и приращение момента импульса \bar{dL} .

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M};$$

$$\bar{dL} = \bar{M} \cdot dt$$

Т. к. новый момент импульса $\bar{L}_1 = \bar{L} + \bar{dL}$ направлен вдоль новой оси вращения, тело повернулось относительно оси O_3 , которая перпендикулярна оси O_2 .

При попытке повернуть гироскоп относительно некоторой оси, он повернется относительно оси, перпендикулярной предполагаемой (гироскопический эффект).

Примеры: 1. Волчок (юла) 2. Прецессия Земной оси.

Прецессия – воздействие на гироскоп внешних сил приводит к движению оси гироскопа по конусу вследствие гироскопического эффекта.

5. Аналогия формул динамики поступательного и вращательного движения

Поступательное	Вращательное
масса m	Момент инерции $J = m \cdot r^2$
сила \bar{F}	момент силы $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$
импульс $\bar{P} = m \cdot \bar{v}$	момент импульса $\bar{L} = \bar{r} \times \bar{P}$; $\bar{L} = J \cdot \bar{\omega}$
Основной закон динамики	
$\bar{F} = m \bar{a}$; $\bar{F} = \frac{d\bar{P}}{dt}$	$\bar{M} = J \cdot \bar{\varepsilon}$; $\bar{M} = \frac{d\bar{L}}{dt}$;
Кинетическая энергия	
$E_K = \frac{m \cdot v^2}{2}$	$E_K = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$
Работа	
$dA = \bar{F} \cdot d\bar{S}$; $A = \int_1^2 \bar{F} \cdot d\bar{S}$	$dA = \bar{M} \cdot d\bar{\varphi}$; $A = \int_1^2 \bar{M} \cdot d\bar{\varphi}$
Теорема о кинетической энергии	
$A = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}$	$A = \frac{J \omega_2^2}{2} - \frac{J \omega_1^2}{2}$
Мощность	
$N = \frac{dA}{dt} = F \cdot v$	$N = \frac{dA}{dt} = M \cdot \omega$

1.5 Лекция № 5 (2 часа)

Тема: «Гармонические колебания»

1.5.1. Вопросы лекции:

1. Гармонические колебания и их характеристики.
2. Энергия гармонических колебаний.
3. Пружинный, физический и математический маятники.

1.5.2. Краткое содержание вопросов

1 Гармонические колебания и их характеристики.

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. **Колебания** называются **свободными** (или **собственными**), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при

последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему (систему, совершающую колебания).

Простейшим типом колебаний являются **гармонические колебания** — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса). Рассмотрение гармонических колебаний важно по двум причинам: 1) колебания, встречающиеся в природе и технике, часто имеют характер, близкий к гармоническому; 2) различные **периодические процессы** (процессы, повторяющиеся через равные промежутки времени) можно представить как наложение гармонических колебаний. Гармонические колебания величины s описываются уравнением типа

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

Где A — максимальное значение колеблющейся величины, называемое **амплитудой колебания**, ω_0 — **круговая (циклическая) частота**, φ — **начальная фаза колебания** в момент времени $t=0$, $(\omega_0 t + \varphi)$ — **фаза колебания** в момент времени t . Фаза колебания определяет значение колеблющейся величины в данный момент времени. Так как косинус изменяется в пределах от $+1$ до -1 , то s может принимать значения от $+A$ до $-A$.

Определенные состояния системы, совершающей гармонические колебания, повторяются через промежуток времени T , называемый **периодом колебания**, за который фаза колебания получает приращение 2π , т. е.

$$\omega_0(t+T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi,$$

откуда

$$T = 2\pi/\omega_0.$$

Величина, обратная периоду колебаний,

$$v = 1/T,$$

т. е. число полных колебаний, совершаемых в единицу времени, называется **частотой колебаний**.

$$\omega_0 = 2\pi v.$$

Единица частоты — **герц (Гц)**: 1 Гц — частота периодического процесса, при которой за 1 совершаются один цикл процесса.

2 Энергия гармонических колебаний.

Пусть материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси координат x около положения равновесия, принятого за начало координат. Тогда зависимость координаты x от времени t задается уравнением:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad \text{где } s = x$$

Скорость v и ускорение a колеблющейся точки соответственно равны первой и второй производной от координаты по времени:

$$v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2);$$

$$a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi).$$

Сила $F = ma$, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m , равна

$$F = -m\omega_0^2 x.$$

Следовательно, сила пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi),$$

или

$$T = \frac{mA^2 \omega_0^2}{4} [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)].$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F , равна

$$\Pi = - \int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi),$$

или

$$\Pi = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)].$$

Сложив выражения для кинетической и потенциальной энергии, получим формулу для **полной энергии**:

$$E = T + \Pi = mA^2 \omega_0^2 / 2.$$

Полная энергия остается постоянной, так как при гармонических колебаниях справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку упругая сила консервативна

3 Пружинный, физический и математический маятники

Гармоническим осциллятором называется система, совершающая колебания, описываемые уравнением вида

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

1. Пружинный маятник — это груз массой m , подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы $F = -kx$, где k — жесткость пружины. Уравнение движения маятника

$$m\ddot{x} = -kx, \text{ или } \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0.$$

Из сравнения уравнения колебаний пружинного маятника с дифференциальным уравнением гармонических колебаний следует, что пружинный маятник совершает гармонические колебания по закону $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

и периодом

$$T = 2\pi \sqrt{m/k}.$$

Формулы справедливы для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука, т. е. когда масса пружины мала по сравнению с массой тела. Потенциальная энергия пружинного маятника равна

$$\Pi = kx^2 / 2.$$

2. Физический маятник — это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку O , не совпадающую с центром масс C тела (рис. 201).

Если маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол α , то в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент M возвращающей силы можно записать в виде

$$M = J\dot{\alpha} = J\ddot{\alpha} = F, l = -mg l \sin \alpha \approx -mg l \alpha,$$

где J — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса O , l — расстояние между ней и центром масс маятника, $F = -mg \sin \alpha \approx -mg \alpha$ — возвращающая сила (знак минус обусловлен тем, что направления F и α всегда противоположны; $\sin \alpha \approx \alpha$ соответствует малым колебаниям маятника, т.е. малым отклонениям маятника из положения равновесия). Уравнение можно записать в виде

$$J\ddot{\alpha} + mg l \alpha = 0, \text{ или } \ddot{\alpha} + \frac{mg l}{J} \alpha = 0.$$

Принимая $\omega_0 = \sqrt{mg l / J}$, получим уравнение $\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0$, идентичное уравнению гармонических колебаний $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

Из сравнения уравнений следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой ω_0 и периодом

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{J/(mgl)} = 2\pi\sqrt{L/g},$$

где $L=J/(ml)$ — **приведенная длина физического маятника**.

Точка O' на продолжении прямой OC , отстоящая от точки O подвеса маятника на расстоянии приведенной длины L , называется **центром качаний** физического маятника. Применяя теорему Штейнера, получим

$$L = \frac{J}{ml} = \frac{J_c + ml^2}{ml} = l + \frac{J_c}{ml} > l,$$

Точка подвеса O маятника и центр качаний O' обладают **свойством взаимозаменяемости**: если точку подвеса перенести в центр качаний, то прежняя точка O подвеса станет новым центром качаний, и период колебаний физического маятника не изменится.

3. Математический маятник — это *идеализированная* система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.

1.6 Лекция № 6 (2 часа)

Тема: «Затухающие и вынужденные колебания»

1.6.1. Вопросы лекции:

1. Сложение гармонических колебаний методом векторных диаграмм.
2. Затухающие колебания и их характеристики.
3. Вынужденные колебания. Резонанс.

1.6.2. Краткое содержание вопросов

1. Сложение гармонических колебаний методом векторных диаграмм.

Гармонические колебания изображаются графически **методом вращающегося вектора амплитуды**, или **методом векторных диаграмм**. Для этого из произвольной точки O , выбранной на оси x , под углом φ , равным начальной фазе колебания, откладывается вектор \mathbf{A} , модуль которого равен амплитуде A рассматриваемого колебания (рис. 2). Если этот вектор привести во вращение с угловой скоростью ω_0 , равной циклической частоте колебаний, то проекция конца вектора будет перемещаться по оси x и принимать значения от $-A$ до $+A$, а колеблющаяся величина будет изменяться со временем по закону $s = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$. Таким образом, гармоническое колебание можно представить проекцией на некоторую *произвольно* выбранную ось вектора амплитуды \mathbf{A} , отложенного из произвольной точки оси под углом φ , равным начальной фазе, и вращающегося с угловой скоростью ω_0 вокруг этой точки.

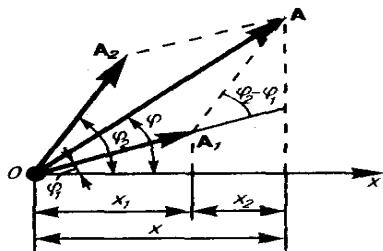
Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты.

Биения

Колеблющееся тело может участвовать в нескольких колебательных процессах, тогда необходимо найти результирующее колебание, иными словами, колебания необходимо сложить. Сложим гармонические колебания одного направления и одинаковой частоты

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2), \end{cases}$$

воспользовавшись методом вращающегося вектора амплитуды. Построим векторные диаграммы этих колебаний



Так как векторы A_1 и A_2 вращаются с одинаковой угловой скоростью ω_0 , то разность фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$) между ними остается постоянной. Очевидно, что уравнение результирующего колебания будет

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Амплитуда A и начальная фаза φ соответственно задаются соотношениями

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1); \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Таким образом, тело, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает также гармоническое колебание в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания. Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$) складываемых колебаний.

Проанализируем выражение для амплитуды в зависимости от разности фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$):

- 1) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$), тогда $A = A_1 + A_2$, т. е. амплитуда результирующего колебания A равна сумме амплитуд складываемых колебаний;
- 2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m+1)\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$), тогда $A = |A_1 - A_2|$, т. е. амплитуда результирующего колебания равна разности амплитуд складываемых колебаний.

Для практики особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте. В результате сложения этих колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой. Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами, называются **биениями**.

Пусть амплитуды складываемых колебаний равны A , а частоты равны ω и $\omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$. Начало отсчета выберем так, чтобы начальные фазы обоих колебаний были равны нулю:

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t, \\ x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega) t. \end{cases}$$

Складывая эти выражения и учитывая, что во втором сомножителе $\Delta\omega/2 \ll \omega$, найдем

$$x = (2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t) \cos \omega t.$$

Результирующее колебание можно рассматривать как гармоническое с частотой ω , амплитуда A_b , которого изменяется по следующему периодическому закону:

$$A_b = |2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t|.$$

Частота изменения A_b в два раза больше частоты изменения косинуса (так как берется по модулю), т. е. частота биений равна разности частот складываемых колебаний:

$$\omega_b = \Delta\omega.$$

Период биений

$$T_b = 2\pi/\Delta\omega.$$

Характер зависимости показан на рисунке, где сплошные жирные линии дают график результирующего колебания, а огибающие их — график медленно меняющейся по амплитуды.

Определение частоты тона биений между эталонным и измеряемым колебаниями — наиболее широко применяемый на практике метод сравнения измеряемой величины с эталонной. Метод биений используется для настройки музыкальных инструментов, анализа слуха и т. д.

Любые сложные периодические колебания $s=f(t)$ можно представить в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний с различными амплитудами, начальными фазами, а также частотами, кратными циклической частоте ω_0 :

$$s=f(t)=\frac{A_0}{2}+A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \cos(2\omega_0 t + \varphi_2) + \dots + A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n).$$

Представление периодической функции в данном виде связывают с понятием **гармонического анализа сложного периодического колебания**, или **разложения Фурье**. Слагаемые ряда Фурье, определяющие гармонические колебания с частотами $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$, называются **первой (или основной), второй, третьей** и т. д. **гармониками** сложного периодического колебания.

2. Затухающие колебания и их характеристики

Свободные затухающие колебания — колебания, амплитуды которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшаются.

Простейшим механизмом уменьшения энергии колебаний является ее превращение в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах. Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем. Обычно рассматривают **линейные системы** — идеализированные реальные системы, в которых параметры, определяющие физические свойства системы, в ходе процесса не изменяются.

Линейными системами являются, например, пружинный маятник при малых растяжениях пружины (когда справедлив закон Гука). Различные по своей природе линейные системы описываются идентичными линейными дифференциальными уравнениями, что позволяет подходить к изучению колебаний различной физической природы с единой точки зрения.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы задается в виде

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0,$$

где s — колеблющаяся величина, описывающая тот или иной физический процесс, $\delta=\text{const}$ — **коэффициент затухания**, ω_0 — циклическая частота свободных *незатухающих* колебаний той же колебательной системы, т. е. при $\delta=0$ (при отсутствии потерь энергии) называется **собственной частотой** колебательной системы.

Решением уравнения в случае малых затуханий ($\delta^2 \ll \omega_0^2$) будет функция

$$s = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

Где $A = A_0 e^{-\delta t}$ — **амплитуда затухающих колебаний**, A_0 — начальная амплитуда. Промежуток времени $t=1/\delta$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется **временем релаксации**.

Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими и, строго говоря, к ним неприменимо понятие периода или частоты. Однако если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода как промежутка времени между двумя последующими максимумами (или минимумами) колеблющейся физической величины. Тогда период затухающих колебаний равен

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Если $A(t)$ и $A(t + T)$ — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

называется **декрементом затухания**, а его логарифм

$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$ — **логарифмическим декрементом затухания**; N_e — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз. Логарифмический декремент затухания — постоянная для данной колебательной системы величина.

Для характеристики колебательной системы пользуются понятием **добротности** Q , которая при малых значениях логарифмического декремента равна

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

(так как затухание мало ($\delta^2 \ll \omega_0^2$), то T принято равным T_0).

Из формулы следует, что добротность пропорциональна числу колебаний N_e , совершаемых системой за время релаксации.

Выводы, полученные для свободных затухающих колебаний линейных систем, применимы для колебаний различной физической природы.

3. Вынужденные колебания. Резонанс.

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна с помощью какого-либо периодически действующего фактора $X(t)$, изменяющего по гармоническому закону:

$$X(t) = X_0 \cos \omega t.$$

Если рассматривать механические колебания, то роль $X(t)$ играет внешняя вынуждающая сила

$$F = F_0 \cos \omega t.$$

Тогда закон движения для пружинного маятника запишется в виде

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t.$$

После преобразования

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0/m) \cos \omega t.$$

Решая данное уравнение относительно амплитуды колебаний, получим

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}},$$

Рассмотрим зависимость *амплитуды* A вынужденных колебаний от *частоты* ω . Из формулы следует, что амплитуда A смещения имеет максимум. Чтобы определить **резонансную частоту** $\omega_{рез}$, — частоту, при которой амплитуда A смещения достигает максимума, — нужно найти максимум функции, или, что то же самое, минимум подкоренного выражения. Продифференцировав подкоренное выражение по ω и приравняв его нулю, получим условие, определяющее $\omega_{рез}$:

$$-4(\omega_0^2 - \omega^2) \omega + 8\delta^2 \omega = 0.$$

Это равенство выполняется при $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$, у которых только лишь положительное значение имеет физический смысл. Следовательно, резонансная частота

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательной системы, называется **резонансом**. При $\delta^2 \ll \omega_0^2$ значение $\omega_{рез}$ практически совпадает с собственной частотой ω_0 колебательной системы. Подставляя выражение для резонансной частоты в формулу для амплитуды вынужденных колебаний, получим

$$A_{рез} = \frac{x_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

На рисунке приведены зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты при различных значениях δ . Чем меньше δ , тем выше и правее лежит максимум данной кривой. Если $\omega \rightarrow 0$, то все кривые достигают одного и того же, отличного от нуля, предельного значения x_0 / ω_0^2 , которое называют **статическим отклонением**. В случае механических колебаний $x_0 / \omega_0^2 = F_0 / (m\omega_0^2)$. Если $\omega \rightarrow \infty$, то все кривые асимптотически стремятся к нулю. Приведенная совокупность кривых называется **резонансными кривыми**.

1.7 Лекция № 7 (2 часа)

Тема: «Механические волны»

1.7.1. Вопросы лекции:

1. Волновой процесс и его характеристики.
2. Уравнение бегущей волны.
3. Звуковые волны.

1.7.2. Краткое содержание вопросов

1. Волновой процесс и его характеристики.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется **волновым процессом** (или **волной**). При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому *основным свойством всех волн*, независимо от их природы, является *перенос энергии без переноса вещества*.

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются следующие их типы: **волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны**. **Упругими** (или **механическими**) волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают продольные и поперечные. В **продольных волнах** частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в **поперечных** — в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают упругие силы *при деформации сжатия и растяжения*, т. Е. твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут возбуждаться в среде, в которой возникают упругие силы *при деформации сдвига*, т. Е. в твердых телах; *в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах — как продольные, так и поперечные*.

Упругая волна называется **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис.1 представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью v вдоль оси x , т. Е. приведена зависимость между смещением ξ частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием x этих частиц (например, частицы B) от источника колебаний O для какого-то фиксированного момента времени t . Приведенный график функции $\xi(x, t)$ похож на график гармонического колебания, однако они *различны по существу*. График волны дает зависимость смещения *всех частиц среды* от расстояния до источника колебаний в данный момент времени, а график колебаний — зависимость смещения *данной частицы от времени*.

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется **длиной волны** λ (рис.1). Длина волны равна тому расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период, т. Е.

$$\lambda = vT, \quad \text{или, учитывая, что } T = 1/\nu, \text{ где } \nu \text{ — частота колебаний,}$$

$$\lambda = vT, \quad v = \lambda\nu.$$

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t , называется **волновым фронтом**. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а волновой фронт в каждый момент времени — один. Волновой фронт также является волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы, а в простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно волна называется **плоской** или **сферической**.

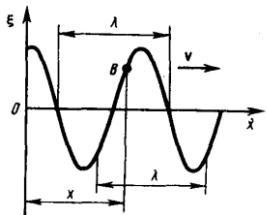


Рис.1

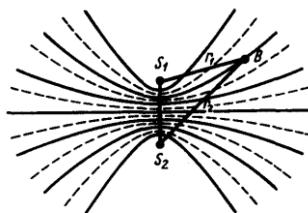


Рис.2

2. Уравнение бегущей волны

Бегущими волнами называются волны, которые переносят в пространстве энергию. Перенос энергии волнами количественно характеризуется **вектором плотности потока энергии**.

Этот вектор для упругих волн называется вектором Умова. Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Для вывода уравнения бегущей волны — зависимости смещения колеблющейся частицы от координат и времени — рассмотрим *плоскую волну*, предполагая, что колебания носят гармонический характер, а ось x совпадает с направлением распространения волны (рис.1). В данном случае волновые поверхности перпендикулярны оси x , а так как все точки волновой поверхности колеблются одинаково, то смещение ξ будет зависеть только от x и t , т. е. $\xi = \xi(x, t)$.

На рисунке рассмотрим некоторую частицу B среды, находящуюся от источника колебаний O на расстоянии x . Если колебания точек, лежащих в плоскости $x=0$, описываются функцией $\xi(0, t) = A \cos \omega t$, то частица B среды колеблется по тому же закону, но ее колебания будут отставать по времени от колебаний источника на τ , так как для прохождения волной расстояния x требуется время $\tau = x/v$, где v — скорость распространения волны. Тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости x , имеет вид

$$\xi(x, t) = A \cos \omega(t - x/v),$$

откуда следует, что $\xi(x, t)$ является не только периодической функцией времени, но и периодической функцией координаты x . Это уравнение есть **уравнение бегущей волны**. Если плоская волна распространяется в противоположном направлении, то

$$\xi(x, t) = A \cos \omega(t + x/v).$$

В общем случае **уравнение плоской волны**, распространяющейся вдоль положительного направления оси x в среде, *не поглощающей* энергию, имеет вид

$$\xi(x, t) = A \cos[\omega(t - x/v) + \phi_0],$$

где $A = \text{const}$ — амплитуда волны, ω — циклическая частота, ϕ_0 — начальная фаза волны, определяемая в общем случае выбором начал отсчета x и t , $[\omega(t - x/v) + \phi_0]$ — фаза плоской волны.

Для характеристики волн используется **волновое число**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Учитывая его, имеем $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi_0)$.

Уравнение волны, распространяющейся вдоль отрицательного направления оси x , отличается только знаком члена kx .

$$\omega(t - x/v) + \phi_0 = \text{const.}$$

Продифференцировав выражение $\omega(t - x/v) + \phi_0 = \text{const.}$ и сократив на ω , получим

$$dt - \frac{1}{v} dx = 0, \text{ откуда } \frac{dx}{dt} = v.$$

Скорость v распространения волны в этом уравнении есть *скорость перемещения фазы* волны, и ее называют **фазовой скоростью**.

Групповая скорость. Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, **линейна**, т. е. ее свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной, то к ним применим принцип суперпозиции (наложения) волн: при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвующие в каждом из слагающих волновых процессов.

Исходя из принципа суперпозиции и разложения Фурье любая волна может быть представлена в виде суммы гармонических волн, т. е. в виде волнового пакета, или группы волн. **Волновым пакетом** называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

За скорость распространения этой негармонической волны (волнового пакета) принимают скорость перемещения максимума амплитуды волны, рассматривая тем самым максимум в качестве центра волнового пакета. При условии, что $td\omega - xdk = \text{const}$, получим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} = u.$$

Скорость u есть **групповая скорость**. Ее можно определить как скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет.

Связь между групповой $u = \frac{d\omega}{dk}$ и фазовой $v = \omega/k$ скоростями, получим, учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v + k \left(\frac{dv}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dk} \right) = v + k \left[\frac{dv}{d\lambda} \cdot \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \right] = v + k \left(-\frac{\lambda^2}{2\pi} \right) \frac{dv}{d\lambda},$$

или

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

Из формулы вытекает, что u может быть как меньше, так и больше v в зависимости от знака $dv/d\lambda$. В недиспергирующей среде $dv/d\lambda = 0$ и групповая скорость совпадает с фазовой.

3. Звуковые волны

Звуковыми (или акустическими) волнами называются распространяющиеся в среде упругие волны, обладающие частотами в пределах 16—20 000 Гц. Волны указанных частот, воздействуя на слуховой аппарат человека, вызывают ощущение звука. Волны с $\nu < 16$ Гц (инфразвуковые) и $\nu > 20$ кГц (ультразвуковые) органами слуха человека не воспринимаются.

Звуковые волны в газах и жидкостях могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям сжатия (растяжения). В твердых телах звуковые волны могут быть как продольными, так и поперечными, так как твердые тела обладают упругостью по отношению к деформациям сжатия (растяжения) и сдвига.

Интенсивностью звука (или силой звука) называется величина, определяемая средней по времени энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$I = W/(St).$$

Единица интенсивности звука в СИ — **ватт на метр в квадрате** ($\text{Вт}/\text{м}^2$).

Чувствительность человеческого уха различна для разных частот. Для того чтобы вызвать звуковое ощущение, волна должна обладать некоторой минимальной интенсивностью, но если эта интенсивность превышает определенный предел, то звук не слышен и вызывает только болевое ощущение. Таким образом, для каждой частоты колебаний существуют наименьшая (**порог слышимости**) и наибольшая (**порог болевого ощущения**) интенсивности звука, которые способны вызвать звуковое восприятие.

Если интенсивность звука является величиной, объективно характеризующей волновой процесс, то субъективной характеристикой звука, связанной с его интенсивностью, является **громкость звука**, зависящая от частоты. Согласно физиологическому закону Вебера — Фехнера, с ростом интенсивности звука громкость возрастает по логарифмическому закону. На этом основании вводят объективную оценку громкости звука по измеренному значению его интенсивности:

$$L = \lg(I/I_0),$$

где I_0 — интенсивность звука на пороге слышимости, принимаемая для всех звуков равной 10^{-12} $\text{Вт}/\text{м}^2$. Величина L называется **уровнем интенсивности звука** и выражается в балах (в честь изобретателя телефона Белла). Обычно пользуются единицами, в 10 раз меньшими, — **декибелами** (дБ).

Физиологической характеристикой звука является **уровень громкости**, который выражается в **фонах** (фон). Громкость для звука в 1000 Гц (частота стандартного чистого тона) равна 1 фон, если его уровень интенсивности равен 1 дБ. Например, шум в вагоне метро при большой скорости соответствует ≈ 90 фон, а шепот на расстоянии 1м — ≈ 20 фон.

Реальный звук является наложением гармонических колебаний с большим набором частот, т. е. звук обладает **акустическим спектром**, который может быть **сплошным** (в некотором интервале присутствуют колебания всех частот) и **линейчатым** (присутствуют колебания отделенных друг от друга определенных частот).

Эффект Доплера в акустике

Эффектом Доплера* называется изменение частоты колебаний, воспринимаемой приемником, при движении источника этих колебаний и приемника друг относительно друга. Например, из опыта известно, что тон гудка поезда повышается по мере его приближения к платформе и понижается при удалении, т. е. движение источника колебаний (гудка) относительно приемника (уха) изменяет частоту принимаемых колебаний.

Для рассмотрения эффекта Доплера предположим, что источник и приемник звука движутся вдоль соединяющей их прямой; $v_{\text{ист}}$ и $v_{\text{пр}}$ — соответственно скорости движения источника и приемника, причем они положительны, если источник (приемник) приближается к приемнику (источнику), и отрицательны, если удаляется. Частота колебаний источника равна v_0 .

А. Источник и приемник покоятся относительно среды, т. е. $v_{\text{ист}} = v_{\text{пр}} = 0$. Если v — скорость распространения звуковой волны в рассматриваемой среде, то длина волны $\lambda = vT = v/v_0$. Распространяясь в среде, волна достигнет приемника и вызовет колебания его звукочувствительного элемента с частотой

$$v = v/\lambda = v/(vT) = v_0.$$

Следовательно, частота v звука, которую зарегистрирует приемник, равна частоте v_0 , с которой звуковая волна излучается источником.

Б. Приемник приближается к источнику, а источник покойится, т. е. $v_{\text{пр}} > 0$, $v_{\text{ист}} = 0$. В данном случае скорость распространения волны относительно приемника станет равной $v + v_{\text{пр}}$. Так как длина волны при этом не меняется, то

$$v = \frac{v + v_{\text{пр}}}{\lambda} = \frac{v + v_{\text{пр}}}{vT} = \frac{(v + v_{\text{пр}})v_0}{v},$$

т. е. частота колебаний, воспринимаемых приемником, в $(v + v_{\text{пр}})/v$ раз больше частоты колебаний источника.

В. Источник приближается к приемнику, а приемник покойится, т. е. $v_{\text{ист}} > 0$, $v_{\text{пр}} = 0$.

Скорость распространения колебаний зависит лишь от свойств среды, поэтому за время, равное периоду колебаний источника, излученная им волна пройдет в направлении к приемнику расстояние vT (равное длине волны λ) независимо от того, движется ли источник или покойится. За это же время источник пройдет в направлении волны расстояние $v_{\text{ист}}T$ (рис. 224), т. е. длина волны в направлении движения сократится и станет равной $\lambda' = \lambda - v_{\text{ист}}T = (v - v_{\text{ист}})T$, тогда

$$v = v/\lambda' = \frac{v}{(v - v_{\text{ист}})T} = \frac{v v_0}{v - v_{\text{ист}}},$$

т. е. частота v колебаний, воспринимаемых приемником, увеличится в $v/(v - v_{\text{ист}})$ раз. В случаях 2 и 3, если $v_{\text{ист}} < 0$ и $v_{\text{пр}} < 0$, знак будет обратным.

Г. Источник и приемник движутся относительно друг друга. Используя результаты, полученные для случаев 2 и 3, можно записать выражение для частоты колебаний, воспринимаемых приемником:

$$v = \frac{(v \pm v_{\text{пр}})v_0}{v \mp v_{\text{ист}}},$$

причем верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак — в случае их взаимного удаления.

Из приведенных формул следует, что эффект Доплера различен в зависимости от того, движется ли источник или приемник. Если направления скоростей $v_{\text{пр}}$ и $v_{\text{ист}}$ не совпадают с проходящей через источник и приемник прямой, то вместо этих скоростей в формуле надо брать их проекции на направление этой прямой.

Ультразвук. По своей природе ультразвук представляет собой упругие волны, и в этом он не отличается от звука. Однако ультразвук, обладая высокими частотами ($v > 20$ кГц) и, следовательно, малыми длинами волн, характеризуется особыми свойствами, что позволяет выделить его в отдельный класс явлений. Из-за малых длин волн ультразвуковые волны, как и свет, могут быть получены в виде строго направленных пучков.

1.8 Лекция № 8 (2 часа)

Тема: «Элементы механики жидкостей и газов»

1.8.1. Вопросы лекции:

1. Общие свойства жидкостей и газов. Основные законы гидростатики.
2. Уравнение неразрывности струи и Бернулли.
3. Вязкость жидкостей и газов. Формула Ньютона.
4. Движение тел в жидкостях и газах.

1.8.2. Краткое содержание вопросов

1. Общие свойства жидкостей и газов. Основные законы гидростатики.

Молекулы газа, совершая беспорядочное, хаотическое движение, не связаны или весьма слабо связаны силами взаимодействия, поэтому они движутся свободно и в результате соударений стремятся разлететься во все стороны, заполняя весь предоставленный им объем, т. е. объем газа определяется объемом того сосуда, который газ занимает. Жидкость же, имея определенный объем, принимает форму того сосуда, в который она заключена. Но в жидкостях в отличие от газов среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным, поэтому жидкость обладает практически неизменным объемом.

Давление при равновесии жидкостей (газов) подчиняется **закону Паскаля***: давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью.

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна вдали от стенок сосуда. Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Тогда при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес $P=\rho g Sh$, а давление на нижнее основание

$$p = P/S = \rho g Sh/S = \rho gh,$$

т. е. давление изменяется линейно с высотой. Давление ρgh называется **гидростатическим давлением**.

Сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая **законом Архимеда**: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_A = \rho g V,$$

где ρ — плотность жидкости, V — объем погруженного в жидкость тела.

2. Уравнение неразрывности струи и Бернулли.

Движение жидкостей называется **течением**, а совокупность частиц движущейся жидкости — **потоком**. Графически движение жидкостей изображается с помощью **линий тока**, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства (рис 1). Линии тока проводятся так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где большее скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Таким образом, по картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных

точках пространства, т. е. можно определить состояние движения жидкости.

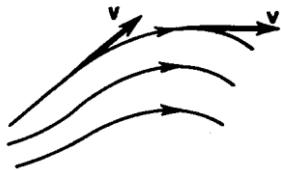


Рис. 1

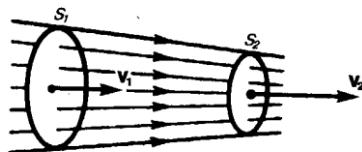


Рис. 2

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют **трубкой тока**. Течение жидкости называется **установившимся** (или **стационарным**), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const.}$$

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубы тока есть величина постоянная для данной трубы тока. Соотношение называется **уравнением неразрывности** для несжимаемой жидкости.

Уравнение Бернулли и следствия из него

Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости (*физическая абстракция*, т. е. воображаемая жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения) трубку тока, ограниченную сечениями S_1 и S_2 , по которой слева направо течет жидкость (рис. 47). Пусть в месте сечения S_1 скорость течения v_1 , давление p_1 и высота, на которой это сечение расположено, h_1 . Аналогично, в месте сечения S_2 скорость течения v_2 , давление p_2 и высота сечения h_2 . За малый промежуток времени Δt жидкость перемещается от сечения S_1 к сечению S'_1 , от S_2 к S'_2 .

Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеальной несжимаемой жидкости должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости: $E_2 - E_1 = A$,

где E_1 и E_2 — полные энергии жидкости массой m в местах сечений S_1 и S_2 соответственно. С другой стороны, A — это работа, совершаемая при перемещении всей жидкости, заключенной между сечениями S_1 и S_2 , за рассматриваемый малый промежуток времени Δt . Для перенесения массы m от S_1 до S'_1 жидкость должна переместиться на расстояние $l_1 = v_1 \Delta t$ и от S_2 до S'_2 — на расстояние $l_2 = v_2 \Delta t$. Отметим, что l_1 и l_2 настолько малы, что всем точкам объемов, закрашенных на рис. 3, приписывают постоянные значения скорости v , давления p и высоты h . Следовательно,

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2,$$

где $F_1 = p_1 S_1$ и $F_2 = -p_2 S_2$ (отрицательна, так как направлена в сторону, противоположную течению жидкости; рис. 3).

Полные энергии E_1 и E_2 будут складываться из кинетической и потенциальной энергий массы m жидкости:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \quad E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2.$$

Подставляя и приравнивая и, получим

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 v_2 \Delta t.$$

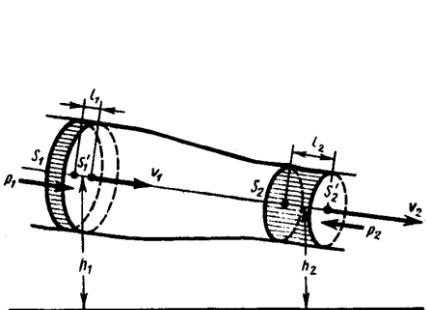


Рис. 3

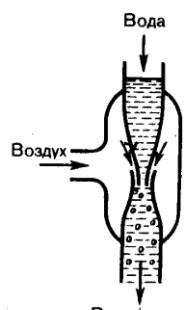


Рис. 4

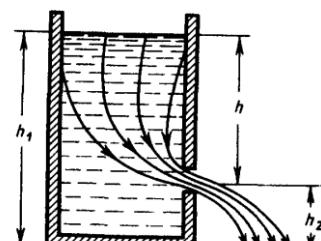


Рис. 5

Согласно уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости, объем, занимаемый жидкостью, остается постоянным, т. е. $\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$.

Разделив выражение на ΔV , получим

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2,$$

где ρ — плотность жидкости. Но так как сечения выбирались произвольно, то можем

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const.}$$

Выражение выведено швейцарским физиком Д. Бернулли (опубликовано в 1738 г.) и называется **уравнением Бернулли**. Как видно из его вывода, уравнение Бернулли — выражение закона сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости. Оно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико.

Величина p в формуле называется **статическим давлением** (давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела), величина $\rho v^2/2$ — **динамическим давлением**. Величина $\rho g h$ представляет собой **гидростатическое давление**.

Для горизонтальной трубы тока ($h_1 = h_2$) выражение принимает вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const.}$$

где $p + \rho v^2/2$ называется **полным давлением**.

Из уравнения Бернулли для горизонтальной трубы тока и уравнения неразрывности следует, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах, т. е. там, где скорость меньше.

Формула Торричелли. Уравнение Бернулли используется для нахождения скорости истечения жидкости через отверстие в стенке или дне сосуда. Рассмотрим цилиндрический сосуд с жидкостью, в боковой стенке которого на некоторой глубине ниже уровня жидкости имеется маленькое отверстие (рис.5).

Рассмотрим два сечения (на уровне h_1 свободной поверхности жидкости в сосуде и на уровне h_2 выхода ее из отверстия) и напишем уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2.$$

Так как давления p_1 и p_2 в жидкости на уровнях первого и второго сечений равны атмосферному, т. е. $p_1 = p_2$, то уравнение будет иметь вид

$$\frac{v_1^2}{2} + g h_1 = \frac{v_2^2}{2} + g h_2$$

Из уравнения неразрывности следует, что $v_2/v_1 = S_1/S_2$, где S_1 и S_2 — площади поперечных сечений сосуда и отверстия. Если $S_1 \gg S_2$, то членом $v_1^2/2$ можно пренебречь и

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh,$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Это выражение получило название формулы Торричелли.

3. Вязкость жидкостей и газов. Формула Ньютона.

Вязкость (внутреннее трение) — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Сила внутреннего трения F тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя S (рис. 6), и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою. На рисунке представлены два слоя, отстоящие друг от друга на расстоянии Δx и движущиеся со скоростями v_1 и v_2 . При этом $v_1 - v_2 = \Delta v$. Направление, в котором отсчитывается расстояние между слоями, *перпендикулярно* скорости течения слоев. Величина $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении x , *перпендикулярном* направлению движения слоев, и называется **градиентом скорости**. Модуль силы внутреннего трения

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S,$$

где коэффициент пропорциональности η , зависящий от природы жидкости, называется **динамической вязкостью** (или просто **вязкостью**).

Единица вязкости — паскаль-секунда (Па·с): 1 Па·с равен динамической вязкости среды, в которой при ламинарном течении и градиенте скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, возникает сила внутреннего трения 1 Н на 1 м² поверхности касания слоев (1 Па·с = 1 Н·с/м²).

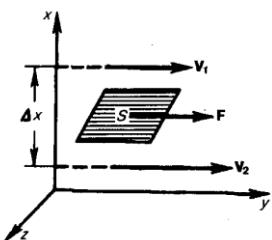


Рис. 6

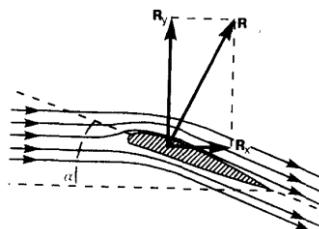


Рис. 7

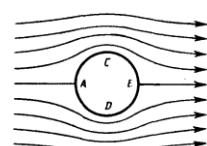
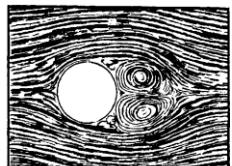


Рис. 8



Существует два режима течения жидкостей. Течение называется **ламинарным (слоистым)**, если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и **турбулентным (вихревым)**, если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы,

затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

Характер течения зависит от безразмерной величины, называемой **числом Рейнольдса**

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu},$$

где $\nu = \eta/\rho$ —**кинематическая вязкость**; ρ —плотность жидкости; $\langle v \rangle$ —средняя по сечению трубы скорость жидкости; d —характерный линейный размер, например диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса ($Re \leq 1000$) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области $1000 \leq Re \leq 2000$, а при $Re = 2300$ (для гладких труб) течение—турбулентное. Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей (газов) в трубах разных сечений одинаков.

4. Движение тел в жидкостях и газах

На тело, движущееся в жидкости или газе, действуют две силы (равнодействующую их обозначим R), одна из которых (R_x) направлена в сторону, противоположную движению тела (в сторону потока), — **лобовое сопротивление**, а вторая (R_y) перпендикулярна этому направлению — **подъемная сила** (рис. 7).

Если тело симметрично и его ось симметрии совпадает с направлением скорости, то на него действует только лобовое сопротивление, подъемная же сила в этом случае равна нулю. Можно доказать, что в *идеальной жидкости* равномерное движение происходит без лобового сопротивления.

Иначе обстоит дело при движении тел в вязкой жидкости (особенно при увеличении скорости обтекания). Вследствие вязкости среды в области, прилегающей к поверхности тела, образуется пограничный слой частиц, движущихся с меньшими скоростями. В результате тормозящего действия этого слоя возникает вращение частиц и движение жидкости в пограничном слое становится вихревым. Если тело не имеет обтекаемой формы (нет плавно утончающейся хвостовой части), то пограничный слой жидкости отрывается от поверхности тела. За телом возникает течение жидкости (газа), направленное противоположно набегающему потоку. Оторвавшийся пограничный слой, следуя за этим течением, образует вихри, вращающиеся в противоположные стороны (рис. 8). Лобовое сопротивление зависит от формы тела и его положения относительно потока, что учитывается безразмерным коэффициентом сопротивления C_x , определяемым экспериментально:

$$R_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S,$$

где ρ — плотность среды; v — скорость движения тела; S — наибольшее поперечное сечение тела.

Составляющую R_x можно значительно уменьшить, подбрав тело такой формы, которая не способствует образованию завихрения. Подъемная сила может быть определена формулой:

$$R_y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S,$$

где C_y — безразмерный коэффициент подъемной силы.

Для крыла самолета требуется большая подъемная сила при малом лобовом сопротивлении (это условие выполняется при малых **углах атаки** α (угол к потоку); Крыло тем лучше удовлетворяет этому условию, чем больше величина $K = C_y/C_x$ называемая **качеством крыла**.

1.9 Лекция № 9 (2 часа)

Тема: «Элементы специальной теории относительности»

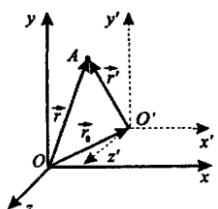
1.9.1. Вопросы лекции:

1. Постулаты Эйнштейна.
2. Релятивистские эффекты.
3. Основной закон релятивистской динамики.
4. Закон взаимосвязи массы и энергии.

1.9.2. Краткое содержание вопросов

1. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца.

В классической механике, при скоростях тел значительно меньших, чем скорость света ($v \ll c$), справедлив механический принцип относительности (принцип относительности Галилея): **законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.**



Рассмотрим две системы отсчета: инерциальную систему K (с координатами x, y, z), которую будем считать неподвижной, и систему K' (с координатами x', y', z'), движущуюся относительно K равномерно и прямолинейно с постоянной скоростью $\vec{u} = \text{const}$.

В начальный момент времени начала координат O и O' этих систем совпадают. В произвольный момент времени t : $\vec{r}_0 = \vec{u}t$.

Для произвольной точки A : $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u}t$. Или в проекциях на оси координат:

$$x = x' + u_x t, \quad y = y' + u_y t, \quad z = z' + u_z t.$$

Эти соотношения называются **преобразованиями координат Галилея**. Продифференцировав их по времени получим правило сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

В классической механике предполагается, что ход времени не зависит от относительного движения систем отсчета, поэтому к преобразованиям Галилея можно добавить еще одно соотношение: $t = t'$

Ускорение в системах отсчета, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, одинаково: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'$. Это и служит доказательством принципа относительности Галилея.

Постулаты Эйнштейна

1) **Принцип относительности**: никакие опыты, проведенные внутри данной инерциальной системы отсчета, не дают возможность обнаружить, покоятся ли эта система или движется равномерно и прямолинейно; все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной системы отсчета к другой.

2) **Принцип инвариантности скорости света**: скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Преобразования Лоренца.

Пусть система O' движется относительно системы O со скоростью $v = \text{const}$, причем $v \approx c$ (c — скорость света (скорость распространения электромагнитных взаимодействий) в вакууме). Обозначим отношение скоростей v и c через $\beta = v/c$. Пусть вектор скорости \vec{v} направлен вдоль оси Ox . Тогда релятивистские преобразования координат и времени будут иметь вид:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

Эти соотношения — **преобразования Лоренца** — при $v \ll c$ переходят в преобразования Галилея.

$$y = y', \quad z = z'$$

Они устанавливают взаимосвязь пространства и времени — в закон преобразования координат входит время, а в закон преобразования времени — пространственные координаты.

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

2. Релятивистские эффекты.

Следствием преобразования Лоренца является тот факт, что если два события в системе O происходят одновременно но в разных точках $\mathbf{t} = t_2, x_1 \neq x_2$, то в системе O' эти события, оставаясь пространственно разобщенными, оказываются и неодновременными.

Пусть в некоторой точке x в системе O происходит событие длительностью $\tau = t_2 - t_1$, то в системе O' длительность этого же события

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t_1 - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} > \tau$$

Т.о. длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна. Следовательно, часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее покоящихся часов.

Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси x' и покоящийся относительно системы O' . Его длина в системе O' будет $l'_0 = x'_2 - x'_1$. Чтобы определить длину $l = x_2 - x_1$ этого стержня в системе O , относительно которой он движется со скоростью v , измерим координаты его концов x_1 и x_2 в один и тот же момент времени t .

$$l'_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} > l$$

Размер тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшается в направлении движения. Причем **лоренцево сокращение длины** тем больше, чем больше скорость движения. Поперечные размеры тел не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.

Релятивистский закон сложения скоростей

Если материальная точка движется в системе O' вдоль оси x' со скоростью v' , а сама система O' движется со скоростью u относительно системы O , то **релятивистский закон сложения скоростей**:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \frac{uv'}{c^2}}$$

В качестве величины, **инвариантной** по отношению к преобразованию координат в четырехмерном пространстве Эйнштейна (**не зависящей от выбора системы отсчета**) вводится **интервал между событиями**:

$$s_{12} = \sqrt{c^2 \mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1 \mathbf{t}_2 - \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 - \mathbf{z}_2 - \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2},$$

$\sqrt{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2} = l_{12}$ — расстояние между точками обычного трехмерного пространства. Обозначив $t_{12} = t_2 - t_1$, получим

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2}$$

3. Основной закон релятивистской динамики.

Релятивистская масса m движущихся релятивистских частиц (тел) зависит от их скорости.

$$\beta = \frac{v}{c}$$

m_0 — **масса покоя** частицы, т.е. масса, измеренная в той инерциальной системе отсчета, в которой частица находится в покое. $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

Релятивистский импульс \vec{p} . Релятивистский импульс системы сохраняется. Закон сохранения релятивистского импульса — следствие однородности пространства.

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Законы классической динамики получаются из законов релятивистской динамики в предельном случае $v \ll c$ (или $c \rightarrow \infty$). Т.о. классическая механика — это механика макротел, движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме).

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right)$$

Полная энергия тела массы m : $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

4. Закон взаимосвязи массы и энергии

Соотношение $E = mc^2$ носит универсальный характер, оно применимо ко всем формам энергии, т.е. можно утверждать, что с энергией, какой бы формы она не была, связана масса $m = E/c^2$ и, наоборот, со всякой массой связана энергия. Покоящееся тело обладает энергией: $E_0 = m_0 c^2$ называемой энергией покоя.

Полная энергия замкнутой системы сохраняется. — Закон сохранения энергии — следствие однородности времени.

Кинетическая энергия: $K = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$

Релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом тела:

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0 c^4 + p^2 c^2$$

Величина $E^2 - p^2 c^2 = E_0^2$ является инвариантом системы.

В случае, когда масса покоя частицы равна нулю, то $E^2 - p^2 c^2 = 0$. Следовательно, такая частица может обладать отличными от нуля энергией и импульсом только в том случае, когда она движется со скоростью света. К таким частицам относятся фотоны.

1.10 Лекция № 10 (2 часа)

Тема: «Элементы молекулярно-кинетической теории газов»

1.10.1. Вопросы лекции:

1. Основные положения и уравнение молекулярно-кинетической теории.
2. Закон Максвелла.
3. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.
4. Явления переноса.

1.10.2. Краткое содержание вопросов

1. Основные положения и уравнение молекулярно-кинетической теории.

Молекулярная физика и термодинамика - разделы физики, в которых изучаются зависимости свойств тел от их строения, взаимодействия между частицами, из которых состоят тела, и характера движения частиц.

Для исследования физических свойств макроскопических систем, связанных с огромным числом содержащихся в них атомов и молекул, применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: статистический (или молекулярно-кинетический) и термодинамический

Статистический метод - это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий статистическими закономерностями и средними (усредненными) значениями физических величин, характеризующих всю систему.

Этот метод лежит в основе **молекулярной физики** - раздела физики, изучающего строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что **все тела состоят из атомов, молекул или ионов находящихся в непрерывном хаотическом движении**.

В дальнейшем мы будем использовать термин **"молекула"** имея ввиду мельчайшую структурную единицу (элемент) данного вещества.

Термодинамический метод - это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий величинами, характеризующими **систему в целом** (например, давление, объем, температура) при различных превращениях энергии, происходящих в системе, не учитывая при этом внутреннего строения изучаемых тел и характера движения отдельных частиц.

Этот метод лежит в основе **термодинамики** - раздела физики, изучающего общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

Термодинамическая система

Термодинамика имеет дело с термодинамической системой – совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой).

Термодинамические системы, не обменивающиеся с внешней средой ни энергией, ни веществом, называются **замкнутыми**.

Основа термодинамического метода определение **состояния** термодинамической системы.

Состояние системы задается **термодинамическими параметрами (параметрами состояния)** - совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают **температуру, давление и объем**.

Параметры состояния системы могут изменяться. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется **термодинамическим процессом**. Если для

данной системы *внешние условия не изменяются и состояние системы с течением времени не меняется*, то эта система находится в **термодинамическом равновесии**.

Температура. - одно из основных понятий, играющих важнейшую роль в физике в целом.

Температура - физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы и определяющая направление теплообмена между телами.

В настоящее время используют две температурные шкалы.

Международная практическая шкала (шкала Цельсия) градуированная в градусах Цельсия (${}^0\text{C}$) по двум **реперным точкам** – температурам замерзания и кипения воды при давлении $1,013 \cdot 10^5$ Па, которые принимаются соответственно 0^0C и 100^0C .

Термодинамическая температурная шкала (шкала Кельвина), градуированная в градусах Кельвина (К) определяется по одной реперной точке - **тройной точке воды** - температуре, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии. Температура этой точки по данной шкале равна 273,16 К. Температура $T = 0\text{ K}$ называется **нулем Кельвина**.

Термодинамическая температура (T) и температура (t) по Международной практической шкале связаны соотношением $T = 273,15 + t$

Нормальные условия: $T_0 = 273,15\text{ K} = 0^0\text{C}$, $p_0 = 101325\text{ Pa}$.

Идеальный газ

Физическая модель, согласно которой:

- 1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
- 2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;
- 3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Исходя из этого идеальный газ можно рассматривать как совокупность беспорядочно движущихся молекул-шариков, имеющих пренебрежимо малый собственный объем и не взаимодействующих друг с другом на расстоянии.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

Давление, оказываемое газом на стенку сосуда: $p = \frac{1}{3} n m_0 v^2$.

Если газ в объеме V содержит N молекул, движущихся со скоростями v_1, v_2, \dots, v_N , то целесообразно рассматривать **среднюю квадратичную скорость**, которая определяется как

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2 = \frac{1}{N} \int_0^{V_{\text{max}}} v^2 dN_v$$

и характеризует всю совокупность молекул газа.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$$

Другие варианты записи этого уравнения с учетом соотношений $n = N/V$ и $m = Nm_0$

Здесь E - суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа, V_μ - молярный объем, μ - молярная масса.

Используя уравнение Клапейрона-Менделеева, получим

$$RT = \frac{1}{3} \mu (v_{\text{кв}})^2, \text{ откуда}$$

$$\begin{aligned} pV &= \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 \\ pV &= \frac{1}{3} N 2 \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E \\ pV &= \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 \\ pV_\mu &= \frac{1}{3} \mu \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 \end{aligned}$$

Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

где использовано $\mu = m_o N_A$ и $k = R/N_A$.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 (v_{\text{кв}})^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

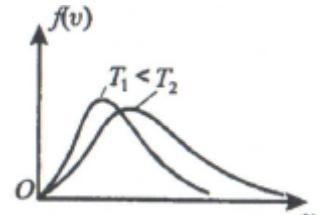
Отсюда следует, что $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$ при $T = 0 \text{ K}$ - прекращается движение молекул газа.

Молекулярно-кинетическое толкование температуры: термодинамическая температура - есть мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа.

2. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям.

В газе, находящемся в состоянии равновесия при данной температуре, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям. Это распределение описывается функцией $f(v)$, называемой **функцией распределения молекул по скоростям**, которая определяет относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, т.е.

$$\frac{dN(v)}{N} f(v) dv$$



Закон Максвелла:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right)$$

Эта функция удовлетворяет условию нормировки: $\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$

Наиболее вероятная скорость молекул идеального газа.

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется **наиболее вероятной скоростью** v_e .

$$\text{Приравняв } \frac{df(v)}{dv} \text{ к нулю, получаем: } v_e = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

С повышением температуры v_e растет.

Средняя скорость молекулы газа (средняя арифметическая скорость)

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v dN(v) = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$$

3. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

В однородном поле тяготения Земли тепловое движение молекул приводит к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает. Давление на высоте h газа с молярной массой μ относительно уровня моря, где давление p_0 считается нормальным, равно

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT} \right)$$

Распределение Больцмана

Используя соотношения $p = nkT$, $\mu = m_o N_A$, $R = kN_A$ получаем:

$$\left| \begin{array}{l} n = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT} \right) \\ n = n_0 \exp\left(-\frac{W}{kT} \right) \\ \frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT} \right) \end{array} \right.$$

Так как $m_0gh = W$ - потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, следовательно:

Такое распределение называют **распределением Больцмана** (распределение частиц по значениям потенциальной энергии) для внешнего **потенциального** поля.

Из него следует, что при постоянной температуре *плотность газа больше там, где меньшая потенциальная энергия его молекул*. Если частицы имеют одинаковую массу и находятся в состоянии хаотического теплового движения, то *распределение Больцмана справедливо* в любом внешнем потенциальном поле, а не только в поле сил тяжести.

4. Явления переноса: диффузия, вязкость, теплопроводность.

Путь, который в среднем проходят молекулы между двумя последовательными столкновениями называется **средней длиной свободного пробега молекул**.

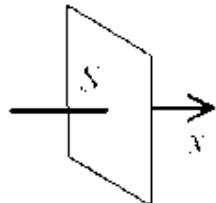
Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется **эффективным диаметром молекулы** d .

Так как за 1с молекула проходит путь, равный средней арифметической скорости $\langle v \rangle$, и если $\langle z \rangle$ - **среднее число столкновений**, испытываемых одной молекулой газа за 1с, то средняя длина свободного пробега

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} \quad \text{Можно показать, что: } \langle z \rangle = \sqrt{2\pi} d^2 n \langle v \rangle, \text{ откуда: } \langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d^2 n}$$

3.4 Явления переноса

Явлениями переноса называются необратимые процессы в термодинамически неравновесных системах, в которых происходит пространственный перенос энергии (теплопроводность), массы (диффузия), импульса (внутреннее трение).



Для простоты ограничимся одномерными случаями, выбрав ось x так, чтобы она была направлена в направлении переноса. Будем рассматривать потоки энергии, вещества и импульса упорядоченного движения частиц через единичную площадку ($S = 1$), перпендикулярную оси x , для идеального газа плотностью p , у которого

$\langle v \rangle$ - средняя скорость теплового движения молекул,

$\langle l \rangle$ - средняя длина свободного пробега.

Теплопроводность

Если в одной области газа средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то с течением времени вследствие постоянных столкновений молекул происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул - выравнивание температур.

Перенос энергии (в форме теплоты) описывается законом Фурье:

Здесь j_E - **плотность теплового потока** - тепловая энергия, переносимая в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси x , λ - **коэффициент теплопроводности**,

dT/dx - градиент температуры - скорость изменения

температуры на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке,

c_v - **удельная теплоемкость газа** при постоянном объеме (количество теплоты, необходимое для нагревания 1кг газа на 1К).

Диффузия

Явление диффузии заключается в том, что происходит самопроизвольное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел; диффузия сводится к обмену частицами (перенос масс) между этими телами, возникает и продолжается, пока существует градиент плотности.

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

Перенос массы (диффузия) для химически однородного газа подчиняется **закону Фика**:

Здесь j_m - **плотность потока массы** – масса вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси x ,

D - коэффициент диффузии,

$d\rho/dx$ - градиент плотности, равный скорости изменения

плотности на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке.

Внутреннее трение (вязкость)

Вследствие хаотического теплового движения молекул происходит обмен молекулами между слоями газа движущимися с различными скоростями, в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее - увеличивается (происходит **перенос импульса** от одного слоя к другому). Это приводит к **торможению** слоя, движущегося быстрее, и **ускорению** слоя, движущегося медленнее.

Внутреннее трение описывается **законом Ньютона**:

Здесь j_p - **плотность потока импульса** - полный импульс, *переносимый в единицу времени в положительном направлении оси x через единичную площадку, перпендикулярную оси x* ,

η - **динамическая вязкость**,

dv/dx - градиент скорости, показывающий быстроту изменения скорости в направлении x , перпендикулярном направлению движения слоев газа.

Внешнее сходство математических выражений, описывающих явления переноса, **обусловлено общностью** лежащего в основе явлений теплопроводности, диффузии и внутреннего трения **молекулярного механизма** перемешивания молекул в процессе их хаотического движения.

Формулы для коэффициентов λ , D и η связывают коэффициенты переноса и характеристики теплового движения молекул. Зависимости между λ , D и η : $\eta = \rho D$

$$\frac{\lambda}{\eta c_v} = 1$$

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}$$

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$$

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

1.11 Лекция № 11 (2 часа)

Тема: «Первое начало термодинамики»

1.11.1. Вопросы лекции:

1. Экспериментальные газовые законы. Уравнение Клапейрона – Менделеева.
2. Работа при изменении объема газа. Внутренняя энергия идеального газа.
3. Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.

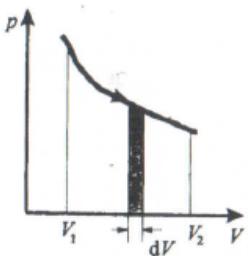
1.11.2. Краткое содержание вопросов.

1 Экспериментальные газовые законы. Уравнение Клапейрона-Менделеева.

Равновесные процессы - это процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. **Все реальные процессы неравновесны**,

но в ряде случаев (достаточно медленные процессы) неравновесностью реальных процессов можно пренебречь.

Равновесные процессы можно изображать **графически** в координатах (p, V) . Так работа $\delta A = pdV$ определяется площадью заштрихованной полоски, а полная работа - площадью под кривой между V_1 и V_2 .



Законы, описывающие поведение идеальных газов: законы Бойля-Мариотта, Авогадро, Дальтона, Гей-Люссака. и Шарля.

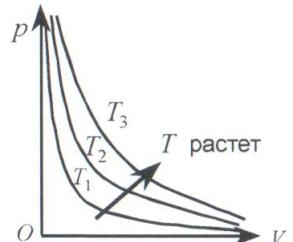
Закон Бойля-Мариотта.

Для данной массы газа m при постоянной температуре T произведение давления p на объем V есть величина постоянная:

$$pV = \text{const} \text{ при } T = \text{const} \text{ и } m = \text{const}$$

Кривая, изображающая зависимость между p и V , характеризующая свойства вещества при постоянной температуре, называется **изотермой**.

Изотермы - гиперболы, расположенные на графике тем выше, чем выше температура происходящего процесса.



Закон Авогадро.

Количество вещества v - физическая величина, определяемая числом специфических структурных элементов - молекул, атомов или ионов, из которых состоит вещество.

Единица количества вещества - моль - количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C .

В одном моле различных веществ содержится одно и то же число молекул N_A , называемое числом **Авогадро**. $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$

Закон Авогадро: моли любых газов при одинаковой температуре и давлении занимают одинаковые объемы.

При нормальных условиях ($T=T_0$, $p=p_0$) этот объем V_μ (**молярный объем**) равен: $V_\mu = 22,41 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$

Молярная масса $\mu = \frac{m}{v}$ это масса одного моля вещества. Отсюда: $v = \frac{m}{\mu}$

Закон Дальтона. **Парциальное давление** - давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

Закон Дальтона: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений p_1, p_2, \dots, p_n входящих в нее газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n \text{ или } p = \sum_n p_n$$

Закон Гей-Люссака.

Давление p данной массы m газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой t :

$$p = p_0 \left(1 + \alpha t \right), \text{ при } V=\text{const}, m=\text{const}.$$

Закон Шарля. Объем V данной массы m газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой t : $V = V_0 + \alpha t$, при $p=const$; $m=const$.

где $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$, V_0 и p_0 – объем и давление при $t = 0^\circ\text{C}$.

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется **изобарным**. На диаграмме в координатах (V, t) этот процесс изображается прямой, называемой **изобарой**.

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется **изохорным**. На диаграмме в координатах (p, t) он изображается прямой, называемой **изохорой**.

Изобары и изохоры пересекают ось температуры в точке $t = -1/\alpha = -273^\circ\text{C}$. Если начало отсчета сместить в эту точку, то получим шкалу Кельвина (термодинамическую температуру): $T = t + 1/\alpha$.

В термодинамической шкале температур:

$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0\alpha T$, $p = p_0(1 + \alpha t) = p_0\alpha T$ Откуда:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } \frac{V}{T} = const, \text{ при } p = const; m = const$$

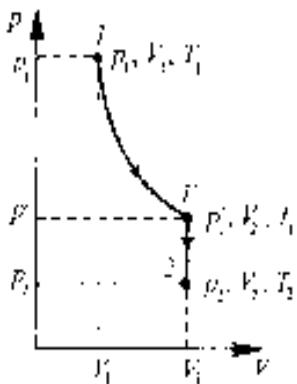
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ или } \frac{P}{T} = const \text{ при } V = const; m = const \text{ (з-н Шарля)}$$

где индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изобаре или изохоре.

Уравнением состояния термодинамической системы называется уравнение, которое связывает давление p , объем V и температуру T термодинамической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия:

$$f(p, V, T) = 0$$

где каждая из переменных является функцией двух других.



Пусть некоторая масса газа занимает объем V_1 , имеет давление p_1 и находится при температуре T_1 . Эта же масса газа в другом произвольном состоянии характеризуется параметрами p_2, V_2, T_2 . **Переход из состояния 1 в состояние 2** осуществляется последовательно **изотермическим** (1-1') и **изохорным** (1'-2) процессами. По законам Бойля-Мариотта и Гей-Люссака.

$$p_1 V_1 = p'_1 V_2, \quad \frac{p'_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Исключая p'_1 , получим **уравнение состояния идеального газа**:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{или} \quad \frac{pV}{T} = const$$

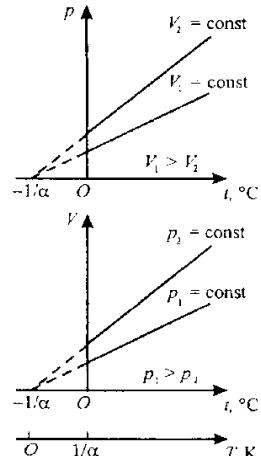
По закону Авогадро, при одинаковых p и T моли всех газов занимают одинаковый молярный объем V_μ .

Уравнение состояния для моля идеального газа имеет вид: $pV_\mu = RT$,

где константа $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ – называется **универсальной газовой постоянной**.

Объем газа массы $m: V = \nu V_\mu = \frac{m}{\mu} V_\mu$. Отсюда $pV = \frac{m}{\mu} pV_\mu = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT$

Уравнение Менделеева-Клапейрона – **уравнение состояния для массы m идеального газа**:



$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Если использовать **постоянную Больцмана**: $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, то

уравнение состояния примет вид:

$$p = \frac{RT}{V_\mu} = \frac{kN_A T}{V_\mu} = nkT$$

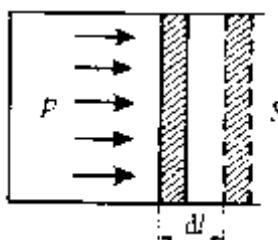
где $n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{V_\mu}$ - **концентрация молекул** – число молекул в единицу объема.

- Таким образом: 1) **давление** идеального газа при данной температуре **прямо пропорционально концентрации** его молекул,
 2) при одинаковых температуре и давлении все газы содержат **в единице объема одинаковое число молекул**.

Число молекул, содержащихся в 1 м³ газа при нормальных условиях, называется **числом Лошмидта**:

$$N_L = \frac{P_0}{kT_0} = 2,68 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}$$

2. Работа при изменении объема газа. Внутренняя энергия идеального газа.



Если находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде, газ, расширяясь, передвигает поршень на расстояние dl , то производит над ним **работу** $\delta A = Fdl = pSdl = pdV$, где S - площадь поршня.

Полная работа A , совершаемая газом при изменении его объема от V_1 до V_2 :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

Внутренняя энергия U - это энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

К внутренней энергии **не относятся** кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия - однозначная функция термодинамического состояния системы - в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией.

Поэтому, **внутренняя энергия не зависит** от того, **каким образом** система пришла в данное состояние.

При переходе системы из одного состояния в другое **изменение внутренней энергии** определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и **не зависит от пути перехода**.

Число степеней свободы

Число степеней свободы - это число независимых переменных, полностью определяющих положение системы в пространстве.

Число степеней свободы для идеального газа жестких молекул.

Число степеней свободы	Одноатомный газ	Двухатомный газ	Многоатомный газ

Поступательных	3	3	3
Вращательных	-	2	3
Всего	3	5	6

В **реальных** молекулах нет жесткой связи между атомами в молекуле, поэтому необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения атомов внутри молекулы.

Независимо от общего числа степеней свободы молекулы, **три степени свободы всегда поступательные**. На каждую из них приходится треть **кинетической энергии**

$$\text{поступательного движения молекулы } \langle \varepsilon_0 \rangle: \quad \langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{\frac{3}{2} kT}{3} = \frac{1}{2} kT$$

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы (закон равнораспределения)

Для системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы - в среднем энергия, равная kT .

Энергия колебательных степеней свободы вдвое больше, поскольку колебательная система обладает равными по величине средними значениями как кинетической, так и потенциальной энергии. Таким образом, **средняя энергия молекулы**: $\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$

где i - сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы: $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2 \cdot i_{\text{колеб.}}$. В классической теории рассматривают молекулы с **жесткой** связью между атомами; для них i совпадает с числом степеней свободы молекулы.

В идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют и их потенциальная энергия равна нулю. Поэтому внутренняя энергия **одного моля** идеального газа U_m и **произвольной массы m газа** U будут соответственно:

$$U_m = \frac{i}{2} RT \quad \text{и} \quad U = \frac{i}{2} \nu R T$$

3. Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.

Первое начало термодинамики - это закон сохранения и превращения энергии в термодинамических процессах.

Изменить внутреннюю энергию системы можно двумя способами: *совершая над системой работу* (например, сжимая газ в цилиндре с помощью поршня) или *сообщая системе теплоту* (например, нагревая газ в герметичном сосуде).

Рассмотрим замкнутую, макроскопически неподвижную систему, не находящуюся во внешних силовых полях и проанализируем с энергетической точки зрения **равновесный процесс перехода** системы из какого-либо начального состояния 1 в другое состояние 2,

Изменение внутренней энергии системы $\Delta U = U_2 - U_1$ в таком процессе равно разности между количеством теплоты Q , полученным системой, и работой A , совершенной системой против внешних сил

$$\Delta U = Q - A \quad \text{или} \quad Q = \Delta U + A$$

Первое начало термодинамики: *теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил.*

В дифференциальной форме: $dQ = dU + dA$,

где dU (полный дифференциал) - бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, dA - элементарная работа, dQ - бесконечно малое количество теплоты. dA и dQ не являются полными дифференциалами.

Дело в том, что **внутренняя энергия системы является однозначной функцией состояния системы**. Отсюда следует, что при совершении системой произвольного процесса, в результате которого она вновь возвращается в исходное состояние, полное изменение внутренней энергии системы равно нулю ($\oint dU = 0$). Ни работа, ни теплота не являются функциями состояния системы.

Все величины входящие в первое начало термодинамики могут быть как **положительными**, так и **отрицательными**.

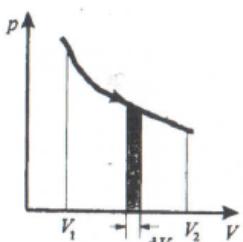
Если к системе **подводится теплота**, то $\delta Q > 0$; если от системы **отводится теплота**, то $\delta Q < 0$.

Если **система** совершает работу над **внешними телами**, то $\delta A > 0$, если же **над системой** внешние силы совершают работу, то $\delta A < 0$.

Другая формулировка первого начала термодинамики связана с тем, что если система периодически возвращается в первоначальное состояние, и следовательно $\Delta U = 0$, **то** $A = Q$, т.е. **вечный двигатель первого рода** -периодически действующий двигатель, который совершил бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, - **невозможен**.

Равновесные процессы - это процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. **Все реальные процессы неравновесны**, но в ряде случаев (достаточно медленные процессы) неравновесностью реальных процессов можно пренебречь.

Равновесные процессы можно изображать **графически** в координатах (p, V) . Так работа $\delta A = pdV$ определяется площадью заштрихованной полоски, а полная работа - площадью под кривой между V_1 и V_2 .



При **неравновесных процессах** значения параметров в разных частях системы различны и не существует (p, V) -точек, характеризующих состояние всей системы. Поэтому графическое изображение неравновесного процесса невозможно.

Теплоемкость.

Удельная теплоемкость c - величина, теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества **удельной теплоемкости** - Дж/(кг К)

Молярная теплоемкость C_μ - величина, теплоты, необходимому для нагревания 1 моль **вещества** **на 1К**. Единица молярной теплоемкости - Дж/(моль К).

Связь между C_μ и c

теплоемкость равная количеству $c = \frac{\delta Q}{mdT}$ на 1К. Единица

равная количеству $C_\mu = \frac{\delta Q}{vdT}$ вещества на 1К.

$$C_\mu = c\mu$$

Различают **теплоемкости** (удельную и молярную) **при постоянном объеме** (c_V и C_V) и **при постоянном давлении** (c_p и C_p), если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживаются постоянными.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

Из первого начала термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$, с учетом $\delta A = pdV$ и $C_\mu = \frac{\delta Q}{vdT}$ для 1 моль газа получим: $C_\mu dT = dU_\mu + pdV_\mu$

При $V = \text{const}$ работа внешних сил δA равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии.

$$C_V = \frac{dU_\mu}{dT}$$

C_V равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышении его температуры на 1К. Поскольку $dU_\mu = \frac{i}{2} R dT$, то $C_V = \frac{i}{2} R$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении. Уравнение Майера

Если газ нагревается при $p = const$, то

$$C_p = \frac{\delta Q}{vdT} = \frac{dU + pdV}{vdT} = \frac{dU_\mu}{dT} = \frac{pdV_\mu}{dT}$$

$\frac{dU_\mu}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от p , ни от V , а определяется только T) и всегда равна C_V . Дифференцируя уравнение Клапейрона-Менделеева $pV_\mu = RT$ по T при $p = const$, получим

$$C_p = C_V + R \text{ - уравнение Майера}$$

C_p всегда больше C_V на величину универсальной газовой постоянной.

Это объясняется тем, что при нагревании газа **при постоянном давлении** требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

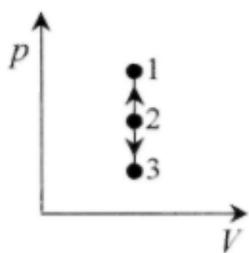
$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R$$

При рассмотрении термодинамических процессов важную роль играет величина

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$

которая называется **коэффициентом Пуассона**

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам



ИЗОПРОЦЕССЫ - равновесные процессы, происходящие с термодинамическими системами, при которых один из основных параметров состояния сохраняется постоянным.

Изохорный процесс ($V = const$)

Диаграмма этого процесса - изохора - в координатах (p, V) изображается прямой, параллельной оси ординат (ось p). Процесс 2-1 - изохорный нагрев, процесс 2-3 - изохорное охлаждение.

При изохорном процессе газ не совершает работу над внешними телами ($\delta A = pdV = 0$) и вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии ($\delta Q = dU$). Поскольку $dU_\mu = C_V dT$, то для произвольной массы газа:

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} C_V dT$$

Изобарный процесс ($p = const$)

Диаграмма этого процесса - **изобара** - в координатах (p, V) изображается прямой параллельной оси абсцисс (ось V). При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от V_1 до V_2 равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1)$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника. Используя уравнение Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$, получаем $V_2 - V_1 = \frac{mR}{p\mu} (T_2 - T_1)$,

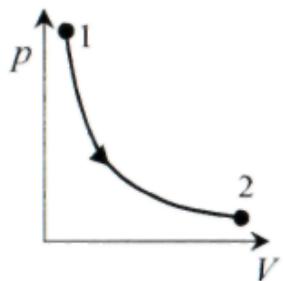
отсюда

$$A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

Физический смысл универсальной газовой постоянной: R численно равна работе изобарного расширения 1 моля идеального газа при нагревании его на 1К.

Изотермический процесс ($T = const$).

Диаграмма этого процесса - **изотерма** - в координатах (p , V) представляет собой гиперболу. Изотермический процесс описывается законом Бойля-Мариотта ($pV = const$).



Работа изотермического расширения газа

$$A = \int p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Так как при $T = const$ внутренняя энергия идеального газа не изменяется, то из первого начала термодинамики следует, что $\delta Q = \delta A$, то есть **все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил**.

Поэтому, для того, чтобы при расширении газа температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.

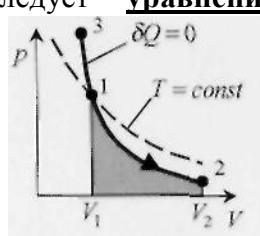
Адиабатический процесс ($\delta Q = 0$). Теплообмен между системой и окружающей средой ($\delta Q = 0$) отсутствует.

К адиабатическим процессам можно отнести все *быстро протекающие процессы* (теплообмен не успевает совершиться), например, распространение звука в среде, циклы расширения и сжатия в двигателях внутреннего сгорания, в холодильных установках и др.

Из первого начала термодинамики следует, что при адиабатическом процессе $\delta A = -dU$. Используя $\delta A = pdV$ и, $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$, получим $pdV = -\frac{m}{\mu} C_V dT$ (1). С другой стороны, из $pV = \frac{m}{\mu} RT$ следует $pdV + Vdp = \frac{m}{\mu} RdT$ (2). Разделив (2) на (1) получим:

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V} \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} - \text{коэффициент}$$

Пуассона. Интегрирование этого уравнения дает $\ln V' + \ln p = \ln const$, следует **уравнение Пуассона** — **уравнение адиабатического процесса**.



Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, получаем:

$$\left| \begin{array}{l} \text{откуда} \\ pV^\gamma = const \\ TV^{\gamma-1} = const \\ T^\gamma p^{1-\gamma} = const \end{array} \right.$$

Работа газа в адиабатическом процессе

В адиабатическом процессе $\delta A = -dU$, поэтому $\delta A = -\frac{m}{\mu} C_V dT$. Если газ адиабатически расширяется от объема V_1 до V_2 то его температура уменьшается от T_1 до T_2 и работа расширения идеального газа

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2)$$

Откуда получаем $A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$, используя

уравнение Менделеева-Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$.

Работа адиабатического расширения 1-2(заштрихованная площадь) меньше, чем при изотермическом процессе. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит охлаждение газа, тогда как при изотермическом расширении температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.

Политропические процессы ($C = const$).

Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной ($C = const$) называется **политропическим**. Рассмотренные выше изохорный, изотермический, изобарный и адиабатический процессы – это частные случаи политропного процесса.

Уравнение политропы $pV^n = const$

где коэффициент $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ называется **показателем политропы**. Значение

теплоемкости и показателя политропы для разных процессов приведены в таблице.

Процесс	C	n
Адиабатический	$C = 0$	$n = \gamma$
Изотермический	$C = \infty$	$n = 1$
Изобарический	$C = C_p$	$n = 0$
Изохорный	$C = C_v$	$n = \pm\infty$

Теплоемкость при изотермическом процессе бесконечно велика, поскольку $dT = 0$, в то время как $dQ \neq 0$.

Теплоемкость при адиабатическом процессе равна нулю, поскольку $dQ = 0$.

1.12 Лекция № 12 (2 часа)

Тема: Второе начало термодинамики

1.12.1. Вопросы лекции:

1. Второе начало термодинамики.
2. Энтропия и её статистический смысл.
3. Изменение энтропии в процессах идеального газа.

1.12.2. Краткое содержание вопросов

1. Второе начало термодинамики.

Любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает (закон возрастания энтропии).

Первое начало термодинамики выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к термодинамическим процессам.

Второе начало термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов, указывая, какие процессы в природе возможны, а какие — нет,

Существуют ещё две формулировки второго начала термодинамики, эквивалентных закону возрастания энтропии:

- 1) **по Кельвину:** невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;
- 2) **по Клаузиусу:** невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к телу более нагретому.

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$

2. Энтропия и её статистический смысл.

Термодинамический процесс называется **обратимым**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении. Причём, если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является **необратимым**.

Реальные процессы необратимы, в них всегда происходит диссипация (потеря) энергии (из-за трения, теплопроводности и т.д.). **Обратимые процессы** — это **физическая модель — это идеализация реальных процессов**.

Энтропия

Количество тепла δQ , которое должно быть доставлено системе или отнято у неё при переходе от одного состояния в другое, не определяется однозначно начальным и конечным состояниями, но существенно зависит от способа осуществления этого перехода (δQ не является функцией состояния системы).

Однако, **приведенное количество теплоты** — отношение теплоты δQ к температуре T системы при бесконечно малых изменениях состояния системы — есть функция состояния системы. В любом обратимом круговом процессе

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Следовательно, подынтегральное выражение есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только начальным и конечным состояниями системы и не зависит от пути, каким система пришла в это **состояние**.

Энтропией S называется функция состояния системы, дифференциалом которой является $\delta Q/T$:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Т.о. первое начало термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$ можно записать в виде

$$TdS = dU + \delta A,$$

откуда $\delta A = TdS - dU = d(TS) - SdT - dU = -d(U - TS) - SdT = -dF - SdT$

Функция $F = U - TS$ является функцией состояния системы и называется **энергией Гельмгольца** или **свободной энергией**.

Изменение энтропии

В замкнутой системе для обратимых процессов $dS = 0$; для необратимых циклов $dS > 0$.

Неравенство Клаузиуса: энтропия замкнутой системы может либо возрастать (в случае необратимых процессов) либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов).

$$\Delta S \geq 0$$

Поскольку dS и δQ имеют один и тот же знак, то по характеру изменения энтропии можно судить о направлении процесса теплообмена. При

нагревании тела $\delta Q > 0$ и его энтропия возрастает $dS > 0$, при охлаждении $\delta Q < 0$ и энтропия тела убывает $dS < 0$.

Изоэнтропийным называется *процесс, протекающий при постоянной энтропии* ($S = const$).

В обратимом адиабатическом процессе $\delta Q = TdS = 0$, так что $dS = 0$ и $S = const$, поэтому адиабатический процесс является изоэнтропийным.

Рассмотрим для примера идеальный газ, который совершают равновесный переход из состояния 1 в состояние 2. Изменение его энтропии

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}$$

$$\text{Используя } dU = \frac{m}{\mu} C_V dT; \quad \delta A = pdV = \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}; \quad R = C_P - C_V \quad \text{и} \quad \frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} = \frac{p_2}{p_1},$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \left(C_V \ln \frac{T_1}{T_2} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{m}{\mu} \left(C_V \ln \frac{p_2}{p_1} + C_P \ln \frac{V_1}{V_2} \right)$$

Третье начало термодинамики

Третье начало термодинамики — теорема Нернста-Планка — постулирует поведение термодинамических систем при нуле Кельвина (абсолютном нуле): **энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина**.

Теплоемкости C_V и C_P при $T = 0$ К равны нулю, поскольку:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad C = \frac{dQ}{dT}, \quad S \nmid C = const, \quad T \nmid \int_0^T \frac{C_P \nmid dT}{T}, \quad S \nmid C = const, \quad T \nmid \int_0^T \frac{C_V \nmid dT}{T}$$

3. Изменение энтропии в процессах идеального газа.

Изохорный ($V=const$)	Изобарный ($p=const$)	Изотермический ($T=const$)	Адиабатический ($S=const$)
$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_P \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta S = 0$

Статистическое толкование энтропии

Термодинамическая вероятность W состояния тела или системы — это число способов, которыми может быть реализовано данное конкретное термодинамическое состояние *{макросостояние}*. Иначе говоря, это число всевозможных *микрораспределений* частиц по координатам и скоростям *{микросостояний}*, которыми может быть осуществлено данное макросостояние.

Формула Больцмана: $S = k \ln W$

где k — постоянная Больцмана.

Энтропия системы определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние.

Энтропия является мерой неупорядоченности системы, — чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем большее энтропия.

Принцип возрастания энтропии

Все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению её энтропии. В замкнутой системе идут в направлении от менее вероятных состояний к более вероятным, до тех пор, пока вероятность состояния не станет максимальной. В состоянии

равновесия — наиболее вероятного состояния системы — число микросостояний максимально, при этом максимальна и энтропия.

1.13 Лекция № 13 (2 часа)

Тема: «Тепловые двигатели. Цикл Карно»

1.13.1. Вопросы лекции:

1. Круговые процессы (циклы). Тепловые двигатели
2. Цикл Карно и его к.п.д. для идеального газа.
3. Холодильные машины.

1.13.2. Краткое содержание вопросов

1. Круговые процессы (циклы). Тепловые двигатели

Круговым процессом (или *циклом*) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние. На (p, V) - диаграмме цикл изображается замкнутой кривой, где участок 1-2 соответствует расширению, а 2-1 — сжатию газа.

Работа расширения A_1 , (площадь фигуры $1a2V_2V_11$) положительна: $A_1 > 0$.

Работа сжатия A_2 . (площадь фигуры $2bV_1V_22$) отрицательна: $A_2 < 0$.

Работа за цикл A_3 определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой:

$$A = A_1 + A_2$$

Таким образом, *работа* — это функция не только состояния термодинамической системы, но и вида процесса, который происходит. Поэтому *работа не является однозначной функцией состояния* (такой, как внутренняя энергия). Из первого начала термодинамики следует, что *теплота* Q . так же как и работа A , является функцией процесса, который происходит с системой.

Цикл называется *прямым*, если за цикл совершается положительная работа $A = \oint pdV > 0$ (цикл протекает по часовой стрелке — рисунок (А)).

Цикл называется *обратным*, если за цикл совершается отрицательная работа $A = \oint pdV < 0$ (цикл протекает против часовой стрелки — рисунок (Б)).

Прямой цикл используется в *тепловых двигателях* (совершают работу за счет полученной извне теплоты). Обратный цикл используется в *холодильных машинах* (за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой).

КПД кругового процесса

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние, следовательно, полное изменение внутренней энергии равно нулю. Поэтому $Q = \Delta U + A = A$, т.е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты. Если в ходе кругового процесса система не только получает количество теплоты Q_1 , но и теряет (отдает) количество теплоты Q_2 , то $Q = Q_1 + Q_2$.

Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса — это величина, равная отношению работы, совершенной системой, к количеству теплоты, полученному в этом цикле системой:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Тепловой двигатель — это периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

Термостатом называется термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами практически без изменения собственной температуры.

Рабочее тело — это тело, совершающее круговой процесс и обменивающееся энергией с другими телами.

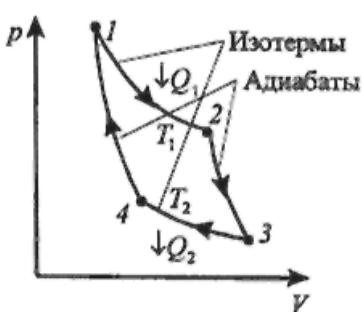
Принцип работы теплового двигателя: от термостата с более высокой температурой T_1 , называемого **нагревателем**, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 а термостату с более низкой температурой T_2 , называемому **холодильником**, за цикл передается количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа $A = Q_1 - Q_2$.

Термический КПД двигателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Чтобы КПД был равен 1, необходимо, чтобы $Q_2=0$, а это запрещено вторым началом термодинамики.

2. Цикл Карно и его к.п.д. для идеального газа.



Теорема Карно. Из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей T_1 , и холодильников T_2 , наибольшим КПД обладают обратимые машины. При этом КПД обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей и холодильников, равны друг другу и не зависят от природы рабочего тела, а определяются только температурами нагревателя и холодильника.

Цикл Карно.

Наиболее экономичный обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат.

Рассмотрим **прямой цикл Карно**, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.

Последовательные термодинамические процессы в цикле Карно
1-изотерма-2-адиабата-3-изотерма-4-адиабата-1:

Изотермическое расширение 1-2 $T=const; V_2 > V_1$	$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q$
Адиабатическое расширение 2-3 $\delta Q = 0; T_2 < T_1$	$A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$
Изотермическое сжатие 3-4 $T=const; V_4 < V_3$	$A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2$
Адиабатическое сжатие $\delta Q = 0; T_1 > T_2$	$A_{41} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 + A_{23} = Q_1 - Q_2$$

Для адиабат 2-3 и 4-1 уравнения Пуассона: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$, $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$ откуда $V_1/V_2 = V_3/V_4$.

Используя это, **термический КПД цикла Карно**:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

3. Холодильные машины.

Процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе, используется в холодильной машине: от термостата с более низкой температурой T_2 за цикл отнимается количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой $T_1 > T_2$. При этом $Q = Q_1 - Q_2 = A$ или $Q_1 = Q_2 + A$

Количество теплоты Q_1 , отданное системой термостату T_1 большие количества теплоты Q_2 полученного от термостата T_2 на величину работы, совершенной над системой.

Эффективность холодильной машины характеризует **холодильный коэффициент η'** — отношение отнятой от термостата с более низкой температурой количества теплоты Q_2 к работе A , которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие:

$$\eta' = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

1.14 Лекция № 14 (2 часа)

Тема: «Реальные газы»

1.14.1. Вопросы лекции:

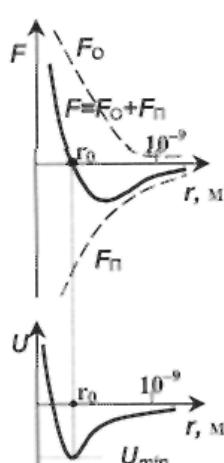
1. Реальные газы. Молекулярное взаимодействие.
2. Уравнение и изотермы Ван-дер-Ваальса.
3. Внутренняя энергия реального газа.
4. Эффект Джоуля-Томсона.
5. Сжижение газов.

1.14.2. Краткое содержание вопросов:

1. Реальные газы. Молекулярное взаимодействие.

При рассмотрении **реальных** газов необходимо учитывать собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия.

Силы межмолекулярного взаимодействия — короткодействующие — они проявляются на расстояниях менее 10^{-9} м. Сила взаимодействия молекул — это равнодействующая сил притяжения F_p (они преобладают на больших расстояниях) и сил отталкивания F_o (они доминируют на малых расстояниях). На расстоянии $r = r_0$ эти силы уравновешивают друг друга и $F = 0$. Таким образом, расстояние r_0 — это **равновесное расстояние** между молекулами, на котором бы они находились в отсутствие теплового движения.



Потенциальная энергия взаимодействия молекул U **минимальна** в состоянии устойчивого равновесия при $r = r_0$.

Соотношение между U_{min} и kT является критерием различных агрегатных состояний. U_{min} определяет работу, которую нужно

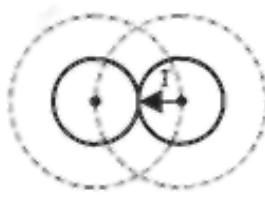
совершить против сил притяжения, чтобы разъединить молекулы, находящиеся в равновесии ($r = r_0$). kT определяет удвоенную среднюю энергию, приходящуюся на одну степень свободы теплового движения молекул.

При $U_{min} \ll kT$ **вещество находится в газообразном состоянии**, т.к. тепловое движение молекул препятствует соединению (конденсации) молекул.

При $U_{min} > kT$ **вещество находится в твердом состоянии**, т.к. тепловой энергии недостаточно, чтобы "оторвать" молекулы друг от друга.

При $U_{min} = kT$ **вещество находится в жидком состоянии**, т.к. в результате теплового движения молекулы перемещаются в пространстве, обмениваясь местами, но не расходясь на расстояния, превышающие r_0 .

2. Уравнение и изотермы Ван-дер-Ваальса. Изотермы Эндрюса.



Ван-дер-Ваальс внес в уравнение состояния идеального газа $pV_\mu = RT$ поправки, учитывающие собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия.

Фактический объем реального газа будет $V_\mu - b$, где b — объем, занимаемый самими молекулами. Две молекулы радиуса r не могут сблизиться на расстояние меньше $2r$, следовательно, для центров двух молекул недоступен сферический объем радиуса $2r$. Этот объем b в восемь раз больше объема одной молекулы и в расчете на одну молекулу равен учетверенному объему молекулы.

Учет сил межмолекулярного притяжения осуществляется введением дополнительного давления p' на газ, называемого **внутренним давлением**:

$$p' = a/V_\mu^2, \text{ где } a \text{ — постоянная Ван-дер-Ваальса.}$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса для моля газа — **уравнение состояния реальных газов**:

$$\left(p + \frac{V^2 a}{V^2} \right) \left(V - b \right) = RT. \text{ Для произвольной массы газа:}$$

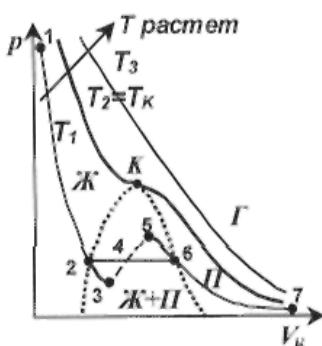
$$\left(p + \frac{V^2 a}{V^2} \right) \left(V - b \right) = RT, \quad \text{где} \quad v = \frac{m}{\mu}, \quad V = vV_\mu$$

Изотерма реального газа представляет собой зависимость молярного объема газа от давления при постоянной температуре.

При высоких температурах ($T > T_k$) изотерма реального газа отличается от изотермы идеального газа только некоторым искажением формы.

При некоторой температуре T_k — **критической температуре** — на изотерме появляется точка перегиба K — **критическая точка**. Соответствующие этой точке объем V_k и давление p_k называются **критическими**. Изотерма при T_k называется **критической изотермой**.

При $T < T_k$ уравнению Ван-дер-Ваальса соответствует кривая 1-2-3-4-5-6-7. Однако, на участке 5-3 сжатие вещества сопровождается уменьшением давления, следовательно в этой области вещество распадается на **две фазы** — жидкость и пар.



Фаза — совокупность всех частей системы, обладающих одинаковым химическим составом и находящихся в одинаковом термодинамическом состоянии.

Истинные докритические изотермы реального газа имеют вид 1-2-6-7 и являются кривыми непрерывного перехода вещества из газообразного состояния (Γ) (участок 6-7) в жидкое ($Ж$) (участок 2-1). Участок 6-2 соответствует равновесному существованию жидкости и газа.

Вещество в газообразном состоянии при температуре ниже критической называется **паром** ($П$), а пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется

насыщенным ($\mathcal{K} + \Pi$). Пар при изотермическом сжатии претерпевает процесс сжижения. Газ при температурах $T > T_k$ не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении (T).

При некоторых условиях могут быть реализованы **метастабильные** состояния 5-6 и 2-3. Участок 2-3 изображает **перегретую жидкость**, 5-6 — **пересыщенный пар**.

3. Внутренняя энергия реального газа.

Внутренняя энергия реального газа складывается из кинетической энергии теплового движения молекул ($C_V T$) и потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия ($-a/V_\mu$): $U_\mu = C_V T - \frac{a}{V_\mu}$

Если газ расширяется без теплообмена с окружающей средой (адиабатически, т.е. $\delta Q = 0$) и не совершает работы (так называемое расширение газа в вакуум, т.е. $\delta A = 0$), из первого начала термодинамики ($\delta Q = U_1 - U_2 + \delta A$) следует, что: $U_1 = U_2$.

При адиабатическом расширении без совершения внешней работы внутренняя энергия газа не меняется.

Для **идеального** газа это означает $T_1 = T_2$ (температура не изменяется).

Для **реального** газа $U = C_V T - a/V$, поэтому $T_1 - T_2 = \frac{a}{C_V} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$.

Реальный газ при **адиабатическом** расширении в вакуум **охлаждается**.

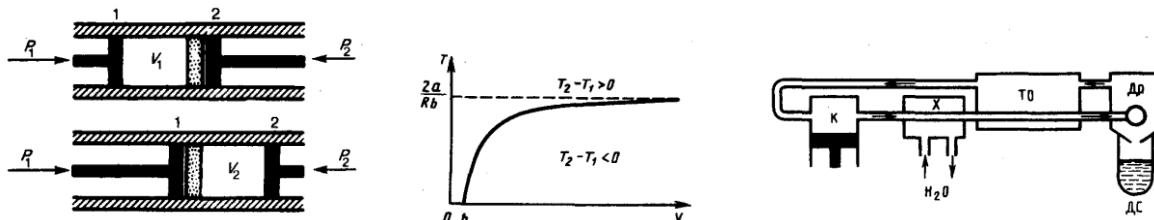
4. Эффект Джоуля — Томсона

Адиабатическое расширение реального газа с совершением внешними силами положительной работы — осуществили английские физики Дж. Джоуль (1818—1889) и У. Томсон (lord Кельвин, 1824—1907).

На рис. представлена схема их опыта. В теплоизолированной трубке с пористой перегородкой находятся два поршня, которые могут перемещаться без трения. Пусть сначала слева от перегородки газ под поршнем 1 находится под давлением p_1 , занимает объем V_1 при температуре T_1 , а справа газ отсутствует (поршень 2 придвинут к перегородке). После прохождения газа через пористую перегородку в правой части газ характеризуется параметрами p_2 , V_2 , T_2 . Давления p_1 и p_2 поддерживаются постоянными ($p_1 > p_2$).

Так как расширение газа происходит без теплообмена с окружающей средой (адиабатически), то на основании первого начала термодинамики

$$\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A = 0.$$



Внешняя работа, совершаемая газом, состоит из положительной работы при движении поршня 2 ($A_2 = p_2 V_2$) и отрицательной при движении поршня 1 ($A_1 = p_1 V_1$), т.е. $\delta A = A_2 - A_1$. Подставляя выражения для работ, получаем

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2.$$

Таким образом, в опыте Джоуля — Томсона сохраняется (остается неизменной) величина $U + pV$. Она является функцией состояния и называется **энталпийей**.

1) $a \approx 0$ — не учитываем силы притяжения между молекулами, а учитываем лишь размеры самих молекул. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-b(p_2 - p_1)}{C_V + R} > 0,$$

т. е. газ в данном случае нагревается;

2) $b \approx 0$ — не учитываем размеров молекул, а учитываем лишь силы притяжения между молекулами. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{2a(1/V_2 - 1/V_1)}{C_V + R} < 0,$$

т. е. газ в данном случае охлаждается;

3) учитываем обе поправки. Подставив вычисленное из уравнения Ван-дер-Ваальса значение p_1 , имеем

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-\frac{2a}{V_1} + \frac{bRT_1}{V_1 - b}}{C_V + R} + \frac{\frac{ba}{V_1^2} - \frac{ab}{V_1^2}}{C_V + R} = \frac{\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}}{C_V + R},$$

т. е. знак разности температур зависит от значений начального объема V_1 и начальной температуры T_1 .

Изменение температуры реального газа в результате его адиабатического расширения, или, как говорят, **адиабатического дросселирования** — медленного прохождения газа под действием перепада давления сквозь **дроцель** (например, пористую перегородку), называется **эффектом Джоуля—Томсона**. Эффект Джоуля — Томсона принято называть **положительным**, если газ в процессе дросселирования охлаждается ($\Delta T < 0$), и **отрицательным**, если газ нагревается ($\Delta T > 0$).

В зависимости от условий дросселирования для одного и того же газа эффект Джоуля — Томсона может быть как положительным, так и отрицательным. Температура, при которой (для данного давления) происходит изменение знака эффекта Джоуля — Томсона, называется **температурой инверсии**. Ее зависимость от объема получим, приравняв это выражение нулю:

$$T = \frac{2a}{Rb} \left(1 - \frac{b}{V} \right).$$

Кривая, определяемая этим уравнением — **кривая инверсии** — приведена на рис.. Область выше этой кривой соответствует отрицательному эффекту Джоуля — Томсона, ниже — положительному. Отметим, что при больших перепадах давления на дроцеле температура газа изменяется значительно. Так, при дросселировании от 20 да 0,1 МПа и начальной температуре 17° С воздух охлаждается на 35° С.

Эффект Джоуля — Томсона обусловлен отклонением газа от идеальности. В самом деле, для моля идеального газа $pV_m = RT$, поэтому выражение (64.2) примет вид

$$C_V T_1 + R T_1 = C_V T_2 + R T_2,$$

откуда следует, что $T_1 = T_2$.

5. Сжижение газов

Превращение любого газа в жидкость — **сжижение газа** — возможно лишь при температуре ниже критической. При ранних попытках сжижения газов оказалось, что некоторые газы ($\text{Cl}_2, \text{CO}_2, \text{NH}_3$) легко сжижались изотермическим сжатием, а целый ряд газов ($\text{O}_2, \text{N}_2, \text{H}_2, \text{He}$) сжижению не поддавался. Подобные неудачные попытки объяснил Д. И. Менделеев, показавший, что сжижение этих газов производилось при температуре, большей критической, и поэтому заранее было обречено на неудачу. Впоследствии удалось получить жидкий кислород, азот и водород (их критические температуры равны соответственно 154,4, 126,1 и 33 К), а в 1908 г. нидерландский физик Г. Камерлинг-Оннес (1853—1926) добился сжижения гелия, имеющего самую низкую критическую температуру (5,3 К).

Для сжижения газов чаще применяются два промышленных метода, в основе которых используется либо эффект Джоуля—Томсона, либо охлаждение газа при совершении им работы.

1. 15 Лекция № 15 (2 часа).

Тема: «Свойства жидкостей»

1.15.1 Вопросы лекции:

1. Свойства жидкостей. Поверхностное натяжение.
2. Смачивание.
3. Давление под искривлённой поверхностью жидкости.
4. Капиллярные явления.

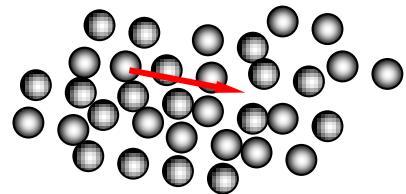
1.15.2 Краткое содержание вопросов:

1. Свойства жидкостей. Поверхностное натяжение.

Для жидкостей, как и для твердых тел, характерно наличие определенного объема, и вместе с тем жидкость, подобно газу, принимает форму того сосуда, в котором она находится.

В расположении частиц жидкости наблюдается так называемый *ближний порядок*. Это означает, что по отношению к любой частице расположение ближайших к ней соседей является упорядоченным. Однако по мере удаления от данной частицы расположение по отношению к ней других частиц становится все менее упорядоченным и довольно быстро порядок в расположении частиц полностью исчезает.

Значительные заслуги в разработке ряда проблем теории жидкого состояния принадлежат Я. И. Френкелю. Согласно Френкелю, тепловое движение в жидкостях имеет следующий характер. Каждая молекула в течение некоторого времени колеблется около определенного положения равновесия. Время от времени молекула меняет место равновесия, скачком перемещаясь в новое положение, отстоящее от предыдущего на расстоянии порядка размеров самих молекул. Таким образом, молекулы лишь медленно перемещаются внутри жидкости, пребывая часть времени около определенных мест. По образному выражению Френкеля, молекулы странствуют по всему объему жидкости, ведя кочевой образ жизни, при котором кратковременные переезды сменяются относительно длинными периодами оседлой жизни. Длительности этих стоянок различны и беспорядочно чередуются друг с другом, но средняя длительность колебаний около того же положения равновесия оказывается у каждой жидкости определенной величиной, резко убывающей при повышении температуры. В связи с этим при повышении температуры сильно возрастают подвижность молекул, что в свою очередь влечет за собой уменьшение вязкости жидкостей.

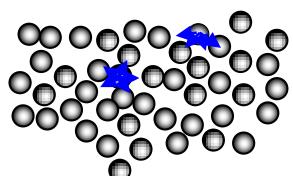


Поверхностное натяжение

Молекулы жидкости располагаются настолько близко друг к другу, что силы притяжения между ними имеют значительную величину. Таким образом, каждая молекула испытывает притяжение со стороны соседних молекул.

Если молекула находится в поверхностном слое, то результирующая сила со стороны других молекул («соседей») будет направлена внутрь жидкости.

При переходе молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой над молекулой совершается действующими на нее в этом слое силами отрицательная работа. В результате кинетическая энергия

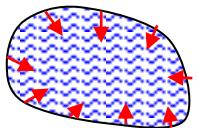


молекулы уменьшается, превращаясь в потенциальную энергию. Подобно этому сила земного тяготения совершают над летящим вверх телом отрицательную работу, что приводит к превращению кинетической энергии тела в потенциальную. Таким образом, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией. Поверхностный слой в целом обладает дополнительной энергией.

Положение равновесия соответствует минимуму потенциальной энергии. Поэтому в отсутствие внешних сил жидкость принимает форму с минимальной поверхностью, т. е. форму шара.

Наличие поверхностной энергии обусловливает стремление жидкости к сокращению своей поверхности. Жидкость ведет себя так, как если бы она была заключена в упругую растянутую пленку, стремящуюся сжаться. На самом деле никакой пленки, ограничивающей жидкость снаружи, нет. Поверхностный слой состоит из тех же молекул, что и вся жидкость, и взаимодействие между молекулами имеет в поверхностном слое такой же характер, как и внутри жидкости.

Выделим мысленно часть поверхности жидкости, ограниченную замкнутым контуром. Тенденция этого участка к сокращению приводит к тому, что он действует на граничащие с ним участки с силами, распределенными по всему контуру (по третьему закону Ньютона внешние участки поверхностного слоя действуют на рассматриваемую часть поверхности с силами такой же величины, но противоположного направления). Эти силы называются *силами поверхностного натяжения*. Направлена сила поверхностного натяжения по касательной к поверхности жидкости, перпендикулярно к участку контура, на который она действует.



Сила поверхностного F натяжения пропорциональна длине участка контура l :

$$F \sim l$$

Если ввести коэффициент пропорциональности, то можно записать:

$$F = \sigma l \quad (1)$$

Величину σ называют *коэффициентом поверхностного натяжения*. Она равна силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины контура. Единица измерения — $1\text{Н}/\text{м}$ (ньютон на метр).

Пусть имеется рамка с подвижной «невесомой» перемычкой, затянутая жидкой пленкой. Пленка ограничена с двух сторон поверхностным слоем, поэтому слой граничит с перемычкой по контуру длины $2l$ и, следовательно, действует на перемычку с силой, равной $\sigma \cdot 2l$. Для того чтобы перемычка не перемещалась, к ней нужно приложить внешнюю силу F , уравновешивающую силу поверхностного натяжения. Сместим перемычку вниз на расстояние Δx . При этом перемычка совершил над жидкой пленкой работу

$$A = F\Delta x = \sigma \underbrace{2l\Delta x}_{\Delta S} = \sigma \Delta S$$

где ΔS — приращение площади поверхностного слоя пленки.

Результатом совершения работы являются увеличение площади поверхностного слоя на ΔS и, следовательно, возрастание поверхностной энергии на ΔE :

$$A = \Delta E$$

$$\Delta E = \sigma \Delta S \quad (2)$$

Из сравнения выражений (1) и (2) вытекает, что поверхностное натяжение о представляет собой дополнительную энергию, которой обладает единица площади поверхностного слоя. В соответствии с этим σ можно измерять не только в ньютонах на метр, но также и в джоулях на квадратный метр ($\text{Дж}/\text{м}^2$).

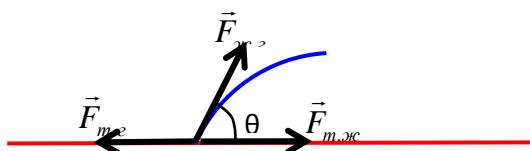
Величина коэффициента поверхностного натяжения зависит от природы жидкости и от условий, в которых она находится, например от температуры. Примеси сильно сказываются на величине поверхностного натяжения. Так, например, растворение в воде мыла снижает ее коэффициент поверхностного натяжения до $0,045 \text{ н}/\text{м}$. Растворение в

воде NaCl, напротив, приводит к увеличению коэффициента поверхностного натяжения. С повышением температуры коэффициент поверхностного натяжения уменьшается.

2. Смачивание.

Когда граничат друг с другом сразу три вещества — твердое, жидкое и газообразное тело принимает такую конфигурацию, при которой сумма потенциальной энергии жидкости в поле сил тяжести и поверхностной энергии всех тел минимальна. В частности, контур, по которому граничат все три вещества, располагается на поверхности твердого тела так, чтобы сумма проекций трех приложенных к каждому элементу контура сил поверхностного натяжения на направление, в котором элемент контура может перемещаться (т. е. на направление касательной к поверхности твердого тела), равнялась нулю.

Отсчитываемый внутри жидкости угол θ между касательными к поверхностям твердого тела и жидкости называется *краевым углом*.



Обозначим поверхностное натяжение на границе твердого тела и жидкости через $\sigma_{т.ж}$, на границе твердого тела и газа — через $\sigma_{т.г}$ и на границе жидкости и газа — через $\sigma_{ж.г}$. В зависимости от соотношения между этими величинами краевой угол может принимать значения от 0 до 180^0 .

Условие равновесия запишется следующим образом:

$$F_{m.e} = F_{m,ж} + F_{ж.e} \cos\theta$$

или с учетом формулы (1)

$$\sigma_{m.e} = \sigma_{m,ж} + \sigma_{ж.e} \cos\theta$$

Рассмотрим возможные варианты.

1. $\theta < 90^0$, жидкость смачивает твердое тело.

Если $\sigma_{m.e} > \sigma_{m,ж} + \sigma_{ж.e}$, то в этом случае жидкость неограниченно растекается по поверхности твердого тела — имеет место *полное смачивание*. При полном смачивании $\theta = 0^0$.

2. $\theta > 90^0$, жидкость не смачивает твердое тело.

Если $\sigma_{m.e} < \sigma_{m,ж} + \sigma_{ж.e}$, то в этом случае жидкость отделяется от поверхности твердого тела — имеет место *полное несмачивание*. При полном несмачивании $\theta = 180^0$.

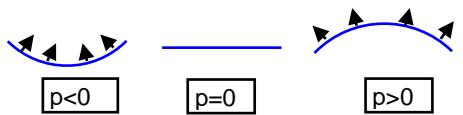


Несмачивание может приводить к любопытным явлениям. Известно, что смазанная жиром иголка или бритвенное лезвие могут держаться на поверхности воды или возможно «носить воду в решете».

3. Давление под искривлённой поверхностью жидкости.

Стремление поверхности жидкости к сокращению приводит к тому, что давление под искривленной поверхностью жидкости оказывается

иным, чем под плоской поверхностью. Под выпуклой поверхностью давление больше, а под вогнутой меньше, чем под плоской поверхностью. В случае



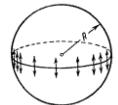
вогнутой поверхности поверхностный слой, стремясь сократиться, растягивает жидкость. Добавочное давление, обусловленное искривлением поверхности, очевидно, должно быть пропорциональным поверхностному натяжению σ и кривизне поверхности. Вычислим добавочное давление для сферической поверхности жидкости. Рассечем мысленно сферическую каплю жидкости радиуса R плоскостью на два полушария. Из-за

поверхностного натяжения поверхность слои полушарий притягиваются друг к другу с силой

$$F = \sigma \cdot l = \sigma \cdot 2\pi R$$

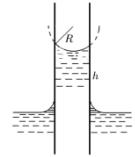
Эта сила прижимает полушария друг к другу по поверхности площади $S = \pi R^2$ и, следовательно, обуславливает дополнительное давление

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\sigma 2\pi R}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R} \quad \text{короче } p = \frac{2\sigma}{R} \quad (3)$$



4. Капиллярные явления.

Поверхностное натяжение приводит к тому, что вблизи стенок сосуда поверхность жидкости искривляется (касательная к поверхности жидкости образует со стенкой угол, равный краевому углу, который, как правило, отличен от $\pi/2$). В узкой круглой трубке, называемой *капилляром* (лат. *capillus* означает волос), или в узком зазоре между двумя стенками искривленной оказывается вся поверхность. Изогнутые поверхности жидкости в капиллярах называются *менисками*. Если жидкость смачивает стенки капилляра, мениск имеет вогнутую форму, если не смачивает — выпуклую форму.



Когда капилляр погружен одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, давление под мениском отличается от давления под плоской поверхностью в широком сосуде на величину p , определяемую формулой (3). В результате уровень жидкости в капилляре при смачивании будет выше, чем в сосуде, а при несмачивании — ниже.

Изменение высоты уровня жидкости в узких трубках или зазорах получило название *капиллярности*.

Между жидкостью в капилляре и в широком сосуде устанавливается разность уровней h , при которой капиллярное давление p уравновешивается гидростатическим давлением ρgh :

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh \quad (4)$$

где R — радиус кривизны мениска. На рисунке видно, что радиус кривизны мениска и радиус капилляра связаны соотношением $R = \frac{r}{\cos\theta}$. Подставив это значение R в (4) и выразим h :

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gr} \quad (5)$$

где θ — краевой угол, ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, r — радиус капилляра.

1. Если жидкость смачивает стенки капилляра, угол θ острый, соответственно $\cos\theta > 0$, а следовательно, и $h > 0$ (жидкость поднимается в капилляре).

2. Если жидкость не смачивает стенки капилляра, угол θ тупой, соответственно $\cos\theta < 0$, а значит, и $h < 0$ (жидкость опускается в капилляре).

Капиллярностью объясняются многие явления, например впитывание жидкостей промокательной бумагой и тканями (полотенцами), поднятие керосина по фитилю, подъем грунтовых вод в почве и др.

1. 16 Лекция № 16 (2 часа).

Тема: «Кристаллические твёрдые тела»

1.16.1 Вопросы лекции:

1. Структура кристаллических тел. Закон Гаюи.
2. Виды химических связей.
3. Дефекты в кристаллах.
4. Теплоёмкость твёрдых тел.

1.16.2 Краткое содержание вопросов:

1. Структура кристаллических тел. Закон Гаюи.

Вещество в твердом состоянии может находиться в кристаллическом или аморфном состоянии. Так, например, почти все минералы и все металлы в твердом состоянии являются кристаллами; стекло, битум являются аморфными телами. Некоторые из веществ (например, олово) могут находиться либо в аморфном либо в кристаллическом состоянии.

Кристаллы в отличие от аморфных тел или жидкостей имеют *дальний порядок*, в пространственном расположении атомов, молекул и ионов, из которых состоит кристалл. Для кристаллов характерна *анизотропия*. *Анизотропия* означает, что свойства кристаллов в различных направлениях разные.

Причиной анизотропии кристаллов служит упорядоченное расположение частиц (атомов или молекул), из которых они построены.

Упорядоченное расположение частиц проявляется в правильной внешней огранке кристаллов. Кристаллы ограничены плоскими гранями, пересекающимися под некоторыми, определенными для каждого данного рода кристаллов, углами. Раскалывание кристаллов легче происходит по определенным плоскостям, называемым плоскостями спайности.

Аморфные тела и жидкости не обладают упорядоченным строением молекул, поэтому они изотропны, их свойства одинаковы по всем направлениям.

Правильность геометрической формы и анизотропия кристаллов обычно не проявляются по той причине, что кристаллические тела встречаются, как правило, в виде *поликристаллов*, т. е. конгломератов множества сросшихся между собой, беспорядочно ориентированных мелких кристалликов. В поликристаллах анизотропия наблюдается только в пределах каждого отдельно взятого кристаллика, тело же в целом вследствие беспорядочной ориентации кристалликов анизотропии не обнаруживает.

Создав специальные условия кристаллизации из расплава или раствора, можно получить большие одиночные кристаллы — *моноокристаллы* любого вещества. Моноокристаллы некоторых минералов встречаются в природе в естественном состоянии.

Классификация кристаллов.

Структура, для которой характерно регулярное расположение молекул с периодической повторяемостью в трех измерениях, называется *кристаллической решеткой*.

Узлами *кристаллической решетки* называются точки, в которых расположены молекулы (точнее — точки, относительно которых молекулы совершают тепловые колебания).

Упорядоченность расположения атомов кристалла заключается в том, что молекулы размещаются в узлах геометрически правильной пространственной решетки. Весь кристалл может быть получен путем многократного повторения в трех различных направлениях одного и того же структурного элемента, называемого *элементарной кристаллической ячейкой*.

Длины ребер a , b , c ячейки называются периодами идентичности кристалла.

Кристаллическая ячейка представляет собой параллелепипед, построенный на векторах a , b , c , модули которых равны периодам идентичности. Кроме ребер a , b , c ячейка характеризуется также углами α , β , γ между ребрами. Величины a , b , c , α , β , γ определяют элементарную ячейку и называются ее параметрами.

Кристаллическая решетка может обладать различными видами симметрии. Под симметрией кристаллической решетки понимается свойство решетки совпадать с самой собой при некоторых пространственных перемещениях.

Всякая решетка прежде всего обладает трансляционной симметрией, т. е. совпадает сама с собой при перемещении (трансляции) на величину периода идентичности.

К числу других видов симметрии относятся симметрия по отношению к поворотам вокруг некоторых осей, симметрия по отношению к зеркальному отражению относительно определенных плоскостей и некоторые другие симметрии.

По форме элементарной ячейки все кристаллы делятся на семь кристаллографических систем (или сингоний).

1. Триклинная система. Для нее характерно, что $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$. Элементарная ячейка имеет форму косоугольного параллелепипеда.

2. Моноклинная система. Два угла — прямые, третий отличен от прямого. Следовательно, $a \neq b \neq c$, $\alpha = \gamma = 90^\circ$, $\beta \neq 90^\circ$. Элементарная ячейка имеет форму прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм (т. е. форму прямого параллелепипеда).

3. Ромбическая система. Все углы — прямые, все ребра — разные: $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Элементарная ячейка имеет форму прямоугольного параллелепипеда.

4. Тетрагональная система. Все углы — прямые, два ребра — одинаковые: $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Элементарная ячейка имеет форму прямой призмы с квадратным основанием.

5. Ромбоэдрическая (или тригональная) система. Все ребра — одинаковые, все углы также одинаковые и отличные от прямого: $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$. Элементарная ячейка имеет форму куба, деформированного сжатием или растяжением вдоль диагонали.

6. Гексагональная система. Ребра и углы между ними удовлетворяют условиям: $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$. Если составить вместе три элементарные ячейки, то получается правильная шестигранная призма.

7. Кубическая система. Все ребра — одинаковые, все углы — прямые: $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Элементарная ячейка имеет форму куба.

Данное деление кристаллографических систем приведено в порядке возрастания симметрии.

2. Виды химических связей.

В зависимости от вида частиц, помещающихся в узлах кристаллической решетки, и от характера сил взаимодействия между частицами различают четыре типа кристаллических решеток и соответственно четыре типа кристаллов: ионные, атомные, металлические и молекулярные.

• Ионные кристаллы.

В узлах кристаллической решетки помещаются ионы разных знаков. Силы взаимодействия между ними являются электростатическими. Связь, обусловленная электростатическими силами притяжения между разноименно заряженными ионами, называется гетерополярной или ионной.

Типичным примером ионной решетки может служить решетка каменной соли (NaCl). Эта решетка принадлежит к кубической системе. Ближайшими соседями иона данного знака являются ионы противоположного знака. В газообразном состоянии NaCl состоит из

молекул, в которых объединены попарно ионы натрия с ионами хлора. В кристалле молекулы утрачивают обособленное существование. Ионный кристалл состоит не из молекул, а из ионов. Весь кристалл в целом можно рассматривать как одну гигантскую молекулу.

- Атомные кристаллы.

В узлах кристаллической решетки помещаются нейтральные атомы. Связь, объединяющая в кристалле (а также и в молекуле) нейтральные атомы, называется гомеополярной или ковалентной. Силы взаимодействия при такой связи имеют также электрический характер. Однако, объяснение этих сил может быть дано только на основе квантовой механики. Гомеополярная связь осуществляется электронными парами. Это означает, что в осуществлении связи между двумя атомами участвуют по одному электрону от каждого атома. Поэтому гомеополярная связь имеет направленный характер.

В случае гетерополярной связи каждый ион действует на все достаточно близкие к нему ионы. При гомеополярной связи воздействие направлено на тот атом, с которым у данного атома имеется совместная электронная пара. Гомеополярная связь может осуществляться только валентными, т. е. наименее связанными с атомом, электронами. Поскольку каждый электрон может обеспечить связь только с одним атомом, число связей, в которых может участвовать данный атом

(число соседей, с которыми он может быть связан), равно его валентности.

Примерами атомных кристаллов могут служить алмаз, германий, кремний.

- Металлические кристаллы.

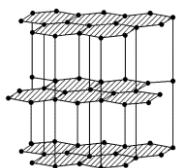
В узлах кристаллической решетки помещаются положительные ионы металла. Между ними беспорядочно, подобно молекулам газа, движутся электроны, отщепившиеся от атомов при образовании кристалла. Эти электроны играют роль «цемента», удерживая вместе положительные ионы, иначе решетка распалась бы под действием сил отталкивания между ионами. Вместе с тем и электроны удерживаются ионами в пределах кристаллической решетки и не могут ее покинуть.

- Молекулярные кристаллы.

В узлах кристаллической решетки помещаются определенным образом ориентированные молекулы. Силы связи между молекулами в кристалле имеют ту же природу, что и силы притяжения между молекулами, приводящие к отклонению газов от идеальности (ван-дер-ваальсовские силы).

Молекулярные решетки образуют, например, вода (H_2O), углекислота (CO_2), азот (N_2), кислород (O_2) и водород (H_2). Таким образом, обычный лед, а также сухой лед (твердая углекислота) представляют собой молекулярные кристаллы.

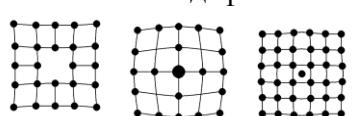
В некоторых твердых телах может осуществляться одновреодновременно несколько видов связи. Примером может служить графит. Решетка графита состоит из ряда плоских параллельных слоев, в которых атомы углерода располагаются в вершинах правильных шестиугольников. Расстояние между соседними слоями в 2,3 раза больше расстояния между соседними атомами отдельного слоя. Плоские слои связаны друг с другом силами Ван-дер-Ваальса. В пределах слоя осуществляется гомеополярная и металлическая связь. Этой особенностью связей объясняется своеобразная мягкость графита. Если давить на кристалл графита, слои решетки скользят и сдвигаются относительно друг друга.



3 Дефекты в кристаллах

В реальных кристаллических решетках всегда существуют отклонения от идеального расположения атомов в решетке. Такие отклонения называют дефектами кристаллической решетки. Их можно разделить на макроскопические и микроскопические.

К макроскопическим дефектам относятся поры, трещины, инеродные макроскопические включения и пр.



К микроскопическим дефектам относятся точечные и линейные дефекты.

Точечные дефекты:

- 1) отсутствие атома в каком-либо узле решетки (вакансия),
- 2) замена «своего атома» решетки каким-либо другим «чужим» атомом,
- 3) внедрение своего или чужого атома в межузельное пространство (межузельный атом).

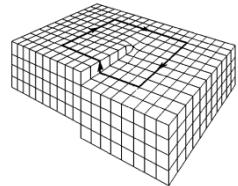
В кристаллах в результате закалки, облучения нейtronами и пр. концентрация точечных дефектов может стать очень высокой. Тогда могут образоваться линейные дефекты – дислокации.

Дислокации – это линейные дефекты кристаллической решетки, нарушающие правильное чередование атомных плоскостей.

В отличие от точечных дефектов, нарушающих ближний порядок, дислокации нарушают дальний порядок в кристалле, искажая всю его структуру. Поэтому именно дислокации играют наиболее важную роль в механических свойствах твердых тел.

Различают два главных типа дислокаций: краевую и винтовую.

Краевая дислокация характеризуется лишней кристаллической плоскостью, вдвинутой между двумя соседними слоями атомов. Краевая дислокация, образовавшаяся в результате неправильного наращивания кристаллической решетки, может существовать на протяжении десятков и сотен межатомных расстояний.



Винтовую дислокацию можно наглядно представить себе, произведя «разрез» решетки по полуплоскости и сдвинув части решетки по обе стороны разреза навстречу друг другу на один период параллельно краю разреза. Этот край называется линией винтовой дислокации. Наличие винтовой дислокации превращает кристаллические плоскости решетки в геликоидальную поверхность (подобную винтовой линии без ступенек).

Дефекты в кристаллах оказывают сильное влияние на их физические свойства (механические, магнитные, электрические и пр.).

Один из них состоит в изготовлении бездефектных (например, нитенитевидных) кристаллов, где устранены источники внутренних напряжений, на которых могут зарождаться трещины. Другой путь, наоборот, состоит в максимальном искажении правильной структуры кристалла, что затрудняет распространение в теле трещин и пластических деформаций. Техника получения сверхпрочных материалов и сплавов в настоящее время использует только второй способ (легирование, т.е. введение в решетку примесей из посторонних атомов; наклеп, т. е. сильное пластическое деформирование кристаллической решетки при холодной обработке металлов, закалка и пр.).

4. Теплоемкость кристаллов

Расположение частиц в узлах кристаллической решетки отвечает минимуму их взаимной потенциальной энергии. При смещении частиц из положения равновесия в любом направлении появляется сила, стремящаяся вернуть частицу в первоначальное положение, вследствие чего возникают колебания частицы. Колебания вдоль произвольного направления можно представить как наложение колебаний вдоль трех координатных осей. Таким образом, каждой частице в кристалле следует приписывать три колебательные степени свободы.

На каждую колебательную степень свободы одной частицы в среднем приходится энергия, равная двум половинкам kT — одна в виде кинетической и одна в виде потенциальной энергии (k – пост. Больцмана, T - температура). Следовательно, на каждую частицу — атом в атомной решетке, ион в ионной или металлической решетке — приходится в среднем энергия, равная $3kT$. Энергию моля вещества в кристаллическом состоянии можно найти, умножив среднюю энергию одной частицы на число частиц, помещающихся в узлах кристаллической решетки. Последнее число совпадает с числом Авогадро N_A только в случае химически простых веществ. В случае такого, например,

вещества, как NaCl , число частиц будет равно $2N_A$ т.к. в моле NaCl содержится атомов N_A и N_A атомов Cl .

Ограничиваюсь рассмотрением химически простых веществ, образующих атомные или металлические кристаллы, для внутренней энергии одного моля вещества в кристаллическом состоянии можно написать выражение

$$U = N_A \cdot 3kT = 3 \underbrace{N_A kT}_R$$

$$U = 3RT \quad (1)$$

Количество теплоты Q , переданное кристаллу, идет на изменение его внутренней энергии ΔU : $Q = \Delta U$

Согласно (1) изменение внутренней энергии равно $\Delta U = 3R\Delta T$, следовательно $Q = 3R\Delta T$. Молярная теплоемкость по определению равна

$$C = \frac{Q}{\nu\Delta T}$$

Тогда для кристаллов $C = \frac{3R\Delta T}{\nu\Delta T} = 3R$

$$C = 3R \quad (2)$$

Поскольку объем твердых тел при нагревании меняется мало, их теплоемкость при постоянном давлении незначительно отличается от теплоемкости при постоянном объеме, так что можно положить $C_P = C_V$ и говорить просто о теплоемкости твердого тела.

Формула (2) является выражением закона Дюлонга и Пти: молярная теплоемкость химически простых тел в кристаллическом состоянии одинакова и примерно равна 25 Дж/К\cdotмоль .

Закон Дюлонга и Пти с хорошим приближением выполняется для многих веществ находящихся при комнатной температуре. Строгая теория теплоемкости твердых тел может быть дана только в рамках квантовой механики.

1.17 Лекция № 17 (2 часа)

Тема: «Фазовые превращения вещества»

1.17.1. Вопросы лекции:

1. Фазовые превращения вещества.
2. Фазовые диаграммы. Тройная точка.
3. Уравнение Клапейрона – Клаузиуса.

1.17.2. Краткое содержание вопросов:

1. Фазовые превращения вещества.

Испарение и конденсация

В жидких и твердых телах при любой температуре имеется некоторое количество молекул, энергия которых оказывается достаточной для того, чтобы преодолеть притяжение к другим молекулам, покинуть поверхность жидкости или твердого тела и перейти в газообразную фазу. Переход жидкости в газообразное состояние называется испарением, переход в газообразное состояние твердого тела носит название сублимации.

Все твердые тела без исключения в той или иной степени сублимируют. У одних веществ, таких, например, как углекислота, процесс сублимации протекает с заметной скоростью; у других веществ этот процесс при обычных температурах столь незначителен, что практически не обнаруживается.

Наряду с испарением и сублимацией всегда присутствует обратный процесс – конденсация. Конденсация – переход из газообразного состояния в жидкое или твердое тело.

Вот как выглядит равновесие между жидкостью и ее паром. Возьмем герметичный сосуд, частично заполненный жидкостью, и допустим, что первоначально из пространства над жидкостью вещество было полностью удалено. Вследствие процесса испарения пространство над жидкостью станет наполняться молекулами. Молекулы, перешедшие в газообразную фазу, двигаясь хаотически, ударяются о поверхность жидкости, причем часть таких ударов будет сопровождаться переходом молекул в жидкую фазу. Количество молекул, переходящих в единицу времени в жидкую фазу, очевидно, растет с давлением p . Следовательно, наряду с испарением протекает обратный процесс перехода молекул из газообразной в жидкую фазу, причем интенсивность его растет по мере увеличения плотности молекул в пространстве над жидкостью. При достижении некоторого, вполне определенного данной температуры давления количества молекул, покидающих жидкость и возвращающихся в нее, станут равны. Начиная с этого момента, плотность пара перестает изменяться. Между жидкостью и паром установится подвижное равновесие, которое будет существовать до тех пор, пока не изменится объем или температура системы.

Давление, соответствующее подвижному равновесию, есть *давление насыщенных паров*. Если увеличить объем сосуда, давление пара понизится, и равновесие будет нарушено. В результате превратится в пар дополнительное количество жидкости, такое, чтобы давление снова стало равно давлению насыщенных паров.

Аналогично уменьшение объема приведет к превращению некоторого количества пара в жидкость.

Количество молекул, покидающих жидкость в единицу времени, сильно растет с температурой. Количество молекул, ударяющихся о поверхность жидкости, зависит от температуры в меньшей степени. Поэтому при повышении температуры равновесие между фазами нарушается, и в течение некоторого времени поток молекул в направлении жидкость → пар будет превышать поток в направлении пар ← жидкость. Это продолжается до тех пор, пока возрастание давления не приведет снова к установлению подвижного равновесия.

Таким образом, давление, при котором устанавливается подвижное равновесие между жидкостью и паром, т. е. давление насыщенных паров, оказывается зависящим от температуры.

Все сказанное о равновесии между жидкостью и газом справедливо и для системы твердое тело — газ. Каждой температуре соответствует определенное значение давления, при котором устанавливается подвижное равновесие между твердым телом и газом. Для многих тел, таких, например, как твердые металлы, это давление при обычных температурах настолько мало, что не может быть обнаружено самыми чувствительными приборами.

При испарении и сублимации тело покидают наиболее быстрые молекулы, вследствие чего средняя энергия оставшихся молекул уменьшается и тело охлаждается.

Чтобы поддерживать температуру испаряющегося (или сублимирующегося) тела неизменной, к нему нужно непрерывно подводить тепло. Тепло, которое необходимо сообщить единице массы вещества для того, чтобы превратить ее в пар, находящийся при той же температуре, какую имело вещество до испарения, называется *удельной теплотой испарения* (или сублимации) λ .

При конденсации тепло, затраченное при испарении, отдается обратно: образующаяся при конденсации жидкость (или твердое тело) нагревается.

Плавление и кристаллизация

Наряду с испарением и сублимацией всегда присутствует обратный процесс – конденсация. Конденсация – переход из газообразного состояния в жидкое или твердое тело.

Переход кристаллического тела в жидкое состояние происходит при определенной для каждого вещества температуре, которую называют *температурой плавления*.

Количество теплоты, которое необходимо сообщить единице массы вещества для того, чтобы превратить ее в жидкое состояние, называется *удельной теплотой плавления* γ .

Если веществу, первоначально находившемуся в кристаллическом состоянии, сообщать каждую секунду одно и то же количество тепла, то изменение температуры тела со временем будет таким, как показано на рис. Вначале температура тела все время растет. По достижении температуры плавления $T_{пл}$, несмотря на то, что к телу по-прежнему продолжает подводиться тепло, температура его перестает изменяться. Одновременно начинается процесс плавления твердого тела, в ходе которого все новые и новые порции вещества превращаются в жидкость. После того как процесс плавления будет закончен и все вещество полностью перейдет в жидкое состояние, температура снова начнет повышаться.

В отличие от кристаллов аморфное тело не плавиться, а постепенно размягчается, становясь жидким. При равномерном подводе тепла температура аморфного тела непрерывно растет. Для аморфных тел нет определенной температуры перехода в жидкое состояние. Этот переход совершается непрерывно, а не скачком. Можно лишь указать интервал температур, в пределах которого происходит размягчение тела. Это объясняется тем, что жидкости и аморфные тела отличаются лишь степенью подвижности молекул, — аморфные тела представляют собой сильно переохлажденные жидкости.

Температура плавления зависит от давления. Таким образом, переход из кристаллического в жидкое состояние происходит при вполне определенных условиях, характеризуемых значениями давления и температуры. Совокупности этих значений соответствует кривая на диаграмме (p, T) , которую принято называть кривой плавления. Кривая плавления идет очень круто. Для того, например, чтобы изменить на 1° температуру таяния льда, необходимо изменить давление на 132 атм.

Обратный плавлению процесс кристаллизации протекает следующим образом. При охлаждении жидкости до температуры, при которой твердая и жидкая фазы могут находиться в равновесии при данном давлении (т. е. до той же температуры, при которой происходило плавление), начинается одновременный рост кристалликов вокруг так называемых зародышей или центров кристаллизации. Разрастаясь все более, отдельные кристаллики в конце концов смыкаются друг с другом, образуя поликристаллическое твердое тело.

Центраторами кристаллизации могут служить взвешенные в жидкости твердые частицы. Тщательно очищенную от таких частиц жидкость можно охладить ниже температуры кристаллизации без того, чтобы началось образование кристалликов. Состояние такой переохлажденной жидкости является метастабильным. Обычно достаточно попасть в такую жидкость пылинке, для того чтобы она распалась на жидкость и кристаллы, находящиеся при равновесной температуре. Однако в некоторых случаях при больших переохлаждениях подвижность молекул жидкости оказывается столь незначительной, что метастабильное состояние может сохраняться очень долго. Жидкость в таких случаях обладает весьма малой текучестью и представляет собой аморфное твердое тело.

Процесс кристаллизации сопровождается выделением такого же количества тепла, какое поглощается при плавлении.

Фазовые переходы I и II рода

Фазой называется термодинамически равновесное состояние вещества, отличающееся по физическим свойствам от других возможных равновесных состояний того же вещества.

Допустим, например, что в закрытом сосуде заключена некоторая масса воды, над которой находится смесь воздуха с водяными парами. Эта система является двухфазной. Она состоит из двух фаз: жидкой (вода) и газообразной (смесь воздуха с водяными парами). Если бы воздуха не было, то в системе также было бы две фазы: жидкая (вода) и газообразная (водяные пары). Бросим в воду кусочки льда. Система превратится в трехфазную и будет состоять из твердой фазы (лед), жидкой (вода) и газообразной (смесь воздуха с водяными парами).

Следует иметь в виду, что понятие фаза шире, чем понятие агрегатное состояние вещества. В пределах одного агрегатного состояния вещество может находиться в нескольких фазах, отличающихся по своим свойствам, составу и строению (лед, например, встречается в пяти различных модификациях — фазах).

Фазовый переход — переход вещества из одной фазы в другой. Примером фазового перехода могут служить изменения агрегатного состояния вещества или переходы, связанные с изменениями в составе, строении и свойствах вещества (например, переход кристаллического вещества из одной модификации в другую).

Различают фазовые переходы двух родов.

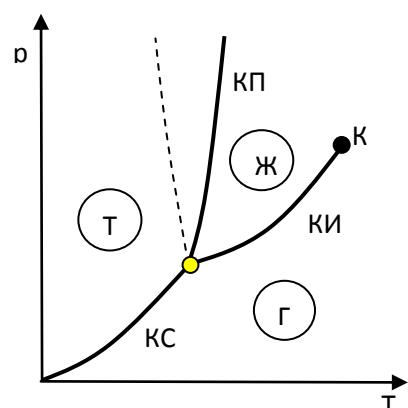
1. *Фазовый переход I рода* (например, плавление, кристаллизация и т. д.) сопровождается поглощением или выделением теплоты, называемой теплотой фазового перехода. Фазовые переходы I рода характеризуются постоянством температуры, изменениями энтропии и объема.

Объяснение этому можно дать следующим образом. Например, при плавлении телу нужно сообщить некоторое количество теплоты, чтобы вызвать разрушение кристаллической решетки. Подводимая при плавлении теплота идет не на нагрев тела, а на разрыв межатомных связей, поэтому плавление протекает при постоянной температуре. В подобных переходах — из более упорядоченного кристаллического состояния в менее упорядоченное жидкое состояние — степень беспорядка увеличивается, т. е., согласно второму началу термодинамики, этот процесс связан с возрастанием энтропии системы. Если переход происходит в обратном направлении (кристаллизация), то система теплоту выделяет.

2. Фазовые переходы, не связанные с поглощением или выделением теплоты и изменением объема, называются *фазовыми переходами II рода*. Эти переходы характеризуются постоянством объема и энтропии, но скачкообразным изменением теплоемкости. Фазовые переходы II рода связаны с изменением симметрии: выше точки перехода система, как правило, обладает более высокой симметрией, чем ниже точки перехода. Примерами фазовых переходов II рода являются: переход ферромагнитных веществ (железа, никеля) при определенных давлениях и температуре в парамагнитное состояние; переход металлов и некоторых сплавов при температуре, близкой к 0К, в сверхпроводящее состояние; переход жидкого гелия в сверхтекущее состояние.

2. Фазовые диаграммы. Тройная точка.

Для наглядного изображения фазовых превращений используется диаграмма состояния, на которой в координатах p , T задается зависимость между температурой фазового перехода и давлением в виде кривых испарения (КИ), плавления (КП) и сублимации



(КС), разделяющих поле диаграммы на три области, соответствующие условиям существования твердой (Т), жидкой (Ж) и газообразной (Г) фаз. Кривые на диаграмме называются кривыми фазового равновесия, каждая точка на них соответствует условиям равновесия двух сосуществующих фаз: КП — твердого тела и жидкости, КИ — жидкости и газа, КС — твердого тела и газа.

Точка, в которой пересекаются эти кривые и которая, следовательно, определяет условия (температуру $T_{тр}$ и соответствующее ей равновесное давление $p_{тр}$) одновременного равновесного сосуществования трех фаз вещества, называется *тройной точкой*. Каждое вещество имеет только одну тройную точку. Тройная точка воды характеризуется температурой 273,16 К.

3. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса.

Термодинамика дает метод расчета кривой равновесия двух фаз одного и того же вещества с помощью *уравнения Клапейрона-Клаузиуса*:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(V_2 - V_1)} \quad (1)$$

Здесь q_{12} — удельная теплота фазового перехода, T — соответствующая ему температура, а V_1 и V_2 — удельные объемы в фазах 1 и 2.

Уравнение Клапейрона — Клаузиуса позволяет определить наклоны кривых равновесия. Поскольку q_{12} и T положительны, наклон задается знаком $V_2 - V_1$. При испарении жидкостей и сублимации твердых тел объем вещества всегда возрастает, поэтому, согласно (1), $dp/dT > 0$; следовательно, в этих процессах повышение температуры приводит к увеличению давления, и наоборот. При плавлении большинства веществ объем, как правило, возрастает, т. е. $dp/dT > 0$; следовательно, увеличение давления приводит к повышению температуры плавления (сплошная КП). Для некоторых же веществ (H_2O , чугун и др.) объем жидкой фазы меньше объема твердой фазы, т. е. $dp/dT < 0$; следовательно, увеличение давления сопровождается понижением температуры плавления (штриховая линия КП на диаграмме).

Диаграмма состояния, строящаяся на основе экспериментальных данных, позволяет судить, в каком состоянии находится данное вещество при определенных p и T , а также какие фазовые переходы будут происходить при том или ином процессе.

1.18 Лекция № 18 (2 часа)

Тема: «Электростатическое поле в вакууме»

1.18.1. Вопросы лекции:

1. Свойства электрических зарядов. Закон Кулона.
2. Электростатическое поле и его характеристики.
3. Теорема Остроградского — Гаусса.
4. Связь потенциала электростатического поля с напряженностью.

1.18.2. Краткое содержание вопросов:

1. Свойства электрических зарядов. Закон Кулона.

Существует четыре вида взаимодействий (сил): гравитационное, ядерное, электромагнитное слабое (проявляется в радиоактивных процессах).

Электромагнитные силы — силы притяжения и отталкивания, возникающие между электрически заряженными частицами и телами.

Электродинамика – раздел физики, изучающий электромагнитное взаимодействие электрически заряженных частиц и тел.

Электростатика – раздел электродинамики, в котором изучаются взаимодействие и свойства неподвижных электрически заряженных частиц и тел.

Электрический заряд Q, q – физическая величина, определяющая силу электрического (электромагнитного) взаимодействия частиц или тел.

Единица измерения – 1 Кл (кулон) = 1 А·с

Фундаментальные свойства зарядов

1. Существуют два вида электрических зарядов (положительные и отрицательные).
2. Электрический заряд инвариантен.
3. Дискретен. Заряд любого тела составляет целое число, кратное элементарному заряду $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
4. Аддитивен.
5. Закон сохранения заряда. $Q = \sum_{i=1}^n Q_i = const.$

Электрон – носитель элементарного отрицательного заряда.

$Q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ Кг

Протон – носитель элементарного положительного заряда.

$Q_p = +e = +1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ Кг

Обычно тела электронейтральны. Электризация.

Закон Кулона – закон взаимодействия точечных зарядов.

Точечный заряд – заряженное тело, размеры которого много меньше расстояний до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

Сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению величин зарядов Q_1 и Q_2 , обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними r^2 и направлена вдоль линии, соединяющей заряды.

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \text{или} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{Н \cdot м^2}{Кл^2} \right)$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \left(\frac{Кл^2}{Н \cdot м^2} \right)$$

Закон Кулона для точечных зарядов, находящихся в диэлектрической среде (веществе).

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\epsilon \cdot r^2} \quad \text{или} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

где ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость среды.

2. Электростатическое поле и его характеристики.

Электрическое (электромагнитное) поле – особый вид материи, посредством которого электрические заряды взаимодействуют друг с другом.

Электростатическое поле – электрическое поле, созданное неподвижными электрическими зарядами и не изменяющееся со временем.

Основное свойство – действовать на другие электрические заряды, находящиеся в нем.

Пробный заряд Q_0 – небольшой по величине, точечный положительный заряд, который не искажает исследуемое электрическое поле.

Напряженность электрического поля – векторная физическая величина, численно равная силе, с которой поле действует на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$

Направление вектора напряженности E совпадает с направлением вектора силы F , с которой поле действует на положительный заряд. Единица измерения – 1 Н/Кл = 1 В/м.

Напряженность поля точечного заряда Q

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad - \text{ в скалярной форме}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{или} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0 \quad - \text{ в векторной форме.}$$

Здесь \vec{r} – радиус-вектор, направленный от заряда Q в точку поля A, где определяется напряженность поля, $\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r}$ – единичный вектор.

Поле, созданное точечным зарядом, обладает сферической симметрией.

Линии напряженности – линии, касательные к которым в каждой точке пространства (поля) совпадают с направлением вектора напряженности. Эти линии:

1. Указывают направление вектора напряженности.
2. Проводятся так, чтобы напряженность электрического поля E была пропорциональна числу линий, проходящих через единичную площадку, перпендикулярную линиям.
3. Начинаются только на положительных зарядах и заканчиваются только на отрицательных зарядах. Число линий, выходящих из заряда или входящих в него, пропорционально величине заряда.
4. Никогда не пересекаются.



Рис.1. Линии напряженности полей, созданных точечными зарядами

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей.

Напряженность результирующего поля \vec{E} , *создаваемого системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей \vec{E}_i , создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

3. Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме.

Поток Φ_E вектора напряженности \vec{E} электрического поля через плоскую поверхность площадью S - величина, равная произведению модуля вектора \vec{E} на площадь S и косинус угла α между векторами \vec{E} и \vec{n} (нормалью к поверхности).

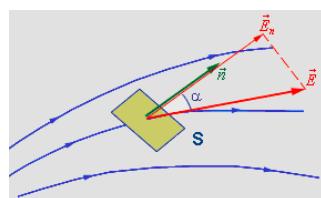
$$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos \alpha \quad \text{или} \quad \Phi_E = E_n \cdot S$$

где $E_n = E \cdot \cos \alpha$ - проекция вектора \vec{E} на направление вектора \vec{n} .

Другая математическая форма потока $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$, где $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$ - вектор площадки.

Поток Φ_E численно равен количеству линий напряженности, пронизывающих поверхность S , является алгебраической величиной, Единица измерения – 1 В·м.

Рис.3. Поток вектора напряженности электростатического поля \vec{E} через площадку S



Определение потока напряженности Φ_E в неоднородном электрическом поле через произвольную (искривленную) поверхность S .

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E_n \cdot dS$$

здесь $d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_n \cdot dS$ - поток напряженности через элементарную площадку dS , $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ - вектор элементарной площадки, \vec{n} - вектор нормали к площадке dS .

Поток напряженности электрического поля Φ_E через замкнутую поверхность S

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n \cdot dS$$

Для замкнутой поверхности S за положительное направление нормали \vec{n} принимается внешняя нормаль (направление во внешнее пространство). Поэтому линии напряженности, выходящие из объема, ограниченного поверхностью S , создают положительный поток $\Phi_E > 0$, а линии напряженности, входящие в объем, создают отрицательный поток $\Phi_E < 0$.

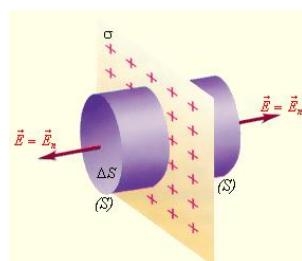
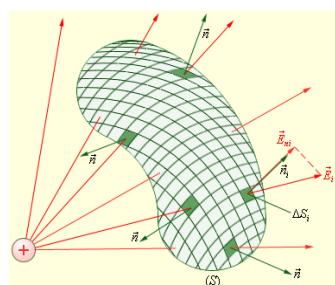


Рис. 4. Вычисление потока Φ_E через замкнутую поверхность S

Рис.5.

Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме
Поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на ϵ_0 .

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^n Q_i$$

Теорема справедлива для любого распределения электрических зарядов внутри любой замкнутой поверхности; заряды вне поверхности не учитываются.

Применение теоремы Остроградского – Гаусса для расчета электростатических полей

1. Электрическое поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2S = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0}$$

σ - поверхностная плотность заряда

$Q = \sigma \cdot \Delta S$ - величина заряда внутри цилиндра

$\Phi_E = E \cdot 2\Delta S$ - поток напряженности через цилиндрическую поверхность S

Отсюда, получаем

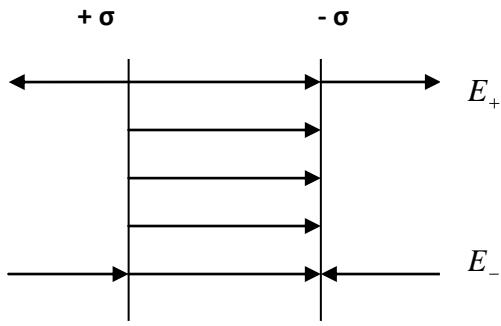
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ - напряженность поля в вакууме}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \text{ - напряженность поля в диэлектрической среде с проницаемостью } \epsilon.$$

Электростатическое поле заряженной плоскости однородное.

2. Поле двух бесконечных параллельных плоскостей, заряженных разноименно.

Поле системы есть суперпозиция полей, создаваемых каждой из поверхностей в отдельности.



$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Поле существует между пластинами и однородно.

Рис.6

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности. Поле неоднородно.

a) Область пространства на поверхности сферы и вне её.

Если $r \geq R$, то $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

б) Область внутри сферы. Если $r < R$, то $E = 0$.

4. Связь потенциала электростатического поля с напряженностью.

Электростатическое поле является потенциальным. Работа сил электростатического поля по перемещению электрического заряда не зависит от вида (формы) траектории, а определяется только начальным и конечным положениями заряда в поле.

При перемещении в электростатическом поле заряда по замкнутой траектории работа сил поля равна нулю.

Потенциал электростатического поля φ - скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля.

$$\varphi = \frac{U}{Q_0}$$

Единица измерения - 1 В = 1 Дж/Кл

Работа сил электростатического поля A_{12} **равна произведению величины перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальном и конечном положениях заряда.**

$$A_{12} = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Разность потенциалов между двумя точками поля электростатического поля равна работе, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из одной точки поля (начальной) в другую точку поля (конечную).

$$A_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Второе определение потенциала. Потенциал поля в данной точке пространства – физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

$$\varphi = A_\infty$$

Потенциал электростатического поля точечного заряда.

Потенциал φ поля точечного заряда Q на расстоянии r от него относительно бесконечно удаленной точки вычисляется следующим образом:

$$\varphi = \varphi_\infty = \frac{1}{q} \int_r^\infty E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Как следует из [теоремы Гаусса](#), эта же формула выражает потенциал поля однородно заряженного шара (или сферы) при $r \geq R$, где R – радиус шара.

Для наглядного представления электрического поля наряду с линиями напряженности используют **эквипотенциальные поверхности**.

Поверхность, во всех точках которой потенциал электрического поля имеет одинаковые значения, называется эквипотенциальной поверхностью или поверхностью равного потенциала.

Линии напряженности электростатического поля всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальные поверхности кулоновского поля точечного заряда – концентрические сферы. На рис. 1.4.3 представлены картины силовых линий и эквипотенциальных поверхностей некоторых простых электростатических полей. В случае однородного поля эквипотенциальные поверхности представляют собой систему параллельных плоскостей.

Если пробный заряд q совершил **малое перемещение вдоль силовой линии** из точки (1) в точку (2), то можно записать:

$$\Delta A_{12} = qE\Delta l = q(\varphi_1 - \varphi_2) = -q\Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – изменение потенциала. Отсюда следует

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}; \quad (\Delta l \rightarrow 0) \text{ или } E = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Это соотношение в скалярной форме выражает связь между напряженностью поля и потенциалом. Здесь l – координата вдоль линии напряженности.

В векторном виде связь между напряженностью \vec{E} и потенциалом φ электростатического поля имеет вид $\vec{E} = -\nabla\varphi$.

Физический смысл. Напряженность поля в данной точке (месте) электростатического поля измеряется уменьшением потенциала поля, приходящимся на единицу длины линии напряженности.

1.19 Лекция № 19 (2 часа)

Тема: «Электростатическое поле в веществе»

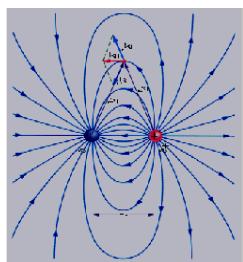
1.19.1. Вопросы лекции:

1. Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектрика.
2. Электрическое поле внутри проводника и у его поверхности.
3. Электроемкость. Конденсаторы.
4. Энергия электростатического поля.

1.19.2. Краткое содержание вопросов:

1. Электрическое поле в веществе. Поляризация диэлектрика.

Электрический диполь - система, состоящая из двух равных по величине, разноимённых точечных зарядов, близко расположенных друг от друга.



$$\vec{p} = Q \cdot \vec{l} \quad \text{— дипольный момент (момент диполя)}$$

\vec{l} — плечо диполя

Единица измерения $p = 1 \text{ Кл} \cdot \text{м}$

$$E = k \frac{p}{r^3} \cdot \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} \quad \text{— напряжённость}$$

поля диполя на большом расстоянии

$r \gg l$ от него

В однородном электрическом поле на заряды диполя действуют силы, создающие вращающий момент.

Поляризация диэлектрика - микроскопические перемещения связанных зарядов диэлектрика, помещённого во внешнее электрическое поле, которые приводят к появлению на его поверхности нескомпенсированных связанных зарядов и возникновению у диэлектрика дипольного момента.

Виды поляризации диэлектрика:

- 1) электронная или деформационная;
- 2) дипольная или ориентационная;
- 3) ионная поляризация

Электрическое поле, создаваемое связанными (поляризационными) зарядами диэлектрика направлено против внешнего электрического поля и ослабляет его.

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}$$

E_0 - напряжённость внешнего электростатического поля

E - напряжённость результирующего поля в диэлектрике

ϵ - диэлектрическая проницаемость диэлектрика

Степень поляризации характеризует поляризованность или вектор поляризации P

Единица измерения - $1 \text{ Кл}/\text{м}^2$

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V} \quad P = \infty \epsilon_0 E$$

Электрическое смещение. Теорема Гаусса.

Вектор электрического смещения характеризует электростатическое поле, создаваемое *свободными* зарядами. Единица измерения - $1 \text{ Кл}/\text{м}^2$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad \text{з а}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS$$

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_i^n Q_i$$

Сегнетоэлектрики — диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью, т. е. поляризованностью в отсутствие внешнего электрического поля. К сегнетоэлектрикам относятся, например, детально изученные И. В. Курчатовым (1903—1960) и П. П. Кобеко (1897—1954) сегнетова соль $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ (от нее и получили свое название сегнетоэлектрики) и титанат бария BaTiO_3 .

При отсутствии внешнего электрического поля сегнетоэлектрик представляет собой как бы мозаику из доменов — областей с различными направлениями поляризованности. Так как в смежных доменах эти направления различны, то в целом дипольный момент диэлектрика равен нулю. При внесении сегнетоэлектрика во внешнее поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю, а возникшее при этом суммарное электрическое поле доменов будет поддерживать их некоторую ориентацию и после прекращения действия внешнего поля. Поэтому сегнетоэлектрики имеют аномально большие значения диэлектрической проницаемости (для сегнетовой соли, например, $\epsilon_{\max} \approx 10^4$).

2. Электрическое поле внутри проводника и у его поверхности.

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов (ток) продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль. Это происходит в течение очень короткого времени. Напряженность поля во всех точках внутри проводника равна нулю $E = 0$.

Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ($\phi = \text{const}$), т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является *эквипотенциальной*. Отсюда же следует, что вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей \mathbf{E} заряды начали бы по поверхности проводника перемещаться, что, в свою очередь, противоречило бы равновесному распределению зарядов.

Если проводнику сообщить некоторый заряд Q , то нескомпенсированные заряды располагаются *только на поверхности* проводника. Это следует непосредственно из теоремы Гаусса, согласно которой заряд Q , находящийся внутри проводника в некотором объеме, ограниченном произвольной замкнутой поверхностью, равен

$$Q = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \oint_S D_n dS = 0,$$

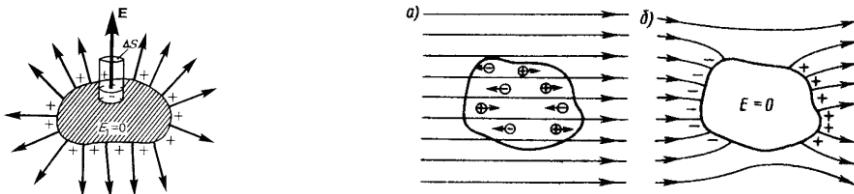
Напряженность электростатического поля у поверхности проводника определяется поверхностью плотностью зарядов. $E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$

Можно показать, что это выражение задает напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника *любой формы*.

Индуцированные заряды появляются на проводнике вследствие *смещения* их под действием поля, т. е. σ является поверхностью плотностью смещенных зарядов. Электрическое смещение D вблизи проводника численно равно поверхностью плотности смещенных зарядов. Поэтому вектор D получил название вектора электрического смещения.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, то создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле. Следовательно, внутри полости поле будет отсутствовать. Если теперь этот проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т. е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических

полей. На этом основана **электростатическая защита** — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка, которая, кстати, является эффективной при наличии не только постоянных, но и переменных электрических полей.



3. Электроемкость. Конденсаторы.

Уединенный проводник — проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал прямо пропорционален заряду проводника.

$$Q = C\phi.$$

$$\text{Величину } C = Q/\phi$$

называют **электроемкостью** (или просто **емкостью**) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Единица электроемкости — **фарад** (Φ): 1 Φ — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Потенциал уединенного шара радиуса R , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ ,

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{Q}{R}.$$

А емкость шара определяется выражением $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$.

Конденсаторы — технические устройства, способные накапливать значительные по величине электрические заряды.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. В зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на **плоские, цилиндрические и сферические**.

Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда Q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\phi_1 - \phi_2$) между его обкладками:

Емкость плоского конденсатора определяется формулой $C = \epsilon_0\epsilon S/d$.

1. Параллельное соединение конденсаторов. У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна $\phi_A - \phi_B$. Заряд батареи конденсаторов

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) (\phi_A - \phi_B).$$

Полная емкость батареи

$$C = Q/(\phi_A - \phi_B) = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i,$$

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

2. Последовательное соединение конденсаторов. У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,$$

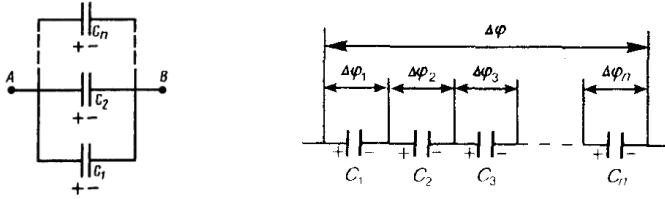
где для любого из рассматриваемых конденсаторов $\Delta\varphi_i = Q/C_i$. С другой стороны,

$$\Delta\varphi = Q/C = Q \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

откуда

$$1/C = \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.



4. Энергия электростатического поля.

Энергия заряженного уединенного проводника. Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , φ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до потенциала φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^\varphi C\varphi d\varphi = C\varphi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\varphi^2/2 = Q\varphi/2 = Q^2/(2C).$$

Эту можно получить и из того, что потенциал проводника во всех его точках одинаков, так как поверхность проводника является эквипотенциальной. Полагая потенциал проводника равным φ , найдем

$$W = 1/2 \varphi \sum_{i=1}^n Q_i = Q\varphi/2,$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Энергия заряженного конденсатора. Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C(\Delta\varphi)^2/2 = Q\Delta\varphi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора,

C — его емкость,

$\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Энергия электростатического поля. Преобразуем формулу, выражющую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись

выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0 \epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность E* .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = W/V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED/2.$$

Выражение справедливо только для **изотропного диэлектрика**, для которого выполняется соотношение : $P = \epsilon_0 E$. Полученные формулы связывают энергию конденсатора *с зарядом на его обкладках и с напряженностью поля*.

1.20 Лекция № 20 (2 часа)

Тема: «Законы постоянного тока»

1.20.1. Вопросы лекции:

1. Постоянный электрический ток.
2. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение, разность потенциалов.
3. Закон Ома для участка цепи.
4. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной и интегральной формах.
5. Обобщенный закон Ома в интегральной форме.
6. Закон Ома для замкнутой цепи и однородной цепи.
7. Правила Кирхгофа.

1.20.2. Краткое содержание вопросов.

1. Постоянный электрический ток, его характеристики и условия существования.

Электродинамика — раздел учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов или макроскопических заряженных тел.

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. В проводнике под действием приложенного электрического поля **Е** свободные электрические заряды перемещаются: положительные — по полю, отрицательные — против поля, то есть. в проводнике возникает электрический ток, называемый **током проводимости**.

Если же упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела, то возникает так называемый **конвекционный ток**.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных **носителей тока** — заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно, а с другой — **наличие электрического поля**, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока *условно* принимают направление движения **положительных зарядов**.

Количественной мерой электрического тока служит **сила тока I** скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется **постоянным**. Для постоянного тока

$$I = Q/t,$$

где Q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника. Единица силы тока — ампер (А).

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется **плотностью тока**:

$$j = \frac{dI}{dS_1}.$$

Выразим силу и плотность тока через скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике. Если концентрация носителей тока равна n и каждый носитель имеет элементарный заряд e (что не обязательно для ионов), то за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dQ = ne \langle v \rangle S dt$. Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne \langle v \rangle S,$$

а плотность тока $\vec{j} = e n \vec{v}$

Плотность тока — *вектор*, ориентированный по направлению тока, т. е. направление вектора \vec{j} совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов. Единица плотности тока — 1 А/м².

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора \vec{j} , то есть

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S},$$

где $d\vec{S} = \mathbf{n} dS$ (\mathbf{n} — единичный вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором \vec{j} угол α).

2. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение, разность потенциалов.

Для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются **источниками тока**. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются **сторонними**.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется **электродвижущей силой** (Э.д.с.), действующей в цепи:

$$\mathcal{E} = A/Q_0.$$

Эта работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину \mathcal{E} можно также называть электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. Э.д.с., как и потенциал, выражается в вольтах.

Сторонняя сила \mathbf{F}_{ct} , действующая на заряд Q_0 , может быть выражена как

$$\mathbf{F}_{ct} = \mathbf{E}_{ct} Q_0,$$

где \mathbf{E} — напряженность поля сторонних сил. Работа же сторонних сил по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке цепи равна

$$A = \oint \mathbf{F}_{ct} d\mathbf{l} = Q_0 \oint \mathbf{E}_{ct} d\mathbf{l}.$$

Разделив на Q_0 , получим выражение для Э.д.с., действующей в цепи:

$$\mathfrak{E} = \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} \, d\mathbf{l},$$

то есть э.д.с., действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил. Э.д.с., действующая на участке 1—2, равна

$$\mathfrak{E}_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{ст}} \, d\mathbf{l}.$$

На заряд Q_0 помимо сторонних сил действуют также силы электростатического поля $\mathbf{F}_e = Q_0 \mathbf{E}$. Таким образом, результирующая сила, действующая в цепи на заряд Q_0 , равна

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{ст}} + \mathbf{F}_e = Q_0 (\vec{\mathbf{E}}_{\text{ст}} + \vec{\mathbf{E}})$$

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом Q_0 на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{ст}} \, d\mathbf{l} + Q_0 \int_1^2 \mathbf{E} \, d\mathbf{l}.$$

Используя эти выражения, можем записать

$$A_{12} = Q_0 \mathfrak{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю.

Напряжением U на участке 1—2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathfrak{E}_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует э.д.с., то есть сторонние силы отсутствуют.

3. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление проводников.

Немецкий физик Георг Ом (1787;—1854) экспериментально установил, что сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику (т. е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I = U/R,$$

где R — электрическое сопротивление проводника. Уравнение выражает **закон Ома для участка цепи** (не содержащего источника тока): сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложеному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника. Эта формула позволяет установить единицу сопротивления — **ом** (Ом): 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А. Величина

$$G = 1/R$$

называется **электрической проводимостью** проводника. Единица проводимости — **сименс** (См): 1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводников зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый **удельным электрическим сопротивлением**. Единица удельного электрического сопротивления — ом·метр (Ом·м). Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро ($1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) и медь ($1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м).

4. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной и интегральной формах.

Работа, совершаемая электрическим током на участке цепи с разностью потенциалов U за время dt , равна

$$dQ = I \cdot dt$$

$$dA = dQ \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = I \cdot dt (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$dA = I \cdot U \cdot dt$$

В случае, если напряжение и сила тока постоянные

$$A = Q \cdot U = I \cdot U \cdot t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

$$I = \frac{U}{R}$$

Мощность тока P – работа, совершаемая током электрическим током за единицу времени. Единица измерения – 1 Вт = 1 Дж/с.

$$P = \frac{A}{t} = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

В случае постоянного тока

$$P = \frac{dA}{dt} = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Закон Джоуля - Ленца в интегральной форме. Определяет количество теплоты Q_T , которое выделяет проводник с током в окружающую среду.

$$Q_T = A$$

$$Q_T = I \cdot U \cdot t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

$$Q_T = I^2 R t$$

5. Обобщенный закон Ома в интегральной форме.

Рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую э.д.с. на участке $1—2$ обозначим через \mathbf{E}_{12} , а приложенную на концах участка разность потенциалов — через $\varphi_1 — \varphi_2$.

Если ток проходит по *неподвижным* проводникам, образующим участок $1—2$, то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке $1—2$, равна,

$$A_{12} = Q_0 \mathbf{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Э.д.с. \mathbf{E}_{12} , как и сила тока I , — величина скалярная. Ее необходимо брать либо с положительным, либо с отрицательным знаком в зависимости от знака работы, совершаемой сторонними силами. Если э.д.с. способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении (в направлении $1—2$), то $\mathbf{E}_{12} > 0$. Если э.д.с.

препятствует движению положительных зарядов в данном направлении, то $\mathcal{E}_{12} < 0$. За время t в проводнике выделяется теплота

$$Q = I^2 R t = IR (It) = IRQ_0.$$

Отсюда получим

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12},$$

откуда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}.$$

Эти выражения представляют собой **закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме**, который является **обобщенным законом Ома**.

6. Закон Ома для замкнутой цепи.

Если на данном участке цепи источник тока отсутствует ($\mathcal{E}_{12} = 0$), то приходим к **закону Ома для однородного участка цепи**:

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R = U/R$$

(при отсутствии сторонних сил напряжение на концах участка равно разности потенциалов). Если же электрическая цепь **замкнута**, то выбранные точки 1 и 2 совпадают, $\varphi_1 = \varphi_2$; тогда получаем **закон Ома для замкнутой цепи**:

$$I = \mathcal{E}/R,$$

где \mathcal{E} — э.д.с., действующая в цепи, R — суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае $R = r + R_1$, где r — внутреннее сопротивление источника тока, R_1 — сопротивление внешней цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи будет иметь вид

$$I = \mathcal{E}/(r + R_1).$$

Если цепь **разомкнута** и, следовательно, в ней ток отсутствует ($I = 0$), то из закона Ома получим, что $\mathcal{E}_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, т. е. э.д.с., действующая в разомкнутой цепи, равна разности потенциалов на ее концах. Следовательно, для того чтобы найти э.д.с. источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме. Подставив выражение для сопротивления в закон Ома, получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l},$$

где величина, обратная удельному сопротивлению,

$$\gamma = 1/\rho$$

называется **удельной электрической проводимостью** вещества проводника. Ее единица — сименс на метр (См/м). Учитывая, что $U/l = E$ — напряженность электрического поля в проводнике, $I/S = j$ — плотность тока, можно записать

$$j = \gamma E.$$

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора E , то направления j и E совпадают. Поэтому формулу можно записать в виде

$$j = \gamma E.$$

Это выражение — **закон Ома в дифференциальной форме**, связывающий плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой же точке. Это соотношение справедливо и для переменных полей.

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления, а значит и сопротивления, с температурой описывается линейным законом:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad R = R_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0°C , α — **температурный коэффициент сопротивления**, для чистых металлов

(при не очень низких температурах) близкий к $1/273\text{ K}^{-1}$. Следовательно, температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где T — термодинамическая температура.

Качественный ход температурной зависимости сопротивления металла представлен на рисунке (кривая 1).

7 Правила Кирхгофа

Обобщенный закон Ома позволяет рассчитать практически любую сложную цепь. Однако непосредственный расчет разветвленных цепей, содержащих несколько замкнутых контуров (контуры могут иметь общие участки, каждый из контуров может иметь несколько источников тока и т. д.), довольно сложен. Эта задача решается более просто с помощью **двух правил Кирхгофа**.

Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, называется узлом. При этом ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, — отрицательным.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. Действительно, в случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника и ни на одном его участке не должны накапливаться электрические заряды. В противном случае токи не могли бы оставаться постоянными.

Второе правило Кирхгофа получается из обобщенного закона Ома для разветвленных цепей.

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме э.д.с. , встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

1. Выбрать *произвольное* направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.
2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот, э.д.с., действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными.
3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и э.д.с. рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

1.21 Лекция № 21 (2 часа)

Тема: «Классическая теория электропроводности металлов»

1.21.1. Вопросы лекции:

1. Основные положения классической теории электропроводности металлов.
2. Вывод основных законов электрического тока.
3. Закон Видемана-Франца.
4. Противоречия классической теории электропроводности металлов.

1.21.2. Краткое содержание вопросов.

1. Основные положения классической теории электропроводности металлов.

Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По теории Друде—Лоренца, электроны обладают такой же энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного газа. Поэтому, применяя выводы молекулярно-кинетической теории, можно найти среднюю скорость теплового движения электронов

$$\langle u \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_e)},$$

которая для $T=300$ К равна $1,1 \cdot 10^5$ м/с. При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение, т. е. возникает электрический ток. $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$, т. е. даже при очень больших плотностях тока средняя скорость упорядоченного движения электронов, обусловливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения. Поэтому при вычислениях результирующую скорость $\langle v \rangle + \langle u \rangle$ можно заменять скоростью теплового движения $\langle u \rangle$.

2. Вывод основных законов электрического тока.

1. Закон Ома. Пусть в металлическом проводнике существует электрическое поле напряженностью $E=\text{const}$. Со стороны поля заряд e испытывает действие силы $F = eE$ и приобретает ускорение $a = F/m = eE/m$. Таким образом, во время свободного пробега электроны движутся равноускоренно, приобретая к концу свободного пробега скорость $v_{\max} = eE \langle t \rangle / m$,

где $\langle t \rangle$ — среднее время между двумя последовательными соударениями электрона с ионами решетки.

Согласно теории Друде, в конце свободного пробега электрон, сталкиваясь с ионами решетки, отдает им накопленную в поле энергию, поэтому скорость его упорядоченного движения становится равной нулю. Следовательно, средняя скорость направленного движения электрона

$$\langle v \rangle = (v_{\max} + 0)/2 = eE \langle t \rangle / (2m).$$

Классическая теория металлов не учитывает распределения электронов по скоростям, поэтому среднее время $\langle t \rangle$ свободного пробега определяется средней длиной свободного пробега $\langle l \rangle$ и средней скоростью движения электронов относительно кристаллической решетки проводника, равной $\langle u \rangle + \langle v \rangle$ ($\langle u \rangle$ — средняя скорость теплового движения электронов). $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$, поэтому $\langle t \rangle = \langle l \rangle / \langle u \rangle$.

Подставив значение $\langle t \rangle$ в формулу, получим

$$\langle v \rangle = eE \langle l \rangle / (2m \langle u \rangle).$$

Плотность тока в металлическом проводнике

$$j = ne \langle v \rangle = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} E,$$

откуда видно, что плотность тока пропорциональна напряженности поля, т. е. получили закон Ома в дифференциальной форме (ср. с (98.4)). Коэффициент пропорциональности между j и E есть не что иное, как удельная проводимость материала

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle},$$

которая тем больше, чем больше концентрация свободных электронов и средняя длина их свободного пробега.

2. Закон Джоуля — Ленца. К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию

$$\langle E_k \rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle l \rangle^2}{2m \langle u \rangle^2} E^2.$$

При соударении электрона с ионом эта энергия полностью передается решетке и идет на

увеличение внутренней энергии металла, т. е. на его нагревание. За единицу времени

электрон испытывает с узлами решетки в среднем $\langle z \rangle$ столкновений:

$$\langle z \rangle = \langle u \rangle / \langle l \rangle.$$

Если n — концентрация электронов, то в единицу времени происходит $n\langle z \rangle$ столкновений и решетке передается энергия

$$w = n \langle z \rangle \langle E_k \rangle,$$

которая идет на нагревание проводника. Подставив , получим таким образом энергию, передаваемую решетке в единице объема проводника за единицу времени,

$$w = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} E^2.$$

Величина w является удельной тепловой мощностью тока. Коэффициент пропорциональности между w и E^2 есть удельная проводимость γ , следовательно, это выражение — закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме.

3. Закон Видемана — Франца.

Металлы обладают как большой электропроводностью, так и высокой теплопроводностью. Это объясняется тем, что носителями тока и теплоты в металлах являются одни и те же частицы — свободные электроны, которые, перемещаясь в металле, переносят не только электрический заряд, но и присущую им энергию хаотического (теплового) движения, т. е. осуществляют перенос теплоты.

Видеманом и Францем в 1853 г. экспериментально установлен закон, согласно которому отношение теплопроводности (λ) к удельной проводимости (γ) для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально термодинамической температуре:

$$\lambda / \gamma = \beta T,$$

где β — постоянная, не зависящая от рода металла.

Таким образом, классическая теория электропроводности металлов объяснила законы Ома и Джоуля — Ленца, а также дала качественное объяснение закона Видемана — Франца.

4. Противоречия классической теории электропроводности металлов и их причины.

Однако она помимо рассмотренных противоречий в законе Видемана — Франца столкнулась еще с рядом трудностей при объяснении различных опытных данных.

Температурная зависимость сопротивления. Из формулы удельной проводимости следует, что сопротивление металлов, т. е. величина, обратно пропорциональная γ , должна возрастать пропорционально \sqrt{T} , а $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$. Этот вывод электронной теории противоречит опытным данным, согласно которым $R \sim T$.

Теплоемкость металлов. Теплоемкость металла складывается из теплоемкости его

кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Поэтому атомная (т. е. рассчитанная на 1 моль) теплоемкость металла должна быть значительно большей, чем атомная теплоемкость диэлектриков, у которых нет свободных электронов. Согласно закону Дюлонга и Пти, теплоемкость одноатомного кристалла равна $3R$. Учтем, что теплоемкость одноатомного электронного газа равна $\frac{3}{2}R$. Тогда атомная теплоемкость металлов должна быть близка к $4,5R$. Однако опыт доказывает, что она равна $3R$, т. е. для металлов, так же как и для диэлектриков, хорошо выполняется закон Дюлонга и Пти. Следовательно, наличие электронов проводимости практически не сказывается на значении теплоемкости, что не объясняется классической электронной теорией.

1.22 Лекция № 22 (2 часа)

Тема: «Основы зонной теории электропроводности проводников и полупроводников»

1.22.1. Вопросы лекции:

1. Понятие о зонной теории твёрдых тел.
2. Металлы, диэлектрики и полупроводники согласно зонной теории.
3. Собственная проводимость полупроводников.
4. Примесная проводимость полупроводников.
5. Фотопроводимость полупроводников.
6. Электронно-дырочный переход и его свойства.
7. Полупроводниковые приборы.

1.22.2. Краткое содержание вопросов.

1. Понятие о зонной теории твёрдых тел

В основе зонной теории лежит так называемое адиабатическое **приближение**. Принимая, что ядра в узлах кристаллической решетки неподвижны, движение электрона рассматривается в *постоянном периодическом поле ядер*. Рассмотрим «процесс образования» твердого тела из изолированных атомов. Пока атомы изолированы, т. е. находятся друг от друга на макроскопических расстояниях, они имеют совпадающие схемы энергетических уровней (рис.1). По мере «сжатия» нашей модели до кристаллической решетки, т. е. когда расстояния между атомами станут равными межатомным расстояниям в твердых телах, взаимодействие между атомами приводит к тому, что энергетические уровни атомов *смещаются, расщепляются и расширяются в зоны, образуется зонный энергетический спектр*.

Из рис.1, на котором показано расщепление энергетических уровней в зависимости от расстояния r между атомами, видно, что заметно расщепляются и расширяются лишь уровни внешних, валентных электронов, наиболее слабо связанных с ядром и имеющих наибольшую энергию, а также более высокие уровни, которые в основном состояниях атома вообще электронами не заняты. Уровни же внутренних электронов либо совсем не расщепляются, либо расщепляются слабо. Таким образом, в твердых телах внутренние электроны ведут себя так же, как в изолированных атомах, валентные же электроны «коллективизированы» — принадлежат всему твердому телу.

Энергия внешних электронов может принимать значения в пределах закрашенных на рис.1 областей, называемых **разрешенными энергетическими зонами**. Каждая разрешенная зона «вмещает» в себя столько близлежащих дискретных уровней, сколько атомов содержит кристалл: чем больше в кристалле атомов, тем теснее расположены уровни в зоне. Расстояние между соседними энергетическими уровнями в зоне составляет приблизительно 10^{-22} эВ. Так как оно столь ничтожно, то зоны можно считать

практически непрерывными, однако факт конечного числа уровней в зоне играет важную роль для распределения электронов по состояниям.

Разрешенные энергетические зоны разделены зонами запрещенных значений энергии, называемыми **запрещенными энергетическими зонами**. В них электроны находятся не могут. Ширина зон (разрешенных и запрещенных) не зависит от размера кристалла. Разрешенные зоны тем шире, чем слабее связь валентных электронов с ядрами.

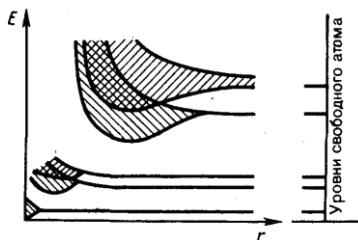


Рис.1

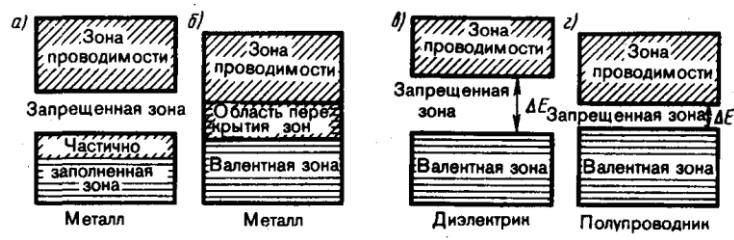


Рис.2

2 Металлы, диэлектрики и полупроводники согласно зонной теории

Зонная теория твердых тел позволила с единой точки зрения истолковать существование металлов, диэлектриков и полупроводников, объясняя различие в их электрических свойствах, во-первых, неодинаковым заполнением электронами разрешенных зон и, во-вторых, шириной запрещенных зон.

Степень заполнения электронами энергетических уровней в зоне определяется заполнением соответствующих атомных уровней. Если при этом какой-то энергетический уровень полностью заполнен, то образующаяся энергетическая зона также заполнена целиком. В общем случае можно говорить о **валентной зоне**, которая полностью заполнена электронами и образована из энергетических уровней внутренних электронов свободных атомов, и о **зоне проводимости (свободной зоне)**, которая либо частично заполнена электронами, либо свободна и образована из энергетических уровней внешних «коллективизированных» электронов изолированных атомов.

В зависимости от степени заполнения зон электронами и ширины запрещенной зоны возможны четыре случая, изображенные на рисунке. На рис.2, а самая верхняя зона, содержащая электроны, заполнена лишь частично, т. е. в ней имеются вакантные уровни. В данном случае электрон, получив сколь угодно малую энергетическую «добавку» (например, за счет теплового движения или электрического поля), сможет перейти на более высокий энергетический уровень той же зоны, т. е. стать свободным и участвовать в проводимости. Внутризонный переход вполне возможен, так как, например, при 1 К энергия теплового движения $kT \approx 10^{-4}$ эВ, т. е. гораздо больше разности энергий между соседними уровнями зоны (примерно 10^{-22} эВ). Таким образом, если в твердом теле имеется зона, лишь частично заполненная электронами, то это тело всегда будет проводником электрического тока. Именно это свойственно металлам.

Твердое тело является проводником электрического тока и в том случае, когда валентная зона перекрывается свободной зоной, что в конечном счете приводит к не полностью заполненной зоне (рис.2, б). Это имеет место для щелочноземельных элементов, образующих II группу таблицы Менделеева (Be, Mg, Ca, Zn, ...). В данном случае образуется так называемая «гибридная» зона, которая заполняется валентными электронами лишь частично. Следовательно, в данном случае металлические свойства щелочноземельных элементов обусловлены перекрытием валентной и свободной зон.

Помимо рассмотренного выше перекрытия зон возможно также перераспределение электронов между зонами, возникающими из уровней различных атомов, которое может привести к тому, что вместо двух частично заполненных зон в кристалле окажутся одна полностью заполненная (валентная) зона и одна свободная зона (зона проводимости). Твердые тела, у которых энергетический спектр электронных состояний состоит только из

валентной зоны и зоны проводимости, являются диэлектриками или полупроводниками в зависимости от ширины запрещенной зоны ΔE .

Если ширина запрещенной зоны кристалла порядка нескольких электрон-вольт, то тепловое движение не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости и кристалл является диэлектриком, оставаясь им при всех реальных температурах (рис.2, в). Если запрещенная зона достаточно узка (ΔE порядка 1 эВ), то переброс электронов из валентной зоны в зону проводимости может быть осуществлен сравнительно легко либо путем теплового возбуждения, либо за счет внешнего источника, способного передать электронам энергию ΔE , и кристалл является полупроводником (рис. 2, г).

Различие между металлами и диэлектриками с точки зрения зонной теории состоит в том, что при 0 К в зоне проводимости металлов имеются электроны, а в зоне проводимости диэлектриков они отсутствуют. Различие же между диэлектриками и полупроводниками определяется шириной запрещенных зон: для диэлектриков она довольно широка (например, для NaCl $\Delta E=6$ эВ), для полупроводников — достаточно узка (например, для германия $\Delta E=0,72$ эВ). При температурах, близких к 0 К, полупроводники ведут себя как диэлектрики, так как переброса электронов в зону проводимости не происходит. С повышением температуры у полупроводников растет число электронов, которые вследствие теплового возбуждения переходят в зону проводимости, т. е. электрическая проводимость проводников в этом случае увеличивается.

3. Собственная проводимость полупроводников

Полупроводниками являются твердые тела, которые при $T=0$ характеризуются полностью занятой электронами валентной зоной, отделенной от зоны проводимости сравнительно узкой (ΔE порядка 1 эВ) запрещенной зоной (рис.2, г). Своим названием они обязаны тому, что их электропроводность меньше электропроводности металлов и больше электропроводности диэлектриков.

В природе полупроводники существуют в виде элементов (элементы IV, V и VI групп Периодической системы элементов Менделеева), например Si, Ge, As, Se, Te, и химических соединений, например оксиды, сульфиды, селениды, сплавы элементов различных групп. Различают **собственные** и **примесные полупроводники**. **Собственными полупроводниками** являются химически чистые полупроводники, а их проводимость называется собственной проводимостью. Примером собственных полупроводников могут служить химически чистые Ge, Se, а также многие химические соединения: InSb, GaAs, CdS и др.

При 0 К и отсутствии других внешних факторов собственные полупроводники ведут себя как диэлектрики. При повышении же температуры электроны с верхних уровней валентной зоны I могут быть переброшены на нижние уровни зоны проводимости II (рис. 6). При наложении на кристалл электрического поля они перемещаются против поля и создают электрический ток. Таким образом, зона II из-за ее частичного «укомплектования» электронами становится зоной проводимости. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная электронами, называется **электронной проводимостью** или **проводимостью n-типа** (от лат. negative — отрицательный).

В результате тепловых забросов электронов из зоны I в зону II в валентной зоне возникают вакантные состояния, получившие название **дырок**. Во внешнем электрическом поле на освободившееся от электрона место — дырку — может переместиться электрон с соседнего уровня, а дырка появится в том месте, откуда ушел электрон, и т. д. Такой процесс заполнения дырок электронами равносителен перемещению дырки в направлении, противоположном движению электрона, так, как если бы дырка обладала положительным зарядом, равным по величине заряду электрона. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная квазичастицами — дырками, называется **дырочной проводимостью** или **проводимостью p-типа** (от лат. positive — положительный).

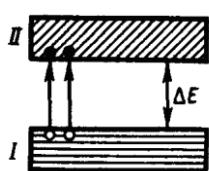


Рис. 3

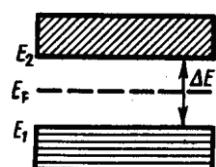


Рис. 4

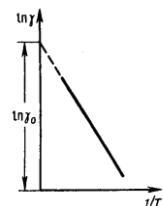


Рис. 5

Таким образом, в собственных полупроводниках наблюдаются два механизма проводимости: электронный и дырочный. Число электронов в зоне проводимости равно числу дырок в валентной зоне, так как последние соответствуют электронам, возбужденным в зону проводимости. Следовательно, если концентрации электронов проводимости и дырок обозначить соответственно n_e и n_p , то

$$n_e = n_p.$$

Проводимость полупроводников всегда является **возбужденной**, т. е. появляется только под действием внешних факторов (температуры, облучения, сильных электрических полей и т. д.).

В собственном полупроводнике уровень Ферми находится в середине запрещенной зоны (рис.7). Действительно, для переброса электрона с верхнего уровня валентной зоны на нижний уровень зоны проводимости затрачивается **энергия активации**, равная ширине запрещенной зоны ΔE . При появлении же электрона в зоне проводимости в валентной зоне обязательно возникает дырка. Следовательно, энергия, затраченная на образование пары носителей тока, должна делиться на две равные части. Так как энергия, соответствующая половине ширины запрещенной зоны, идет на переброс электрона и такая же энергия затрачивается на образование дырки, то начало отсчета для каждого из этих процессов должно находиться в середине запрещенной зоны. Энергия Ферми в собственном полупроводнике представляет собой энергию, от которой происходит возбуждение электронов и дырок. Удельная проводимость собственных полупроводников

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E/(2kT)},$$

где γ_0 — постоянная, характерная для данного полупроводника.

Увеличение проводимости полупроводников с повышением температуры является их характерной особенностью (у металлов с повышением температуры проводимость уменьшается). С точки зрения зонной теории это обстоятельство объясняется довольно просто: с повышением температуры растет число электронов, которые вследствие теплового возбуждения переходят в зону проводимости и участвуют в проводимости. Поэтому удельная проводимость собственных полупроводников с повышением температуры растет. Если представить зависимость $\ln \gamma$ от $1/T$, то для собственных полупроводников — это прямая (рис.5), по наклону которой можно определить ширину запрещенной зоны ΔE , а по ее продолжению — γ_0 (прямая отсекает на оси ординат отрезок, равный $\ln \gamma_0$).

Одним из наиболее широко распространенных полупроводниковых элементов является германий, имеющий решетку типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентными связями с четырьмя ближайшими соседями. Упрощенная плоская схема расположения атомов в кристалле Ge дана на рис.6, где каждая черточка обозначает связь, осуществляемую одним электроном. В идеальном кристалле при 0 К такая структура представляет собой диэлектрик, так как все валентные электроны участвуют в образовании связей и, следовательно, не участвуют в проводимости.

При повышении температуры (или под действием других внешних факторов) тепловые колебания решетки могут привести к разрыву некоторых валентных связей, в результате чего часть электронов отщепляется и они становятся свободными. В покинутом электроном месте возникает дырка (она изображена белым кружком), заполнить которую могут электроны из соседней пары. В результате дырка, так же как и освободившийся электрон, будет двигаться по кристаллу. Движение электронов проводимости и

дырок в отсутствие электрического поля является хаотическим. Если же на кристалл наложить электрическое поле, то электроны начнут двигаться против поля, дырки — по полю, что приведет к возникновению собственной проводимости германия, обусловленной как электронами, так и дырками.

В полупроводниках наряду с процессом генерации электронов и дырок идет процесс **рекомбинации**: электроны переходят из зоны проводимости в валентную зону, отдавая энергию решетке и испуская кванты электромагнитного излучения. В результате для каждой температуры устанавливается определенная равновесная концентрация электронов и дырок, изменяющаяся с температурой.

Влияние освещённости. **Фотопроводимость полупроводников** — *увеличение электропроводности полупроводников под действием электромагнитного излучения* — может быть связана со свойствами как основного вещества, так и содержащихся в нем примесей. В первом случае при поглощении фотонов, соответствующих собственной полосе поглощения полупроводника, т. е. когда энергия фотонов равна или больше ширины запрещенной зоны ($h\nu \geq \Delta E$), могут совершаться перебросы электронов из валентной зоны в зону проводимости, что приведет к появлению добавочных (неравновесных) электронов (в зоне проводимости) и дырок (в валентной зоне). В результате возникает собственная фотопроводимость, обусловленная как электронами, так и дырками.

4. Примесная проводимость полупроводников

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется **примесной проводимостью**, а сами полупроводники — **примесными полупроводниками**. Примесная проводимость обусловлена примесями (атомы посторонних элементов), а также дефектами типа избыточных атомов (по сравнению со стехиометрическим составом), тепловыми (пустые узлы или атомы в междуузлиях) и механическими (трещины, дислокации и т. д.) дефектами. Наличие в полупроводнике примеси существенно изменяет его проводимость. Например, при введении в кремний примерно 0,001 ат.% бора его проводимость увеличивается примерно в 10^6 раз.

Примесную проводимость полупроводников рассмотрим на примере Ge и Si, в которые вводятся атомы с валентностью, отличной от валентности основных атомов на единицу. Например, при замещении атома германия пятивалентным атомом мышьяка (рис.9, а) один электрон не может образовать ковалентной связи, он оказывается лишним и может быть легко при тепловых колебаниях решетки отщеплен от атома, т. е. стать свободным. Образование свободного электрона не сопровождается нарушением ковалентной связи и поэтому дырка не возникает. Избыточный положительный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и поэтому перемещаться по решетке не может.

С точки зрения зонной теории рассмотренный процесс можно представить следующим образом. Введение примеси искажает поле решетки, что приводит к возникновению в запрещенной зоне энергетического уровня D валентных электронов мышьяка, называемого **примесным уровнем**. В случае германия с примесью мышьяка этот уровень располагается от дна зоны проводимости на расстоянии $\Delta E_D=0,013$ эВ. Так как $\Delta E_D < kT$, то уже при обычных температурах энергия теплового движения достаточна для того, чтобы перебросить электроны примесного уровня в зону проводимости; образующиеся при этом положительные заряды локализуются на неподвижных атомах мышьяка и в проводимости не участвуют.

Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой *на единицу больше валентности основных атомов, носителями тока являются электроны*; возникает **электронная примесная проводимость (проводимость *n*-типа)**. **Полупроводники** с такой проводимостью называются **электронными** (или **полупроводниками *n*-типа**). Примеси, являющиеся источником электронов, называются **донорами**, а энергетические уровни этих примесей — **донорными уровнями**.

Предположим, что в решетку кремния введен примесный атом с тремя валентными электронами, например бор. Для образования связей с четырьмя ближайшими соседями у атома бора не хватает одного электрона, одна из связей остается неукомплектованной и четвертый электрон может быть захвачен от соседнего атома основного вещества, где соответственно образуется дырка. Последовательное заполнение образующихся дырок электронами эквивалентно движению дырок в полупроводнике, т. е. дырки не остаются локализованными, а перемещаются в решетке кремния как свободные положительные заряды. Избыточный же отрицательный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и по решетке перемещаться не может.

По зонной теории, введение трехвалентной примеси в решетку кремния приводит к возникновению в запрещенной зоне примесного энергетического уровня A , не занятого электронами. В случае кремния с примесью бора этот уровень располагается выше верхнего края валентной зоны на расстоянии $\Delta E_A = 0,08$ эВ. Близость этих уровней к валентной зоне приводит к тому, что уже при сравнительно низких температурах электроны из валентной зоны переходят на примесные уровни и, связываясь с атомами бора, теряют способность перемещаться по решетке кремния, т. е. в проводимости не участвуют. Носителями тока являются лишь дырки, возникающие в валентной зоне.

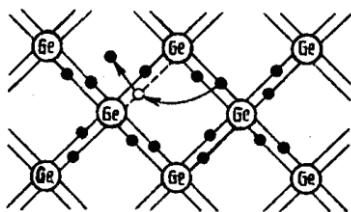


Рис. 6

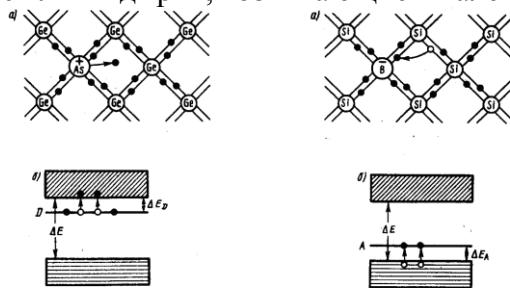


Рис. 7

Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов, носителями тока являются дырки; возникает **дырочная проводимость (проводимость *p*-типа)**. Полупроводники с такой проводимостью называются **дырочными** (или **полупроводниками *p*-типа**). Примеси, захватывающие электроны из валентной зоны полупроводника, называются **акцепторами**, а энергетические уровни этих примесей — **акцепторными уровнями**.

В отличие от собственной проводимости, осуществляющейся одновременно электронами и дырками, примесная проводимость полупроводников обусловлена в основном носителями одного знака: электронами — в случае донорной примеси, дырками — в случае акцепторной. Эти носители тока называются **основными**. Кроме основных носителей в полупроводнике имеются и неосновные носители: в полупроводниках *n*-типа — дырки, в полупроводниках *p*-типа — электроны.

Влияние температуры. Проводимость примесного полупроводника, как и проводимость любого проводника, определяется концентрацией носителей и их подвижностью. С изменением температуры подвижность носителей меняется по сравнительно слабому степенному закону, а концентрация носителей — по очень сильному экспоненциальному закону, поэтому проводимость примесных полупроводников от температуры определяется в основном температурной зависимостью концентрации носителей тока в нем. На рис. 8 дан примерный график зависимости $\ln \gamma$ от $1/T$ для примесных полупроводников. Участок *AB* описывает примесную проводимость полупроводника. Рост примесной проводимости полупроводника с повышением температуры обусловлен в основном ростом концентрации примесных носителей. Участок *BC* соответствует области истощения примесей (это подтверждают и эксперименты), участок *CD* описывает собственную проводимость полупроводника.



Рис. 8

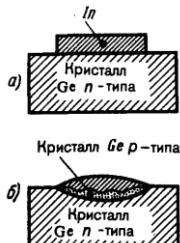


Рис. 9

5. Фотопроводимость полупроводников — увеличение электропроводности полупроводников под действием электромагнитного излучения — может быть связана со свойствами как основного вещества, так и содержащихся в нем примесей.

В первом случае при поглощении фотонов, соответствующих собственной полосе поглощения полупроводника, т. е. когда энергия фотонов равна или больше ширины запрещенной зоны ($h\nu \geq \Delta E$), могут совершаться перебросы электронов из валентной зоны в зону проводимости, что приведет к появлению добавочных (неравновесных) электронов (в зоне проводимости) и дырок (в валентной зоне). В результате возникает собственная фотопроводимость, обусловленная как электронами, так и дырками.

6. Электронно-дырочный переход и его свойства.

Граница соприкосновения двух полупроводников, один из которых имеет электронную, а другой — дырочную проводимость, называется **электронно-дырочным переходом** (или *p-n*-переходом). Эти переходы имеют большое практическое значение, являясь основой работы многих полупроводниковых приборов. *p-n*-Переход нельзя осуществить просто механическим соединением двух полупроводников. Обычно области различной проводимости создают либо при выращивании кристаллов, либо при соответствующей обработке кристаллов. Например, на кристалл германия *n*-типа накладывается индиевая «таблетка» (рис.9, а). Эта система нагревается примерно при 500°C в вакууме или в атмосфере инертного газа; атомы индия диффундируют на некоторую глубину в германий. Затем расплав медленно охлаждают. Так как германий, содержащий индий, обладает дырочной проводимостью, то на границе закристаллизовавшегося расплава и германия *n*-типа образуется *p-n*-переход.

Рассмотрим физические процессы, происходящие в *p-n*-переходе (рис.10). Пусть донорный полупроводник приводится в контакт с электронным. (рис.10). Электроны из *n*-полупроводника, где их концентрация выше, будут диффундировать в *p*-полупроводник, где их концентрация ниже. Диффузия же дырок происходит в обратном направлении — в направлении *p*→*n*.

В *n*-полупроводнике из-за ухода электронов вблизи границы остается нескомпенсированный положительный объемный заряд неподвижных ионизованных донорных атомов. В *p*-полупроводнике из-за ухода дырок вблизи границы образуется отрицательный объемный заряд неподвижных ионизованных акцепторов. Эти объемные заряды образуют у границы двойной электрический слой, поле которого, направленное от *n*-области к *p*-области, препятствует дальнейшему переходу электронов в направлении *n*→*p* и дырок в направлении *p*→*n*. Если концентрации доноров и акцепторов в полупроводниках *n*- и *p*-типа одинаковы, то толщины слоев d_1 и d_2 (рис.10), в которых локализуются неподвижные заряды, равны ($d_1=d_2$).

В итоге в области *p-n* перехода устанавливается равновесие: образуется двойной слой пространственного заряда, не содержащий свободных носителей заряда и препятствующий своим электрическим полем Е дальнейшему перемещению основных носителей заряда через *p-n*-переход. Распределение пространственного заряда ρ, напряженности электрического поля Е и потенциала φ в области *p-n* перехода показаны на рис.11, а, б, в. Потенциальный барьер в слое объемного пространственного заряда

соответствует электрическому полю, препятствующему движению электронов справа налево, и дырок слева направо и содействующему движению этих носителей заряда в противоположных направлениях. Высота потенциального барьера φ_k (рис.11, в) называется контактной разностью потенциалов в $p-n$ переходе и зависит от материала и уровней его легирования (для кремния Si $\varphi_k = 0,5 - 0,6$ В).



Рис.10
заряда (а),
и потенциала (в)
напряжения

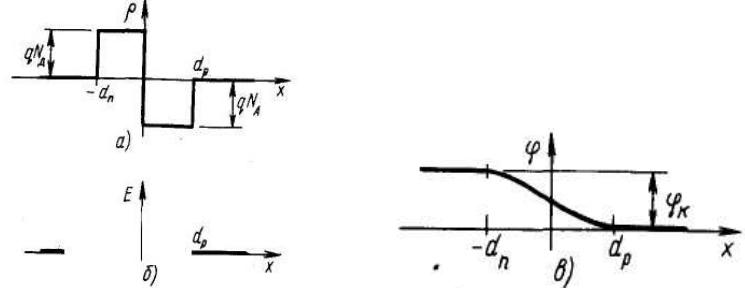


Рис.11. Распределение пространственного
напряжённости электрического поля (б)
 $p-n$ переходе при отсутствии внешнего
напряжения

Все энергетические уровни акцепторного полупроводника подняты относительно уровней донорного полупроводника на высоту, равную $e\varphi$, причем подъем происходит на толщине двойного слоя d . Толщина d слоя $p-n$ -перехода в полупроводниках составляет примерно $10^{-6} - 10^{-7}$ м, а контактная разность потенциалов — десятые доли вольт. Носители тока способны преодолеть такую разность потенциалов лишь при температуре в несколько тысяч градусов, т. е. при обычных температурах равновесный контактный слой является **запирающим** и характеризуется повышенным сопротивлением.

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если приложенное к $p-n$ -переходу внешнее электрическое поле направлено от n -полупроводника к p -полупроводнику (рис.12, а), т. е. совпадает с полем контактного слоя, то оно вызывает движение электронов в n -полупроводнике и дырок в p -полупроводнике от границы $p-n$ -перехода в противоположные стороны. В результате запирающий слой расширяется и его сопротивление возрастет. Направление внешнего поля, расширяющего запирающий слой, называется **запирающим (обратным)**. В этом направлении электрический ток через $p-n$ -переход практически не проходит. Ток в запирающем слое в запирающем направлении образуется лишь за счет неосновных носителей тока (электронов в p -полупроводнике и дырок в n -полупроводнике).

Если приложенное к $p-n$ -переходу внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя (рис.12, б), то оно вызывает движение электронов в n -полупроводнике и дырок в p -полупроводнике к границе $p-n$ -перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются. Следовательно, в этом направлении электрический ток проходит сквозь $p-n$ -переход в направлении от p -полупроводника к n -полупроводнику; оно называется **пропускным (прямым)**. Таким образом, $p-n$ -переход обладает **односторонней (вентильной) проводимостью**.

На рис.13 представлена вольт-амперная характеристика $p-n$ -перехода. Как уже указывалось, при пропускном (прямом) напряжении внешнее электрическое поле способствует движению основных носителей тока к границе $p-n$ -перехода. В результате толщина контактного слоя уменьшается. Соответственно уменьшается и сопротивление перехода (тем сильнее, чем больше напряжение), а сила тока становится большой (правая ветвь на рис.13). Это направление тока называется **прямыми**.

При запирающем (обратном) напряжении внешнее электрическое поле препятствует движению основных носителей тока к границе p - n -перехода и способствует движению неосновных носителей тока, концентрация которых в полупроводниках невелика. Это приводит к увеличению толщины контактного слоя, обедненного основными носителями тока. Соответственно увеличивается и сопротивление перехода. Поэтому в данном случае через p - n -переход протекает только небольшой ток (он называется **обратным**), полностью обусловленный неосновными носителями тока (левая ветвь рис.13). Быстрое возрастание этого тока означает пробой контактного слоя и его разрушение. При включении в цепь переменного тока p - n -переходы действуют как выпрямители.

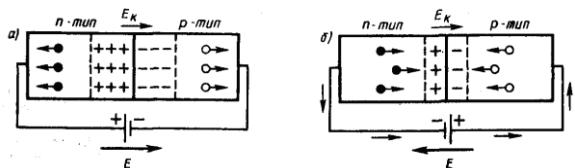


Рис.12

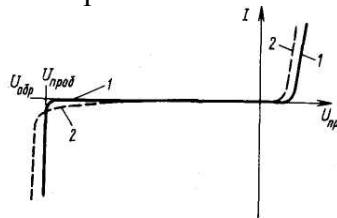


Рис.13

7. Полупроводниковые приборы.

Односторонняя проводимость контактов двух полупроводников (или металла с полупроводником) используется для выпрямления и преобразования переменных токов. Если имеется один электронно-дырочный переход, то его действие аналогично действию двухэлектродной лампы — диода. Поэтому полупроводниковое устройство, содержащее один p - n -переход, называется полупроводниковым (кристаллическим) диодом.

Полупроводниковые диоды по конструкции делятся на точечные и плоскостные.

p - n -Переходы обладают не только прекрасными выпрямляющими свойствами, но могут быть использованы также для усиления, а если в схему ввести обратную связь, то и для генерирования электрических колебаний. Приборы, предназначенные для этих целей, получили название **полупроводниковых триодов** или **транзисторов** (первый транзистор создан в 1949 г. американскими физиками Д. Бардином, У. Браттейном и У. Шокли; Нобелевская премия 1956 г.).

Для примера рассмотрим принцип работы плоскостного триода p - n - p , т. е. триода на основе n -полупроводника (рис.14). Рабочие «электроды» триода, которыми являются **база** (средняя часть транзистора), **эмиттер** и **коллектор** (прилегающие к базе с обеих сторон области с иным типом проводимости), включаются в схему с помощью невыпрямляющих контактов — металлических проводников. Между эмиттером и базой прикладывается постоянное смещающее напряжение в прямом направлении, а между базой и коллектором — постоянное смещающее напряжение в обратном направлении. Усиливающее переменное напряжение подается на входное сопротивление R_{bx} , а усиленное — снимается с выходного сопротивления R_{bx} .

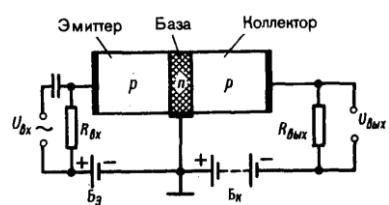


Рис.14

Протекание тока в цепи эмиттера обусловлено в основном движением дырок (они являются основными носителями тока) и сопровождается их «вспрыскиванием» — **инжеекцией** — в область базы. Проникшие в базу дырки диффундируют по направлению к коллектору, причем при небольшой толщине базы значительная часть инжектированных дырок достигает коллектора. Здесь дырки захватываются полем, действующим внутри перехода (притягиваются к отрицательно заряженному коллектору), вследствие чего

изменяется ток коллектора. Следовательно, всякое изменение тока в цепи эмиттера вызывает изменение тока в цепи коллектора.

Прикладывая между эмиттером и базой переменное напряжение, получим в цепи коллектора переменный ток, а на выходном сопротивлении — переменное напряжение. Величина усиления зависит от свойств *p-n*-переходов, нагрузочных сопротивлений и напряжения батареи \mathbf{B}_k . Обычно $R_{\text{вых}} \gg R_{\text{вх}}$, поэтому $U_{\text{вых}}$ значительно превышает входное напряжение $U_{\text{вх}}$ (усиление может достигать 10 000). Так как мощность переменного тока, выделяемая в $R_{\text{вых}}$, может быть больше, чем расходуемая в цепи эмиттера, то транзистор даст и усиление мощности. Эта усиленная мощность появляется за счет источника тока, включенного в цепь коллектора.

Транзистор, подобно электронной лампе, дает усиление и напряжения и мощности. Если в лампе анодный ток управляет напряжением на сетке, то в транзисторе ток коллектора, соответствующий анодному току лампы, управляет напряжением на базе.

1.23 Лекция № 23 (2 часа)

Тема: «Электрический ток в вакууме и газах»

1.23.1. Вопросы лекции:

1. Электрический ток в вакууме.
2. Электровакуумные приборы.
3. Электрический ток в газах.
4. Самостоятельный газовый разряд и его виды.
5. Плазма и её свойства.

1.23.2. Краткое содержание вопросов.

1. Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия и её законы.

Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется **работой выхода**. Укажем две вероятные причины появления работы выхода:

1. Если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд и электрон притягивается к индуцированному им самим положительному заряду.
2. Отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на расстояния порядка атомных и создают тем самым над поверхностью металла «электронное облако», плотность которого быстро убывает с расстоянием. Это облако вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует **двойной электрический слой**, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным расстояниям (10^{-10} — 10^{-9} м). Он не создает электрического поля во внешнем пространстве, но препятствует выходу свободных электронов из металла.

Таким образом, электрон при вылете из металла должен преодолеть задерживающее его электрическое поле двойного слоя. Разность потенциалов $\Delta\varphi$ в этом слое, называемая **поверхностным скачком потенциала**, определяется работой выхода (A) электрона из металла:

$$\Delta\varphi = A/e,$$

где e — заряд электрона. Так как вне двойного слоя электрическое поле отсутствует, то потенциал среды равен нулю, а внутри металла потенциал положителен и равен $\Delta\varphi$. Потенциальная энергия свободного электрона внутри металла равна $-e\Delta\varphi$ и является относительно вакуума отрицательной. Исходя из этого можно считать, что весь объем

металла для электронов проводимости представляет потенциальную яму с плоским дном, глубина которой равна работе выхода A .

Работа выхода выражается в **электрон-вольтах** (эВ): 1 эВ равен работе, совершающейся силами поля при перемещении элементарного электрического заряда (заряда, равного заряду электрона) при прохождении им разности потенциалов в 1 В. Так как заряд электрона равен $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то 1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для совершения работы выхода, то часть электронов может покинуть металл, в результате чего наблюдается явление испускания электронов, или электронной эмиссии. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную и автоэлектронную эмиссии.

Электронная эмиссия и её виды

- 1. Термоэлектронная эмиссия** — это испускание электронов нагретыми металлами.
- 2. Фотоэлектронная эмиссия** — это эмиссия электронов из металла под действием света, а также коротковолнового электромагнитного излучения (например, рентгеновского). Основные закономерности этого явления будут разобраны при рассмотрении фотоэлектрического эффекта.
- 3. Вторичная электронная эмиссия** — это испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Явление вторичной электронной эмиссии используется в **фотоэлектронных умножителях** (ФЭУ), применимых для усиления слабых электрических токов. ФЭУ представляет собой вакуумную трубку с фотокатодом К и анодом А, между которыми расположено несколько электродов — эмиттеров. Электроны, вырванные из фотокатода под действием света, попадают на эмиттер \mathcal{E}_1 , пройдя ускоряющую разность потенциалов между К и \mathcal{E}_1 . Из эмиттера \mathcal{E}_1 выбивается δ электронов. Усиленный таким образом электронный поток направляется на эмиттер \mathcal{E}_2 , и процесс умножения повторяется на всех последующих эмиттерах. Если ФЭУ содержит n эмиттеров, то на аноде А, называемом **коллектором**, получается усиленный фотоэлектронный ток.
- 4. Автоэлектронная эмиссия** — это эмиссия электронов с поверхности металлов под действием сильного внешнего электрического поля.

Термоэлектронная эмиссия — это испускание электронов нагретыми металлами. Концентрация свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах вследствие распределения электронов по скоростям (по энергиям) некоторые электроны обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на границе металла. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным.

Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с помощью схемы, приведенной на рисунке 1. Если поддерживать температуру накаленного катода постоянной и снять зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a , — **вольт-амперную характеристику** (рис.1), то оказывается, что она не является линейной, т. е. для вакуумного диода закон Ома не выполняется. Зависимость термоэлектронного тока I от анодного напряжения в области малых положительных значений U описывается **законом трех вторых** (установлен русским физиком С. А. Богуславским и американским физиком И. Ленгмюром) и определяется следующим выражением

$$I = BU^{3/2},$$

где B — коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов и их взаимного расположения.

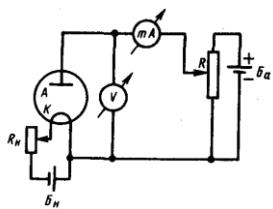


Рис.1

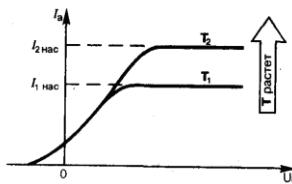


Рис.2

При увеличении анодного напряжения ток возрастает до некоторого максимального значения $I_{\text{нас}}$, называемого **током насыщения**. Это означает, что почти все электроны, покидающие катод, достигают анода, поэтому дальнейшее увеличение напряженности поля не может привести к увеличению термоэлектронного тока. Следовательно, плотность тока насыщения характеризует эмиссионную способность материала катода.

Плотность тока насыщения определяется **формулой Ричардсона — Дешмана**, выведенной теоретически на основе квантовой статистики (это закон Ричардсона-Дешмана):

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/kT},$$

где A — работа выхода электронов из катода, T — термодинамическая температура, C — постоянная, теоретически одинаковая для всех металлов. Уменьшение работы выхода приводит к резкому увеличению плотности тока насыщения. Поэтому применяются оксидные катоды (например, никель, покрытый оксидом щелочно-земельного металла), работа выхода которых равна 1—1,5 эВ.

На рис.2 представлены вольт-амперные характеристики для двух температур катода: T_1 и T_2 , причем $T_2 > T_1$. С повышением температуры катода испускание электронов с катода интенсивнее, при этом увеличивается и ток насыщения. При $U_a=0$ наблюдается анодный ток, т. е. некоторые электроны, эмиттируемые катодом, обладают энергией, достаточной для преодоления работы выхода и достижения анода без приложения электрического поля.

2. Электровакуумные приборы.

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме, например в электронных лампах, рентгеновских трубках, электронных микроскопах.

3. Электрический ток в газах. Ионизация газов. Несамостоятельный разряд.

Газ становится проводником электричества, когда некоторая часть его молекул ионизуется, т. е. произойдет расщепление нейтральных атомов и молекул на ионы и свободные электроны. Для этого газ надо подвергнуть действию какого-либо **ионизатора**.

При ионизации газов под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к нейтральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны. Прохождение электрического тока через газы называется **газовым разрядом**.

Ионизация газов может происходить под действием различных ионизаторов: сильный нагрев (столкновения быстрых молекул становятся настолько сильными, что они разбиваются на ионы), короткое электромагнитное излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское и γ -излучения), корпускулярное излучение (потоки электронов, протонов, α -частиц) и т. д. Для того чтобы выбить из молекулы (атома) один электрон, необходимо затратить определенную энергию, называемую **энергией ионизации**, значения которой для атомов различных веществ лежат в пределах 4÷25 эВ.

Одновременно с процессом ионизации газа всегда идет и обратный процесс — **процесс рекомбинации**: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и эле-

ктроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации.

Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока.

Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (рис.3), подвергающийся непрерывному, постоянному по интенсивности воздействию ионизатора. В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность и в цепи потечет ток, зависимость которого от приложенного напряжения дана на рис. 2.

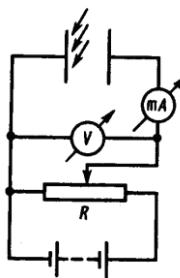


Рис.3

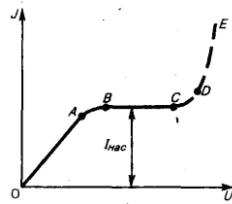


Рис.4

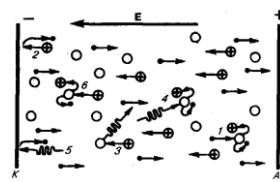


Рис.5

На участке кривой OA сила тока возрастает пропорционально напряжению, т. е. выполняется закон Ома. При дальнейшем увеличении напряжения закон Ома нарушается: рост силы тока замедляется (участок AB) и наконец прекращается совсем (участок BC). Это достигается в том случае, когда ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за единицу времени, за это же время достигают электродов. В результате получаем ток насыщения ($I_{\text{нас}}$), значение которого определяется мощностью ионизатора. Ток насыщения, таким образом, является мерой ионизирующего действия ионизатора. Если в режиме OC прекратить действие ионизатора, то прекращается и разряд. Разряды, существующие только под действием внешних ионизаторов, называются **несамостоятельными**. При дальнейшем увеличении напряжения между электродами сила тока вначале медленно (участок CD), а затем резко (участок DE) возрастает. Наступает самостоятельный газовый разряд

4. Самостоятельный газовый разряд и его виды. Вольт–амперная характеристика.

Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется **самостоятельным**.

При больших напряжениях между электродами газового промежутка ток сильно возрастает (участки CD и DE на рис.2). При больших напряжениях возникающие под действием внешнего ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим полем, сталкиваясь с нейтральными молекулами газа, ионизируют их, в результате чего образуются вторичные электроны и положительные ионы (процесс 1 на рис.3). Положительные ионы движутся к катоду, а электроны — к аноду. Вторичные электроны вновь ионизируют молекулы газа, и, следовательно, общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере продвижения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения электрического тока на участке CD (см. рис.2). Описанный процесс называется **ударной ионизацией**.

Однако ударная ионизация под действием электронов недостаточна для поддержания разряда при удалении внешнего ионизатора. Для этого необходимо, чтобы электронные лавины «воспроизвелись», т. е. чтобы в газе под действием каких-то процессов возникали новые электроны. Такие процессы схематически показаны на рис.3:

1) ускоренные полем положительные ионы, ударяясь о катод, выбивают из него электроны (процесс 2); 2) положительные ионы, сталкиваясь с молекулами газа, переводят их в возбужденное состояние; переход таких молекул в нормальное состояние сопровождается испусканием фотона (процесс 3); 3) фотон, поглощенный нейтральной молекулой, ионизирует ее, происходит так называемый процесс фотонной ионизации молекул (процесс 4); 4) выбивание электронов из катода под действием фотонов (процесс 5).

Наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка наступает момент, когда положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа (процесс 6), в к отрицательной пластине устремляются ионные лавины. Когда возникают кроме электронных лавин еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения (участок *DE* на рис.2).

В результате описанных процессов (1—6) число ионов и электронов в объеме газа лавинообразно возрастает и разряд становится самостоятельным, т. е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный разряд, называется —**напряжением пробоя**.

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырех типах самостоятельного разряда: *тлеющим, искровом, дуговым и коронным*.

5. Плазма и её свойства.

Плазма — частично или полностью ионизированный газ, образованный из нейтральных атомов (или молекул) и заряженных частиц (ионов и электронов). Важнейшей особенностью плазмы является её квазинейтральность, это означает, что объёмные плотности положительных и отрицательных заряженных частиц, из которых она образована, оказываются почти одинаковыми. Плазма иногда называется четвёртым (после твёрдого, жидкого и газообразного) агрегатным состоянием вещества.

Лекция № 24 (2 часа)

Тема: Термоэлектрические явления

1. Вопросы лекции:

- 1.1 Контакт двух металлов. Законы Вольта.
- 1.2 Контактная разность потенциалов.
- 1.3 Явление Зеебека и его применение.
- 1.4 Явление Пельтье и его применение.
- 1.5 Явление Томсона.

2. Литература.

2.1 Основная

- 2.1.1 Трофимова Т.И. Курс физики. – Москва, Академия, 2006, § 246, 247.

3. Краткое содержание вопросов.

3.1 Контакт двух металлов. Законы Вольта.

Если два различных металла привести в соприкосновение, то между ними возникает разность потенциалов, называемая контактной разностью потенциалов. Итальянский физик А. Вольта (1745—1827) установил, что если металлы Al, Zn, Sn, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd привести в контакт в указанной последовательности, то каждый предыдущий при соприкосновении с одним из следующих зарядится положительно. Этот

ряд называется рядом Вольта. Контактная разность потенциалов для различных металлов составляет от десятых до целых вольт.

Вольта экспериментально установил два закона:

1. Контактная разность потенциалов зависит лишь от химического состава и температуры соприкасающихся металлов.
2. Контактная разность потенциалов последовательно соединенных различных проводников, находящихся *при одинаковой температуре*, не зависит от химического состава промежуточных проводников и равна контактной разности потенциалов, возникающей при непосредственном соединении крайних проводников.

3.2 Контактная разность потенциалов.

Для объяснения возникновения контактной разности потенциалов воспользуемся представлениями зонной теории. Рассмотрим контакт двух металлов с различными работами выхода A_1 и A_2 , т.е. с различными положениями уровня Ферми (верхнего заполненного электронами энергетического уровня). Если $A_1 < A_2$ (этот случай изображен на рис.3, а), то уровень Ферми располагается в металле 1 выше, чем в металле 2. Следовательно, при контакте металлов электроны с более высоких уровней металла 1 будут переходить на более низкие уровни металла 2, что приведет к тому, что металл 1 зарядится положительно, а металл 2 — отрицательно. Одновременно происходит относительное смещение энергетических уровней: в металле, заряжающемся положительно, все уровни смещаются вниз, а в металле, заряжающемся отрицательно, — вверх. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока между соприкасающимися металлами не установится равновесие, которое, как доказывается в статистической физике, характеризуется совпадением уровней Ферми в обоих металлах (рис.3, б).

Так как для соприкасающихся металлов уровни Ферми совпадают, а работы выхода A_1 и A_2 не изменяются (они являются константами металлов и не зависят от того, находятся металлы в контакте или нет), то потенциальная энергия электронов в точках, лежащих вне металлов в непосредственной близости к их поверхности (точки A и B на рис. 330, б), будет различной. Следовательно, между точками A и B устанавливается разность потенциалов, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta\varphi' = (A_2 - A_1)/e.$$

Разность потенциалов, обусловленная различием работ выхода контактирующих металлов, называется **внешней контактной разностью потенциалов**. Чаще говорят просто о контактной разности потенциалов, подразумевая под ней внешнюю.

Если уровни Ферми для двух контактирующих металлов не одинаковы, то между внутренними точками металлов наблюдается **внутренняя контактная разность потенциалов**, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta\varphi'' = (E_F - E_{F_2})/e.$$

В квантовой теории доказывается, что причиной возникновения внутренней контактной разности потенциалов является различие концентраций электронов в контактирующих металлах. $\Delta\varphi''$ зависит от температуры T контакта металлов (поскольку наблюдается зависимость E_F от T), обусловливая термоэлектрические явления. Как правило, $\Delta\varphi'' \ll \Delta\varphi'$.

Если, например, привести в соприкосновение три разнородных проводника, имеющих одинаковую температуру, то разность потенциалов между концами разомкнутой цепи равна алгебраической сумме скачков потенциала во всех контактах. Она, как можно показать (предоставляем это сделать читателю), не зависит от природы промежуточных проводников (второй закон Вольта).

Внутренняя контактная разность потенциалов возникает в двойном электрическом слое, образующемся в приконтактной области и называемом **контактным слоем**. Толщина контактного слоя в металлах составляет примерно 10^{-10} м, т. е. соизмерима с междоузельными расстояниями в решетке металла. Число электронов, участвующих в

диффузии через контактный спой, составляет примерно 2% от общего числа электронов, находящихся на поверхности металла. Столь незначительное изменение концентрации электронов в контактном слое, с одной стороны, и малая по сравнению с длиной свободного пробега электрона его толщина — с другой, не могут привести к заметному изменению проводимости контактного слоя по сравнению с остальной частью металла. Следовательно, электрический ток через контакт двух металлов проходит так же легко, как и через сами металлы, т.е. контактный слой проводит электрический ток в обоих направлениях ($1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$) одинаково и не дает эффекта выпрямления, который всегда связан с односторонней проводимостью.

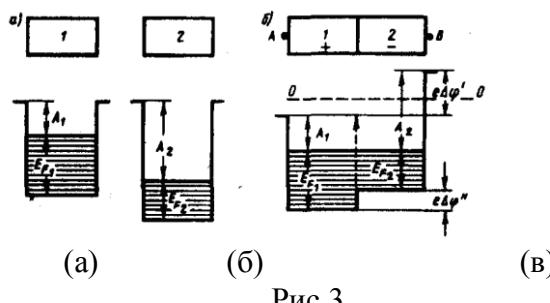


Рис.3

Термоэлектрические явления и их применение

Согласно второму закону Вольта, в замкнутой цепи, состоящей из нескольких металлов, находящихся при одинаковой температуре, э.д.с. не возникает, т. е. не происходит возбуждения электрического тока. Однако если температура контактов не одинакова, то в цепи возникает электрический ток, называемый **термоэлектрическим**. Явление возбуждения термоэлектрического тока (**явление Зеебека**), а также тесно связанные с ним **явление Пельте и Томсона** называются **термоэлектрическими явлениями**.

3.3 Явление Зеебека (1821). Немецкий физик Т. Зеебек (1770—1831) обнаружил, что в замкнутой цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты между которыми имеют различную температуру, возникает электрический ток. Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух металлических проводников 1 и 2 с температурами спаев T_1 (контакт A) и T_2 (контакт B), причем $T_1 > T_2$ (рис.4). В замкнутой цепи для многих пар металлов (например, Cu—Bi, Ag—Cu, Au—Cu) электродвижущая сила прямо пропорциональна разности температур в контактах:

$$\varepsilon = \alpha \cdot (T_2 - T_1)$$

Эта э.д.с. называется **термоэлектродвижущей силой**. А Направление тока при $T_1 > T_2$ на рис. 4) показано стрелкой. Термоэлектродвижущая сила, например для пары металлов медь — константан, для разности температур 100 К составляет всего 4,25 мВ.

Причина возникновения термоэлектродвижущей э.д.с.. Как видно, внутренняя контактная разность потенциалов на границе двух металлов. зависит от температуры. Поэтому если температуры контактов разные, то разными будут и внутренние контактные разности потенциалов. Таким образом, сумма скачков потенциала отлична от нуля, что и приводит к возникновению термоэлектрического тока. Отметим также, что при градиенте температуры происходит и диффузия электронов, которая тоже обуславливает термо-э.д.с.

Применение. Явление Зеебека используется для измерения температуры. Для этого применяются **термоэлементы**, или **термопары**—датчики температур, состоящие из двух соединенных между собой разнородных металлических проводников. Если контакты (обычно спаи) проводников (проволок), образующих термопару, находятся при разных температурах, то в цепи возникает термоэлектродвижущая сила, которая зависит от

разности температур контактов и природы применяемых материалов. Чувствительность термопар выше, если их соединять последовательно. Эти соединения называются **термобатареями** (или **термостолбиками**). Термопары применяются как для измерения ничтожно малых разностей температур, так и для измерения очень высоких и очень низких температур (например, внутри доменных печей или жидких газов). Точность определения температуры с помощью термопар составляет, как правило, несколько кельвин, а у некоторых термопар достигает $\approx 0,01$ К. Термопары обладают рядом преимуществ перед обычными термометрами: имеют большую чувствительность и малую инерционность, позволяют проводить измерения в широком интервале температур и допускают дистанционные измерения.

Явление Зеебека в принципе может быть использовано для генерации электрического тока. Так, уже сейчас к.п.д. полупроводниковых термобатарей достигает $\approx 18\%$. Совершенствуя полупроводниковые термоэлектрогенераторы, можно добиться эффективного прямого преобразования тепловой энергии в электрическую.

3.4 Явление Пельтье (1834). Французский физик Ж. Пельтье обнаружил, что при прохождении через контакт двух различных проводников электрического тока в зависимости от его направления помимо джоулевой теплоты выделяется или поглощается дополнительная теплота. Таким образом, явление Пельтье является обратным по отношению к явлению Зеебека. В отличие от джоулевой теплоты, которая пропорциональна квадрату силы тока, теплота Пельтье пропорциональна первой степени силы тока и меняет знак при изменении направления тока.

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух разнородных металлических проводников 1 и 2 (рис., по которым пропускается ток I' (его направление в данном случае выбрано совпадающим с направлением термотока (на рис.5 при условии $T_1 > T_2$)). Согласно наблюдениям Пельтье, спай A , который при явлении Зеебека поддерживался бы при более высокой температуре, будет теперь охлаждаться, а спай B — нагреваться. При изменении направления тока I' спай A будет нагреваться, спай B — охлаждаться.

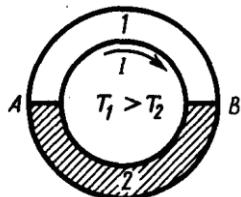


Рис.4

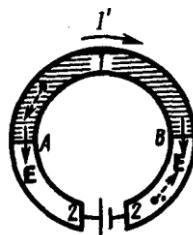


Рис.5

Объяснить явление Пельтье можно следующим образом. Электроны по разную сторону спая обладают различной средней энергией (полней — кинетической плюс потенциальной). Если электроны (направление их движения задано на рис.5 пунктирными стрелками) пройдут через спай B и попадут в область с меньшей энергией, то избыток своей энергии они отдадут кристаллической решетке и спай будет нагреваться. В спае A электроны переходят в область с большей энергией, забирая теперь недостающую энергию у кристаллической решетки, и спай будет охлаждаться.

Явление Пельтье используется в термоэлектрических полупроводниковых холодильниках, и в некоторых электронных приборах.

3.5 Явление Томсона (1856). Вильям Томсон (Кельвин), исследуя термоэлектрические явления, пришел к заключению, подтвердив его экспериментально, что при прохождении тока по *неравномерно* нагретому проводнику должно происходить дополнительное выделение (поглощение) теплоты, аналогичной теплоте Пельтье. Это явление получило название явления Томсона. Его можно объяснить следующим образом. Так как в более

нагретой части проводника электроны имеют большую среднюю энергию, чем в менее нагретой, то, двигаясь в направлении убывания температуры, они отдают часть своей энергии решетке, в результате чего происходит выделение теплоты Томсона. Если же электроны движутся в сторону возрастания температуры, то они, наоборот, пополняют свою энергию за счет энергии решетки, в результате чего происходит поглощение теплоты Томсона

1.25 Лекция № 25 (2 часа)

Тема: «Магнитное поле постоянного тока – 1»

1.25.1. Вопросы лекции:

1. Магнитное поле и его характеристики.
2. Закон Ампера. Закон Био – Савара – Лапласа.
3. Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле.
4. Действие магнитного поля на движущийся заряд.
5. Эффект Холла и его использование.

1.25.2. Краткое содержание вопросов.

1. Магнитное поле. Магнитная индукция. Линии магнитной индукции.

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует *только на движущиеся* в этом поле электрические заряды. Опыт показывает, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника и от направления тока. Подобно тому, как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется *замкнутый плоский контур с током (рамка с током)*, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве определяется направлением нормали к контуру. Направление нормали определяется *правилом правого винта*: за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 1).

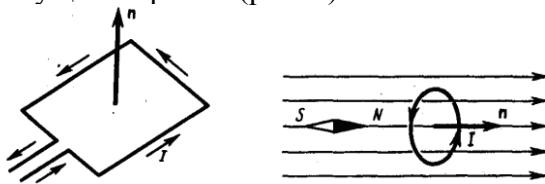


Рис.1

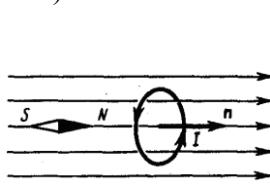


Рис.2

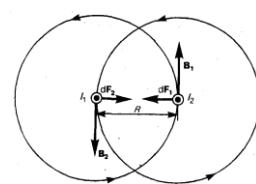


Рис.3

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Этот результат используется для выбора направления магнитного поля. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке (рис.2). За направление магнитного поля может быть также принято направление, совпадающее с

направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку. Так как оба полюса магнитной стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая южный полюс с северным, совпадала с направлением поля.

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки и определяется формулой

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}],$$

где \mathbf{p}_m — вектор магнитного момента рамки с током (\mathbf{B} — вектор магнитной индукции, количественная характеристика магнитного поля). Для плоского контура с током I

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n},$$

где S — площадь поверхности контура (рамки), \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление \mathbf{p}_m совпадает, таким образом, с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение M_{\max}/p_m (M_{\max} — максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$\mathbf{B} = M_{\max}/p_m.$$

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

Так как магнитное поле является *силовым*, то его изображают с помощью **линий магнитной индукции** — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \mathbf{B} . Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции. Линии магнитной индукции всегда *замкнуты* и охватывают проводники с током.

Согласно предложению французского физика А. Ампера в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле.

Вектор магнитной индукции \mathbf{B} характеризует *результатирующее* магнитное поле, создаваемое всеми *макро- и микротоками*, т. е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор \mathbf{B} в *различных* средах будет иметь *разные* значения.

Магнитное поле *макротоков* описывается **вектором напряженности** \mathbf{H} . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности следующим соотношением:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H},$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — безразмерная величина — **магнитная проницаемость среды**, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков H усиливается за счет поля микротоков среды.

2. Закон Ампера. Закон Био – Савара – Лапласа.

Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током. Ампер установил, что сила $d\mathbf{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током, находящегося в магнитном поле, равна

$$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}],$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор, по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции.

Направление вектора $d\mathbf{F}$ может быть найдено по общим правилам векторного произведения, откуда следует **правило левой руки**. Модуль силы Ампера вычисляется по формуле

$$d\mathbf{F} = I\mathbf{B} d\mathbf{l} \sin \alpha, \quad \text{где } \alpha \text{ — угол между векторами } d\mathbf{l} \text{ и } \mathbf{B}.$$

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных тока I_1 и I_2 ; (направления токов указаны на рис.3), расстояние между которыми равно R . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Сила $d\mathbf{F}_1$, с которой поле \mathbf{B}_1 действует на участок dl второго тока равна

$$d\mathbf{F}_1 = I_2 \mathbf{B}_1 d\mathbf{l}; \quad \text{или} \quad d\mathbf{F}_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} d\mathbf{l}.$$

Сила $d\mathbf{F}_2$ с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с током I_1 , направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$d\mathbf{F}_2 = I_1 \mathbf{B}_2 d\mathbf{l} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} d\mathbf{l}.$$

Два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$d\mathbf{F} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} d\mathbf{l}.$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания.

Закон Био — Савара — Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Закон Био — Савара — Лапласа для проводника с током I , элемент $d\mathbf{l}$ которого создает в некоторой точке A (рис. 164) индукцию поля $d\mathbf{B}$, записывается в виде

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, \mathbf{r} — радиус-вектор, проведенный из элемента $d\mathbf{l}$ проводника в точку A поля, r — модуль радиуса-вектора \mathbf{r} . Направление $d\mathbf{B}$ перпендикулярно $d\mathbf{l}$ и \mathbf{r} , т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта): направление вращения головки винта дает направление $d\mathbf{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора $d\mathbf{B}$ определяется выражением

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где α — угол между векторами $d\mathbf{l}$ и \mathbf{r} .

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i.$$

Расчет характеристик магнитного поля (\mathbf{B} и \mathbf{H}) по приведенным формулам в общем случае сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био — Савара — Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет просто рассчитать конкретные поля. Рассмотрим два примера.

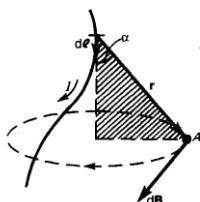


Рис.4

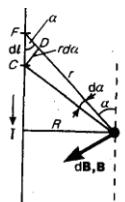


Рис. 5

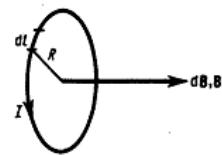


Рис.6

А) Магнитное поле прямого тока — тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис.4). В произвольной точке A , удаленной от оси проводника на расстояние R , векторы $d\mathbf{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к вам»). Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве постоянной интегрирования выберем угол α (угол между векторами dl и r), выразив через него все остальные величины.

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}.$$

Б) Магнитное поле в центре кругового проводника с током (рис.6). Как следует из рисунка, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитные поля одинакового направления — вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin\alpha = 1$) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R , то

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl. \quad B = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

Единицы измерения магнитной индукции и напряженности: 1 Тл (тесла) = 1 Н/А м , 1 Н/А. Магнитная постоянная $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

3.3 Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле

На замкнутый контур с током I и площадью S , находящийся в магнитном поле с индукцией B действует вращающий момент, обусловленный действием магнитных сил на элементы контура. Его величина и направление определяются выражением

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

Модуль вращающего момента равен $M = P_m \cdot B \cdot \sin\alpha$,

где $\vec{P}_m = P_m \cdot \vec{n} = I S \vec{n}$ — магнитный момент контура (рамки),

α — угол между векторами \vec{B} и \vec{P}_m (\vec{n}).

Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле.

Магнитному моменту контура (рамки) с током приписывают направление, совпадающее с положительным направлением единичной нормали \vec{n} к плоскости контура, которое определяется по правилу правого винта.

Применение: электродвигатели, электроизмерительные приборы.

4. Действие магнитного поля на движущийся заряд

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на электрический заряд Q ,

движущийся в магнитном поле со скоростью \mathbf{v} , называется **силой Лоренца** и выражается формулой $\mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$, где \mathbf{B} — индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Направление силы Лоренца определяется с помощью **правила левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \mathbf{B} , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора \mathbf{v} (для $Q>0$ направления \mathbf{I} и \mathbf{v} совпадают, для $Q<0$ — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на **положительный заряд**. На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении. Модуль силы Лоренца (см.) равен

$$F = QvB \sin \alpha,$$

где α — угол между \mathbf{v} и \mathbf{B} .

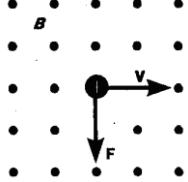


Рис. 1

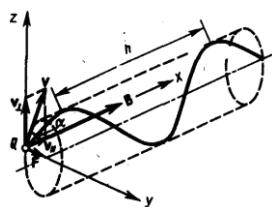


Рис. 2

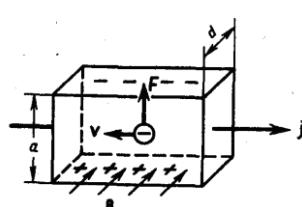


рис.3

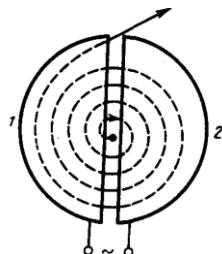


рис.4

Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды. Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Движение заряженных частиц в магнитном поле

Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле со скоростью \mathbf{v} вдоль линий магнитной индукции, то угол α между векторами \mathbf{v} и \mathbf{B} равен 0 или π . Тогда сила Лоренца равна нулю, т. е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью \mathbf{v} , перпендикулярной вектору \mathbf{B} , то сила Лоренца $\mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус r которой определяется из условия $QvB = mv^2/r$ откуда

$$r = \frac{mv}{Q} \frac{v}{B}.$$

Период вращения частицы, т. е. время T , за которое она совершает один полный оборот,

$$T = \frac{2\pi m}{B Q},$$

равен

т. е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду (Q/m) частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости (при $v < c$).

Если скорость \mathbf{v} заряженной частицы направлена под углом α к вектору \mathbf{B} (рис. 2), то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = v \cos \alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v \sin \alpha$ по окружности, перпендикулярной полю.

В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (рис. 8). Шаг винтовой линии равен:

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha. \quad \text{или} \quad h = 2\pi m v \cos \alpha / (B Q).$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

Если скорость v заряженной частицы составляет угол α с направлением вектора \mathbf{B} неоднородного магнитного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то r и h уменьшаются с ростом B . На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

5. Эффект Холла и его использование.

Эффект Холла (1879) — это возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью j , помещенном в магнитное поле B , электрического поля в направлении, перпендикулярном B и j .

Поместим металлическую пластинку с током плотностью j в магнитное поле \mathbf{B} , перпендикулярное j (рис.3). При данном направлении j скорость носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластиинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластиинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность E_B этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_B = e\Delta\phi/a = evB, \text{ или } \Delta\phi = vBa,$$

где a — ширина пластиинки, $\Delta\phi$ — *поперечная (холловская) разность потенциалов*.

Учитывая, что сила тока $I=jS=nevS$ (S — площадь поперечного сечения пластиинки толщиной d , n — концентрация электронов, v — средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\phi = \frac{I}{nead} Ba = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R \frac{IB}{d},$$

т. е. холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции B , силе тока I и обратно пропорциональна толщине пластиинки d . В формуле $R=1/(en)$ — **постоянная Холла**, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно:

- 1) определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряда носителей);
- 2) судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда e носителей тока.

1.26 Лекция № 26 (2 часа)

Тема: «Магнитное поле постоянного тока – 2»

1.26.1. Вопросы лекции:

1. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме.
2. Теорема Гаусса для магнитного поля.
3. Работа перемещения проводника и контура с током в магнитном поле.

1.26.2. Краткое содержание вопросов.

1. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме.

Циркуляцией вектора \mathbf{B} по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_L \mathbf{B} dl = \oint_L B_i dl,$$

где dl — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $B_i = B \cos \alpha$ — составляющая вектора \mathbf{B} в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α — угол между векторами \mathbf{B} и dl .

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

(теорема о циркуляции вектора \mathbf{B}): циркуляция вектора \mathbf{B} по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \mathbf{B} dl = \oint_L B_i dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k,$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы.

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром.

Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис.1

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4.$$

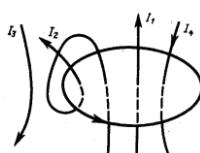


Рис.1

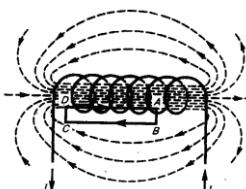


Рис.2

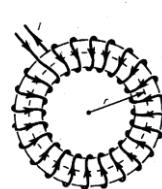


Рис.3

Это выражение справедливо только для магнитного поля в вакууме, поскольку для поля в веществе необходимо учитывать молекулярные токи.

Сравнивая выражения для циркуляции векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} , видим, что между ними существует принципиальное различие. Циркуляция вектора \mathbf{E} электростатического поля всегда равна нулю, т. е. электростатическое поле является потенциальным. Циркуляция вектора \mathbf{B} магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется вихревым.

Теорема о циркуляции вектора \mathbf{B} имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, так как позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био — Савара — Лапласа.

Магнитные поля соленоида и тороида

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной l , имеющий N витков, по которому течет ток (рис.2). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т. е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный. Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида — неоднородным и очень слабым.

На рис.2 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне его. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь.

Для нахождения магнитной индукции B выберем замкнутый прямоугольный контур $ABCDA$, как показано на рисунке. Циркуляция вектора \mathbf{B} по замкнутому контуру $ABCDA$, охватывающему все N витков, равна

$$\oint_{ABCDA} B_i dl = \mu_0 NI.$$

Интеграл по $ABCD$ можно представить в виде четырех интегралов: по AB , BC , CD и DA . На участках AB и CD контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_l=0$. На участке вне соленоида $B=0$. На участке DA циркуляция вектора B равна Bl (контур совпадает с линией магнитной индукции); следовательно,

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI.$$

Отсюда приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \mu_0 NI/l.$$

Получили, что поле внутри соленоида *однородно* (краевыми эффектами в областях, прилегающих к торцам соленоида, при расчетах пренебрегают). Однако отметим, что вывод этой формулы не совсем корректен (линии магнитной индукции замкнуты, и интеграл по внешнему участку магнитного поля строго нулю не равен). Корректно рассчитать поле внутри соленоида можно, применяя закон Био — Савара — Лапласа; в результате получается та же формула.

Важное значение для практики имеет также магнитное поле тороида — кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис.3). Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида, вне его поле отсутствует. Линии магнитной индукции в данном случае, как следует из соображений симметрии, есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса r . Тогда, по теореме о циркуляции, $B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$, откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида (в вакууме) равна:

$$B = \mu_0 NI / (2\pi r),$$

где N — число витков тороида.

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B \cdot 2\pi r = 0$. Это означает, что поле вне тороида отсутствует (что показывает и опыт).

2. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля.

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется *скалярная* физическая величина, равная

$$d\Phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n dS,$$

где $B_n = B \cos \alpha$ — проекция вектора B на направление нормали к площадке dS (α — угол между векторами n и B), $dS = dS_n$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление его совпадает с направлением нормали n к площадке. Поток вектора B может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos \alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали n). Поток вектора B связывают с контуром, по которому течет ток. В таком случае положительное направление нормали к контуру определено: оно связывается с током правилом правого винта. Таким образом, магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS.$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору B , $B_n = B = \text{const}$ и

$$\Phi_B = BS.$$

Из этой формулы определяется единица магнитного потока вебер (Вб): 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 m^2 , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$).

Теорема Гаусса: поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_s \mathbf{B} d\mathbf{S} = \oint_s B_n dS = 0.$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

В качестве примера рассчитаем поток вектора \mathbf{B} сквозь соленоид. Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью μ равна

$$B = \mu_0 \mu N / l.$$

Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен

$$\Phi_1 = BS,$$

а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида и называемый потокосцеплением,

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S.$$

3. Работа перемещения проводника и контура с током в магнитном поле.

На проводник с током в магнитном поле действуют силы, определяемые законом Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки, рис.4, то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.

Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной l с током I (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура. Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение — по закону Ампера, равна

$$\mathbf{F} = IBl.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = \mathbf{F} dx = IBl dx = IB dS = Id\Phi,$$

так как $Idx = dS$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь.

Таким образом,

$$dA = Id\Phi,$$

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, *пересеченный движущимся проводником*. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора \mathbf{B} .

Вычислим работу по перемещению замкнутого контура с постоянным током I в магнитном поле. Предположим, что контур M перемещается в плоскости чертежа и в результате бесконечно малого перемещения займет положение M' , изображенное на рис. 5 штриховой линией. Направление тока в контуре (по часовой стрелке) и магнитного поля (перпендикулярно плоскости чертежа — за чертеж) указано на рисунке. Контур M мысленно разобьем на два соединенных своими концами проводника: ABC и CDA .

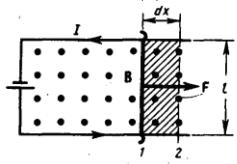


Рис.4

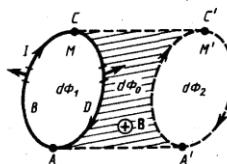


Рис.5

Работа dA , совершаемая силами Ампера при рассматриваемом перемещении контура в магнитном поле, равна алгебраической сумме работ по перемещению проводников ABC (dA_1) и CDA (dA_2), т. е. $dA = dA_1 + dA_2$.

Силы, приложенные к участку CDA контура, образуют с направлением перемещения острые углы, поэтому совершаемая ими работа $dA_2 > 0$. Эта работа равна произведению силы тока I в контуре на пересеченный проводником CDA магнитный поток. Проводник CDA пересекает при своем движении поток $d\Phi_0$ сквозь поверхность, выполненную в цвете, и поток $d\Phi_2$, пронизывающий контур в его конечном положении. Следовательно,

$$dA_2 = I(d\Phi_0 + d\Phi_2).$$

Силы, действующие на участок ABC контура, образуют с направлением перемещения тупые углы, поэтому совершаемая ими работа $dA_1 < 0$. Проводник ABC пересекает при своем движении поток $d\Phi_0$ сквозь поверхность, выполненную в цвете, и поток $d\Phi_1$, пронизывающий контур в начальном положении. Следовательно,

$$dA_1 = -I(d\Phi_0 + d\Phi_1).$$

Подставляя, получим выражение для элементарной работы:

$$dA = I(d\Phi_2 - d\Phi_1),$$

где $d\Phi_2 - d\Phi_1 = d\Phi'$ — изменение магнитного потока сквозь площадь, ограниченную контуром с током. Таким образом,

$$dA = I d\Phi'.$$

Проинтегрировав это выражение, определим работу, совершающую силами Ампера, при конечном произвольном перемещении контура в магнитном поле:

$$A = I \Delta \Phi,$$

т. е. работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на *изменение магнитного потока, сцепленного с контуром*. Эта формула остается справедливой для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

1.27 Лекция № 27 (2 часа)

Тема: «Электромагнитная индукция»

1.27.1. Вопросы лекции:

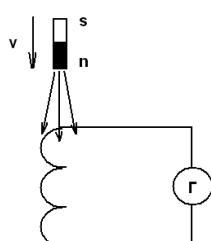
1. Электромагнитная индукция.
2. Природа э.д.с. индукции.
3. Вращение рамки в магнитном поле. Генератор переменного тока.
4. Вихревые токи, скин-эффект и их применение.

1.27.2. Краткое содержание вопросов.

1. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея.

С момента открытия Эрстедом в 1820 году связи магнитного поля с током в этом направлении предпринимались многочисленные попытки. Английский учёный Майкл Фарадей после знакомства с трудами Эрстеда записал в своём рабочем дневнике: «Превратить магнетизм в электричество». Десять лет понадобилось Фарадею, чтобы решить эту задачу — в 1831 году им было открыто явление электромагнитной индукции. Говорят, всё это время в кармане рабочего халата он носил магнит, как напоминание о поставленной цели. Познакомимся с некоторыми опытами Фарадея, которые позволили ему сформулировать суть и основные закономерности электромагнитной индукции.

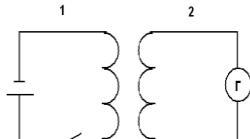
Первый опыт Фарадея:



При приближении или удалении магнита в катушке возникает ток, регистрируемый гальванометром. Токи, возникающие при приближении и удалении магнита противоположны по

направлению. Чем быстрее приближается или удаляется магнит, тем сильнее отклоняется стрелка гальванометра.

Второй опыт Фарадея:



При включении или выключении тока в одной катушке, во второй катушке, находящийся вблизи от неё, появляется индукционный ток. Токи, возникающие при замыкании и размыкании цепи имеют противоположные направления.

В каждом из этих опытов индукционный ток возникал при изменении индукции магнитного поля, создаваемого либо постоянным магнитом (опыт 1), либо током, протекающим по первой катушке (опыт 2), а следовательно, при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную витками катушки, в которой индуцировался ток.

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Можно показать, что аналогичный результат получится, если изменять магнитный поток другим способом, например, меняя угол между вектором B и нормалью к плоскости витка (опыт с моделью генератора переменного тока).

Таким образом, мы можем сделать тот же вывод, что Майкл Фарадей:

При любом изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, в этом контуре возникает индукционный ток.

В этом заключается суть явления электромагнитной индукции.

Величина индукционного тока не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется лишь скоростью его изменения.

Возникновение индукционного тока указывает на наличие в контуре электродвижущей силы – электродвижущей силы индукции ε_i . Фарадей экспериментально установил зависимость ε_i от скорости изменения магнитного потока. Этот закон так и называется – **закон Фарадея для электромагнитной индукции**.

Э. Д. С. Индукции в контуре равна по величине и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром.

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Этот закон универсален, применим при любых изменениях магнитного потока. Аналогичный результат можно получить, применив к явлению электромагнитной индукции закон сохранения энергии.

Сторонние силы источника тока совершают работу

$$dA_{cm} = \varepsilon \cdot dq = \varepsilon \cdot I \cdot dt.$$

По закону сохранения и превращения энергии за счёт работы внешних сил проводник с током перемещается в магнитном поле и при этом проводнике выделяется джоулево тепло:

$$\varepsilon \cdot I \cdot dt = I \cdot d\Phi + I^2 \cdot R \cdot dt$$

Выразим силу тока I из закона сохранения энергии:

$$I = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R}$$

Однако по второму закону Кирхгофа падение напряжения в контуре равно алгебраической сумме Э.Д.С. в этом контуре

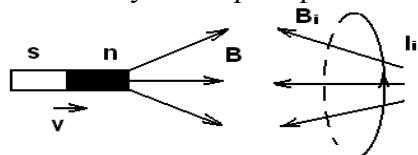
$$IR = \varepsilon + \varepsilon_i \text{ или } I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_i}{R}$$

Сравнивая два выражения для силы тока, делаем вывод:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

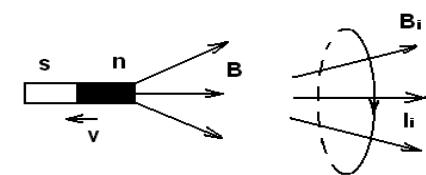
Знак (-) в формуле закона Фарадея является математическим выражением правила Ленца – общего правила для определения направления индукционного тока.

Воспользуемся прибором Ленца.



$$\frac{d\Phi}{dt} > 0 \quad \varepsilon_i < 0$$

Кольцо отталкивается от магнита при его приближении.



$$\frac{d\Phi}{dt} < 0 \quad \varepsilon_i > 0$$

Кольцо притягивается к магниту при его удалении.

Правило Ленца:

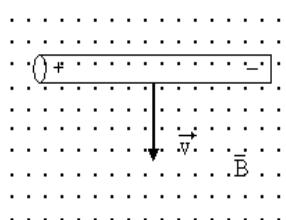
Индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Правило Ленца находится в полном соответствии с законом сохранения энергии – работа, совершаемая по приближению магнита к кольцу против сил отталкивания, идёт на создание тока в кольце. В противном случае кинетическая энергия магнита и энергия тока возникли бы из ничего, без затрат энергии.

2. Природа э.д.с.индукции. Гипотеза Максвелла.

Ни в законе Фарадея, ни в правиле Ленца нет указаний на то, каким способом изменяется магнитный поток, то есть они универсальны. Однако механизм возникновения индукционного тока различен. Все случаи электромагнитной индукции по способу изменения магнитного потока можно разделить на две группы:

1) Проводник движется в магнитном поле (вращение рамки, изменение площади контура, деформация контура).



Вместе с проводником движутся находящиеся в нём свободные заряды. Под действием силы Лоренца эти заряды начинают перемещаться вдоль проводника, создавая на его концах разность потенциалов, а если контур замкнут – то индукционный ток. Так, на концах крыльев самолёта, летящего в магнитном поле Земли, возникает разность

потенциалов. По этой же причине возникает Э.Д.С. индукции во вращающейся обмотке генератора переменного тока. *Причиной возникновения Э.Д.С. индукции в движущихся проводниках является сила Лоренца.*

2) Контур неподвижен, а магнитное поле, в котором он находится, изменяется (приближение и удаление магнита, изменение силы тока в катушке).

Если контур неподвижен, магнитное поле бессильно, так как на неподвижные заряды сила Лоренца не действует и ток в контуре создать не может. Сам Фарадей этот случай электромагнитной индукции объяснить не смог. Позже Максвеллом было высказано предположение, что переменное магнитное поле способно порождать вихревое электрическое поле, которое и приводит в движение свободные электрические заряды в проводнике.

Впоследствии это предположение блестяще подтвердилось, и Максвеллом была разработана теория единого электромагнитного поля.

3. Вращение рамки в магнитном поле. Генератор переменного тока.

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этой цели используются генераторы, принцип действия которых можно рассмотреть на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле (рис.1).

Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле ($B=const$) равномерно с угловой скоростью $\omega=const$. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S , в любой момент времени t , согласно, равен

$$\Phi = BS = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t,$$

где $\alpha = \omega t$ — угол поворота рамки в момент времени t

При вращении рамки в ней будет возникать переменная э.д.с. индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t,$$

изменяющаяся со временем по гармоническому закону. При $\sin \omega t = 1$ э.д.с. \mathcal{E}_i максимальна, то есть

$$\mathcal{E}_{max} = BS\omega.$$

Это уравнение можно записать в виде

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{max} \sin \omega t.$$

Таким образом, если в однородном магнитном поле равномерно вращается рамка, то в ней возникает переменная э.д.с., изменяющаяся по гармоническому закону.

Из формулы вытекает, что \mathcal{E}_{max} (следовательно, и э.д.с. индукции) находится в прямой зависимости от величин ω , B и S . В России принята стандартная частота тока $\nu = \omega/(2\pi) = 50$ Гц, поэтому возможно лишь увеличение двух остальных величин. Для увеличения B применяют мощные постоянные магниты или в электромагнитах пропускают значительный ток, а также внутрь электромагнита помещают сердечники из материалов с большой магнитной проницаемостью μ . Если вращать не один, а ряд витков, соединенных последовательно, то тем самым увеличивается S . Переменное напряжение снимается с вращающегося витка с помощью щеток, схематически изображенных на рис.1

Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим. Если по рамке, помещенной в магнитное поле, пропускать электрический ток, то на нее будет действовать вращающий момент и рамка начнет вращаться. На этом принципе основана работа электродвигателей, предназначенных для превращения электрической энергии в механическую.



4. Вихревые токи (токи Фуко), скин-эффект и их практическое применение.

Индукционные токи возникают не только в линейных проводниках. В толще массивных проводников эти токи особенно велики вследствие малого сопротивления. Так как электрическое поле, возникающее при изменение индукции магнитного, вихревое (силовые линии замкнуты), и индукционные токи будут вихревыми.

Замкнутые индукционные токи, возникающие в массивных проводниках, называются вихревыми токами или токами Фуко.

Это явление, как и любое другое может играть как негативную, так и позитивную роль.

I. Где токи Фуко не нужны и необходимо свести их к минимуму?

1). Вызывают нагревание сердечников трансформаторов, генераторов, электромагнитов. Это приводит к потерям энергии, и, кроме того, при нагревании выше точки Кюри ферромагнитные сердечники теряют свою способность усиливать магнитную индукцию и магнитный поток в сердечнике падает. Для сведения к минимуму вредного влияния вихревых токов:

- Если частота v невелика (50 Гц) сердечники делают не сплошными, а набирают из отдельных листов, изолированных друг от друга так, чтобы сопротивление сердечника в направлении движения вихревых токов было максимальным. Обычный сетевой ток имеет частоту 50 Гц, и данный способ защиты от токов Фуко является достаточным.
- Радиоэлектронная аппаратура работает в области высоких частот (10^6 - 10^9 Гц). Здесь применение сердечников катушек из отдельных пластин уже не даёт нужного эффекта, так как большие токи Фуко возникают в каждой пластине. Для увеличения сопротивления магнитных цепей применяют магнито-диэлектрики – спрессованные под большим давлением смеси порошкообразных ферромагнитов и диэлектриков. Используются также ферриты – полупроводниковые ферромагнетики, удельное сопротивление которых превосходит удельное сопротивление проводников в 10^9 раз.

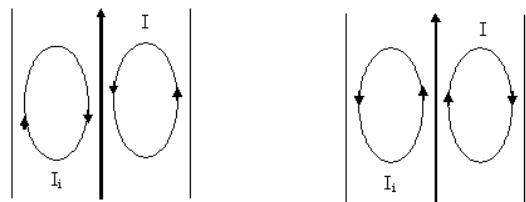
II. Использование токов Фуко

а) Используется в первую очередь тепловое действие вихревых токов. Тепловой эффект вихревых токов используется в индукционных электропечах. Электропечь представляет собой тигель, помещенный внутрь катушки, в которой пропускается ток высокой частоты. Вихревые токи возникают в самом веществе, предназначенном для плавки, и разогревают его. Этот способ позволяет получить сверхчистые материалы, так как может осуществляться не только в отсутствие посторонних веществ, но даже в вакууме.

Так как количество теплоты, выделяемое вихревыми токами в единицу времени в единице объёма проводника прямо пропорционально квадрату частоты изменения магнитного поля, для выделения больших количеств теплоты применяют токи высокой частоты (порядка 10^9 Гц). По этому же принципу работает микроволновая печь. Но здесь мы не ставим цель расплавить что-нибудь, поэтому в микроволновую печь запрещается ставить металлические предметы и даже посуду с металлическими каёмками.

б) *Другое распространённое применение токов Фуко – электромагнитное демпфирование (гашение) колебаний.* К стрелке прибора (амперметра, вольтметра) прикрепляется пластинка из немагнитного материала (меди или алюминия). При колебаниях стрелки маятник (пластинка) пересекает линии магнитной индукции между полюсами магнита, и в

маятнике возникают вихревые токи. В соответствии с правилом Ленца, когда маятник выходит из зазора между полюсами, он в поле втягивается, при приближении – отталкивается. В результате колебания быстро затухают, (механическая энергия колебаний переходит в энергию вихревых токов и, в итоге, в джоулево тепло).
в) Скин-эффект (skin – кожа, кожура). В проводах, по которым текут переменные токи, также возникают индукционные вихревые токи Фуко.



$$\frac{dI}{dt} > 0$$

$$\frac{dI}{dt} < 0$$

Направление вихревых токов (подчиняющееся правилу Ленца) таково, что они противодействуют изменению первичного тока внутри проводника и способствует его изменению вблизи поверхности. Так как интенсивность переменного тока, как и любого колебательного процесса, определяется его амплитудой, можно сказать, что переменный ток течёт преимущественно в тонком поверхностном слое проводника.

Скин-эффект проявляется в том, что плотность переменного тока максимальна на поверхности проводника и минимальна на его оси.

Чем выше частота тока, тем тоньше слой, в котором он протекает.

Как используется скин-эффект?

- 1) *В силу скин-эффекта проводники в высокочастотных схемах не имеет смысла делать сплошными.* Для уменьшения сопротивления надо увеличивать их поверхность, а не сечение, то есть делать проводники в виде полых трубок. В электропечах этим пользуются, охлаждая трубы катушки, по которым идёт ток высокой частоты, с помощью воды, циркулирующей внутри трубок.
- 2) Токи высокой частоты используются для поверхностной закалки деталей машин (ТВЧ). В мощном переменном поле поверхностный слой металла разогревается очень быстро, но основная масса металла остаётся холодной. При быстром охлаждении деталь приобретает твердую поверхность, но не становится хрупкой, так как металл под тонким закалённым слоем сохраняет свою вязкость. Меняя частоту поля, можно производить закалку на любую необходимую глубину.

1.28 Лекция № 28 (2 часа)

Тема: «Самоиндукция. Взаимная индукция»

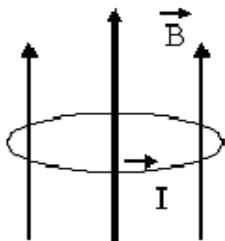
1.28.1 Вопросы лекции:

1. Самоиндукция.
2. Токи при замыкании и размыкании цепи.
3. Взаимная индукция. Трансформаторы.
4. Энергия контура с током. Энергия магнитного поля.

1.28.2 Краткое содержание вопросов.

1. Самоиндукция. Индуктивность.

Частным случаем электромагнитной индукции является самоиндукция. Самоиндукция – это возникновение Э.Д.С. индукции в контуре при изменении силы тока в этом же контуре.



При изменении силы тока в контуре изменяется индукция создаваемого током магнитного поля, что приводит к изменению магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром. Изменение магнитного потока, сцепленного с контуром, в свою очередь, приведёт к возникновению Э.Д.С. индукции в этом контуре

$$\Phi \sim B \sim I$$

$$\Phi = L \cdot I$$

L- индуктивность контура.

Магнитный поток, сцепленный с контуром, пропорционален силе тока в контуре.

Если $I=1A$, то $\Phi=L$

Индуктивность контура равна магнитному потоку, сцепленному с контуром, при силе тока в контуре 1A.

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}} = 1 \text{ Гн} \quad (\text{Генри})$$

Применим к явлению самоиндукции закон Фарадея

$$\varepsilon_{is} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_{is} = -\frac{d\Phi \cdot I}{dt}$$

$$\varepsilon_{is} = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right)$$

Если $L=\text{const}$, то $\frac{dL}{dt} = 0 \quad \varepsilon_{is}$ – Э.Д.С. самоиндукции.

$$\boxed{\varepsilon_{is} = -L \cdot \frac{dI}{dt}} \quad \text{Закон Фарадея для самоиндукции.}$$

Э.Д.С. самоиндукции в контуре пропорциональна скорости изменения силы тока в этом контуре.

Применим к явлению самоиндукции правило Ленца.

$$\frac{dI}{dt} > 0 \quad \varepsilon_{is} < 0$$

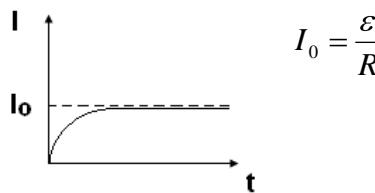
$$\frac{dI}{dt} < 0 \quad \varepsilon_{is} > 0$$

При любом изменении силы тока в контуре возникает Э.Д.С. самоиндукции, препятствующая этому изменению.

2. Токи при замыкании и размыкании цепи.

Таким образом, контур, обладающий индуктивностью, приобретает электрическую инерционность, которая тем сильнее выражена, чем больше L. Вследствие этого, при замыкании цепи ток в цепи устанавливается не сразу, а при выключении источника – не мгновенно исчезает.

Замыкание цепи



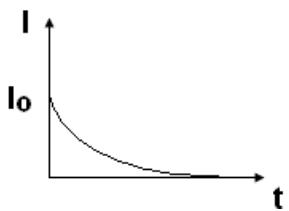
$$I_t = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

ε – Э.Д.С. источника тока

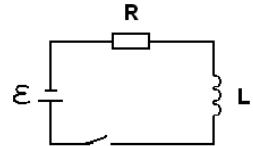
R – сопротивление цепи

L – индуктивность

Размыкание цепи



$$I_t = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$



Дополнительные токи, возникающие в контуре при изменении в нём силы тока, называются экстратоками самоиндукции. При резком размыкании цепи, обладающей большой индуктивностью, экстратоки самоиндукции могут во много раз превышать ток, создаваемый источником тока. Во избежание этого силу тока в таких случаях уменьшают постепенно с помощью реостата.

3. Взаимная индукция. Трансформаторы.

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга (рис.2). Если в контуре 1 течет ток I_1 , то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1 . Обозначим через Φ_{21} ту часть потока, которая пронизывает контур 2.

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1,$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется э.д.с. \mathcal{E}_{21} , которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{21} , созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток пронизывает первый контур. Если Φ_{12} — часть этого потока, пронизывающего контур 1, то

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2.$$

Если ток I_2 изменяется, то в контуре 1 индуцируется э.д.с. \mathcal{E}_{12} , которая равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{12} , созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что L_{21} и L_{12} равны друг другу

$$L_{12} = L_{21}.$$

Коэффициенты L_{12} и L_{21} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности, — генри (Гн).

Трансформаторы. Принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока, основан на явлении взаимной индукции.

Принципиальная схема трансформатора показана на рис.3 и 4. Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно N_1 и N_2 витков, укреплены на замкнутом железном сердечнике. Так как концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения с э.д.с. \mathcal{E}_1 , то в ней возникает переменный ток I_1 , создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Φ , который практически полностью локализован в железном сердечнике и, следовательно, почти целиком пронизывает витки вторичной обмотки. Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление э.д.с. взаимной индукции, а в первичной — э.д.с. самоиндукции.

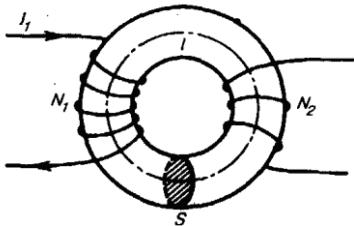


Рис.3

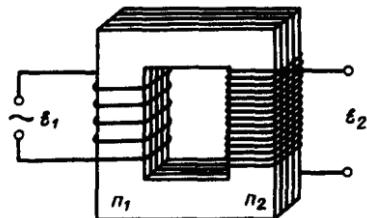


Рис.4

Ток I_1 первичной обмотки определяется согласно закону Ома:

$$\mathcal{E}_1 - \frac{d}{dt}(N_1\Phi) = I_1 R_1,$$

где R_1 — сопротивление первичной обмотки. Падение напряжения $I_1 R_1$ на сопротивлении R_1 при быстропеременных полях мало по сравнению с каждой из двух э.д.с., поэтому

$$\mathcal{E}_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Э.д.с. взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке, равна

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{d(N_2\Phi)}{dt} = - N_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Э.д.с., возникающая во вторичной обмотке, равна

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{N_2}{N_1} \mathcal{E}_1,$$

где знак минус показывает, что э.д.с. в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Отношение числа витков N_2/N_1 , показывающее, во сколько раз э.д.с. во вторичной обмотке трансформатора больше (или меньше), чем в первичной, называется коэффициентом трансформации.

Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2% и связаны в основном с выделением в обмотках джоулевой теплоты и появлением вихревых токов, и применяя закон сохранения энергии, можем записать, что мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы:

$$\mathcal{E}_2 I_2 \approx \mathcal{E}_1 I_1,$$

откуда, найдем

$$\mathcal{E}_2 / \mathcal{E}_1 = I_1 / I_2 = N_2 / N_1,$$

т. е. токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Если $N_2/N_1 > 1$, то имеем дело с повышающим трансформатором, увеличивающим переменную э.д.с. и понижающим ток (применяются, например, для передачи электроэнергии на большие расстояния, так как в данном случае потери на джоулеву теплоту, пропорциональные квадрату силы тока, снижаются); если $N_2/N_1 < 1$, то имеем дело с понижающим трансформатором, уменьшающим э.д.с. и повышающим ток (применяются, например, при электросварке, так как для нее требуется большой ток при низком напряжении).

Трансформаторы, используемые в радиоустройствах, имеют 4—5 обмоток, обладающих разными рабочими напряжениями. Трансформатор, состоящий из одной обмотки, называется автотрансформатором. В случае повышающего автотрансформатора э.д.с. подводится к части обмотки, а вторичная э.д.с. снимается со всей обмотки. В понижающем автотрансформаторе напряжение сети подается на всю обмотку, а вторичная э.д.с. снимается с части обмотки.

4. Энергия контура с током. Энергия магнитного поля.

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L , по которому течет ток I . С данным контуром сцеплен магнитный поток $\Phi = LI$, причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LI dI$. Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^I LI dI = LI^2/2.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = LI^2/2.$$

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай — однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Подставив в формулу для энергии магнитного поля выражение индуктивности длинного соленоида, получим

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{N^2 I^2}{l} S.$$

Так как $I = Bl/(\mu_0 \mu N)$ и $B = \mu_0 \mu H$, то

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V = \frac{BH}{2} V,$$

где $Sl = V$ — объем соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

Выражение для объемной плотности энергии магнитного поля имеет вид, аналогичный формуле для объемной плотности энергии электростатического поля, с той разницей, что электрические величины заменены в нем магнитными. Эта формула выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Выражение справедливо только для сред, для которых зависимость B от H линейная, т.е. оно относится только к пара- и диамагнетикам.

1.29 Лекция № 29 (2 часа)

Тема: Магнитное поле в веществе

1.29.1 Вопросы лекции:

1. Магнитные моменты атомов. Теория диа- и парамагнетизма.
2. Ферромагнетики и их свойства.

3. Применение ферромагнитных веществ в технике.

1.29.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Магнитные моменты атомов. Теория диа- и парамагнетизма.

Согласно гипотезе Ампера в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон движется в атоме по круговым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом $p_m = ISn$, модуль которого равен

$$p_m = IS = evS,$$

где $I = e\nu$ — сила тока, ν — частота вращения электрона по орбите, S — площадь орбиты. Если электрон движется по часовой стрелке (рис.1), то ток направлен против часовой стрелки и вектор p_m (в соответствии с правилом правого винта) направлен перпендикулярно плоскости орбиты электрона, как указано на рисунке.

С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса L_e , модуль которого равен,

$$L_e = mvr = 2mvS,$$

где $v = 2\pi\nu$, $\pi r^2 = S$. Вектор L_e (его направление также определяется по правилу правого винта) называется орбитальным механическим моментом электрона.

Из рис.1 следует, что направления p_m и L_e , противоположны, поэтому

$$p_m = -\frac{e}{2m} L_e = gL_e,$$

где величина

$$g = -\frac{e}{2m}$$

называется гиromагнитным отношением орбитальных моментов (общепринято писать со знаком « $\leftarrow\rightleftharpoons$ », указывающим на то, что направления моментов противоположны). Это отношение, определяемое универсальными постоянными, одинаково для любой орбиты, хотя для разных орбит значения v и r различны. Эта формула выведена для круговой орбиты, но она справедлива и для эллиптических орбит.

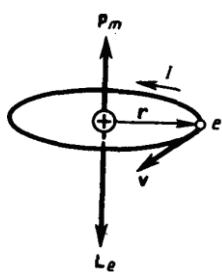


Рис.1

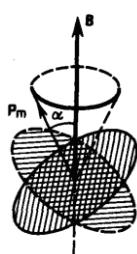


Рис.2

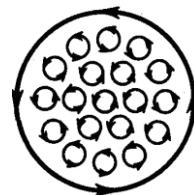


Рис.3

Для объяснения этого результата, имевшего большое значение для дальнейшего развития физики, было предположено, а впоследствии доказано, что кроме орбитальных моментов электрон обладает собственным механическим моментом импульса L_{es} , называемым спином. Считалось, что спин обусловлен вращением электрона вокруг своей оси, что привело к целому ряду противоречий. В настоящее время установлено, что спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе. Спину электрона L_{es} , соответствует собственный (сотовый) магнитный момент p_{ms} , пропорциональный L_{es} и направленный в противоположную сторону:

$$p_{ms} = g_s L_{es}.$$

Величина g_s называется гиromагнитным отношением спиновых моментов.

Проекция собственного магнитного момента на направление вектора В может принимать только одно из следующих двух значений:

$$p_{mB} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_B,$$

где $\hbar = h/(2\pi)$ (h —постоянная Планка), μ_B —магнетон Бора, являющийся единицей магнитного момента электрона.

В общем случае магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Магнитный момент атома, следовательно, складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра (обусловлен магнитными моментами входящих в ядро протонов и нейтронов). Однако магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы) равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу) электронов:

$$\mathbf{P}_a = \sum \mathbf{p}_m + \sum \mathbf{p}_{ms}.$$

Природа диа- и парамагнетизма.

Всякое вещество является магнетиком, т. е. оно способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться). Для понимания механизма этого явления необходимо рассмотреть действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны.

Пусть электрон в атоме движется по круговой орбите. Если орбита электрона ориентирована относительно вектора В произвольным образом, составляя с ним угол α , то можно доказать, что она приходит в такое движение вокруг В, при котором вектор магнитного момента \mathbf{p}_m , сохраняя постоянный угол α , вращается вокруг вектора В с некоторой угловой скоростью. Такое движение в механике называется прецессией. Прецессию вокруг вертикальной оси, проходящей через точку опоры, совершают, например, диск волчка при замедлении движения.

Таким образом, электронные орбиты атома под действием внешнего магнитного поля совершают прецессионное движение, которое эквивалентно круговому току. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются диамагнетиками.

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то диамагнетизм свойствен всем веществам. Однако наряду с диамагнитными веществами существуют и парамагнитные — вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля.

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается *преимущественная* ориентация магнитных моментов атомов по *полю* (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным. При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик

размагничивается. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, Pt, Al и т.д. Диамагнитный эффект наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Атомы всех веществ являются носителями диамагнитных свойств. Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

Намагченность. Магнитное поле в веществе.

Для количественного описания намагничения магнетиков вводят векторную величину — намагченность, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\mathbf{J} = \mathbf{P}_m / V = \sum \mathbf{p}_m / V,$$

где $\mathbf{P}_m = \sum \mathbf{p}_m$ — магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул.

Магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током, и поля, создаваемого намагченным веществом. Тогда можем записать, что вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля \mathbf{B}_0 (поля, создаваемого намагничающим током в вакууме) и поля микротоков \mathbf{B}' (поля, создаваемого молекулярными токами):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}',$$

Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения S и длины l , внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией \mathbf{B}_0 . Возникающее в магнетике магнитное поле молекулярных токов будет направлено противоположно внешнему полю для диамагнетиков и совпадать с ним по направлению для парамагнетиков. Плоскости всех молекулярных токов расположатся перпендикулярно вектору \mathbf{B}_0 , так как векторы их магнитных моментов \mathbf{p}_m антипараллельны вектору \mathbf{B}_0 (для диамагнетиков) и параллельны \mathbf{B}_0 (для парамагнетиков). Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются (рис.3). Нескомпенсированными будут лишь молекулярные токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра.

Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле, магнитную индукцию \mathbf{B}' которого можно вычислить для $N = 1$ (соленоид из одного витка):

$$\mathbf{B}' = \mu_0 I' / l,$$

где I' — сила молекулярного тока, l — длина рассматриваемого цилиндра, а магнитная проницаемость μ принята равной единице.

С другой стороны, I' / l — ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока $p = I' l S / l = I' V / l$, где V — объем магнетика. Если P — магнитный момент магнетика объемом V , то намагченность магнетика и магнитная индукция равны

$$\mathbf{J} = \mathbf{P} / V = I' / l.$$

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{J}.$$

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{H} + \mathbf{J}.$$

Подставив выражения для \mathbf{B}_0 и \mathbf{B}' , получим $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{J} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{J})$, или

Как показывает опыт, в несильных полях намагнченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничение, то есть $\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$, где χ — безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества. Для диамагнетиков χ отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков — положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним). Выражение для магнитной индукции можно записать в виде

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 (1 + \chi)}.$$

Безразмерная величина $\mu = 1 + \chi$ представляет собой магнитную проницаемость вещества. Отсюда следует соотношение $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$, которое ранее постулировалось. Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка 10^{-4} — 10^{-6}), то для них μ незначительно отличается от единицы. Это просто понять, так как магнитное поле молекулярных токов значительно слабее намагничивающего поля. Таким образом, для диамагнетиков $\chi < 0$ и $\mu < 1$, для парамагнетиков $\chi > 0$ и $\mu > 1$.

3.2 Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора \mathbf{B}): выражается соотношением:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{B}_i d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I'),$$

где I и I' — соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L . Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции \mathbf{B} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную. Вектор \mathbf{B} , таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции \mathbf{B} не имеют источников и являются замкнутыми.

Из теории известно, что циркуляция намагнченности \mathbf{J} по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \mathbf{J} d\mathbf{l} = I'.$$

Тогда закон полного тока для магнитного поля в веществе можно записать также в виде

$$\oint_L \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \right) d\mathbf{l} = I,$$

где I , подчеркнем это еще раз, есть алгебраическая сумма токов проводимости.

Выражение, стоящее в скобках в, введенный ранее вектор \mathbf{H} напряженности магнитного поля. Итак, циркуляция вектора \mathbf{H} по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I.$$

Это выражение и представляет собой теорему о циркуляции вектора \mathbf{H} .

2. Ферромагнетики и их свойства. Спиновая природа ферромагнетизма.

Помимо рассмотренных двух классов веществ — диа- и парамагнетиков, называемых слабомагнитными веществами, существуют еще сильномагнитные вещества — ферромагнетики — вещества, обладающие спонтанной намагнченностью, т. е. они намагнечены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам кроме

основного их представителя — железа (от него идет название «ферромагнетизм») — относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнетики помимо способности сильно намагничиваться обладают еще и другими свойствами, существенно отличающими их от диа- и парамагнетиков. Если для слабомагнитных веществ зависимость J от H линейна, то для ферромагнетиков эта зависимость, впервые изученная в 1878 г. методом баллистического гальванометра для железа русским физиком А.Г. Столетовым (1839—1896), является довольно сложной. По мере возрастания H намагниченность J сначала растет быстро, затем медленнее и, наконец, достигается так называемое магнитное насыщение $J_{\text{нас}}$, уже не зависящее от напряженности поля. Подобный характер зависимости J от H можно объяснить тем, что по мере увеличения намагничивающего поля увеличивается степень ориентации молекулярных магнитных моментов по полю, однако этот процесс начнет замедляться, когда останется все меньше и меньше неориентированных моментов, и, наконец, когда все моменты будут ориентированы по полю, дальнейшее увеличение J прекращается и наступает магнитное насыщение.

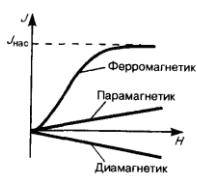


Рис.6

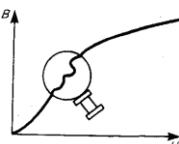


Рис.4

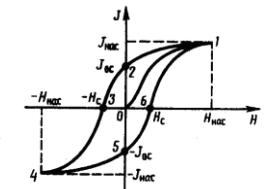
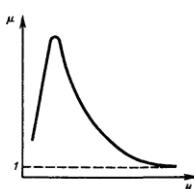


Рис.5

Характерная особенность ферромагнетиков состоит также в том, что для них зависимость J от H (а следовательно, и B от H) определяется предысторией намагничения ферромагнетика. Это явление получило название магнитного гистерезиса. Если намагнить ферромагнетик до насыщения (точка 1, рис.6), а затем начать уменьшать напряженность H намагничающего поля, то, как показывает опыт, уменьшение J описывается кривой 1—2, лежащей выше кривой 1—0. При $H = 0$ J отличается от нуля, т. е. в ферромагнетике наблюдается остаточное намагничение $J_{\text{ос}}$. С наличием остаточного намагничения связано существование постоянных магнитов. Намагничение обращается в нуль под действием поля H_c , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничение. Напряженность H_c называется коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик перемагничивается (кривая 3—4), и при $H = -H_{\text{нас}}$ достигается насыщение (точка 4). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (кривая 4—5—6) и вновь перемагнить до насыщения (кривая 6—7).

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность J изменяется в соответствии с кривой 1—2—3—4—5—6—1, которая называется петлей гистерезиса (от греч. «запаздывание»). Гистерезис приводит к тому, что намагничение ферромагнетика не является однозначной функцией H , т.е. одному и тому же значению H соответствует несколько значений J .

Различные ферромагнетики дают разные гистерезисные петли. Ферромагнетики с малой (в пределах от нескольких тысячных до 1—2 А/см) коэрцитивной силой H_c (с узкой петлей гистерезиса) называются мягкими, а с большой (от нескольких десятков до нескольких тысяч ампер на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) — жесткими. Величины H_c , $J_{\text{ос}}$ и μ_{max} определяют применимость ферромагнетиков для тех или иных практических целей. Так, жесткие ферромагнетики (например, углеродистые и вольфрамовые стали) применяются для изготовления постоянных магнитов, а мягкие (например, мягкое железо, сплав железа с никелем) — для изготовления сердечников трансформаторов.

Ферромагнетики обладают еще одной существенной особенностью: для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты, т.е. в точке Кюри происходит фазовый переход 2-ого рода. Наконец, процесс намагничения ферромагнетиков сопровождается изменением его линейных размеров и объема. Это явление получило название магнитострикции. Величина и знак эффекта зависят от напряженности H намагничивающего поля, от природы ферромагнетика и ориентации кристаллографических осей по отношению к полю.

Природа ферромагнетизма

Описательная теория ферромагнетизма была разработана французским физиком П. Вейссом (1865—1940). Последовательная количественная теория на основе квантовой механики развита Я. И. Френкелем и немецким физиком В. Гейзенбергом (1901—1976). Согласно представлениям Вейсса, ферромагнетики при температурах ниже точки Кюри обладают спонтанной намагниченностью независимо от наличия внешнего намагничивающего поля. Спонтанное намагничение, однако, находится в кажущемся противоречии с тем, что многие ферромагнитные материалы даже при температурах ниже точки Кюри не намагниченны. Для устранения этого противоречия Вейсс ввел гипотезу, согласно которой ферромагнетик ниже точки Кюри разбивается на большое число малых макроскопических областей — доменов, самопроизвольно намагниченных до насыщения.

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю и ферромагнетик не намагнчен. Внешнее магнитное поле ориентирует по полю магнитные моменты не отдельных атомов, как это имеет место в случае парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности. Поэтому с ростом H намагниченность J и магнитная индукции B уже в довольно слабых полях растут очень быстро. Этим объясняется также увеличение μ ферромагнетиков до максимального значения в слабых полях (см. рис. 194). Эксперименты показали, что зависимость B от H не является такой плавной, а имеет ступенчатый вид, как показано на рис.4. Это свидетельствует о том, что внутри ферромагнетика домены поворачиваются по полю скачком.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ферромагнетики сохраняют остаточное намагничение, так как тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать магнитные моменты столь крупных образований, какими являются домены. Поэтому и наблюдается явление магнитного гистерезиса (рис.6). Для того чтобы ферромагнетик размагнитить, необходимо приложить коэрцитивную силу; размагничиванию способствуют также встряхивание и нагревание ферромагнетика. Точка Кюри оказывается той температурой, выше которой происходит разрушение доменной структуры.

Существуют вещества, в которых обменные силы вызывают *антитаралльную* ориентацию спиновых магнитных моментов электронов. Такие тела называются антиферромагнетиками. Их существование теоретически было предсказано Л.Д. Ландау. Антиферромагнетиками являются некоторые соединения марганца (MnO , MnF_2), железа (FeO , $FeCl_2$) и многих других элементов.

3. Применение ферромагнитных веществ в технике.

Применение ферромагнетиков в технике: роторы генераторов и электродвигателей; сердечники трансформаторов, электромагнитных реле; в электронно-вычислительных машинах (ЭВМ), телефонах, магнитофонах, на магнитных лентах. На практике их применяют для катушек индуктивности, трансформаторов высокой частоты. Феррит

обладает очень хорошей электромагнитной проводимостью, лучше, чем трансформаторная сталь! На подобных катушках с ферритом можно построить генераторы, и возбудители электромагнитных волн.

1.30 Лекция № 30 (2 часа)

Тема: «Электромагнитное поле. Электромагнитные колебания»

1.30.1 Вопросы лекции.

1. Основные положения теории Максвелла для электромагнитного поля.
2. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в интегральной форме.
3. Электромагнитные колебания.

1.30.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Основные положения теории Максвелла для электромагнитного поля.

Из закона Фарадея $\oint \mathbf{E}_B \, d\mathbf{l} = \oint \mathbf{E}_M \, d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$, следует, что *любое* изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток. Следовательно, возникновение Э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле

Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Согласно представлениям Максвелла, контур, в котором появляется Э.д.с., играет второстепенную роль, являясь своего рода лишь «прибором», обнаруживающим это поле.

По Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле \mathbf{E}_B , циркуляция которого

$$\oint_L \mathbf{E}_B \, d\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{E}_M \, d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

Подставив выражение $\Phi = \int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S}$, получим

$$\oint_L \mathbf{E}_B \, d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами.

$$\oint_L \mathbf{E}_B \, d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \, d\mathbf{S},$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S}$ является функцией только от времени.

Следовательно, электрическое поле \mathbf{E}_B , возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле, является *вихревым*.

Ток смещения

Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля. Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение так называемый **ток смещения**.

Плотность тока смещения согласно Максвеллу определяется выражением:

$$\mathbf{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости (а также конвекционных токов) и смещения. **Плотность полного тока равна:**

$$\mathbf{j}_{\text{полн}} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Введя понятия тока смещения и полного тока, Максвелл по-новому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. Полный ток в них всегда замкнут, т. е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости. Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора \mathbf{H} , введя в ее правую часть полный ток $I_{\text{полн}} = \int_S \mathbf{j}_{\text{полн}} d\mathbf{S}$ сквозь поверхность S , натянутую на замкнутый контур L . Тогда

обобщенная теорема о циркуляции вектора \mathbf{H} запишется в виде

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S}.$$

2. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в интегральной форме.

В основе теории Максвелла лежат рассмотренные выше четыре уравнения:

1. Электрическое поле может быть как потенциальным (\mathbf{E}_Q), так и вихревым (\mathbf{E}_B), поэтому напряженность суммарного поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_Q + \mathbf{E}_B$. Так как циркуляция вектора \mathbf{E}_Q равна нулю, то циркуляция вектора напряженности суммарного поля определяется выражением

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}.$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора \mathbf{H} :

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S}.$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Гаусса для поля \mathbf{D} :

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q.$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ , то формула (139.1) запишется в виде

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV.$$

4. Теорема Гаусса для поля \mathbf{B} :

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0.$$

Итак, **полная система уравнений Максвелла в интегральной форме:**

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}; \quad \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV;$$

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S}; \quad \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0.$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми и между ними существует следующая связь (изотропные несегнетоэлектрические и неферромагнитные среды):

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \gamma \mathbf{E},$$

где ϵ_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные, ϵ и μ — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости, γ — удельная проводимость вещества.

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

Для стационарных полей ($E = \text{const}$ и $B = \text{const}$) уравнения Максвелла примут вид

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0; \quad \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q; \quad \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I; \quad \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0,$$

т.е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного — только токи проводимости.

В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно *постоянные* электрическое и магнитное поля.

Уравнения Максвелла — наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в *покоящихся средах*. Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике. Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое **электромагнитное поле**.

Теория Максвелла, являясь обобщением основных законов электрических и магнитных явлений, не только смогла объяснить уже известные экспериментальные факты, что также является важным ее следствием, но и предсказала новые явления.

Одним из важных выводов этой теории явилось существование магнитного поля токов смещения, что позволило Максвеллу предсказать существование электромагнитных волн — переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. В дальнейшем было доказано, что скорость распространения свободного электромагнитного поля (не связанного с зарядами и токами) в вакууме равна скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны.

3. Электромагнитные колебания. Электрический колебательный контур. Формула Томсона.

Электромагнитные колебания — колебания, при которых электрические величины (заряды, токи) периодически изменяются и которые сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей. Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используется колебательный контур — цепь, состоящая из

включенных последовательно катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C и резистора сопротивлением R . Контур, сопротивление которого $R = 0$, называют идеальным. В нем отсутствуют потери на нагревание.

Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm Q$. Тогда в начальный момент времени $t=0$ (рис.1, *a*) между обкладками конденсатора возникнет электрическое поле, энергия которого $\frac{1}{2}Q^2$.

Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток I . В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки (она равна $\frac{1}{2}L\dot{Q}^2$) — возрастать.

Так как $R = 0$, то, согласно закону сохранения энергии, полная энергия

$$W = \frac{Q^2}{2C} + \frac{L\dot{Q}^2}{2} = \text{const},$$

так как она на нагревание не расходуется.

Поэтому в момент $t=\frac{1}{4}T$, когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обращается в нуль, а энергия магнитного поля (а следовательно, и ток) достигает наибольшего значения (рис.1, *б*). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать; следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, и в ней индуцируется ток, который течет (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора.

Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (рис.1, *в*). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (рис.1, *г*) и система к моменту времени $t = T$ придет в первоначальное состояние (рис.1, *а*). После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора. Если бы потеря энергии не было, то в контуре совершились бы периодические незатухающие колебания, т.е. периодически изменялись (колебались) бы заряд Q на обкладках конденсатора, напряжение U на конденсаторе и сила тока I , текущего через катушку индуктивности. Следовательно, в контуре возникают электрические колебания, причем колебания сопровождаются превращениями энергий электрического и магнитного полей.

Электрические колебания в колебательном контуре можно сопоставить с механическими колебаниями маятника (рис. внизу), сопровождающимися взаимными превращениями потенциальной и кинетической энергий маятника. В данном случае энергия электрического поля конденсатора ($Q^2/2C$) аналогична потенциальной энергии маятника, энергия магнитного поля катушки ($L\dot{Q}^2/2$) — кинетической энергии, сила тока в контуре — скорости движения маятника. Индуктивность L играет роль массы m , а сопротивление контура — роль силы трения, действующей на маятник. Эти аналогии представлены в таблице.

Согласно закону Ома, для контура, содержащего катушку индуктивностью L , конденсатор емкостью C и резистор сопротивлением R ,

$$IR + U_C = \mathcal{E}_s,$$

где IR — напряжение на резисторе, $U_C = Q/C$ — напряжение на конденсаторе,

$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$ — э.д.с. самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней

переменного тока (\mathcal{E}_s — единственная э.д.с. в контуре). Следовательно,

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0.$$

Разделив на L и подставив $I = \dot{Q}$ и $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$, получим дифференциальное уравнение колебаний заряда Q в контуре:

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0.$$

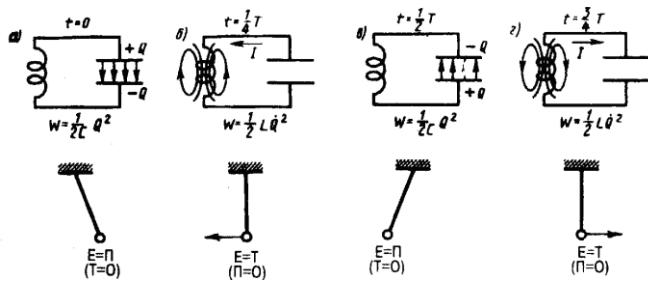


Рис.1

В данном колебательном контуре внешние э.д.с. отсутствуют, поэтому рассматриваемые колебания представляют собой *свободные* колебания. Если сопротивление $R=0$, то свободные электромагнитные колебания в контуре являются *гармоническими*. Тогда получим дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре.

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0.$$

Из этих выражений вытекает, что заряд Q совершает гармонические колебания по закону $Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \phi)$,

где Q_m — амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой ω_0 , называемой собственной частотой контура, то есть

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC},$$

и с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Эта формула впервые была получена У. Томсоном и называется формулой Томсона. Сила тока в колебательном контуре определяется выражением:

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \phi) = I_m \cos(\omega_0 t + \phi + \pi/2),$$

где $I_m = \omega_0 Q_m$ — амплитуда силы тока. Напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \phi) = U_m \cos(\omega_0 t + \phi),$$

где $U_m = Q_m/C$ — амплитуда напряжения.

Из этих выражений вытекает, что колебания тока I опережают по фазе колебания заряда Q на $\pi/2$, т.е., когда ток достигает максимального значения, заряд и напряжение обращаются в нуль, и наоборот.

1.31 Лекция № 31 (2 часа)

Тема: «Затухающие и вынужденные электромагнитные колебания»

1.31.1 Вопросы лекции.

1. Затухающие электромагнитные колебания.
2. Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс.
3. Переменный ток.

1.31.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Затухающие электромагнитные колебания.

Затухающие колебания – колебания, амплитуды которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшаются. Простейшим механизмом уменьшения энергии колебаний является ее превращение в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах, а также омических потерь и излучения электромагнитной энергии в электрических колебательных системах.

Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем. Обычно рассматривают линейные системы — идеализированные реальные системы, в которых параметры, определяющие физические свойства системы, в ходе процесса не изменяются. Линейными системами являются, например, пружинный маятник при малых растяжениях пружины (когда справедлив закон Гука), колебательный контур, индуктивность, емкость и сопротивление которого не зависят ни от тока в контуре, ни от напряжения. Различные по своей природе линейные системы описываются идентичными линейными дифференциальными уравнениями, что позволяет подходить к изучению колебаний различной физической природы с единой точки зрения, а также проводить их моделирование, в том числе и на ЭВМ.

Свободные затухающие колебания в электрическом колебательном контуре. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда в контуре (при $R \neq 0$) имеет вид

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0.$$

Принимая коэффициент затухания равным

$$\delta = R/(2L),$$

дифференциальное уравнение можно записать в следующем виде

$$Q + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0.$$

Отсюда следует (решение), что колебания заряда совершаются по закону

$$Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi)$$

с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}},$$

меньшей собственной частоты контура ω_0 .

Добротность колебательного контура определяется формулой

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Скорость затухания колебаний зависит от электрического сопротивления R . Интервал времени $\tau = \frac{1}{\delta}$, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в $e = 2,7$ раз, называется временем затухания или временем релаксации. График затухающих колебаний заряда конденсатора показан на рис.2.

При увеличении коэффициента затухания δ период затухающих колебаний растет и при $\delta = \omega_0$ обращается в бесконечность, т. е. движение перестает быть периодическим. В данном случае колеблющаяся величина асимптотически приближается к нулю, когда $t \rightarrow \infty$. Процесс не будет колебательным. Он называется апериодическим.

Автоколебания. Автоколебания *принципиально* отличаются от свободных незатухающих колебаний, происходящих без действия сил, а также от вынужденных колебаний, происходящих под действием периодической силы. Автоколебательная система сама управляет внешними воздействиями, обеспечивая согласованность поступления энергии определенными порциями в нужный момент времени (в такт с ее колебаниями).

Примером автоколебательной системы могут служить часы. Храповой механизм подталкивает маятник в такт с его колебаниями. Энергия, передаваемая при этом маятнику, берется либо за счет раскручивающейся пружины, либо за счет опускающегося груза. Колебания воздуха в духовых инструментах и органных трубах также возникают вследствие автоколебаний, поддерживаемых воздушной струей. Автоколебательными системами являются также двигатели внутреннего сгорания, паровые турбины, ламповый или транзисторный генератор и т. д.

2. Вынужденные электромагнитные колебания.

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна с помощью какого-либо периодически действующего фактора $X(t)$, изменяющегося по гармоническому закону:

$$X(t) = X_0 \cos \omega t.$$

Если рассматривать электрический колебательный контур, то роль $X(t)$ играет подводимая к контуру внешняя периодически изменяющаяся по гармоническому закону э.д.с. или переменное напряжение

$$U = U_m \cos \omega t.$$

Тогда дифференциальное уравнение можно записать в виде

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

Используя обозначения δ и ω_0 , уравнение принимает вид

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = (U_m/L) \cos \omega t.$$

Колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы или внешней периодически изменяющейся э.д.с., называются соответственно вынужденными механическими и вынужденными электромагнитными колебаниями.

Эти уравнения можно свести к линейному неоднородному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t,$$

применяя впоследствии его решение для вынужденных колебаний конкретной физической природы (x_0 в случае механических колебаний равно F_0/m , в случае электромагнитных — U_m/L).

Из его решения следует, что в начальной стадии происходит переходной процесс неустановившихся колебаний, после которого (в установившемся режиме) вынужденные колебания происходят с частотой ω и являются гармоническими. Амплитуда и фаза колебаний зависят от ω и определяются выражениями:

$$Q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{1/(\omega C) - \omega L}. \quad (147.13)$$

Продифференцировав $Q = Q_m \cos(\omega t - \alpha)$ по t , найдем силу тока в контуре при установившихся колебаниях:

$$I = -\omega Q_m \sin(\omega t - \alpha) = I_m \cos(\omega t - \alpha + \pi/2),$$

где

$$I_m = \omega Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Уравнение колебаний тока может быть записано в виде

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

где $\varphi = \alpha - \pi/2$ — сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением.

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

Из формулы вытекает, что ток отстает по фазе от напряжения ($\varphi > 0$), если $\omega L > 1/(\omega C)$, и опережает напряжение ($\varphi < 0$), если $\omega L < 1/(\omega C)$. Здесь $\omega_0^2 = 1/(LC)$, а $\delta = R/(2L)$.

График вынужденных колебаний показан на рисунке 3.

Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Электрический резонанс.

Амплитуды A вынужденных колебаний от частоты ω и имеет максимум. Частота, при которой амплитуда вынужденных колебаний заряда (силы тока) имеет максимальное значение называется резонансной $\omega_{\text{рез}}$. Она определяется выражением:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы (частоты вынуждающего переменного напряжения) к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательной системы, называется резонансом (соответственно механическим или электрическим). При $\delta^2 \ll \omega_0^2$ значение $\omega_{\text{рез}}$ практически совпадает с собственной частотой ω_0 колебательной системы.

$$I_m = \omega Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

Из выражения для амплитуды тока видно, что она принимает максимальное значение при частоте $\omega_{\text{рез}} = \omega_0$ и равна

$$(A_I)_{\text{max}} = x_0/(2\delta) = U_m/R.$$

На рисунке 4 графически показана зависимость амплитуды от частоты вынужденных колебаний (частоты источника переменного напряжения или э.д.с.) для различных значений коэффициента затухания δ . Эти кривые называются резонансными.

Рассмотрим последовательно процессы, происходящие на участке цепи, содержащем резистор, катушку индуктивности и конденсатор, к концам которого приложено переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$, где U_m — амплитуда напряжения.

3. Переменный ток.

Катушка в цепи переменного тока обладает сопротивлением:

$$X_L = \omega L$$

где ω — частота переменного напряжения, L — индуктивность катушки.

X_L — называют индуктивным сопротивлением. Измеряется, так же как и омическое сопротивление, в омах.

Ток в катушке отстает от напряжения по фазе на $\pi/2$.

Конденсатор в цепи переменного тока обладает сопротивлением:

$$X_C = 1/\omega C$$

где ω — частота переменного напряжения, C — емкость конденсатора.

X_C — называют емкостным сопротивлением. Измеряется в омах.

Ток в конденсаторе опережает напряжение по фазе на $\pi/2$.

Рассмотрим конденсатор и катушку соединенные последовательно. Общее сопротивление равно:

$$X = X_L - X_C$$

Величина X называется реактивным сопротивлением.

Рассмотрим конденсатор, катушку и сопротивление соединенные последовательно. Общее сопротивление равно:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Величина Z называется полным сопротивлением.

1.32 Лекция № 32 (2 часа)

Тема: «Электромагнитные волны»

1.32.1 Вопросы лекции.

1. Электромагнитные волны и их характеристики. Уравнение бегущей волны.
2. Излучение и приём электромагнитных волн. Интенсивность электромагнитных волн.
3. Шкала электромагнитных волн.

1.32.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Электромагнитные волны и их характеристики. Уравнение бегущей волны.

Для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, из уравнений Максвелла следует, что векторы напряженностей E и H переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению типа :

$$\Delta E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad \Delta H = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2},$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа, v — фазовая скорость.

Всякая функция, удовлетворяющая этим уравнениям, описывает некоторую волну. Следовательно, электромагнитные поля действительно могут существовать в виде электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

где $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, ϵ_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные,

ϵ и μ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды.

В вакууме (при $\epsilon=1$ и $\mu=1$) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью c . Так как $\epsilon \mu > 1$, то скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме.

Следствием теории Максвелла является поперечность электромагнитных волн: векторы E и H напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны (на рис.3) показана моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны) и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору v скорости распространения волны, причем векторы E , H и v образуют правовинтовую систему. Из уравнений Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы E и H всегда колеблются в одинаковых фазах (рис.3), причем мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

Следовательно, E и H одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и т. д. Электромагнитные волны одной строго определенной частоты описываются уравнениями

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0 и H_0 — соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны, ω — круговая частота волны, $k = \omega/v$ — волновое число, φ — начальные фазы колебаний в точках с координатой $x=0$. В уравнениях значение φ одинаково, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят в одинаковых фазах.

2 Излучение и приём электромагнитных волн. Плотность энергии электромагнитного поля. Интенсивность электромагнитных волн.

Источником электромагнитных волн в действительности может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, так как для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле (ток смещения) или соответственно переменное магнитное поле. Однако излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение играло заметную роль, необходимо увеличить объем пространства, в котором переменное электромагнитное поле создается. Герц в своих опытах, уменьшая число витков катушки и площадь пластин конденсатора, а также раздвигая их (рис.1, *a*, *b*), совершил переход от закрытого колебательного контура к открытому колебательному контуру (вибратору Герца), представляющему собой два стрежня, разделенных искровым промежутком (рис.1, *в*). Если в закрытом колебательном контуре переменное электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора (рис.1, *а*), то в открытом оно заполняет окружающее контур пространство (рис.1, *в*), что существенно повышает интенсивность электромагнитного излучения. Колебания в такой системе поддерживаются за счет источника э.д.с., подключенного к обкладкам конденсатора, а искровой промежуток применяется для того, чтобы увеличить разность потенциалов, до которой первоначально заряжаются обкладки.

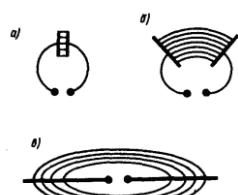


Рис.1

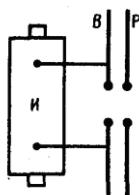


Рис.2

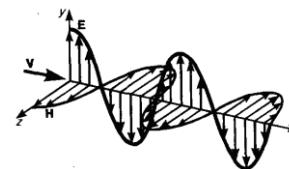


Рис. 3

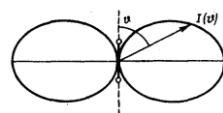


Рис. 4

Для возбуждения электромагнитных волн вибратор Герца *B* подключался к индуктору *I* (рис.2). Когда напряжение на искровом промежутке достигало пробивного значения, возникала искра, закорачивающая обе половины вибратора, и в нем возникали свободные затухающие колебания. При исчезновении искры контур размыкался и колебания прекращались. Затем индуктор снова заряжал конденсатор, возникала искра и в контуре опять наблюдались колебания и т. д. Для регистрации электромагнитных волн Герц пользовался вторым вибратором, называемым резонатором *P*, имеющим такую же частоту собственных колебаний, что и излучающий вибратор, т. е. настроенным в резонанс с вибратором. Когда электромагнитные волны достигали резонатора, то в его зазоре проскакивала электрическая искра.

С помощью описанного вибратора Герц экспериментировал с электромагнитными волнами, длина волн которых составляла примерно 3 м. П. Н. Лебедев, применяя миниатюрный вибратор из тонких платиновых стерженьков, получил миллиметровые электромагнитные волны с $\lambda = 6 - 4$ мм.

Дальнейшее развитие методики эксперимента позволило в 1923 г. российскому физику А. А. Глаголовой-Аркадьевой (1884—1945) сконструировать массовый излучатель, в котором короткие электромагнитные волны, возбуждаемые колебаниями

электрических зарядов в атомах и молекулах, генерировались с помощью искр, проскачиваемых между металлическими опилками, взвешенными в масле. Так были получены волны с λ от 50 мм до 80 мкм.

Энергия электромагнитных волн. Вектор Умова – Пойнтинга.

Возможность обнаружения электромагнитных волн указывает на то, что они переносят энергию. Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей $w_{\text{эл}}$ и $w_{\text{м}}$, электрического и магнитного полей:

$$w = w_{\text{эл}} + w_{\text{м}} = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 + \mu_0 \mu H^2 / 2.$$

Плотности энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинаковы, т. е. $w_{\text{эл}} = w_{\text{м}}$. Поэтому

$$w = 2w_{\text{эл}} = \epsilon_0 \epsilon E^2 = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} \sqrt{\mu_0 \mu} EH.$$

Умножив плотность энергии w на скорость v распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии:

$$\mathbf{S} = w\mathbf{v} = EH.$$

Так как векторы E и H взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора $[EH]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH .

Вектор плотности потока электромагнитной энергии называется вектором Умова — Пойнтинга:

$$\mathbf{S} = [EH].$$

Вектор S направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Можно оценить, что при средней мощности солнечного излучения, приходящего на Землю, давление для абсолютно поглощающей поверхности составляет примерно 5 мкПа.

В исключительно тонких экспериментах П. Н. Лебедев в 1899 г. доказал существование светового давления на твердые тела, а в 1910 г. — на газы. Опыты Лебедева имели огромное значение для утверждения выводов теории Максвелла о том, что свет представляет собой электромагнитные волны.

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс. Импульс электромагнитного поля

$$p = W/c,$$

где W — энергия электромагнитного поля. Выражая импульс как $p = mc$ (поле в вакууме распространяется со скоростью c), получим $p = mc = W/c$, откуда

$$W = mc^2.$$

Излучение диполя Простейшим излучателем электромагнитных волн является электрический диполь, электрический момент которого изменяется во времени по гармоническому закону

$$\mathbf{p} = p_0 \cos \omega t,$$

где p_0 — амплитуда вектора p . Примером подобного диполя может служить система, состоящая из покоящегося положительного заряда $+Q$ и отрицательного заряда $-Q$, гармонически колеблющегося вдоль направления p с частотой ω .

Характер электромагнитного поля диполя зависит от выбора рассматриваемой точки. Особый интерес представляет так называемая волновая зона диполя — точки пространства, отстоящие от диполя на расстояниях r , значительно превышающих длину волны ($r \gg \lambda$), — так как в ней картина электромагнитного поля диполя сильно упрощается. Это связано с тем, что в волновой зоне диполя практически остаются только «отпочковавшиеся» от диполя, свободно распространяющиеся поля, в то время как поля, колеблющиеся вместе с диполем и имеющие более сложную структуру, сосредоточены в области расстояний $r < \lambda$.

Если волна распространяется в однородной изотропной среде, то время прохождения волны до точек, удаленных от диполя на расстояние r , одинаково. Поэтому во всех точках сферы, центр которой совпадает с диполем, фаза колебаний одинакова, т. е. в волновой зоне волновой фронт будет сферическим и, следовательно, волна, излучаемая диполем, есть сферическая волна.

В каждой точке векторы E и H колеблются по закону $\cos(\omega t - kr)$, амплитуды этих векторов пропорциональны $(1/r) \sin\theta$ (для вакуума), т. е. зависят от расстояния r до излучателя и угла θ между направлением радиуса-вектора и осью диполя. Отсюда следует, что интенсивность излучения диполя в волновой зоне

$$I \sim \frac{\sin^2 \theta}{r^2}.$$

Зависимость I от θ при заданном значении r , приводимая в полярных координатах (рис.4), называется диаграммой направленности излучения диполя. Как видно из приведенной диаграммы, диполь сильнее всего излучает в направлениях, перпендикулярных его оси ($\theta = \pi/2$). Вдоль своей оси ($\theta = 0$ и $\theta = \pi$) диполь не излучает вообще. Диаграмма направленности излучения диполя позволяет формировать излучение с определенными характеристиками и используется при конструировании антенн.

3 Шкала электромагнитных волн.

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (или длин волн $\lambda = c/\nu$, где c — скорость электромагнитных волн в вакууме), отличаются друг от друга по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. Поэтому электромагнитные волны делятся на несколько видов: радиоволны, световые волны, рентгеновское и γ -излучения (таблица). Границы между различными видами электромагнитных волн довольно условны.

1. 33 Лекция № 33 (2 часа)

Тема: «Геометрическая оптика»

1.33.1 Вопросы лекции:

1. Основные законы геометрической оптики.
2. Тонкие линзы. Изображение тел с помощью линз.
3. Аберрации оптических систем.
4. Основные фотометрические величины.

1.33.2 Краткое содержание вопросов:

1. Основные законы геометрической оптики.

Основу геометрической оптики образуют четыре закона:

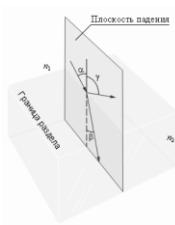
1. Закон прямолинейного распространения света.

В однородной среде свет распространяется прямолинейно. Этот закон является приближенным: при прохождении света через очень малые отверстия наблюдаются отклонения от прямолинейности, тем большие, чем меньше отверстие.

2. Закон независимости световых пучков.

Лучи при пересечении не возмущают друг друга. Пересечения лучей не мешают каждому из них распространяться независимо друг от друга. Этот закон справедлив лишь при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях, достигаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестает соблюдаться.

3. Закон отражения света.



Луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр, проведений к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости. Причем угол падения равен углу отражения.

$$\alpha = \gamma$$

4. Закон преломления света.

Луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведений к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости. Угол падения и угол преломления связаны следующим соотношением:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

где n_1, n_2 — абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

Абсолютным показателем преломления среды называется величина n , равная отношению скорости света в вакууме c к скорости света в среде v :

$$n = \frac{c}{v}$$

Среда с большим показателем преломления называется оптически более плотной средой.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления.

$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Очевидно что $n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$ (v_1, v_2 — скорости света в среде 1 и 2).

Полное внутреннее отражение.

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную) ($n_1 > n_2$), например, из стекла в воду, то, угол преломления больше угла падения: $\beta > \alpha$.

С увеличением угла падения увеличивается угол преломления до тех пор, пока при некотором угле падения ($\alpha = \alpha_0$) угол преломления не окажется равным $\pi/2$. Угол α_0 называется предельным углом. При углах падения $\alpha > \alpha_0$, весь падающий свет полностью отражается.

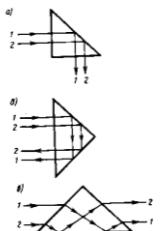
По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет. Если $\alpha \geq \alpha_0$, то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего. Таким образом, при углах падения в пределах от α_0 до $\pi/2$ луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется *полным внутренним отражением*.

Определим предельный угол при подстановке в закон преломления $\beta = \pi/2$. Тогда $\sin \beta = 1$. Получим предельный угол:

$$n_1 \sin \alpha_0 = n_2 \Rightarrow \sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения. На рис показаны призмы полного отражения, позволяющие а) повернуть луч на 90° ; б) повернуть луч на 180° ; в) перевернуть изображение. Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах).

Явление полного отражения используется также в *световодах*, представляющие собой тонкие нити (волокна) из оптически прозрачного материала. По причине полного отражения от боковой поверхности световода свет распространяется только вдоль волокна. С помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка. Световоды используются для



передачи информации в ЭВМ, медицине (для диагностики внутренних органов) и др.

Принцип Ферма и законы геометрической оптики

В основу геометрической оптики может быть положен принцип, установленный французским математиком Ферма в середине XVII столетия. Из этого принципа вытекают законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света.

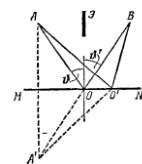
Принцип Ферма: свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время.

Из принципа Ферма вытекает *обратимость световых лучей*. Действительно, оптический путь, который минимален в случае распространения света из точки 1 в точку 2, окажется минимальным и в случае распространения света в обратном направлении. Следовательно, луч, пущенный навстречу лучу, проделавшему путь от точки 1 к точке 2, пойдет по тому же пути, но в обратном направлении.

правлении.

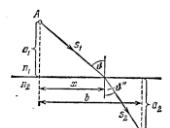
Получим с помощью принципа Ферма законы отражения и преломления света.

Пусть свет попадает из точки А в точку В, отразившись от поверхности MN (рис.; прямой путь из А в В прегражден непрозрачным экраном Э). Среда, в которой проходит луч, однородна. Поэтому минимальность оптической длины пути сводится к минимальности его геометрической длины. Геометрическая длина произвольно взятого пути равна $AO'B = A'O'B$ (вспомогательная точка A' является зеркальным изображением точки А). Из рисунка видно, что наименьшей длиной обладает путь луча, отразившегося в точке О, для которой угол отражения равен углу падения.



Теперь найдем точку, в которой должен преломиться луч, распространяясь от А к В, чтобы оптическая длина пути была экстремальна (рис.). Для произвольного луча оптическая длина пути равна:

$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}$$



Чтобы найти экстремальное значение, продифференцируем L по x и приравняем производную к нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (b-x)}{\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}} = n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{b-x}{s_2} = 0$$

Множители при n_1 и n_2 равны соответственно $\sin\alpha$ и $\sin\beta$. Таким образом, получается соотношение:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

2. Тонкие линзы. Изображение тел с помощью линз.

Простейшей оптической системой является линза. Она представляет собой прозрачное (обычно стеклянное) тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями (в частном случае одна из поверхностей может быть плоской). Прямая, проходящая через центры обеих поверхностей, называется *главной оптической осью* линзы.

Линза называется *тонкой*, если ее толщина мала по сравнению с R_1 и R_2 - радиусами кривизны ограничивающих поверхностей.

Далее рассматриваем тонкие линзы.

Точка пересечения линзы с главной оптической осью называется *оптическим центром линзы* (т. О). Любой луч проходит через оптический центр, не преломляясь.

Любая прямая (кроме главной оптической оси) проходящая через оптический центр линзы называется *побочной оптической осью*. Очевидно, что побочных осей существует бесконечное множество.

По оптическим свойствам линзы делятся на собирающие и рассеивающие.

Луч света идущий параллельно главной оптической оси после прохождения линзы преломляется и пересекает главную оптическую ось в точке называемой *главным фокусом* линзы. Если линза рассеивающая, то главную оптическую ось пересекает продолжение луча.

Луч света идущий параллельно побочной оптической оси после прохождения линзы преломляется и пересекает побочную оптическую ось в точке называемой *побочным фокусом линзы*.

Все точки фокуса линзы образуют *фокальную плоскость линзы*.

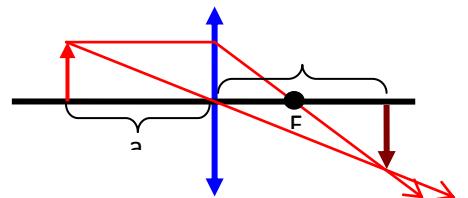
Расстояние от оптического центра линзы до фокуса называют *фокусным расстоянием линзы* f .

Для рассеивающих линз фокусное расстояние принимает отрицательные значения.

Величина обратная фокусному расстоянию называется *оптической силой линзы*:

$$D = \frac{1}{f}$$

Измеряется оптическая сила в диоптриях (дптр).



Пусть имеется точечный источник света S . Главным свойством линзы является то, что все лучи от S пройдя линзу, пересекутся в точке S' . Точка S' является изображением источника S . Любой предмет можно представить как множество точек, для каждого из которых будет свое изображение точки, а в целом изображение предмета.

Изображение называется *действительным*, если оно образовано пересечением лучей света.

Изображение называется *мнимым*, если оно образовано пересечением продолжений лучей света.

Введем обозначения: a – расстояние от предмета до линзы, b – расстояние от изображения до линзы. Для тонкой линзы справедливо следующее соотношение:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Где f – фокусное расстояние линзы. Для рассеивающей линзы расстояния f и b надо считать отрицательными.

Фокусное расстояние линзы можно связать с радиусами кривизны поверхностей линзы R_1 , R_2 и показателями преломления линзы n_l и среды n_c :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_c} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Построение изображений в линзах. Оптические инструменты

Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

- 1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;
- 2) луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через фокус линзы;
- 3) луча (или его продолжения), проходящего через фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

Но достаточно бывает только первых двух лучей.

Оптические приборы — устройства, в которых оптическое излучение преобразуется (пропускается, отражается, преломляется, поляризуется). Они могут увеличивать, уменьшать, улучшать (в редких случаях ухудшать) качество изображения, давать возможность увидеть искомый предмет косвенно.

3. Аберрации оптических систем.

Аберрация оптической системы — ошибка или погрешность изображения в оптической системе, вызываемая отклонением луча от того направления, по которому он должен был бы идти в идеальной оптической системе. Аберрацию характеризуют различного вида нарушения гомоцентричности в структуре пучков лучей, выходящих из оптической системы.

4. Основные фотометрические величины.

Фотометрия — раздел оптики, занимающийся вопросами измерения интенсивности света и его источников. В фотометрии используются следующие величины:

- 1) энергетические — характеризуют энергетические параметры оптического излучения безотносительно к его действию на приемники излучения;
- 2) световые — характеризуют физиологические действия света и оцениваются по воздействию на глаз (исходят из так называемой средней чувствительности глаза) или другие приемники излучения.

1. Энергетические величины. Поток излучения Φ_e — величина, равная отношению энергии W излучения ко времени t , за которое излучение произошло:

$$\Phi_e = W/t.$$

Единица потока излучения — **вatt** (Вт).

Энергетическая светимость (излучательность) R_e — величина, равная отношению потока излучения Φ_e , испускаемого поверхностью, к площади S сечения, сквозь которое этот поток проходит:

$$R_e = \Phi_e/S,$$

т. е. представляет собой поверхностную плотность потока излучения.

Единица энергетической светимости — **вatt на метр в квадрате** ($\text{Вт}/\text{м}^2$).

Энергетическая сила света (сила излучения) I_e определяется с помощью понятия о точечном источнике света — источнике, размерами которого по сравнению с расстоянием до места наблюдения можно пренебречь. Энергетическая сила света I_e — величина, равная отношению потока излучения Φ_e источника к телесному углу w , в пределах которого это излучение распространяется:

$$I_e = \Phi_e/w.$$

Единица энергетической силы света — **вatt на стерадиан** (Вт/ср).

Энергетическая яркость (лучистость) B_e — величина, равная отношению энергетической силы света $D I_e$, элемента излучающей поверхности к площади $D S$ проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения:

$$B_e = D I_e / D S.$$

Единица энергетической яркости — **вatt на стерадиан-метр в квадрате** ($\text{Вт}/(\text{ср} \times \text{м}^2)$).

Энергетическая освещенность (облученность) E_e характеризует величину потока излучения, падающего на единицу освещаемой поверхности. Единица энергетической освещенности совпадает с единицей энергетической светимости ($\text{Вт}/\text{м}^2$).

2. Световые величины. При оптических измерениях используются различные приемники излучения (например, глаз, фотоэлементы, фотоумножители), которые не обладают одинаковой чувствительностью к энергии различных длин волн, являясь, таким образом, **селективными (избирательными)**. Каждый приемник излучения характеризуется своей кривой чувствительности к свету различных длин волн. Поэтому световые измерения, являясь субъективными, отличаются от объективных, энергетических и для них вводятся световые единицы, используемые только для видимого света. **Основной световой единицей** в СИ является единица силы света — **кандела** (кд), определение которой дано выше (см. Введение). Определение световых единиц аналогично энергетическим.

Световой поток Φ определяется как мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению (по его действию на селективный приемник света с заданной спектральной чувствительностью).

Единица светового потока — **люмен** (лм): 1 лм — световой поток, испускаемый точечным источником силой света в 1 кд внутри телесного угла в 1 ср (при равномерности поля излучения внутри телесного угла) (1 лм = 1 кд × ср).

Светимость R определяется соотношением

$$R = \Phi/S.$$

Единица светимости — **люмен на метр в квадрате** ($\text{лм}/\text{м}^2$).

Яркость B_j светящейся поверхности в некотором направлении j есть величина, равная отношению силы света I в этом направлении к площади S проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную данному направлению:

$$B_j = I/(S \cos \phi).$$

Единица яркости — **кандела на метр в квадрате** ($\text{кд}/\text{м}^2$).

Освещенность E — величина, равная отношению светового потока Φ , падающего на поверхность, к площади S этой поверхности:

$$E = \Phi/S.$$

Единица освещенности — **люкс** (лк): 1 лк — освещенность поверхности, на 1 м^2 которой падает световой поток в 1 лм ($1 \text{ лк} = 1 \text{ лм}/\text{м}^2$).

1.34 Лекция № 34 (2 часа)

Тема: «Интерференция света»

1.34.1 Вопросы лекции.

1. Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн.
2. Интерференционная картина от двух источников.
3. Интерференция света в тонких пленках.

1.34.2. Краткое содержание вопросов лекции:

1. Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн.

В конце XVII в. на основе многовекового опыта и развития представлений о свете возникли две теории света: корпускулярная (И. Ньютона) и волновая (Р. Гук и Х. Гюйгенс).

Волновая теория основывается на принципе Гюйгенса: каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени. Напомним, что волновым фронтом называется геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t . Принцип Гюйгенса позволяет анализировать распространение света и вывести законы отражения и преломления.

Согласно электромагнитной теории Максвелла свет представляет собой электромагнитные волны, в которых колебания электрического и магнитного полей происходят в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Когерентность и монохроматичность световых волн

Интерференцию света можно объяснить, рассматривая интерференцию волн. Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют монохроматические волны — неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты.

Так как ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. Поэтому на опыте не наблюдается интерференция света от независимых источников, например от двух электрических лампочек.

Понять физическую причину немонохроматичности, а следовательно, и некогерентности волн, испускаемых двумя независимыми источниками света, можно исходя из самого механизма испускания света атомами. В двух самостоятельных источниках света атомы излучают независимо друг от друга. В каждом из таких атомов процесс излучения конечен и длится очень короткое время ($\tau \approx 10^{-8} \text{ с}$). За это время

возбужденный атом возвращается в нормальное состояние и излучение им света прекращается. Возбудившись вновь, атом снова начинает испускать световые волны, но уже с новой начальной фазой. Так как разность фаз между излучением двух таких независимых атомов изменяется при каждом новом акте испускания, то волны, спонтанно излучаемые атомами любого источника света, некогерентны.

Таким образом, волны, испускаемые атомами, лишь в течение интервала времени 10^{-8} с имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний, тогда как за больший промежуток времени и амплитуда, и фаза изменяются. Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов называется волновым цугом.

Описанная модель испускания света справедлива и для любого макроскопического источника, так как атомы светящегося тела излучают свет также *независимо* друг от друга. Это означает, что начальные фазы соответствующих им волновых цугов не связаны между собой. Помимо этого, даже для одного и того же атома начальные фазы разных цугов отличаются для двух последующих актов излучения. Следовательно, свет, испускаемый макроскопическим источником, некогерентен.

Любой немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга $\tau_{\text{ког}}$ называется временем когерентности. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать время излучения, т. е. $\tau_{\text{ког}} < \tau$. Прибор обнаружит четкую интерференционную картину лишь тогда, когда время разрешения прибора значительно меньше времени когерентности накладываемых световых волн.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности $\tau_{\text{ког}}$. За это время волна распространяется в вакууме на расстояние $l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}}$, называемое длиной когерентности (или длиной цуга). Таким образом, длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность. Отсюда следует, что наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода, меньших длины когерентности для используемого источника света.

Когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, определяемая степенью монохроматичности волн, называется временной когерентностью.

Наряду с временной когерентностью для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводится понятие пространственной когерентности. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют (при необходимой степени монохроматичности света) наблюдать интерференцию, называются пространственно-когерентными. Радиусом когерентности (или длиной пространственной когерентности) называется максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции. Таким образом, пространственная когерентность определяется радиусом когерентности. Радиус когерентности

$$r_{\text{ког}} \sim \lambda / \phi,$$

где λ — длина волны света, ϕ — угловой размер источника. Так, минимально возможный радиус когерентности для солнечных лучей (при угловом размере Солнца на Земле $\phi \approx 10^{-2}$ рад и $\lambda \approx 0,5$ мкм) составляет $\approx 0,05$ мм. При таком малом радиусе когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, поскольку разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,1 мм.

2. Интерференционная картина от двух источников. Условия интерференционных максимумов и минимумов.

Предположим, что две монохроматические световые волны, накладываясь друг на друга, возбуждают в определенной точке пространства колебания одинакового направ-

ления: $x_1=A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2=A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Под x понимают напряженность электрического E или магнитного H полей волны; векторы E и H колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях. Напряженности электрического и магнитного полей подчиняются принципу суперпозиции. Амплитуда результирующего колебания в данной точке $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$. Так как волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, поэтому интенсивность результирующей волны ($I \sim A^2$)

$$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2} \cos(\varphi_2-\varphi_1).$$

В точках пространства, где $\cos(\varphi_2-\varphi_1)>0$, интенсивность $I>I_1+I_2$, где $\cos(\varphi_2-\varphi_1)<0$, интенсивность $I<I_1+I_2$. Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией света.

Для некогерентных волн разность $\varphi_2-\varphi_1$ непрерывно изменяется, поэтому среднее во времени значение $\cos(\varphi_2-\varphi_1)$ равно нулю, и интенсивность результирующей волны всюду одинакова и при $I_1=I_2$ равна $2I_1$ (для когерентных волн при данном условии в максимумах $I=4I_1$, в минимумах $I=0$).

Для получения когерентных световых волн применяют метод разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных оптических путей накладываются друг на друга, и наблюдается интерференционная картина.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке O . До точки M , в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления n_1 прошла путь s_1 , вторая — в среде с показателем преломления n_2 — путь s_2 . Если в точке O фаза колебаний равна ωt , то в точке M первая волна возбудит колебание $A_1 \cos(t-s_1/v_1)$, вторая волна — колебание $A_2 \cos(t-s_2/v_2)$, где $v_1=c/n_1$, $v_2=c/n_2$ — соответственно фазовая скорость первой и второй волны. Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке M , равна

$$\delta=\omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

(учли, что $\omega/c = 2\pi v/c = 2\pi/\lambda_0$, где λ_0 — длина волны в вакууме).

Произведение геометрической длины s пути световой волны в данной среде на показатель n преломления этой среды называется оптической длиной пути L , а $\Delta = L_2 - L_1$ — разность оптических длин проходимых волнами путей — называется оптической разностью хода. Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots),$$

то $\delta = \pm 2m\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе. Это выражение является условием интерференционного максимума. Если оптическая разность хода

$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots),$$

то $\delta = \pm 2(m+1)\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в противофазе. А это выражение является условием интерференционного минимума.

Методы наблюдения интерференции света

Для осуществления интерференции света необходимо получить когерентные световые пучки, для чего применяются различные приемы. До появления лазеров для наблюдения интерференции света когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. Практически это можно осуществить с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел. Рассмотрим некоторые из этих методов.

1. Метод Юнга. Источником света служит ярко освещенная щель S (рис.1), от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели S_1 и S_2 , параллельные щели S . Щели S_1 и S_2 играют роль когерентных источников.

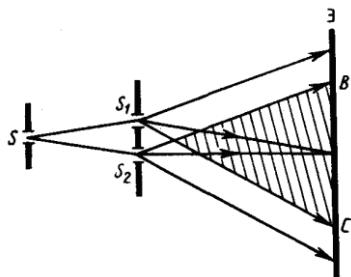


Рис.1

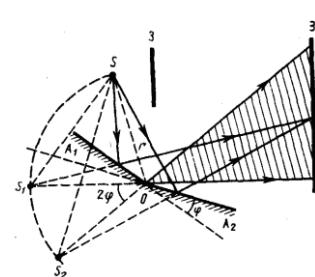


Рис.2

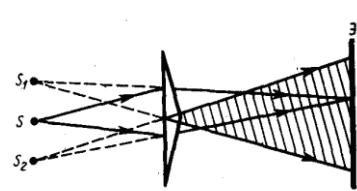


Рис.3

Интерференционная картина (область BC) наблюдается на экране (\mathcal{E}), расположенным на некотором расстоянии параллельно S_1 и S_2 .

2. Зеркала Френеля (рис.2). 3. Бипризма Френеля (рис.3)

Расчет интерференционной картины от двух источников. Расчет интерференционной картины можно провести, используя две узкие параллельные щели, расположенные достаточно близко друг к другу (рис.4). Щели S_1 и S_2 находятся на расстоянии d друг от друга и являются когерентными (реальными или мнимыми изображениями источника S в какой-то оптической системе) источниками света. Интерференция наблюдается в произвольной точке A экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии l , причем $l \gg d$. Начало отсчета выбрано в точке O , симметричной относительно щелей. Интенсивность в любой точке A экрана, лежащей на расстоянии x от O , определяется оптической разностью хода $\Delta = s_2 - s_1$. Из рис.4 имеем

$$s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2; \quad s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2, \quad \text{откуда } s_2^2 - s_1^2 = 2xd, \text{ или}$$

$$\Delta = s_2 - s_1 = 2xd/(s_1 + s_2).$$

Из условия $l \gg d$ следует, что $s_1 + s_2 \approx 2l$, поэтому $\Delta = xd/l$.

Подставив найденное значение Δ , получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

а минимумы — в случае, если

$$x_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое шириной интерференционной полосы, равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0.$$

Δx не зависит от порядка интерференции (величины m) и является постоянной для данных l , d и λ_0 . первого ($m=1$), второго ($m=2$) порядков и т.д.

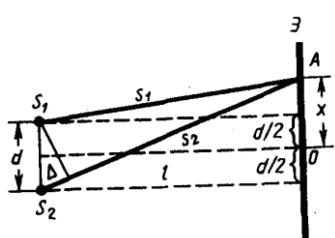


Рис.4

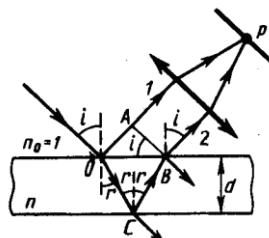


Рис.5

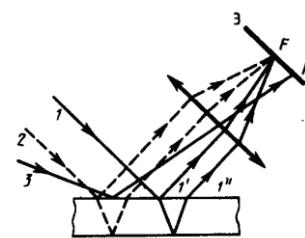


Рис.6

3. Интерференция света в тонких пленках.

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах), возникающее в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки.

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d под углом i (рис.5) падает плоская монохроматическая волна. На поверхности пленки в точке O луч разделится на два: частично отразится от верхней поверхности пленки, а частично преломится. Преломленный луч, дойдя до точки C , частично преломится в воздух ($n_0=1$), а частично отразится и пойдет к точке B . Здесь он опять частично отразится (этот ход луча в дальнейшем из-за малой интенсивности не рассматриваем) и преломится, выходя в воздух под углом i . Вышедшие из пленки лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность их хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если на их пути поставить собирающую линзу, то они сойдутся в одной из точек P фокальной плоскости линзы. В результате возникает интерференционная картина, которая определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки O до плоскости AB ,

$$\Delta = n(OS + CB) - (OA \pm \lambda_0/2),$$

где показатель преломления окружающей пленку среды принят равным 1, а член $\pm \lambda_0/2$ обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела. Если $n > n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке O и вышеупомянутый член будет иметь знак минус; если же $n < n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке C и $\lambda_0/2$ будет иметь знак плюс. Согласно рисунку $OC = CB = d/\cos r$, $OA = OB \sin i = 2d \tan r \sin i$. Учитывая для данного случая закон преломления $\sin i = n \sin r$, получим

$$\Delta = 2dn \cos r = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}.$$

С учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \lambda_0/2.$$

Интерференция, наблюдается, только если удвоенная толщина пластиинки меньше длины когерентности падающей волны.

1. Полосы равного наклона (интерференция от плоскопараллельной пластиинки). Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластиинку под одинаковыми углами, называются полосами равного наклона.

2. Полосы равной толщины (интерференция от пластиинки переменной толщины)

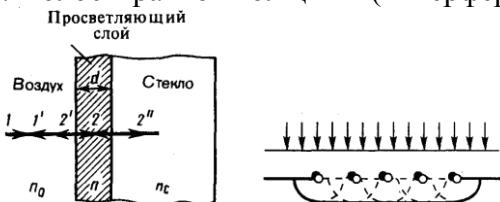


Рис.7

Рис.8

Применение интерференции света.

Явление интерференции обусловлено волновой природой света; его количественные закономерности зависят от длины волны λ_0 . Поэтому это явление применяется для измерения длин волн (интерференционная спектроскопия).

Явление интерференции применяется также для улучшения качества оптических приборов (просветление оптики) и получения высокоотражающих покрытий. Для устранения указанных недостатков осуществляют так называемое *просветление оптики*. Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем

преломления, меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела воздух–пленка и пленка–стекло возникает интерференция когерентных лучей $1'$ и $2'$ (рис. 8). Толщину пленки d и показатели преломления стекла n_c и пленки n можно подобрать так, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей пленки, гасили друг друга. Для этого их амплитуды должны быть равны, а оптическая разность хода равна $(2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$.

Расчет показывает, что амплитуды отраженных лучей равны, если

$$n = \sqrt{n_c}.$$

Так как n_c , n и показатель преломления воздуха n_0 удовлетворяют условиям $n_c > n > n_0$, то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях; следовательно, условие минимума (предполагаем, что свет падает нормально, т. е. $i=0$)

$$2nd = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2},$$

где nd — оптическая толщина пленки. Обычно принимают $m=0$, тогда

$$nd = \lambda_0/4.$$

Если выполняется это условие и оптическая толщина пленки равна $\lambda_0/4$, то в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Так как добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом длины волн $\lambda_0 \approx 0,55$ мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

1.35 Лекция № 35 (2 часа)

Тема: «Дифракция света»

1.35.1 Вопросы лекции.

1. Принцип Гюйгенса – Френеля.
2. Метод зон Френеля.
3. Дифракция Френеля на круглом отверстии.
4. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.
5. Дифракция на пространственной решетке.

1.35.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Принцип Гюйгенса – Френеля.

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и т. д.

Например, звук хорошо слышен за углом дома, т. е. звуковая волна его огибает. Явление дифракции объясняется с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S , может быть представлена как *результат суперпозиции когерентных вторичных волн*, «излучаемых» фиктивными источниками.

Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S . Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн. Френель исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что если между источником и

точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана.

2. Метод зон Френеля.

Принцип Гюйгенса — Френеля в рамках волновой теории должен был ответить на вопрос о прямолинейном распространении света. Френель решил эту задачу, рассмотрев взаимную интерференцию вторичных волн и применив прием, получивший название метода зон Френеля.

Найдем в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S (рис.1). Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, заменим действие источника S действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности Φ , являющейся поверхностью фронта волны, идущей из S (поверхность сферы с центром S). Френель разбил волновую поверхность Φ на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до M отличались на $\lambda/2$, т. е. $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \dots = \lambda/2$. Подобное разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проведя с центром в точке M сферы радиусами $b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, b + 3\frac{\lambda}{2}, \dots$. Так как колебания от соседних зон проходят до точки M расстояния, отличающиеся на $\lambda/2$, то в точку M они приходят в противоположной фазе и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Поэтому амплитуда результирующего светового колебания в точке M

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots,$$

где A_1, A_2, \dots — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ..., m -й зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля. Пусть внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты h_m (рис.1). Обозначив площадь этого сегмента через σ_m , найдем, что площадь m -й зоны Френеля равна $\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}$, где σ_{m-1} — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны. Из рисунка следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2.$$

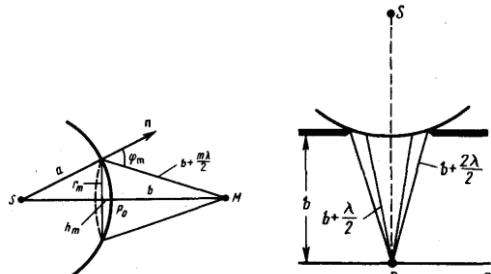


Рис.1

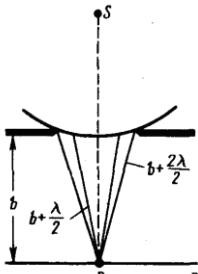


Рис.2

После элементарных преобразований, учитывая, что $\lambda \ll a$ и $\lambda \ll b$, получим

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}.$$

Площадь сферического сегмента и площадь m -й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b} m, \quad \Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}.$$

Это выражение не зависит от m , следовательно, при не слишком больших m площади зон Френеля одинаковы. Таким образом, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равные зоны.

Согласно предположению Френеля, действие отдельных зон в точке M тем меньше, чем больше угол φ_m (рис.1) между нормалью n к поверхности зоны и направлением на M , т. е. действие зон постепенно убывает от центральной (около P_0) к периферийским.

Кроме того, интенсивность излучения в направлении точки M уменьшается с ростом m и вследствие увеличения расстояния от зоны до точки M . Учитывая оба этих фактора, можем записать

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots .$$

Общее число зон Френеля, умещающихся на полусфере, очень велико; например при $a=b=10$ см и $\lambda=0,5$ мкм $N = \frac{2\pi a^2}{\pi ab\lambda} (a+b) = 8 \cdot 10^5$. Поэтому в качестве допустимого

приближения можно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Тогда это выражение можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2},$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны $\pm A_m/2$ ничтожно мала.

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке M определяется как бы действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку M сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Если предположить, что высота сегмента $h \ll a$ (при не слишком больших m), тогда $r_m^2 = 2ah_m$ и радиус внешней границы m -й зоны Френеля равен

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}.$$

Следовательно, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т.е. *прямолинейно*. Таким образом, принцип Гюйгенса — Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

3. Дифракция Френеля на круглом отверстии.

Дифракция на круглом отверстии. Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника S , встречает на своем пути экран с круглым отверстием. Дифракционную картину наблюдаем на экране \mathcal{E} в точке B , лежащей на линии, соединяющей S с центром отверстия (рис. 12). Экран параллелен плоскости отверстия и находится от него на расстоянии b . Разобъем открытую часть волновой поверхности Φ на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, открываемых отверстием.

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке B всеми зонами, равна

$$A = A_1/2 \pm A_m/2,$$

где знак плюс соответствует нечетным m и минус — четным m .

Когда отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке B будет больше, чем при свободном распространении волны; если четное, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю. Если отверстие открывает одну зону Френеля, то в точке B амплитуда $A = A_1$, т. е. вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием. Интенсивность света больше соответственно в четыре раза. Если отверстие открывает две зоны Френеля, то их действия в точке B практически уничтожают друг друга из-за интерференции. Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия вблизи точки B будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центрами в точке B (если m четное, то в центре будет темное кольцо, если m нечетное — то светлое кольцо), причем интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины. Расчет амплитуды результирующего колебания на внеосевых участках экрана более сложен, так как

соответствующие им зоны Френеля частично перекрываются непрозрачным экраном. Если отверстие освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца окрашены.

4. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.

Немецкий физик И. Фраунгофер (1787—1826) рассмотрел дифракцию плоских световых волн, или дифракцию в параллельных лучах.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (для этого практически достаточно, чтобы длина щели была значительно больше ее ширины). Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной a (рис.4, *a*). Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ ,

$$\Delta = NF = a \sin \varphi,$$

где F — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на луч ND .

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\lambda/2$, т. е. всего на ширине щели уместится $\Delta/\lambda/2$ зон. Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с волновым фронтом; следовательно, все точки волнового фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Число зон Френеля, укладываемых на ширине щели, зависит от угла φ . От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн. Из приведенного построения следует, что при интерференции света от каждой пары *соседних* зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга. Следовательно, если *число зон Френеля четное*, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

и в точке B наблюдается дифракционный минимум (полная темнота), если же *число зон Френеля нечетное*, то

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

и наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны Френеля.

В направлении $\varphi=0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т. е. в точке B_0 наблюдается центральный дифракционный максимум.

Из этих условий можно найти направления на точки экрана, в которых амплитуда (а следовательно, и интенсивность) равна нулю ($\sin \varphi_{min} = \pm m\lambda/a$) или максимальна ($\sin \varphi_{max} = \pm(2m+1)\lambda/(2a)$).

Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции (дифракционный спектр), приведено на рис.3, *б*.

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны λ , поэтому рассмотренная выше дифракционная картина имеет место лишь для монохроматического света. При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полоски; он общий для всех длин волн (при $\varphi=0$ разность хода равна нулю для всех λ). Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых m различно для разных λ . Таким образом, справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого ($m=1$), второго ($m=2$) и других порядков, обращенные фиолетовым краем к центру дифракционной картины.

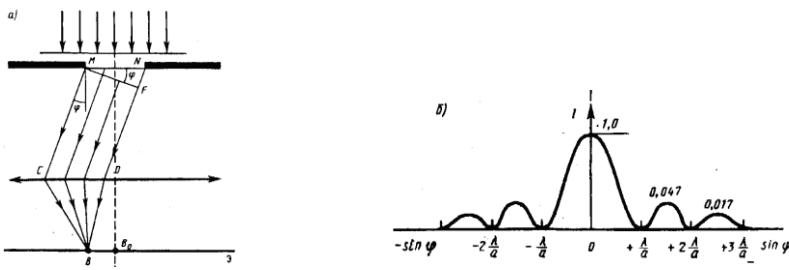


Рис. 4

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Рассмотрим дифракционную решетку. На рис.4 для наглядности показаны только две соседние щели *MN* и *CD*. Если ширина каждой щели равна *a*, а ширина непрозрачных участков между щелями *b*, то величина *d=a+b* называется постоянной (периодом) дифракционной решетки. Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = CF = (a+b) \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

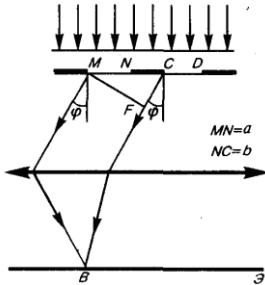


Рис.5

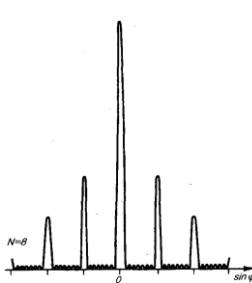


Рис.6

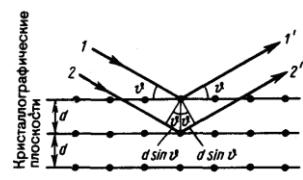


Рис. 7

Очевидно, что в тех направлениях, в которых *ни одна* из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, т. е. *прежние (главные) минимумы* интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием:

$$a \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т. е. возникнут дополнительные минимумы. Очевидно, что эти дополнительные минимумы будут наблюдаться в тех направлениях, которым соответствует разность хода лучей $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$, посылаемых, например, от крайних левых точек *M* и *C* обеих щелей. Условие дополнительных минимумов имеет вид:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

Это выражение представляет условие главных максимумов.

Таким образом, полная дифракционная картина, для двух щелей определяется из условий:

$$a \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \text{ — главные минимумы;}$$

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots \text{ — дополнительные минимумы;}$$

$$d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \text{ — главные максимумы,}$$

т. е. между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум. Аналогично можно показать, что между каждыми двумя главными максимумами при трех щелях располагается два дополнительных минимума, при четырех щелях — три и т. д.

Если дифракционная решетка состоит из N щелей, то условием главных минимумов является условие, условием главных максимумов имеют прежний вид, а условие дополнительных минимумов имеет вид

$$d \sin \varphi = \pm m' \lambda / N \quad (m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots),$$

где m' может принимать все целочисленные значения, кроме 0, N , $2N$, ... т. е. кроме тех, при которых условие (180.4) переходит в (180.3). Следовательно, в случае N щелей между двумя главными максимумами располагается $N-1$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон.

Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. Так как модуль $\sin \varphi$ не может быть больше единицы, то число главных максимумов

$$m \leq d/\lambda,$$

то есть определяется отношением периода решетки к длине волны.

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m=0$), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная — наружу. Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е. дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.

Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, отличаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм, что позволяет перекрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной).

5. Дифракция на пространственной решетке.

Дифракция наблюдается не только на одномерной дифракционной решетке, но также трехмерных периодических структурах. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Однако их период ($\sim 10^{-10}$ м) слишком мал для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. В случае кристаллов соотношение $d \sim \lambda$ выполняется только для рентгеновских лучей.

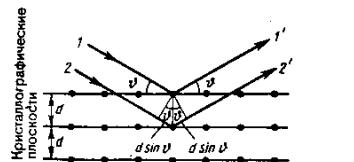
Рассматриваем кристалл как совокупность параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки), отстоящих друг от друга на расстояние d . Полагаем, что при падении рентгеновского излучения на кристалл происходит частичное отражение излучения от этих плоскостей. Вторичные волны, отразившиеся от разных плоскостей, когерентны и будут интерферировать между собой. Из рис. видно, что разность хода двух волн, отразившихся от соседних плоскостей, равна $2d \sin \theta$, где θ — угол, называемый углом скольжения падающих лучей. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления определяются условием

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

Полученное выражение называется формулой Вульфа-Брэггов.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения.

1. Рентгеновская спектроскопия. Она используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения. Определяя направления максимумов,



получающихся при дифракции исследуемого рентгеновского излучения от кристаллов с известной структурой, можно вычислить длины волн.

Рентгеноструктурный анализ для изучения структуры кристаллов. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристалле неизвестного строения можно найти межплоскостные расстояния и расшифровать структуру кристалла.

1.36 Лекция № 36 (2 часа)

Тема: «Поляризация и дисперсия света»

1.36.1 Вопросы лекции.

1. Поляризация света.
2. Дисперсия света.
3. Эффект Доплера и его практическое использование.

1.36.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Поляризация света. Закон Малюса. Закон Брюстера.

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы же излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом в целом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора (рис.1, луч перпендикулярен плоскости рисунка). В данном случае равномерное распределение векторов E объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов E — одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора E (и, следовательно, H) называется естественным.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называется поляризованным. Так, если в результате каких-либо внешних воздействий появляется преимущественное направление колебаний вектора E (рис.1, β), то имеем дело с частично поляризованным светом. Свет, в котором вектор E (и, следовательно, H) колеблется только в одном направлении, перпендикулярном лучу (рис. 1, γ), называется плоскополяризованным (линейно поляризованным).

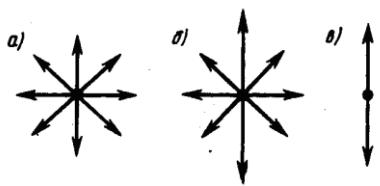


Рис.1

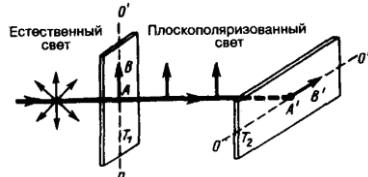


Рис.2

Плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны, называется плоскостью поляризации. Степенью поляризации называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором. Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$, для плоскополяризованного $I_{\min} = 0$ и $P = 1$.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые поляризаторы, пропускающие колебания только определенного направления (например, пропускающие колебания, параллельные главной плоскости поляризатора, и полностью задерживающие колебания, перпендикулярные этой плоскости). В качестве поляризаторов могут быть использованы среды, анизотропные в отношении колебаний вектора E , например кристаллы (их анизотропия известна). Из природных кристаллов, давно используемых в качестве поляризатора, следует отметить турмалин.

Рассмотрим классические опыты с турмалином (рис. 2). Направим естественный свет перпендикулярно пластинке турмалина T_1 , вырезанной параллельно так называемой оптической оси OO' . Вращая кристалл T_1 вокруг направления луча, никаких изменений интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдаем. Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина T_2 и вращать ее вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего через пластинки, меняется в зависимости от угла α между оптическими осями кристаллов по закону Малюса*:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 и I — соответственно интенсивности света, падающего на второй кристалл и прошедшего из него.

Следовательно, интенсивность прошедшего через пластинки света изменится от минимума (полное гашение света) при $\alpha = \pi/2$ (оптические оси пластинок перпендикулярны) до максимума при $\alpha = 0$ (оптические оси пластинок параллельны). Однако, как это следует из рис. 3 амплитуда E световых колебаний, прошедших через пластинку T_2 , будет меньше амплитуды световых колебаний E_0 , падающих на пластинку T_2 .

$$E = E_0 \cos \alpha.$$

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то и получается это выражение.

Пластинка T_1 , преобразующая естественный свет в плоскополяризованный, является поляризатором. Пластинка T_2 , служащая для анализа степени поляризации света, называется анализатором. Обе пластинки совершенно одинаковы (их можно поменять местами).

Если пропустить естественный свет через два поляризатора, главные плоскости которых образуют угол α , то из первого выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого $I_0 = 1/2 I_{\text{ест}}$, из второго, согласно (190.1), выйдет свет интенсивностью $I = I_0 \cos^2 \alpha$. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора,

$$I = 1/2 I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha,$$

откуда $I_0 = 1/2 I_{\text{ест}}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\min} = 0$ (поляризаторы скрещены).

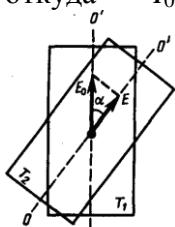


Рис.3

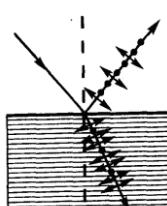


Рис.4

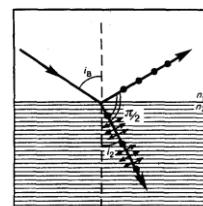


Рис.5

3.2 Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть его отражается, а часть преломляется в распространяется во второй среде. Установливая на пути отраженного и преломленного лучей анализатор (например, турмалин), убеждаемся в том, что отраженный и преломленный лучи частично поляризованы: при поворачивании анализатора вокруг лучей интенсивность света

периодически усиливается и ослабевает (полного гашения не наблюдается). Исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 4 они обозначены точками), в преломленном — колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками).

Степень поляризации (степень выделения световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора) зависит от угла падения лучей и показателя преломления. Шотландский физик Д. Брюстер (1781—1868) установил закон, согласно которому при угле падения i_B (угол Брюстера), определяемого соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

(n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой), *отраженный луч является плоскополяризованным* (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 5). *Преломленный же луч при угле падения i_B поляризуется максимально, но не полностью.*

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи *взаимно перпендикулярны* ($\operatorname{tg} i_B = \sin i_B / \cos i_B$, $n_{21} = \sin i_B / \sin i_2$ (i_2 — угол преломления), откуда $\cos i_B = \sin i_2$). Следовательно, $i_B + i_2 = \pi/2$, но $i'_B = i_B$ (закон отражения), поэтому $i'_B + i_2 = \pi/2$.

2. Дисперсия света.

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления n вещества от частоты v (длины волны λ) света или зависимость фазовой скорости v световых волн от его частоты v . Дисперсия света представляется в виде зависимости

$$n = f(\lambda).$$

Рассмотрим дисперсию света в призме. Пусть монохроматический пучок света падает на призму с преломляющим углом A и показателем преломления n (рис. 12) под углом α_1 . После двукратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол φ . Из рисунка следует, что

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Предположим, что углы A и α_1 малы, тогда углы α_2 , β_1 и β_2 будут также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Поэтому $\alpha_1 / \beta_1 = n$, $\beta_2 / \alpha_2 = 1/n$, а так как $\beta_1 + \beta_2 = A$, то $\alpha_2 = \beta_2 n = n(A - \beta_1) = n(A - \alpha_1/n) = nA - \alpha_1$, откуда

$$\alpha_1 + \alpha_2 = nA.$$

Отсюда следует, что

$$\varphi = A(n-1),$$

т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

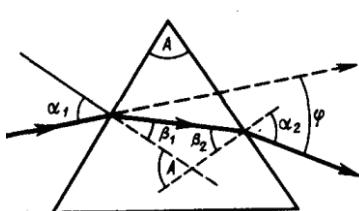


Рис. 1

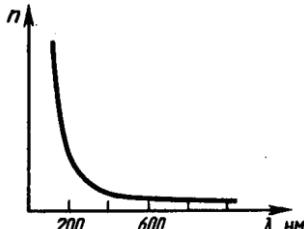


Рис. 2

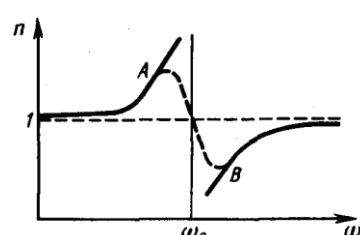


Рис. 3

Угол отклонения лучей призмой зависит от величины $n-1$, а n — функция длины волны, поэтому лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т. е. пучок белого света за призмой разлагается в спектр, что и наблюдалось И. Ньютона. Таким образом, с помощью призмы, так же как и с

помощью дифракционной решетки, разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав.

Рассмотрим различия в дифракционном и призматическом спектрах.

1. Дифракционная решетка разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн, поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны. Разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны света надо знать зависимость $n=f(\lambda)$.

2. Составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах располагаются различно. дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны. Следовательно, красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма же разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны уменьшается (рис.13). Поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее,

$$D = \frac{dn}{d\lambda},$$

чем фиолетовые. Величина называемая дисперсией вещества, показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. Из рис.13 следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны увеличивается; следовательно, величина $dn/d\lambda$ по модулю также увеличивается с уменьшением λ . Такая дисперсия называется нормальной. Как будет показано ниже, ход кривой $n(\lambda)$ — кривой дисперсии — вблизи линий и полос поглощения будет иным: n уменьшается с уменьшением λ . Такой ход зависимости n от λ называется аномальной дисперсией.

На явлении нормальной дисперсии основано действие призменных спектрографов. Несмотря на их некоторые недостатки (например, необходимость градуировки, различная дисперсия в разных участках спектра) при определении спектрального состава света, призменные спектрографы находят широкое применение в спектральном анализе. Это объясняется тем, что изготовление хороших призм значительно проще, чем изготовление хороших дифракционных решеток. В призменных спектрографах также легче получить большую светосилу.

Электронная теория дисперсии света

Из макроскопической электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\epsilon\mu},$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, μ — магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ $\mu \approx 1$, поэтому

$$n = \sqrt{\epsilon}.$$

Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной теорией Лоренца. В теории Лоренца дисперсия света рассматривается как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Применим электронную теорию дисперсии света для однородного диэлектрика, предположив формально, что дисперсия света является следствием зависимости ϵ от частоты ω световых волн. Диэлектрическая проницаемость вещества равна

$$\epsilon = 1 + \alpha = 1 + P/(e_0 E),$$

где α — диэлектрическая восприимчивость среды, e_0 — электрическая постоянная, P — мгновенное значение поляризованности. Следовательно,

$$n^2 = 1 + P/(\epsilon_0 E),$$

т.е. зависит от P . В данном случае основное значение имеет электронная поляризация, т.е. вынужденные колебания электронов под действием электрической составляющей поля волны, так как для ориентационной поляризации молекул частота колебаний в световой волне очень высока ($\nu \approx 10^{15}$ Гц).

В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние, наиболее слабо связанные с ядром электроны — оптические электроны. Для простоты рассмотрим колебания только одного оптического электрона. Наведенный дипольный момент электрона, совершающего вынужденные колебания, равен $p = ex$, где e — заряд электрона, x — смещение электрона под действием электрического поля световой волны. Если концентрация атомов в диэлектрике равна n_0 , то мгновенное значение

$$P = n_0 p = n_0 e x.$$

$$n^2 = 1 + n_0 e x / (\epsilon_0 E).$$

Следовательно, задача сводится к определению смещения x электрона под действием внешнего поля E . Поле световой волны будем считать функцией частоты ω , т.е. изменяющимся по гармоническому закону: $E = E_0 \cos \omega t$.

Уравнение вынужденных колебаний электрона для простейшего случая (без учета силы сопротивления, обусловливающей поглощение энергии падающей волны) запишется в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t,$$

где $F_0 = eE_0$ — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны, $\omega_0 \sqrt{k/m}$ — собственная частота колебаний электрона, m — масса электрона.

Решив это уравнение, найдем $\epsilon = n^2$ в зависимости от констант атома (e, m, ω_0) и частоты ω внешнего поля, т.е. решим задачу дисперсии. Решение уравнения можно записать в виде

$$x = A \cos \omega t,$$

где

$$A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

Подставляя, получим

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Если в веществе имеются различные заряды e_i , совершающие вынужденные колебания с различными собственными частотами ω_{0i} , то

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \sum_i \frac{e_i^2 / m_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2},$$

где m_i — масса i -го заряда.

Отсюда вытекает, что показатель преломления n зависит от частоты ω внешнего поля, т.е. полученные зависимости действительно подтверждают явление дисперсии.

Из выражений этих выражений следует, что в области от $\omega = 0$ до $\omega = \omega_0$ n^2 больше единицы и возрастает с увеличением ω (нормальная дисперсия); при $\omega = \omega_0$ $n^2 = \pm\infty$; в области от $\omega = \omega_0$ до $\omega = \infty$ n^2 меньше единицы и возрастает от $-\infty$ до 1 (нормальная дисперсия). Перейдя от n^2 к n , получим, что график зависимости n от ω имеет вид, изображенный на рис. 14. Такое поведение n вблизи ω_0 — результат допущения об отсутствии сил сопротивления при колебаниях электронов. Если принять в расчет и это

обстоятельство, то график функции $n(\omega)$ вблизи ω_0 задастся штриховой линией AB . Область AB — область аномальной дисперсии (n убывает при возрастании ω), остальные участки зависимости n от ω описывают нормальную дисперсию (n возрастает с возрастанием ω).

Применение дисперсии света в спектральных приборах: спектральный анализ химического состава вещества, спектральные оптические приборы (монохроматоры, спектрофотометры, спектрометры).

3. Эффект Доплера и его практическое использование.

Эффект Доплера в акустике объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приемником, определяется скоростями движения источника колебаний и приемника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн. Закономерности эффекта Доплера для электромагнитных волн устанавливаются на основе специальной теории относительности.

Согласно принципу относительности Эйнштейна, уравнение световой волны во всех инерциальных системах отсчета одинаково по форме. Используя преобразования Лоренца, можно получить уравнение волны, посыпаемой источником, в направлении приемника в другой инерциальной системе отсчета, а следовательно, и связать частоты световых волн, излучаемых источником (v_0) и воспринимаемых приемником (v). Теория относительности приводит к следующей формуле, описывающей эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме:

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+(v/c)\cos\theta} = v_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\theta},$$

где v — скорость источника света относительно приемника, c — скорость света в вакууме, $\beta=v/c$, θ — угол между вектором скорости v и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем. Из выражения (188.1) следует, что при $\theta=0$

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1-v/c}}{\sqrt{1+v/c}} = v_0 \frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{1+\beta}}.$$

Эта формула определяет так называемый продольный эффект Доплера, наблюдаемый при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником. При малых относительных скоростях v ($v \ll c$), разлагая это выражение в ряд по степеням β и пренебрегая членом порядка β^2 , получим

$$v = v_0(1-\beta) = v_0(1-v/c).$$

Следовательно, при удалении источника и приемника друг от друга (при их положительной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более длинноволновую область ($v < v_0$, $\lambda > \lambda_0$) — так называемое красное смещение. При сближении же источника и приемника (при их отрицательной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более коротковолновую область ($v > v_0$, $\lambda < \lambda_0$) — так называемое фиолетовое смещение. Если $\theta=\pi/2$, то выражение примет вид

$$v = v_0 \sqrt{1-v^2/c^2} = v_0 \sqrt{1-\beta^2}$$

Данная формула определяет так называемый поперечный эффект Доплера, наблюдаемый при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником.

1.37 Лекция № 37 (2 часа)

Тема: «Квантовые свойства света»

1.37.1 Вопросы лекции.

1. Излучение абсолютно чёрного тела и его характеристики.
2. Законы теплового излучения. Квантовая гипотеза Планка.
3. Внешний фотоэффект.
4. Фотоны и их свойства.
5. Эффект Комптона.

1.37.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Излучение абсолютно чёрного тела и его характеристики.

Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым (температурным) излучением. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные). Тепловое излучение — практически единственный вид излучения, который может быть равновесным.

Количественной характеристикой теплового излучения служит спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела — мощность излучения с единицами площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{v,T} = \frac{dW_{v,v+dv}^{\text{изл}}}{dv}, \quad (1)$$

где $dW_{v,v+dv}^{\text{изл}}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицами площади поверхности тела в интервале частот от v до $v+dv$.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность) (ее называют просто энергетической светимостью тела), просуммировав по всем частотам:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{v,T} dv. \quad (2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью

$$A_{v,T} = \frac{dW_{v,v+dv}^{\text{изл}}}{dW_{v,v+dv}}, \quad (3)$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от v до $v+dv$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность — величина безразмерная. Величины $R_{v,T}$ и $A_{v,T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и v (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от v до $v+dv$).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется абсолютно черным. Следовательно, спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ($A_{v,T}^{\text{ч}} \equiv 1$). Абсолютно черных тел в природе нет, однако

такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием (рис.1).

Рис.1 - Модель абсолютно черного тела

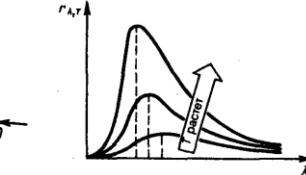
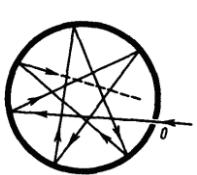


Рис.2 - Зависимость функции $r_{\lambda,T}$ от длины волн λ

Рис.3 - Зависимости $r_{\lambda,T}$ от длины волны согласно теории Элея-Джинса и теории Вина



2. Законы теплового излучения. Квантовая гипотеза Планка.

Закон Кирхгофа.

Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (закон Кирхгофа):

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (4)$$

Для черного тела $A_{\nu,T}^u = 1$, поэтому из закона Кирхгофа вытекает, что $R_{\nu,T}$ для черного тела равна $r_{\nu,T}$. Универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть спектральная плотность энергетической светимости черного тела. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела при той же температуре и частоте.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях T и ν), так как $A_{\nu,T} < 1$ и поэтому $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. Кроме того, если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от ν до $\nu+dv$, то оно их в этом интервале частот при температуре T и не излучает, так как при $A_{\nu,T} = 0$ $R_{\nu,T} = 0$. Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu. \quad (5)$$

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu \quad (6)$$

— энергетическая светимость черного тела (зависит только от температуры).

Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина

. Согласно закону Стефана — Больцмана,

$$R_e = \sigma T^4. \quad (7)$$

энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры; σ — постоянная Стефана — Больцмана: ее экспериментальное значение равно $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

. Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda,T}$ от λ и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости R_e черного тела и, следовательно, по закону Стефана — Больцмана, четвертой степени температуры.

Согласно закону смещения Вина

$$\lambda_{\max} = b/T. \quad (8)$$

Длина волны λ_{\max} , соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре, b — постоянная Вина; ее экспериментальное значение равно $2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К.

Выражение (8) называют законом смещения Вина, потому что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн

Формулы Рэлея — Джинса и Планка

Формула Рэлея — Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид

$$r_{v,T} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \langle \epsilon \rangle = \frac{2\pi v^2}{c^2} kT, \quad (9)$$

где $\langle \epsilon \rangle = kT$ — средняя энергия осциллятора с собственной частотой v . Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы, поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы $\langle \epsilon \rangle = kT$. Как показал опыт, выражение (9) согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэлея — Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина. Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана — Больцмана из формулы Рэлея — Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная энергетическая светимость черного тела равна

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{v,T} dv = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} v^2 dv = \infty, \quad (10)$$

в то время как по закону Стефана — Больцмана R_e пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы».

Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания :

$$\epsilon_0 = \hbar v = \hbar c / \lambda, \quad (11)$$

где $\hbar = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка. Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ϵ может принимать лишь определенные дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии ϵ_0 :

$$\epsilon = n\hbar v \quad (n=0, 1, 2, \dots).$$

В данном случае среднюю энергию $\langle \epsilon \rangle$ осциллятора нельзя принимать равной kT . В приближении, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана, средняя энергия осциллятора

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\hbar v}{e^{\hbar v/(kT)} - 1},$$

а спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{v,T} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{\hbar v}{e^{\hbar v/(kT)} - 1} = \frac{2\pi \hbar v^3}{c^2} \frac{1}{e^{\hbar v/(kT)} - 1}.$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{v,T} = \frac{2\pi \hbar v^3}{c^2} \frac{1}{e^{\hbar v/(kT)} - 1}, \quad (12)$$

которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур.

3. Внешний фотоэффект. Законы внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна. электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

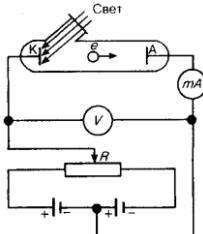


Рис.4 – Установка для исследования внешнего фотоэффекта

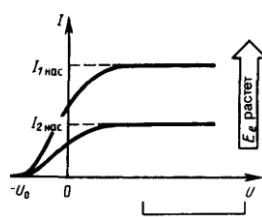


Рис.5 – Вольт-амперные характеристики вакуумного фотоэлемента

На рис.4 приведена экспериментальная установка для исследования вольт-амперной характеристики фотоэффекта — зависимости фототока I , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям E , катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис.5. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока $I_{\text{нас}}$ — фототок насыщения — определяется таким значением U , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = en,$$

где n — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

Из вольт-амперной характеристики следует, что при $U=0$ фототок не исчезает.

Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью v , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить задерживающее напряжение U_0 . При $U=U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью v_{max} , не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$mv_{\text{max}}^2/2 = eU_0,$$

т. е., измерив задерживающее напряжение U_0 , можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

Три закона внешнего фотоэффекта.

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой v .

III. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота v_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Квантовая теория для внешнего фотоэффекта. А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им квантовой теории фотоэффекта. Согласно Эйнштейну, свет частотой v не только испускается, как это предполагал Планк, но и распространяется в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\varepsilon_0 = hv$. Кванты электромагнитного излучения получили название фотонов. По Эйнштейну,

каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно. Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода A из металла (и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $mv^2_{\max}/2$). По закону сохранения энергии,

$$hv = A + mv^2_{\max}/2. \quad (14)$$

Уравнение (14) называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Согласно изложенному, используя выражение (14) получим, что

$$v_0 = A/h$$

(15)

Это и есть красная граница фотоэффекта для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности. Выражение можно записать, в виде $eU_0 = h(v - v_0)$.

Применение фотоэффекта - простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является вакуумный фотоэлемент.

4. Фотоны и их свойства. Давление света.

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными фотонами. Энергия фотона $\epsilon_0 = hv$. Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m_\gamma = hv/c^2.$$

Фотон — элементарная частица, которая всегда (в любой среде) движется со скоростью света c и имеет массу покоя, равную нулю. Следовательно, масса фотона отличается от массы таких элементарных частиц, как электрон, протон и нейtron, которые обладают отличной от нуля массой покоя и могут находиться в состоянии покоя.

Импульс фотона p_γ получим, если положим массу покоя фотона $m_{0\gamma} = 0$:

$$p_\gamma = \epsilon_0/c = hv/c.$$

Из приведенных рассуждений следует, что фотон, как и любая другая частица, характеризуется энергией, массой и импульсом. Приведенные выражения связывают корпускулярные характеристики фотона — массу, импульс и энергию — с волновой характеристикой света — его частотой v .

Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с N фотонов:

$$p = \frac{2hv}{c} \rho N + \frac{hv}{c} (1-\rho) N = (1+\rho) \frac{hv}{c} N.$$

$Nhv = E_e$ есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т. е. энергетическая освещенность поверхности (см. § 168), а $E_e/c = w$ — объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c} (1+\rho) = w (1+\rho).$$

Экспериментальное доказательство существования светового давления на твердые тела и газы дано в опытах П. И. Лебедева, сыгравших в свое время большую роль в утверждении теории Максвелла.

5. Эффект Комптона.

Наиболее полно корпускулярные свойства света проявляются в эффекте Комптона. Американский физик А. Комптон (1892—1962), исследуя в 1923 г. рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (парафин, бор), обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны наблюдается также более длинноволновое излучение. Опыты показали, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны λ падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния θ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2(\theta/2), \quad (16)$$

где λ' — длина волны рассеянного излучения, λ_C — комптоновская длина волны (при рассеянии фотона на электроне $\lambda_C = 2,426$ пм).

Эффектом Комптона называется упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны. Этот эффект не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света. Если считать, как это делает квантовая теория, что излучение имеет корпускулярную природу, т. е. представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона — результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

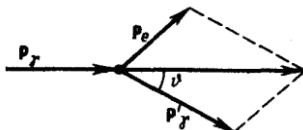


Рис. 6 – Векторная диаграмма упругого столкновения рентгеновского фотона с покоящимся свободным электроном

Согласно закону сохранения энергии,

$$W_0 + \varepsilon_r = W + \varepsilon'_r,$$

а согласно закону сохранения импульса,

$$\mathbf{p}_r = \mathbf{p}_e + \mathbf{p}'_r,$$

где $W_0 = m_0 c^2$ — энергия электрона до столкновения, $\varepsilon_r = h\nu$ — энергия налетающего

фотона, $W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ — энергия электрона после столкновения (используется релятивистская формула, так как скорость электрона отдачи в общем случае значительна), $\varepsilon'_r = h\nu'$ — энергия рассеянного фотона. Преобразуя эти выражения, получим уравнения (17) и (18)

$$m_0 c^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} + h\nu', \quad (17)$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2 \frac{h^2}{c^2} \nu \nu' \cos \theta. \quad (18)$$

Решая эти уравнения совместно, получим

$$m_0 c^2 (\nu - \nu') = h \nu \nu' (1 - \cos \theta).$$

Поскольку $\nu = c/\lambda$, $\nu' = c/\lambda'$ и $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$, получим выражение

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (19)$$

Выражение (19) есть не что иное, как полученная экспериментально Комптоном формула (16). Подстановка в нее значений h , m_0 и c дает комптоновскую длину волны электрона $\lambda_C = h/(m_0c) = 2,426$ пм.

1.38 Лекция № 38 (2 часа)

Тема: «Элементы физики атома»

1.38.1 Вопросы лекции.

1. Модели атома Томсона и Резерфорда.
2. Линейчатый спектр атома водорода.
3. Теория атома водорода по Бору.

1.38.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Модели атома Томсона и Резерфорда.

На основании своих исследований Резерфорд в 1911 г. предложил ядерную (планетарную) модель атома. Согласно этой модели, вокруг положительного ядра, имеющего заряд Ze (Z — порядковый номер элемента в системе Менделеева, e — элементарный заряд), размер 10^{-15} — 10^{-14} м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка 10^{-10} м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Так как атомы нейтральны, то заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться Z электронов.

Кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном сообщает электрону центростремительное ускорение. Второй закон Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{Zee}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}, \quad (1)$$

где m_e и v — масса и скорость электрона на орбите радиуса r , ϵ_0 — электрическая постоянная.

Однако, согласно классической электродинамике, ускоренно движущиеся электроны должны излучать электромагнитные волны и вследствие этого непрерывно терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Таким образом, атом Резерфорда оказывается неустойчивой системой, что противоречит действительности.

2. Линейчатый спектр атома водорода.

Исследования спектров излучения разреженных газов (т. е. спектров излучения отдельных атомов) показали, что каждому газу присущ определенный линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий или групп близко расположенных линий.

Самым изученным является спектр наиболее простого атома — атома водорода. Швейцарский ученый И. Бальмер (1825—1898) подобрал эмпирическую формулу, описывающую все известные в то время спектральные линии атома водорода в *видимой области спектра*:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=3, 4, 5, \dots), \quad (2)$$

где $R' = 1,10 \cdot 10^7$ м⁻¹ — постоянная Ридберга.* Так как $\nu = c/\lambda$, то формула (2) может быть переписана для частот:

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=3, 4, 5, \dots), \quad (3)$$

где $R=R'c=3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ — также постоянная Ридберга.

Из этих выражений вытекает, что спектральные линии, отличающиеся различными значениями n , образуют группу или серию линий, называемую серией Бальмера. С увеличением n линии серии сближаются; значение $n = \infty$ определяет границу серии, к которой со стороны больших частот примыкает сплошной спектр.

В дальнейшем (в начале XX в.) в спектре атома водорода было обнаружено еще несколько серий. В *ультрафиолетовой области спектра* находится серия Лаймана:

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=2, 3, 4, \dots).$$

В *инфракрасной области спектра* были также обнаружены:

$$\text{серия Пашена} \quad \nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=4, 5, 6, \dots);$$

$$\text{серия Брэкета} \quad \nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=5, 6, 7, \dots);$$

$$\text{серия Пфуница} \quad \nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=6, 7, 8, \dots);$$

$$\text{серия Хэмфри} \quad \nu = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=7, 8, 9, \dots).$$

Все приведенные серии в спектре атома водорода могут быть описаны одной формулой, называемой обобщенной формулой Бальмера:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (4)$$

где m имеет в каждой данной серии постоянное значение, $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (*определяет серию*), n принимает целочисленные значения начиная с $m+1$ (*определяет отдельные линии этой серии*).

3. Теория атома водорода по Бору.

В основу своей теории Бор положил два постулата.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n=1, 2, 3, \dots), \quad (5)$$

где m_e — масса электрона, v — его скорость по n -й орбите радиуса r_n , $\hbar = h/(2\pi)$.

Втором постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$\hbar \nu = E_n - E_m, \quad (6)$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний (E_n и E_m — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)).

При $E_m < E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т. е. переход электрона с более удаленной от ядра орбиты на более близлежащую), при $E_m > E_n$ — его поглощение (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона на более удаленную от ядра орбиту). Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/\hbar$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

Постулаты, выдвинутые Бором, позволили рассчитать спектр атома водорода и водородоподобных систем — систем, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона (например, ионы He^+ , Li^{2+}), а также теоретически вычислить постоянную Ридберга. Следуя Бору, рассмотрим движение электрона в водородоподобной системе, ограничиваясь круговыми стационарными орбитами. Решая совместно уравнение (1) $m_e v^2 / r = Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)$, предложенное Резерфордом, и уравнение (5), получим выражение для радиуса n -й стационарной орбиты:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e Ze^2}, \quad (7)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. Из выражения (7) следует, что радиусы орбит растут пропорционально квадратам целых чисел.

Для атома водорода ($Z = 1$) радиус первой орбиты электрона при $n = 1$, называемый первым боровским радиусом (a), равен

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 52,8 \text{ пм}, \quad (8)$$

Так как радиусы стационарных орбит измерить невозможно, то для проверки теории необходимо обратиться к таким величинам, которые могут быть измерены экспериментально. Такой величиной является энергия, излучаемая и поглощаемая атомами водорода.

Полная энергия электрона в водородоподобной системе складывается из его кинетической энергии $m_e v^2 / 2$ и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра — $Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r)$:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Учтено, что $\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r)$. Учитывая дискретные характер радиусов стационарных орбит, получим, что энергия электрона может принимать только следующие дозволенные дискретные значения:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots), \quad (9)$$

где знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии.

Из формулы (9) следует, что энергетические состояния атома образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от значения n .

Целое число n в выражении (9), определяющее энергетические уровни атома, называется главным квантовым числом. Энергетическое состояние с $n = 1$ является основным (нормальным) состоянием; состояния с $n > 1$ являются возбужденными. Энергетический уровень, соответствующий основному состоянию атома, называется основным (нормальным) уровнем; все остальные уровни являются возбужденными. Придавая n различные целочисленные значения, получим для атома водорода ($Z = 1$), согласно формуле, возможные уровни энергии, схематически представленные на рис. 1. Энергия атома водорода с увеличением n возрастает и энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей значению $n = \infty$. Атом водорода обладает, таким образом, минимальной энергией ($E_1 = -13,55 \text{ эВ}$) при $n = 1$ и максимальной ($E_\infty = 0$) при $n = \infty$. Следовательно, значение $E_\infty = 0$ соответствует ионизации атома (отрыву от него электрона). Согласно второму постулату Бора, при переходе атома водорода ($Z = 1$) из стационарного состояния l в стационарное состояние m с меньшей энергией испускается

$$\hbar v = E_m - E_l = -\frac{m_e e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

квант



Рис.1 – Энергетические уровни атома водорода

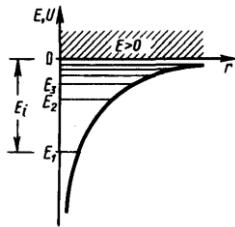


Рис.2 – Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром и возможные значения энергии в атоме водорода

откуда частота излучения

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8\hbar^3 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (10)$$

где $R = m_e e^4 / (8\hbar^3 \epsilon_0^2)$.

1.39 Лекция № 39 (2 часа)

Тема: «Корпускулярно–волновой дуализм свойств вещества»

1.39.1 Вопросы лекции.

1. Волновые свойства частиц вещества. Формула де Броиля.
2. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.
3. Волновая функция и её статистический смысл.

1.39.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Волновые свойства частиц вещества. Формула де Броиля длины волны частиц вещества

Согласно де Броилю, с *каждым микрообъектом* связываются, с одной стороны, *корпускулярные характеристики* — энергия E и импульс p , а с другой — *волновые характеристики* — частота ν и длина волны λ . Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов:

$$E = \hbar\nu, \quad p = \hbar/\lambda. \quad (1)$$

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой по формуле де Броиля:

$$\lambda = \hbar/p. \quad (2)$$

Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом p .

Волновые свойства присущи не только потоку большой совокупности электронов, но и каждому электрону в отдельности. Это удалось экспериментально подтвердить в 1948 г. российскому физику В. А. Фабриканту. Впоследствии дифракционные явления обнаружили также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков. Это окончательно послужило доказательством наличия волновых свойств микрочастиц и позволило описывать движение микрочастиц в виде волнового процесса, характеризующегося определенной длиной волны, рассчитываемой по формуле де Броиля (2).

$$\lambda = \hbar/p. \quad (3)$$

Некоторые свойства волн да Бройля

Рассмотрим свободно движущуюся со скоростью v частицу массой m . Вычислим для нее фазовую и групповую скорости волн да Бройля. Фазовая скорость равна

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} \quad (4)$$

($E=\hbar\omega$ и $p=\hbar k$, где $k=2\pi/\lambda$ —волновое число). Так как $c>v$, то фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме (фазовая скорость волн может быть как меньше, так и больше c в отличие от групповой скорости волн). Групповая скорость равна

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}.$$

Для свободной частицы $E=\sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2}$ и

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{mv^2}{mc^2} = v.$$

Следовательно, групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы.

Групповая скорость фотона $u = \frac{pc^2}{E} = \frac{mc^2}{mc^2} = c$, т. е. равна скорости самого фотона.

Волны да Бройля испытывают дисперсию. Действительно, подставив в выражение $v_{\text{фаз}}=E/p$ формулу $E=\sqrt{m_0^2c^4+p^2c^2}$, увидим, что скорость волн де Бройля зависит от длины волны.

2. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.

В. Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел в 1927 г. к выводу, что объект микромира невозможно одновременно с любой наперед заданной точностью характеризовать и координатой и импульсом. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, микрочастица (микрообъект) не может иметь одновременно и определенную координату (x, y, z), и определенную соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar, \quad (5)$$

т. е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка \hbar .

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии E и времени t , т. е. неопределенности этих величин удовлетворяют условию

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (6)$$

Подчеркнем, что ΔE — неопределенность энергии некоторого состояния системы, Δt — промежуток времени, в течение которого оно существует. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни Δt , не может быть охарактеризована определенным значением энергии; разброс энергии $\Delta E=\hbar/\Delta t$ возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Из этого выражения следует, что частота излученного фотона также должна иметь неопределенность $\Delta\nu = \Delta E/h$, т. е. линии спектра должны характеризоваться частотой, равной $\nu \pm \Delta E/h$. Опыт действительно показывает, что все спектральные линии размыты; измеряя ширину спектральной линии, можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном состоянии.

3. Волновая функция и её статистический смысл.

Квантовая механика описывает законы движения и взаимодействия микрочастиц с учетом их волновых свойств. Ее создание и развитие охватывает период с 1900 г. и связано прежде всего с работами австрийского физика Э. Шредингера, немецкого физика В. Гейзенберга и английского физика П. Дирака.

Немецкий физик М. Борн в 1926 г. предположил, что по волновому закону меняется не сама вероятность, а величина, названная амплитудой вероятности и обозначаемая $\Psi(x, y, z, t)$. Эту величину называют также волновой функцией (или Ψ -функцией). Амплитуда вероятности может быть комплексной, и вероятность W пропорциональна квадрату ее модуля:

$$W \sim |\Psi(x, y, z, t)|^2 \quad (7)$$

($|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, Ψ^* — функция, комплексно сопряженная с Ψ). Таким образом, описание состояния микрообъекта с помощью волновой функции имеет статистический, вероятностный характер: квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля амплитуды волн *de Бройля*) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени t в области с координатами x и $x+dx$, y и $y+dy$, z и $z+dz$.

Итак, в квантовой механике состояние микрочастиц описывается принципиально по-новому — с помощью волновой функции, которая является *основным носителем информации* об их корпускулярных и волновых свойствах. Вероятность нахождения частицы в элементе объемом dV равна

$$dW = |\Psi|^2 dV. \quad (8)$$

Величина

$$|\Psi|^2 = dW/dV$$

(квадрат модуля Ψ -функции) имеет смысл плотности вероятности, т. е. определяет вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки с координатами x, y, z . Таким образом, физический смысл имеет не сама Ψ -функция, а квадрат ее модуля $|\Psi|^2$, которым задается *интенсивность волн *de Бройля**.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V , согласно теореме сложения вероятностей, равна

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV.$$

Так как $|\Psi|^2 dV$ определяется как вероятность, то необходимо волновую функцию Ψ нормировать так, чтобы вероятность достоверного события обращалась в единицу, если за объем V принять бесконечный объем всего пространства. Это означает, что при данном условии частица должна находиться где-то в пространстве. Следовательно, условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1, \quad (9)$$

где данный интеграл вычисляется по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам x, y, z от $-\infty$ до ∞ . Таким образом, это условие говорит об объективном существовании частицы в пространстве.

Волновая функция удовлетворяет принципу суперпозиции: если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$ то она также может находиться в состоянии Ψ , описываемом линейной комбинацией этих функций:

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n,$$

где C_n ($n=1, 2, \dots$) — произвольные, вообще говоря, комплексные числа. Сложение *волновых функций* (амплитуд вероятностей), а не *вероятностей* (определяемых квадратами модулей волновых функций) принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории, в которой для независимых событий справедлива *теорема сложения вероятностей*.

Волновая функция Ψ , являясь основной характеристикой состояния микрообъектов, позволяет в квантовой механике вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект.

1.40 Лекция № 40 (2 часа)

Тема: «Элементы квантовой механики»

1.40.1 Вопросы лекции.

1. Общее уравнение Шредингера и уравнение Шредингера для стационарных состояний.
2. Движение свободной частицы.
3. Частица в «потенциальной яме». Туннельный эффект.
4. Линейный гармонический осциллятор.
5. Атом водорода в квантовой механике.

1.40.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Общее уравнение Шредингера и уравнение Шредингера для стационарных состояний.

Основное уравнение *нерелятивистской квантовой механики* сформулировано в 1926 г. Э. Шредингером. Уравнение Шредингера, как и все основные уравнения физики (например, уравнения Ньютона в классической механике и уравнения Максвелла для электромагнитного поля), не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов, что, в свою очередь, придает ему характер закона природы. Уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (10)$$

где $\hbar=h/(2\pi)$, m —масса частицы, Δ —оператор Лапласа $\left(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right)$, i — мнимая единица, $U(x, y, z, t)$ — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется, $\Psi(x, y, z, t)$ — искомая волновая функция частицы.

Уравнение справедливо для любой частицы, движущейся с малой (по сравнению со скоростью света) скоростью, т. е. со скоростью $v \ll c$. Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию:

- 1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной;
- 2) производные $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны;
- 3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема; это условие в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей.

Уравнение (10) является общим уравнением Шредингера. Его также называют уравнением Шредингера, зависящим от времени. Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (10) можно упростить, исключив зависимость Ψ от времени, иными словами, найти уравнение Шредингера для *стационарных состояний — состояний с фиксированными значениями энергии*. Это возможно, если силовое поле, в котором частица движется, стационарно, т. е. функция $U=U(x, y, z)$ не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В данном случае решение уравнения Шредингера может быть представлено в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, другая — только времени, причем зависимость от времени выражается множителем $e^{-i\omega t} = e^{-i(E/\hbar)t}$, так что

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i(E/\hbar)t}, \quad (13)$$

где E — полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного поля. Подставляя, получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m} e^{-i(E/\hbar)t} \Delta \psi + U \psi e^{-i(E/\hbar)t} = i\hbar (-iE/\hbar) \psi e^{-i(E/\hbar)t};$$

откуда после деления на общий множитель $e^{-i(E/\hbar)t}$ и соответствующих преобразований придет к уравнению, определяющему функцию ψ :

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. В это уравнение в качестве параметра входит полная энергия E частицы.

Таким образом, реальный физический смысл имеют только такие решения, которые выражаются регулярными функциями ψ . Но регулярные решения имеют место не при любых значениях параметра E , а лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называются собственными. Решения же, которые соответствуют собственным значениям энергии, называются собственными функциями. Собственные значения E могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о непрерывном, или сплошном, спектре, во втором — о дискретном спектре.

2. Движение свободной частицы.

Свободная частица — частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Так как на свободную частицу (пусть она движется вдоль оси x) силы не действуют, то потенциальная энергия частицы $U(x) = \text{const}$ и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией. В таком случае уравнение Шредингера (217.5) для стационарных состояний примет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0. \quad (15)$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением этого уравнения является функция $\psi(x) = Ae^{ikx}$, где $A = \text{const}$ и $k = \text{const}$, с собственным значением энергии

$$E = \hbar^2 k^2 / (2m). \quad (16)$$

Функция $\psi(x) = Ae^{ikx} = Ae^{(i/\hbar)\sqrt{2mE}x}$ представляет собой только координатную часть волновой функции $\Psi(x, t)$. Поэтому зависящая от времени волновая функция равна

$$\Psi(x, t) = Ae^{-i\omega t + ikx} = A e^{-i(E/\hbar)(Ex - px)} \quad (17)$$

(здесь $\omega = E/\hbar$ и $k = p_x/\hbar$). Функция (17) представляет собой плоскую монохроматическую волну де Броиля.

Из этого выражения следует, что зависимость энергии от импульса

$$E = \hbar^2 k^2 / (2m) = p_x^2 / (2m)$$

оказывается обычной для нерелятивистских частиц. Следовательно, энергия свободной частицы может принимать любые значения (так как волновое число k может принимать любые положительные значения), т. е. ее энергетический спектр является непрерывным. Таким образом, свободная квантовая частица описывается плоской монохроматической волной де Броиля. Этому соответствует не зависящая от времени плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке пространства

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = |A|^2,$$

т. е. все положения свободной частицы в пространстве являются равновероятными.

3. Частица в «потенциальной яме». Туннельный эффект.

Проведем качественный анализ решений уравнения Шредингера применительно к частице в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками». Такая «яма» описывается потенциальной энергией вида (для простоты принимаем, что частица движется вдоль оси x)

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l, \end{cases}$$

где l — ширина «ямы», а энергия отсчитывается от ее дна (рис. 1).

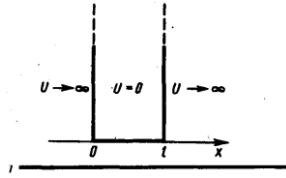


Рис. 1

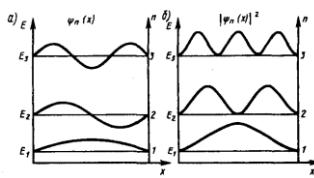


Рис. 2

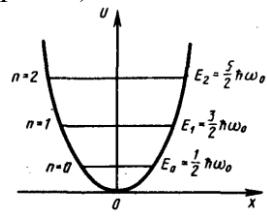


Рис. 3

Уравнение Шредингера для стационарных состояний в случае одномерной задачи запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (18)$$

По условию задачи (бесконечно высокие «стенки»), частица не проникает за пределы «ямы», поэтому вероятность ее обнаружения (а следовательно, и волновая функция) за пределами «ямы» равна нулю. На границах «ямы» (при $x=0$ и $x=l$) непрерывная волновая функция также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия в данном случае имеют вид

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (19)$$

В пределах «ямы» ($0 \leq x \leq l$) уравнение Шредингера сводится к уравнению

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

или

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (20)$$

где

$$k^2 = 2mE/\hbar^2.$$

Общее решение дифференциального уравнения (20):

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

Так как при $x = 0$ $\psi(0) = 0$, то $B = 0$. Поэтому $\psi(x) = A \sin kx$.

Условие $\psi(l) = A \sin kl = 0$ выполняется только при $kl = n\pi$, где n — целые числа, т. е. необходимо, чтобы

$$k = n\pi/l. \quad (21)$$

Откуда следует, что

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (22)$$

т. е. стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками», удовлетворяется только при собственных значениях E_n , зависящих от целого числа n .

Следовательно, энергия E_n частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» принимает лишь определенные дискретные значения, т.е. квантуется.

Квантованные значения энергии E_n называются уровнями энергии, а число n , определяющее энергетические уровни частицы, называется главным квантовым числом.

Таким образом, микрочастица в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» может находиться только на определенном энергетическом уровне E_n , или, как говорят, частица находится в квантовом состоянии n .

Подставив значение k из (21), найдем собственные функции:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x.$$

Постоянную интегрирования A найдем из условия нормировки, которое для данного случая запишется в виде

$$A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x \, dx = 1.$$

В результате интегрирования получим $A = \sqrt{2/l}$, а собственные функции будут иметь вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (23)$$

Графики собственных функций (23), соответствующие уровням энергии при $n = 1, 2, 3$, приведены на рис. 2,а. На рис. 2,б изображена плотность вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от «стенок» ямы, равная $|\psi_n(x)|^2 = \psi_n(x)\psi_n^*(x)$ для $n=1,2$ и 3. Из рисунка следует, что, например, в квантовом состоянии с $n=2$ частица не может находиться в середине «ямы», в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение частицы указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

Из выражения (22) вытекает, что энергетический интервал между двумя соседними уровнями равен

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n. \quad (24)$$

Таким образом, применение уравнения Шредингера к частице в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» приводит к квантованным значениям энергии, в то время как классическая механика на энергию этой частицы никаких ограничений не накладывает.

При больших квантовых числах ($n \gg 1$) $\Delta E_n/E_n \approx 2/n \ll 1$, т. е. соседние уровни расположены тесно: тем теснее, чем больше n . Если n очень велико, то можно говорить о практически непрерывной последовательности уровней и характерная особенность квантовых процессов — дискретность — сглаживается. Этот результат является частным случаем принципа соответствия Бора (1923), согласно которому законы квантовой механики должны при больших значениях квантовых чисел переходить в законы классической физики.

4. Линейный гармонический осциллятор.

Линейный гармонический осциллятор — система, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы, — является моделью, используемой во многих задачах классической и квантовой теории. Пружинный, физический и математический маятники — примеры классических гармонических осцилляторов. Потенциальная энергия гармонического осциллятора равна

$$U = m\omega_0^2 x^2/2, \quad (25)$$

где ω_0 — собственная частота колебаний осциллятора, m — масса частицы. Зависимость (25) имеет вид параболы (рис. 3), т. е. «потенциальная яма» в данном случае является параболической.

Гармонический осциллятор в квантовой механике — квантовый осциллятор — описывается уравнением Шредингера, которое учитывает выражение для потенциальной энергии. Стационарные состояния квантового осциллятора определяются уравнением Шредингера вида

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0, \quad (26)$$

где E — полная энергия осциллятора. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение (26) решается только при собственных значениях энергии

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0. \quad (27)$$

Формула (27) показывает, что энергия квантового осциллятора может иметь лишь дискретные значения, т. е. квантуется. Энергия ограничена снизу отличным от нуля, как и для прямоугольной «ямы» с бесконечно высокими «стенками», минимальным значением энергии $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0$. Существование минимальной энергии — она называется энергией нулевых колебаний — является типичной для квантовых систем и представляет собой прямое следствие соотношения неопределенностей.

Наличие нулевых колебаний означает, что частица не может находиться на дне «потенциальной ямы», причем этот вывод не зависит от ее формы. В самом деле, «падение на дно ямы» связано с обращением в нуль импульса частицы, а вместе с тем и его неопределенности. Тогда неопределенность координаты становится сколь угодно большой, что противоречит, в свою очередь, пребыванию частицы в «потенциальной яме».

5. Атом водорода в квантовой механике.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом Ze (для атома водорода $Z = 1$),

$$U(r) = - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (1)$$

где r — расстояние между электроном и ядром. Графически функция $U(r)$ изображена жирной кривой на рис. 2. $U(r)$ с уменьшением r (при приближении электрона к ядру) неограниченно убывает.

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией ψ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0, \quad (2)$$

где m — масса электрона, E — полная энергия электрона в атоме. Так как поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, то для решения уравнения обычно используют сферическую систему координат: r, θ, φ . Не вдаваясь в математическое решение этой задачи, ограничимся рассмотрением важнейших результатов, которые из него следуют, пояснив их физический смысл.

1. Энергия. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения этого типа имеют решения, удовлетворяющие требованиям однозначности, конечности и непрерывности волновой функции ψ , только при собственных значениях энергии

$$E_n = - \frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots), \quad (3)$$

т. е. для дискретного набора отрицательных значений энергии.

Таким образом, как и в случае «потенциальной ямы» с бесконечно высокими «стенками» и гармонического осциллятора, решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению дискретных энергетических уровней. Возможные значения E_1, E_2, E_3, \dots показаны на рис. 1 в виде горизонтальных прямых. Самый нижний уровень E_1 , отвечающий минимальной возможной энергии, — основной, все остальные ($E_n > E_1, n = 2, 3, \dots$) — возбужденные. При $E < 0$ движение электрона является связанным — он находится внутри гиперболической «потенциальной ямы».

Из рисунка следует, что по мере роста главного квантового числа n энергетические уровни располагаются теснее и при $n = \infty$ $E_\infty = 0$. При $E > 0$ движение электрона является свободным; область непрерывного спектра $E > 0$ (заштрихована на рис. 13) соответствует ионизированному атому. Энергия ионизации атома водорода равна

$$E_i = -E_1 = me^4/(8\hbar^2\epsilon_0^2) = 13,55 \text{ эВ.}$$

Выражение (3) совпадает с формулой, полученной Бором для энергии атома водорода.

2. Квантовые числа. В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера (223.2) удовлетворяют собственные функции $\psi_{nlm_l}(r, \theta, \phi)$, определяемые тремя квантовыми числами: главным n , орбитальным l и магнитным m_l . Главное квантовое число n , согласно (13), определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы:

$$n=1, 2, 3, \dots$$

Из решения уравнения Шредингера вытекает, что *момент импульса* (механический орбитальный момент) электрона *квантуется*, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения, определяемые формулой

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (4)$$

где l — орбитальное квантовое число, которое при заданном n принимает значения

$$l=0, 1, \dots, (n-1),$$

т. е. всего n значений, и определяет момент импульса электрона в атоме.

Из решения уравнений Шредингера следует также, что вектор L_l момента импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция L_{lx} на направление z внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные \hbar :

$$L_{lx} = \hbar m_l, \quad (5)$$

где m_l — магнитное квантовое число, которое при заданном l может принимать значения

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l,$$

т. е. всего $2l+1$ значений. Таким образом, магнитное квантовое число m_l определяет проекцию момента импульса электрона на заданное направление, причем вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве $2l+1$ ориентации.

Хотя энергия электрона (13) и зависит только от главного квантового числа n , но каждому собственному значению E_n (кроме E_1) соответствует несколько собственных функций ψ_{nlm_l} , отличающихся значениями l и m_l . Следовательно, атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях. Так как при данном n орбитальное квантовое число l может изменяться от 0 до $n-1$, а каждому значению l соответствует $2l+1$ различных значений m_l , то число различных состояний, соответствующих данному n , равно

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2. \quad (6)$$

Вероятность обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон при своем движении как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако, плотность (густота) которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома. *Квантовые числа n и l характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число m_l характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.*

В атомной физике, по аналогии со спектроскопией, состояние электрона, характеризующееся квантовыми числами $l=0$, называют *s*-состоянием (электрон в этом состоянии называют *s-электроном*), $l=1$ — *p*-состоянием, $l=2$ — *d*-состоянием, $l=3$ — *f*-состоянием и т. д. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Например, электроны в состояниях $n=2$ и $l=0$ и 1 обозначаются соответственно символами $2s$ и $2p$.

На рис.3 для примера приведено распределение электронной плотности (формы электронного облака) для состояний атома водорода при $n=1$ и $n=2$, определяемое $|\psi_{nlm_l}|^2$. Как видно из рисунка, оно зависит от n , l и m_l . Так, при $l=0$ электронная плотность

отлична от нуля в центре и не зависит от направления (сферически-симметрична), а для остальных состояний в центре равна нулю и зависит от направления.

3. Спектр. Квантовые числа n , l и m_l позволяют более полно описать спектр испускания (поглощения) атома водорода, полученный в теории Бора.

В квантовой механике вводятся правила отбора, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме, связанных с испусканием и поглощением света. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что для дипольного излучения электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых:

1) изменение орбитального квантового числа Δl удовлетворяет условию

$$\Delta l = \pm 1; \quad (7)$$

2) изменение магнитного квантового числа Δm_l удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm 1. \quad (8)$$

В оптических спектрах указанные правила отбора в основном выполняются. Однако в принципе могут наблюдаться и слабые «запрещенные» линии, например возникающие при переходах с $\Delta l = 2$. Появление этих линий объясняется тем, что строгая теория, запрещающая дипольные переходы, разрешает переходы, соответствующие излучению более сложных систем зарядов, например квадрупольей. Вероятность же квадрупольных переходов (переходы с $\Delta l = 2$) во много раз меньше вероятности дипольных переходов, поэтому «запрещенные» линии и являются слабыми.

Учитывая число возможных состояний, соответствующих данному n , и правило отбора (7), рассмотрим спектральные линии атома водорода (рис. 4): серии Лаймана соответствуют переходы

$np \rightarrow 1s$ ($n = 2, 3, \dots$);

серии Бальмера —

$np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, \dots$)

и так далее.

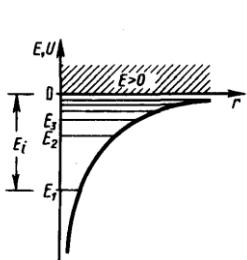


Рис. 1

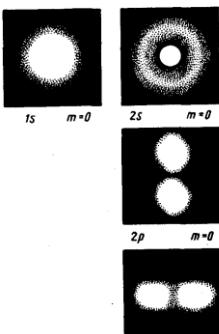


Рис. 2



Рис. 3

Переход электрона из основного состояния в возбужденное обусловлен увеличением энергии атома и может происходить только при сообщении атому энергии извне, например за счет поглощения атомом фотона. Так как поглощающий атом находится обычно в основном состоянии, то спектр атома водорода должен состоять из линий, соответствующих переходам $1s \rightarrow np$ ($n = 2, 3, \dots$), что находится в полном согласии с опытом.

1s-Состояние электрона в атоме водорода

1s-Состояние электрона в атоме водорода является сферически-симметричным, т. е. не зависит от углов θ и φ . Волновая функция ψ электрона в этом состоянии определяется только расстоянием r электрона от ядра, т. е. $\psi = \psi_{100}(r)$, где цифры в индексе соответ-

ственno указывают, что $n=1$, $l=0$ и $m_l=0$. Уравнению Шредингера для $1s$ -состояния электрона в атоме водорода удовлетворяет функция вида

$$\psi = C e^{-r/a}, \quad (19)$$

где, как можно показать, $a = \hbar^2 4\pi \epsilon_0 / (me^2)$ — величина, совпадающая с первым боровским радиусом a для атома водорода, C — некоторая постоянная, определяемая из условия нормировки вероятностей.

Благодаря сферической симметрии ψ -функции вероятность обнаружения электрона на расстоянии r одинакова по всем направлениям. Поэтому элемент объема dV , отвечающий одинаковой плотности вероятности, обычно представляют в виде объема сферического слоя радиусом r и толщиной dr : $dV = 4\pi r^2 dr$. Тогда, согласно условию нормировки вероятностей,

$$1 = \int_0^{\infty} |\psi|^2 dV = \int_0^{\infty} C^2 e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr.$$

После интегрирования получим

$$C = 1/\sqrt{\pi a^3}. \quad (20)$$

Подставив это выражение, определим нормированную волновую функцию, отвечающую $1s$ -состоянию электрона в атоме водорода:

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}. \quad (21)$$

Вероятность обнаружить электрон в элементе объема равна

$$dW = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 4\pi r^2 dr.$$

Подставив в эту формулу волновую функцию, получим

$$dW = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr.$$

Вычислим те расстояния r_{\max} от ядра, на которых электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью. Исследуя выражение dW/dr на максимум, получим, что $r_{\max} = a$.

Следовательно, электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью на расстояниях, равных боровскому радиусу, т. е. имеется равная и наибольшая вероятность обнаружения электрона во всех точках, расположенных на сferах радиуса a с центром в ядре атома.

1.41 Лекция № 41 (2 часа)

Тема: «Элементы физики атомного ядра»

1.41.1 Вопросы лекции.

1. Строение атомного ядра.
2. Радиоактивные превращения ядер. Закон радиоактивного распада ядер.
3. Ядерные реакции и их основные типы.
4. Термоядерный синтез.

1.41.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1. Строение атомного ядра. Ядерные силы. Дефект массы и энергия связи ядра.

Атомное ядро состоит из элементарных частиц — протонов и нейтронов (протонно-нейтронная модель ядра). Протон (p) имеет положительный заряд, равный заряду электрона, и массу покоя $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг $\approx 1836 m_e$, где m_e — масса электрона. Нейтрон (n) — нейтральная частица с массой покоя $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27}$ кг $\approx 1839 m_e$. Протоны и нейтроны называются нуклонами (от лат. nucleus — ядро). Общее число нуклонов в атомном ядре называется массовым числом A .

Атомное ядро характеризуется зарядом Ze , где Z — зарядовое число ядра, равное числу протонов в ядре и совпадающее с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов Менделеева. Известные в настоящее время 107 элементов таблицы Менделеева имеют зарядовые числа ядер от $Z=1$ до $Z=107$.

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: ${}^A_Z X$, где X — символ химического элемента, Z атомный номер (число протонов в ядре), A — массовое число (число нуклонов в ядре).

Дефект массы и энергия связи ядра

Масс-спектрометрические измерения показали, что *масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов*.

Энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется энергией связи ядра.

Энергия связи нуклонов в ядре равна

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2, \quad (1)$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ — соответственно массы протона, нейтрона и ядра. В таблицах обычно приводятся не массы $m_{\text{я}}$ ядер, а массы m атомов. Поэтому для энергии связи ядра пользуются формулой

$$E_{\text{св}} = [Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2, \quad (2)$$

где m_H — масса атома водорода. Так как m_H больше m_p на величину m_e , то первый член в квадратных скобках включает в себя массу Z электронов. Но так как масса атома m отличается от массы ядра $m_{\text{я}}$ как раз на массу Z электронов, то вычисления приводят к одинаковым результатам.

Величина

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$$

называется дефектом массы ядра. На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра.

Часто вместо энергии связи рассматривают удельную энергию связи $\delta E_{\text{св}}$ — энергию связи, отнесенную к одному нуклону. Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер, т. е. чем больше $\delta E_{\text{св}}$, тем устойчивее ядро.

Уменьшение удельной энергии связи при переходе к тяжелым элементам объясняется тем, что с возрастанием числа протонов в ядре увеличивается и энергия их *кулоновского отталкивания*. Поэтому связь между нуклонами становится менее сильной, а сами ядра менее прочными.

Наиболее устойчивыми с энергетической точки зрения являются ядра средней части таблицы Менделеева. Тяжелые и легкие ядра менее устойчивы. Это означает, что энергетически выгодны следующие процессы: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер друг с другом в более тяжелые. При обоих процессах выделяется огромное количество энергии; эти процессы в настоящее время осуществлены практически: реакции деления и термоядерные реакции.

Ядерные силы. Модели ядра

Ядерные силы относятся к классу так называемых сильных взаимодействий.

Перечислим основные свойства ядерных сил:

- 1) ядерные силы являются *силами притяжения*;
- 2) ядерные силы являются *короткодействующими* — их действие проявляется только на расстояниях примерно 10^{-15} м. При увеличении расстояния между нуклонами ядерные силы быстро уменьшаются до нуля, а при расстояниях, меньших их радиуса действия, оказываются примерно в 100 раз больше кулоновских сил, действующих между протонами на том же расстоянии;
- 3) ядерным силам свойственна *зарядовая независимость*: ядерные силы, действующие между двумя протонами, или двумя нейтронами, или, наконец, между протоном и

нейтроном, одинаковы по величине. Отсюда следует, что ядерные силы имеют неэлектрическую природу;

4) ядерным силам свойственно *насыщение*, т. е. каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Насыщение проявляется в том, что удельная энергия связи нуклонов в ядре (если не учитывать легкие ядра) при увеличении числа нуклонов не растет, а остается приблизительно постоянной;

5) ядерные силы зависят от взаимной *ориентации спинов* взаимодействующих нуклонов.

Например, протон и нейtron образуют дейtron (ядро изотопа ^2_1H) только при условии параллельной ориентации их спинов;

6) ядерные силы *не являются центральными*, т. е. действующими по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов.

3.2 Радиоактивные превращения ядер.

В настоящее время под радиоактивностью понимают способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Радиоактивность подразделяется на естественную (наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе) и искусственную (наблюдается у изотопов, полученных посредством ядерных реакций). Принципиального различия между этими двумя типами радиоактивности нет, так как законы радиоактивного превращения в обоих случаях одинаковы.

2. Радиоактивные превращения ядер. Закон радиоактивного распада ядер.

Под радиоактивным распадом, или просто распадом, понимают естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским, возникающее ядро — дочерним.

Теория радиоактивного распада строится на предположении о том, что радиоактивный распад является спонтанным процессом, подчиняющимся законам статистики. Так как отдельные радиоактивные ядра распадаются независимо друг от друга, то можно считать, что число ядер dN , распавшихся в среднем за интервал времени от t до $t+dt$, пропорционально промежутку времени dt и числу N нераспавшихся ядер к моменту времени t :

$$dN = -\lambda N dt,$$

где λ — постоянная для данного радиоактивного вещества величина, называемая постоянной радиоактивного распада; знак минус указывает, что общее число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается. Разделив переменные и интегрируя:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$

получим

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

где N_0 — начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени $t=0$), N — число нераспавшихся ядер в момент времени t . Формула (2) выражает закон радиоактивного распада, согласно которому число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспонциальному закону.

Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуют две величины: период полураспада $T_{1/2}$ и среднее время жизни τ радиоактивного ядра. Период полураспада $T_{1/2}$ — время, за которое исходное число радиоактивных ядер в *среднем* уменьшается вдвое. Тогда, согласно (2),

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}},$$

откуда

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693/\lambda.$$

Периоды полураспада для естественно-радиоактивных элементов колеблются от десятимиллионных долей секунды до многих миллиардов лет.

Среднее время жизни τ радиоактивного ядра есть величина, обратная постоянной радиоактивного распада λ .

Активностью A нуклида (общее название атомных ядер, отличающихся числом протонов Z и нейтронов N) в радиоактивном источнике называется число распадов, происходящих с ядрами образца в 1 с:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \quad (3)$$

Радиоактивный распад происходит в соответствии с так называемыми правилами смещения, позволяющими установить, какое ядро возникает в результате распада данного материнского ядра.

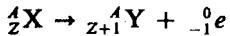
Правила смещения:



где ${}_Z^A X$ — материнское ядро, Y — символ дочернего ядра, ${}_2^4 \text{He}$ — ядро гелия (α -частица), ${}_{-1}^0 e$ — символическое обозначение электрона (заряд его равен -1 , а массовое число — нулю). Правила смещения являются следствием двух законов, выполняющихся при радиоактивных распадах, — сохранения электрического заряда и сохранения массового числа: сумма зарядов (массовых чисел) возникающих ядер и частиц равна заряду (массовому числу) исходного ядра.

Возникающие в результате радиоактивного распада ядра могут быть, в свою очередь, радиоактивными. Это приводит к возникновению цепочки, или ряда, радиоактивных превращений, заканчивающихся стабильным элементом. Совокупность элементов, образующих такую цепочку, называется радиоактивным семейством.

β^- -Распад. Нейтрино. Явление β^- -распада подчиняется правилу смещения.



и связано с выбросом электрона. Согласно В. Паули при β^- -распаде вместе с электроном испускается еще одна нейтральная частица — нейтрино. Нейтрино имеет нулевой заряд, спин $1/2$ (в единицах \hbar) и нулевую (а скорее $<10^{-4} m_e$) массу покоя; обозначается ${}_{0}^0 \nu_e$.

Впоследствии оказалось, что при β^- -распаде испускается не нейтрино, а антинейтрино (античастица по отношению к нейтрино; обозначается ${}_{0}^0 \tilde{\nu}_e$).

Нейтрино — единственная частица, не участвующая ни в сильных, ни в электромагнитных взаимодействиях; единственный вид взаимодействий, в котором может принимать участие нейтрино, — *слабое взаимодействие*. Поэтому прямое наблюдение нейтрино весьма затруднительно.

Гамма-излучение и его свойства. Экспериментально установлено, что γ -излучение является самостоятельным видом радиоактивности, а только сопровождает α - и β -распады и также возникает при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц, их распаде и т. д. γ -Спектр является линейчатым. γ -Спектр — это распределение числа γ -квантов по энергиям. Дискретность γ -спектра имеет принципиальное значение, так как является доказательством дискретности энергетических состояний атомных ядер.

γ -Кванты, обладая нулевой массой покоя, не могут замедляться в среде, поэтому при прохождении γ -излучения сквозь вещество они либо поглощаются, либо рассеиваются им. γ -Кванты не несут электрического заряда и тем самым не испытывают влияния кулоновских сил. При прохождении пучка γ -квантов сквозь вещество их энергия не меняется, но в результате столкновений ослабляется интенсивность, изменение которой

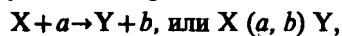
описывается экспоненциальным законом $I = I_0 e^{-\mu x}$ (I_0 и I — интенсивности γ -излучения на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x , μ — коэффициент поглощения). Так как γ -излучение — самое проникающее излучение, то μ для многих веществ — очень малая величина; μ зависит от свойств вещества и от энергии γ -квантов. γ -Кванты, проходя сквозь вещество, могут взаимодействовать как с электронной оболочкой атомов вещества, так и с их ядрами.

Фотоэффект или фотоэлектрическое поглощение γ -излучения, — это процесс, при котором атом поглощает γ -квант и испускает электрон. Так как электрон выбивается из одной из внутренних оболочек атома, то освободившееся место заполняется электронами из вышележащих оболочек, и фотоэффект сопровождается характеристическим рентгеновским излучением. Фотоэффект является преобладающим механизмом поглощения в области малых энергий γ -квантов ($E_\gamma \leq 100$ кэВ). Фотоэффект может идти только на связанных электронах, так как свободный электрон не может поглотить γ -квант, при этом одновременно не удовлетворяются законы сохранения энергии и импульса. По мере увеличения энергии γ -квантов ($E_\gamma \approx 0,5$ МэВ) вероятность фотоэффекта очень мала и основным механизмом взаимодействия γ -квантов с веществом является комптоновское рассеяние.

Воздействие γ -излучения (а также других видов ионизирующего излучения) на вещество характеризуют дозой ионизирующего излучения. Различают: Поглощенная доза излучения — физическая величина, равная отношению энергии излучения к массе облучаемого вещества. Единица поглощенной дозы излучения — грей (Гр)*: 1 Гр = 1 Дж/кг — доза излучения, при которой облученному веществу массой 1 кг передается энергия любого на килограмм (А/кг)).

3. Ядерные реакции и их основные типы. Реакция деления ядер.

Ядерные реакции — это превращения атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с γ -квантами) или друг с другом. Наиболее распространенным видом ядерной реакции является реакция, записываемая символически следующим образом:



где X и Y — исходное и конечное ядра, a и b — бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

При этом выполняются законы сохранения энергии, импульса и момента импульса. В отличие от радиоактивного распада, который протекает всегда с выделением энергии, ядерные реакции могут быть как экзотермическими (с выделением энергии), так и эндотермическими (с поглощением энергии).

Если испущенная частица тождественна с захваченной ($b \equiv a$), то схема (7) описывает рассеяние частицы: упругое — при $E_b = E_a$, неупругое — при $E_b \neq E_a$. Если же испущенная частица не тождественна с захваченной ($b \neq a$), то имеем дело с ядерной реакцией в прямом смысле слова. Некоторые реакции протекают без образования составного ядра, они называются прямыми ядерными взаимодействиями (например, реакции, вызываемые быстрыми нуклонами и дейtronами).

Ядерные реакции классифицируются по следующим признакам:

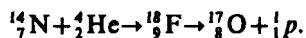
- 1) по роду участвующих в них частиц — реакции под действием нейтронов; реакции под действием заряженных частиц (например, протонов, дейtronов, α -частиц); реакции под действием γ -квантов;
- 2) по энергии вызывающих их частиц — реакции при малых энергиях (порядка электрон-вольт), происходящие в основном с участием нейтронов; реакции при средних энергиях (до нескольких мегаэлектрон-вольт), происходящие с участием γ -квантов и заряженных частиц (протоны, α -частицы); реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи

мегаэлектрон-вольт), приводящие к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеющие большое значение для их изучения;

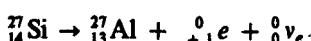
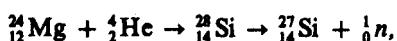
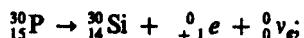
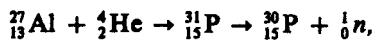
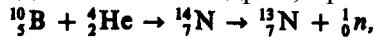
3) по роду участвующих в них ядер — реакции на легких ядрах ($A < 50$); реакции на средних ядрах ($50 < A < 100$); реакции на тяжелых ядрах ($A > 100$);

4) по характеру происходящих ядерных превращений — реакции с испусканием нейтронов; реакции с испусканием заряженных частиц; реакции захвата (в этих реакциях составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько γ -квантов).

Первая в истории ядерная реакция осуществлена Э. Резерфордом (1919) при бомбардировке ядра азота α -частицами, испускаемыми радиоактивным источником:



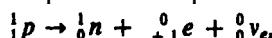
Жолио-Кюри — Фредерик (1900—1958) и Ирен (1897—1956), — бомбардируя различные ядра α -частицами (1934), обнаружили искусственно-радиоактивные ядра, испытывающие β -распад, а реакции на B, Al и Mg привели к искусственно-радиоактивным ядрам, претерпевающим β^+ -распад, или позитронный распад:



В экспериментах Жолио-Кюри, с одной стороны, открыта искусственная радиоактивность, а с другой — впервые обнаружен позитронный радиоактивный распад. β^+ -Распад подчиняется следующему правилу смещения:



Процесс β^+ -распада протекает так, как если бы один из протонов ядра превратился в нейтрон, испустив при этом позитрон и нейтрино:



Вскоре после опытов К. Андерсена, а также обоснования β^+ -распада было установлено, что позитроны могут рождаться при взаимодействии γ -квантов большой энергии ($E_\gamma > 1,02 \text{ МэВ} = 2m_e c^2$) с веществом. Этот процесс идет по схеме



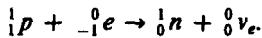
П. Дираком было получено (1928) *релятивистское* волновое уравнение для электрона, которое позволило объяснить все основные свойства электрона, в том числе наличие у него спина и магнитного момента. Замечательной особенностью уравнения Дирака оказалось то, что из него для полной энергии свободного электрона получались не только положительные, но и отрицательные значения. Этот результат мог быть объяснен лишь предположением о существовании античастицы электрона — позитрона.

Гипотеза Дирака, недоверчиво воспринимавшаяся большинством физиков, была блестяще подтверждена в 1932 г. К. Андерсоном, обнаружившим позитрон в составе космического излучения. Существование позитронов было доказано наблюдением их треков в камере Вильсона, помещенной в магнитном поле. Эти частицы в камере отклонялись так, как отклоняется движущийся положительный заряд. При столкновении позитрона с электроном происходит их аннигиляция:

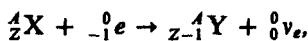


в ее процессе электронно-позитронная пара превращается в два γ -кванта, причем энергия пары переходит в энергию фотонов. Появление в этом процессе двух γ -квантов следует из закона сохранения импульса и энергии. Процессы (9) и (10) — процессы возникновения и превращения электронно-позитронных пар — являются примером *взаимосвязи различных форм материи*: в этих процессах материя в форме вещества превращается в материю в форме электромагнитного поля, и наоборот.

Для многих ядер превращение протона в нейтрон, происходит посредством электронного захвата, или e -захвата, при котором ядро спонтанно захватывает электрон с одной из внутренних оболочек атома (K, L и т. д.), испуская нейтрино:

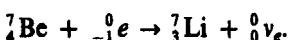


Необходимость появления нейтрино вытекает из закона сохранения спина. Схема e -захвата:



т. е. один из протонов ядра превращается в нейтрон, заряд ядра убывает на единицу и оно смещается влево так же, как и при позитронном распаде.

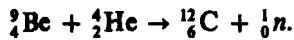
Примером электронного захвата может служить превращение радиоактивного ядра бериллия ${}_4^7Be$ в стабильное ядро ${}_3^7Li$:



Открытие нейтрона. Ядерные реакции под действием нейтронов.

Нейтроны, являясь электрически нейтральными частицами, не испытывают кулоновского отталкивания и поэтому легко проникают в ядра и вызывают разнообразные ядерные превращения. Изучение ядерных реакций под действием нейтронов сыграло огромную роль в развитии ядерной физики и привело к появлению ядерных реакторов.

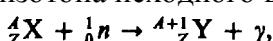
Таким образом, нейтроны были обнаружены в следующей ядерной реакции:



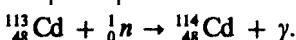
Эта реакция не является единственной, ведущей к выбрасыванию из ядер нейтронов (например, нейтроны возникают в реакциях ${}_3^7Li(\alpha, n) {}_5^{10}B$ и ${}_5^{11}B(\alpha, n) {}_7^{14}N$).

Характер ядерных реакций под действием нейтронов зависит от их скорости (энергии). В зависимости от энергии нейтроны условно делят на две группы: медленные и быстрые. Замедлить нейтроны можно пропуская их через какое-либо вещество, содержащее водород (например, парафин, вода). Проходя через такие вещества, быстрые нейтроны испытывают рассеяние на ядрах и замедляются до тех пор, пока их энергия не станет равной, например, энергии теплового движения атомов вещества замедлителя, т. е. равной приблизительно kT .

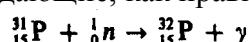
Медленные нейтроны эффективны для возбуждения ядерных реакций, так как они относительно долго находятся вблизи атомного ядра. Благодаря этому вероятность захвата нейтрона ядром становится довольно большой. Однако энергия медленных нейтронов мала, потому они не могут вызывать, например, неупругое рассеяние. Для медленных нейтронов характерны упругое рассеяние на ядрах (реакция типа (n, n)) и радиационный захват (реакция типа (n, γ)). Реакция (n, γ) приводит к образованию нового изотопа исходного вещества:



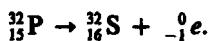
например



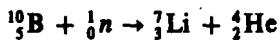
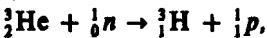
Часто в результате (n, γ) -реакции образуются искусственные радиоактивные изотопы, дающие, как правило, β^- -распад. Например, в результате реакции



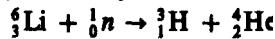
образуется радиоактивный изотоп ${}_{15}^{32}P$, претерпевающий β^- -распад с образованием стабильного изотопа серы:



Под действием медленных нейтронов на некоторых легких ядрах наблюдаются также реакции захвата нейтронов с испусканием заряженных частиц—протонов и α -частиц (под действием тепловых нейтронов):



(используется для обнаружения нейтронов) или



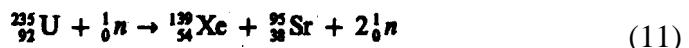
(используется для получения трития, в частности в термоядерных взрывах.

Реакция деления ядра

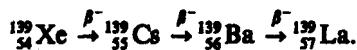
При облучении урана нейтронами образуются элементы из середины Периодической системы — лантан и барий. Этот результат положил начало ядерным реакциям совершенно нового типа — реакциям деления ядра, заключающимся в том, что тяжелое ядро под действием нейтронов, а как впоследствии оказалось и других частиц делится на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе.

Замечательной особенностью деления ядер является то, что оно сопровождается испусканием двух-трех вторичных нейтронов, называемых нейтронами деления. Так как для средних ядер число нейтронов примерно равно числу протонов ($N/Z \approx 1$), а для тяжелых ядер число нейтронов значительно превышает число протонов ($N/Z \approx 1,6$), то образовавшиеся осколки деления перегружены нейтронами, в результате чего они и выделяют нейтроны деления. Однако испускание нейтронов деления не устраниет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами. Это приводит к тому, что осколки оказываются радиоактивными. Они могут претерпеть ряд β^- -превращений, сопровождаемых испусканием γ -квантов. Так как β^- -распад сопровождается превращением нейтрона в протон, то после цепочки β^- -превращений соотношение между нейтронами и протонами в осколке достигнет величины, соответствующей стабильному изотопу.

Например, при делении ядра урана $^{235}_{92}\text{U}$



осколок деления $^{139}_{54}\text{Xe}$ в результате трех актов β^- -распада превращается в стабильный изотоп лантана $^{139}_{57}\text{La}$:



Осколки деления могут быть разнообразными, поэтому реакция (11) не единственная приводящая к делению $^{235}_{92}\text{U}$. Возможна, например, реакция



Большинство нейтронов при делении испускается практически мгновенно ($t \leq 10^{-14}$ с), а часть (около 0,7%) испускается осколками деления спустя некоторое время после деления ($0,05 \text{ с} \leq t \leq 60 \text{ с}$). Первые из них называются мгновенными, вторые — запаздывающими. В среднем на каждый акт деления приходится 2,5 испущенных нейтронов. Они имеют сравнительно широкий энергетический спектр в пределах от 0 до 7 МэВ, причем на один нейтрон в среднем приходится энергия около 2 МэВ.

Расчеты показывают, что деление ядер должно сопровождаться также выделением большого количества энергии. В самом деле, удельная энергия связи для ядер средней массы составляет примерно 8,7 МэВ, в то время как для тяжелых ядер она равна 7,6 МэВ. Следовательно, при делении тяжелого ядра на два осколка должна освобождаться энергия, равная примерно 1,1 МэВ на один нуклон.

Цепная реакция деления

Испускаемые при делении ядер вторичные нейтроны могут вызвать новые акты деления, что делает возможным осуществление цепной реакции деления — ядерной

реакции, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. Цепная реакция деления характеризуется коэффициентом размножения k нейтронов, который равен отношению числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении. Необходимым условием для развития цепной реакции деления является *требование $k \geq 1$* .

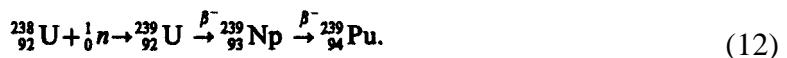
Оказывается, что не все образующиеся вторичные нейтроны вызывают последующее деление ядер, что приводит к уменьшению коэффициента размножения. Во-первых, из-за конечных размеров активной зоны (пространство, где происходит цепная реакция) и большой проникающей способности нейтронов часть из них покинет активную зону раньше, чем будет захвачена каким-либо ядром. Во-вторых, часть нейтронов захватывается ядрами неделяющихся примесей, всегда присутствующих в активной зоне. Кроме того, наряду с делением могут иметь место конкурирующие процессы радиационного захвата и неупругого рассеяния.

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа — от его количества, а также размеров и формы активной зоны. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются критическими размерами. Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления цепной реакции, называется критической массой.

При $k > 1$ идет развивающаяся реакция, число делений непрерывно растет и реакция может стать взрывной. При $k = 1$ идет самоподдерживающаяся реакция, при которой число нейтронов с течением времени не изменяется. При $k < 1$ идет затухающая реакция.

Цепные реакции делятся на управляемые и неуправляемые. Взрыв атомной бомбы, например, является неуправляемой реакцией. Чтобы атомная бомба при хранении не взорвалась, в ней $^{235}_{92}\text{U}$ (или $^{239}_{94}\text{Pu}$) делится на две удаленные друг от друга части с массами ниже критических. Затем с помощью обычного взрыва эти массы сближаются, общая масса делящегося вещества становится больше критической и возникает взрывная цепная реакция, сопровождающаяся мгновенным выделением огромного количества энергии и большими разрушениями. Взрывная реакция начинается за счет имеющихся нейтронов спонтанного деления или нейтронов космического излучения. Управляемые цепные реакции осуществляются в ядерных реакторах.

В природе имеется три изотопа, которые могут служить ядерным топливом ($^{235}_{92}\text{U}$: в естественном уране его содержится примерно 0,7%) или сырьем для его получения ($^{232}_{90}\text{Th}$ и $^{238}_{92}\text{U}$: в естественном уране его содержится примерно 99,3%). $^{232}_{90}\text{Th}$ служит исходным продуктом для получения искусственного ядерного топлива $^{233}_{92}\text{U}$, а $^{238}_{92}\text{U}$, поглощая нейтроны, посредством двух последовательных β^- -распадов — для превращения в ядро $^{239}_{94}\text{Pu}$:



Реакции деления ядер открыли реальную возможность воспроизведения ядерного горючего в процессе цепной реакции деления.

Понятие о ядерной энергетике. Ядерный реактор.

Устройства, в которых осуществляется и поддерживается управляемая цепная реакция деления, называются ядерными реакторами.

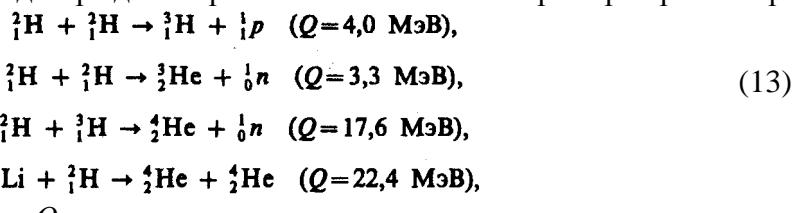
Принцип действия реактора на тепловых нейтронах. В активной зоне реактора расположены тепловыделяющие элементы 1 и замедлитель 2, в котором нейтроны замедляются до тепловых скоростей. Тепловыделяющие элементы (твэлы) представляют собой блоки из делящегося материала, заключенные в герметичную оболочку, слабо поглощающую нейтроны. За счет энергии, выделяющейся при делении ядер, твэлы

разогреваются, а поэтому для охлаждения они помещаются в поток теплоносителя (3 — канал для протока теплоносителя). Активная зона окружается отражателем 4, уменьшающим утечку нейtronов.

Управление цепной реакцией осуществляется специальными управляющими стержнями 5 из материалов, сильно поглощающих нейтроны (например, B, Cd). Параметры реактора рассчитываются так, что при полностью вставленных стержнях реакция заведомо не идет, при постепенном вынимании стержней коэффициент размножения нейtronов растет и при некотором их положении принимает значение, равное единице. В этот момент реактор начинает работать. По мере его работы количество делящегося материала в активной зоне уменьшается и происходит ее загрязнение осколками деления, среди которых могут быть сильные поглотители нейtronов. Чтобы реакция не прекратилась, из активной зоны с помощью автоматического устройства постепенно извлекаются управляющие (а часто специальные компенсирующие) стержни. Подобное управление реакцией возможно благодаря существованию запаздывающих нейtronов, испускаемых делящимися ядрами с запаздыванием до 1 мин. Когда ядерное топливо выгорает, реакция прекращается. До нового запуска реактора выгоревшее ядерное топливо извлекают и загружают новое. В реакторе имеются также аварийные стержни, введение которых при внезапном увеличении интенсивности реакции немедленно ее обрывает.

4. Термоядерный синтез.

Источником огромной энергии может служить реакция синтеза атомных ядер — образование из легких ядер более тяжелых. Удельная энергия связи ядер (1) резко увеличивается при переходе от ядер тяжелого водорода (дейтерия ^2_1H и трития ^3_1H) к литию ^7_3Li и особенно к гелию ^4_2He , т. е. реакции синтеза легких ядер в более тяжелые должны сопровождаться выделением большого количества энергии, что действительно подтверждается расчетами. В качестве примеров рассмотрим реакции синтеза:



где Q — энерговыделение.

Реакции синтеза атомных ядер обладают той особенностью, что в них энергия, выделяемая на один нуклон, значительно больше, чем в реакциях деления тяжелых ядер. В самом деле, если при делении ядра $^{238}_{92}\text{U}$ выделяется энергия примерно 200 МэВ, что составляет на один нуклон примерно 0,84 МэВ, то в реакции (13) эта величина равна $17,6/5 \text{ МэВ} \approx 3,5 \text{ МэВ}$. Для протекания реакции синтеза атомных ядер необходимы температуры порядка 10^7 К .

Реакции синтеза легких атомных ядер в более тяжелые, происходящие при сверхвысоких температурах (примерно 10^7 К и выше), называются термоядерными реакциями. Термоядерные реакции являются, по-видимому, одним из источников энергии Солнца и звезд.

1.42 Лекция № 42 (2 часа)

Тема: «Элементы физики элементарных частиц»

1.42.1 Вопросы лекции.

1. Космическое излучение.
2. Фундаментальные взаимодействия.
3. Частицы и античастицы. Законы сохранения.
4. Классификация элементарных частиц. Кварки.

1.42.2 Краткое содержание вопросов лекции:

1 Космическое излучение

Различают первичное и вторичное космические излучения. Излучение, приходящее непосредственно из космоса, называют первичным космическим излучением. Исследование его состава показало, что первичное излучение представляет собой поток элементарных частиц высокой энергии, причем более 90% из них составляют протоны с энергией примерно 10^9 — 10^{13} эВ, около 7%— α -частицы и лишь небольшая доля (около 1%) приходится на ядра более тяжелых элементов ($Z > 20$). По современным представлениям, основанным на данных астрофизики и радиоастрономии, считается, что первичное космическое излучение имеет в основном галактическое происхождение. Считается, что ускорение частиц до столь высоких энергий может происходить при столкновении с движущимися межзвездными магнитными полями. При $h \geq 50$ км (рис. 347) интенсивность космического излучения постоянна; на этих высотах наблюдается лишь первичное излучение.

С приближением к Земле интенсивность космического излучения возрастает, что свидетельствует о появлении вторичного космического излучения, которое образуется в результате взаимодействия первичного космического излучения с ядрами атомов земной атмосферы. Во вторичном космическом излучении встречаются практически все известные элементарные частицы. При $h < 20$ км космическое излучение является вторичным; с уменьшением h его интенсивность понижается, поскольку вторичные частицы по мере продвижения к поверхности Земли испытывают поглощение.

2 Фундаментальные взаимодействия

Сильное, или ядерное, взаимодействие обусловливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов и обеспечивает исключительную прочность этих образований, лежащую в основе стабильности вещества в земных условиях.

Электромагнитное взаимодействие характеризуется как взаимодействие, в основе которого лежит связь с электромагнитным полем. Оно характерно для всех элементарных частиц, за исключением нейтрино, антинейтрино и фотона. Электромагнитное взаимодействие, в частности, ответственно за существование атомов и молекул, обуславливая взаимодействие в них положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов.

Слабое взаимодействие — наиболее медленное из всех взаимодействий, протекающих в микромире. Оно ответственно за взаимодействие частиц, происходящих с участием нейтрино или антинейтрино (например, β -распад, μ -распад), а также за безнейтринные процессы распада, характеризующиеся довольно большим временем жизни распадающейся частицы ($\tau \gtrsim 10^{-10}$ с).

Гравитационное взаимодействие присуще всем без исключения частицам, однако из-за малости масс элементарных частиц оно пренебрежимо мало и, по-видимому, в процессах микромира несущественно.

Сильное взаимодействие примерно в 100 раз превосходит электромагнитное и в 10^{14} раз — слабое. Чем сильнее взаимодействие, тем с большей интенсивностью протекают процессы. Так, время жизни частиц, называемых резонансами, распад которых описывается сильным взаимодействием, составляет примерно 10^{-23} с; время жизни π^0 -мезона, за распад которого ответственно электромагнитное взаимодействие, составляет 10^{-16} с; для распадов, за которые ответственно слабое взаимодействие, характерны времена жизни 10^{-10} — 10^{-8} с. Как сильное, так и слабое взаимодействия — короткодействующие. Радиус действия сильного взаимодействия составляет примерно 10^{-15} м, слабого — не превышает 10^{-19} м. Радиус действия электромагнитного взаимодействия практически не ограничен.

Виды элементарных частиц. Их свойства и законы сохранения.

Элементарные частицы принято делить на три группы:

- 1) фотоны; эта группа состоит всего лишь из одной частицы — фотона — кванта электромагнитного излучения;
- 2) лептоны (от греч. «лептос» — легкий), участвующие только в электромагнитном и слабом взаимодействиях. К лептонам относятся электронное и мюонное нейтрино, электрон, мюон и открытый в 1975 г. тяжелый лептон — τ -лептон, или таон, с массой примерно $3487m_e$, а также соответствующие им античастицы. Название лептонов связано с тем, что массы первых известных лептонов были меньше масс всех других частиц. К лептонам относится также таонное нейтрино, существование которого в последнее время также установлено;
- 3) адроны (от греч. «адрос» — крупный, сильный). Адроны обладают сильным взаимодействием наряду с электромагнитным и слабым. Из рассмотренных выше частиц к ним относятся протон, нейтрон, пионы и каоны.

Для всех типов взаимодействия элементарных частиц выполняются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда.

Характерным признаком сильных взаимодействий является зарядовая независимость ядерных сил. Ядерные силы, действующие между парами $p-p$, $n-n$ или $p-n$, одинаковы. Поэтому если бы в ядре осуществлялось только сильное взаимодействие, то зарядовая независимость ядерных сил привела бы к одинаковым значениям масс нуклонов (протонов и нейтронов) и всех π -мезонов. Различие в массах нуклонов и соответственно π -мезонов обусловлено электромагнитным взаимодействием: энергии взаимодействующих заряженных и нейтральных частиц различны, поэтому и массы заряженных и нейтральных частиц оказываются неодинаковыми.

Зарядовая независимость в сильных взаимодействиях позволяет близкие по массе частицы рассматривать как различные зарядовые состояния одной и той же частицы. Так, нуклон образует дублет (нейтрон, протон), π -мезоны — триплет (π^+ , π^- , π^0) и т. д.

Подобные группы «похожих» элементарных частиц, одинаковым образом участвующих в сильном взаимодействии, имеющие близкие массы и отличающиеся зарядами, называют изотопическими мультиплетами. Каждый изотопический мультиплет характеризуют изотопическим спином (изоспином) — одной из внутренних характеристик адронов, определяющей число (n) частиц в изотопическом мультиплете: $n=2I+1$. Тогда изоспин нуклона $I=\frac{1}{2}$ (число членов в изотопическом мультиплете нуклона равно двум), изоспин пиона $I=1$ (в пионном мультиплете $n=3$) и т. д. Изотопический спин характеризует только число членов в изотопическом мультиплете и никакого отношения к рассматриваемому ранее спину не имеет.

Исследования показали, что во всех процессах, связанных с превращениями элементарных частиц, обусловленных зарядово-независимыми сильными взаимодействиями, выполняется закон сохранения изотопического спина. Для электромагнитных и слабых взаимодействий этот закон не выполняется. Так как электрон, позитрон, фотон, мюоны,

нейтрино и антинейтрино в сильных взаимодействиях участия не принимают, то им изотопический спин не приписывается.

3. Частицы и античастицы. Законы сохранения.

Гипотеза об античастице впервые возникла в 1928 г., когда П. Дирак на основе релятивистского волнового уравнения предсказал существование позитрона (см. § 263), обнаруженного спустя четыре года К. Андерсоном в составе космического излучения. Электрон и позитрон не являются единственной парой частица — античастица. На основе релятивистской квантовой теории пришли к заключению, что для каждой элементарной частицы должна существовать античастица (принцип зарядового сопряжения). Эксперименты показывают, что за немногим исключением (например, фотона и π^0 -мезона), действительно, каждой частице соответствует античастица.

Из общих положений квантовой теории следует, что частицы и античастицы должны иметь одинаковые массы, одинаковые времена жизни в вакууме, одинаковые по модулю, но противоположные по знаку электрические заряды (и магнитные моменты), одинаковые спины и изотопические спины, а также одинаковые остальные квантовые числа, приписываемые элементарным частицам для описания закономерностей их взаимодействия (лептонное число, барионное число, странность, очарование и т. д.).

Согласно теории Дирака, столкновение частицы и античастицы должно приводить к их взаимной аннигиляции, в результате которой возникают другие элементарные частицы или фотоны. Примером тому является реакция аннигиляции пары электрон — позитрон (${}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e \rightarrow 2\gamma$).

Антипротон был обнаружен экспериментально (1955) при рассеянии протонов (ускоренных на крупнейшем в то время синхрофазотроне Калифорнийского университета) на нуклонах ядер мишени (мишенью служила медь), в результате которого рождалась пара $p - \bar{p}$. Антипротон отличается от протона знаками электрического заряда и собственного магнитного момента. Антипротон может аннигилировать не только с протоном, но и с нейтроном:

$$\begin{aligned}\bar{p} + p &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \\ \bar{p} + p &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^0 + \pi^0, \\ \bar{p} + n &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0 + \pi^0.\end{aligned}$$

Элементарным частицам приписывают еще одну квантово-механическую величину — четность P — квантовое число, характеризующее симметрию волновой функции элементарной частицы (или системы элементарных частиц) относительно зеркального отражения. Если при зеркальном отражении волновая функция частицы не меняет знака, то четность частицы $P=+1$ (четность положительная), если меняет знак, то четность частицы $P=-1$ (отрицательная).

Однако, закон сохранения четности, как и закон сохранения странности, выполняется только при сильных и электромагнитных взаимодействиях.

4. Классификация элементарных частиц. Кварки.

В таблице элементарные частицы объединены в три группы: фотоны, лептоны и адроны. Элементарные частицы, отнесенные к каждой из этих групп, обладают общими свойствами и характеристиками, которые отличают их от частиц другой группы. К группе фотонов относится единственная частица — фотон, который переносит электромагнитное взаимодействие. В электромагнитном взаимодействии участвуют в той или иной степени все частицы, как заряженные, так и нейтральные (кроме нейтрино). К группе лептонов относятся электрон, мюон, таон, соответствующие им нейтрино, а также их античастицы. Все лептоны имеют спин, равный $1/2$, и, следовательно, являются фермионами, подчиняясь статистике Ферми — Дирака.

Поскольку лептоны в сильных взаимодействиях не участвуют, изотопический спин им не приписывается. Странность лептонов равна нулю. Элементарным частицам,

относящимся к группе лептонов, приписывают так называемое лептонное число (лептонный заряд) L . Обычно принимают, что $L=+1$ для лептонов (e^- , μ^- , τ^- , ν_e , ν_μ , ν_τ), $L=-1$ для антилептонов (e^+ , μ^+ , τ^+ , $\tilde{\nu}_e$, $\tilde{\nu}_\mu$, $\tilde{\nu}_\tau$) и $L=0$ для всех остальных элементарных частиц.

Введение L позволяет сформулировать закон сохранения лептонного числа: в замкнутой системе при *всех без исключения процессах* взаимопревращаемости элементарных частиц *лептонное число сохраняется*.

Основную часть элементарных частиц составляют адроны. К группе адронов относятся пионы, каоны, η -мезон, нуклоны, гипероны, а также их античастицы (в табл. приведены не все адроны).

Адронам приписывают барионное число (барионный заряд) B . Адроны с $B=0$ образуют подгруппу мезонов (пионы, каоны, η -мезон), а адроны с $B=+1$ образуют подгруппу барионов (от греч. «барис» — тяжелый; сюда относятся нуклоны и гипероны). Для лептонов и фотона $B=0$. Если принять для барионов $B=+1$, для антибарионов (антинуклоны, автигипероны) $B=-1$, а для всех остальных частиц $B=0$, то можно сформулировать закон сохранения барионного числа: в замкнутой системе *при всех процессах* взаимопревращаемости элементарных частиц *барионное число сохраняется*. Из закона сохранения барионного числа следует, что при распаде бариона наряду с другими частицами обязательно образуется барион. Барионы имеют спин, равный $\frac{1}{2}$ (только спин Ω^- -гиперона равен $\frac{3}{2}$), т. е. барионы, как и лептоны, являются фермионами. Странность S для различных частиц подгруппы барионов имеет разные значения.

Мезоны имеют спин, равный нулю, и, следовательно, являются бозонами, подчиняясь статистике Бозе — Эйнштейна. Для мезонов лептонные и барионные числа равны нулю. Из подгруппы мезонов только каоны обладают $S=+1$, а пионы и η -мезоны имеют нулевую странность.

Для процессов взаимопревращаемости элементарных частиц, обусловленных сильными взаимодействиями, выполняются все законы сохранения (энергии, импульса, момента импульса, зарядов (электрического, лептонного и барионного), изоспина, странности и четности).

В последние годы увеличение (их открытие) числа элементарных частиц происходит в основном вследствие расширения группы адронов.

Гипотеза о кварках.

Д. Цвейг и Гелл-Манн независимо друг от друга высказали гипотезу о существовании фундаментальных частиц, которые могут служить базисом для адронов. Эти частицы были названы кварками.

Согласно модели Гелл-Манна — Цвейга, все известные в то время адроны можно было построить, постулировав существование трех типов кварков (u , d , s) и соответствующих антикварков (\tilde{u} , \tilde{d} , \tilde{s}), если им приписать характеристики, указанные в табл. 9 (в том числе дробные электрические и барионные заряды). Самое удивительное свойство кварков связано с их электрическим зарядом, поскольку еще никто не находил частицы с дробным значением элементарного электрического заряда. Спин кварка равен $\frac{1}{2}$, поскольку только из фермионов можно «сконструировать» как фермионы (нечетное число фермионов), так и бозоны (четное число фермионов).

Адроны строятся из кварков следующим образом: мезоны состоят из пары кварк — антикварк, барионы — из трех кварков (антибарион — из трех антикварков). Так, например, пион π^+ имеет кварковую структуру $u\tilde{d}$, пион π^- — $\tilde{u}d$, каон K^+ — $d\tilde{s}$, протон — uud , нейтрон — udd , Σ^+ -гиперон — uus , Σ^0 -гиперон — uds и т. д.

Во избежание трудностей со статистикой (некоторые барионы, например Ω^- -гиперон, состоят из трех одинаковых кварков (sss), что запрещено принципом Паули; на данном этапе предполагают, что каждый кварк (антикварк) обладает специфической квантовой

характеристикой — цветом: «желтым», «синим» и «красным». Тогда, если кварки имеют неодинаковую «окраску», принцип Паули не нарушается.

Таблица 1

Группа	Название частицы	Символ		Заряд, ед. e	Масса покоя, ед. m_e	Спин, ед. \hbar	Изоспин I	Лептонное число L	Барийонное число B	Странность S	Приближенное время жизни, с
		частицы	анти-частицы								
Фотоны	Фотон	γ		0	0	1	—	0	0	0	Стабилен
Лептоны	Электрон	e^-	e^+	1	1	$1/2$	—	+1	0	0	Стабилен
	Электронное нейтрино	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	0	$1/2$	—	+1	0	0	Стабильно
	Мюон	μ^-	μ^+	1	206,8	$1/2$	—	+1	0	0	$\approx 10^{-6}$
	Мюонное нейтрино	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	$1/2$	—	+1	0	0	Стабильно
	Таон	τ^-	τ^+	1	3487	$1/2$	—	+1	0	0	$\approx 10^{-12}$
	Таонное нейтрино	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	0	0	$1/2$	—	+1	0	0	?
Мезоны	Пионы	$\begin{cases} \pi^0 \\ \pi^+ \\ \pi^- \end{cases}$		0	264,1	0	1	0	0	0	$\approx 10^{-16}$
				1	273,1	0	1	0	0	0	$\approx 10^{-8}$
	Каоны	$\begin{cases} K^0 \\ K^+ \\ K^- \end{cases}$		0	974,0	0	$1/2$	0	0	+1	$10^{-10} - 10^{-8}$
				1	966,2	0	$1/2$	0	0	+1	$\approx 10^{-8}$
	Эта-мезон	η^0		1	1074	0	—	0	0	0	$\approx 10^{-19}$
Адроны	Протон	p	\bar{p}	1	1836,2	$1/2$	$1/2$	0	+1	0	Стабилен
	Нейтрон	n	\bar{n}	0	1838,7	$1/2$	$1/2$	0	+1	0	$\approx 10^3$
	Гипероны: лямбда	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	0	2183	$1/2$	0	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$
	сигма	$\begin{cases} \Sigma^0 \\ \Sigma^+ \\ \Sigma^- \end{cases}$	$\begin{cases} \bar{\Sigma}^0 \\ \bar{\Sigma}^+ \\ \bar{\Sigma}^- \end{cases}$	0	2334	$1/2$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-20}$
				1	2328	$1/2$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$
				1	2343	$1/2$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$
	кси	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	0	2573	$1/2$	$1/2$	0	+1	-2	$\approx 10^{-10}$
				1	2586	$1/2$	$1/2$	0	+1	-2	$\approx 10^{-10}$
	омега	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	1	3273	$3/2$	0	0	+1	-3	$\approx 10^{-10}$

Д. Цвейг и Гелл-Манн независимо друг от друга высказали гипотезу о существовании фундаментальных частиц, которые могут служить базисом для адронов. Эти частицы были названы кварками.

Согласно модели Гелл-Манна — Цвейга, все известные в то время адроны можно было построить, постулировав существование трех типов кварков (u , d , s) и соответствующих антикварков (\bar{u} , \bar{d} , \bar{s}), если им приписать характеристики, указанные в табл. 9 (в том числе дробные электрические и барионные заряды). Самое удивительное свойство кварков связано с их электрическим зарядом, поскольку еще никто не находил частицы с дробным значением элементарного электрического заряда. Спин кварка равен $1/2$, поскольку только из фермионов можно «сконструировать» как фермионы (нечетное число фермионов), так и бозоны (четное число фермионов).

Адроны строятся из кварков следующим образом: мезоны состоят из пары кварк — антикварк, барионы — из трех кварков (антибарион — из трех антикварков). Так, например, пион π^+ имеет кварковую структуру $u\bar{d}$, пион π^- — $\bar{u}d$, каон K^+ — $d\bar{s}$, протон — uud , нейтрон — udd , Σ^+ -гиперон — uus , Σ^0 -гиперон — uds и т. д.

Кварковая модель позволила определить почти все основные квантовые числа адронов и предсказать новые частицы, например Ω^- -гиперон. Однако при использовании этой модели возникают и трудности. В настоящее время считается, что между лептонами и кварками существует симметрия: число лептонов должно быть равно числу типов кварков.

Таблица 2

Кварк (анти- кварк)	Электричес- кий заряд в единицах e	Барионное число B	Спин, в единицах \hbar	Стран- ность S
$u(\bar{u})$	$+\frac{2}{3}(-\frac{2}{3})$	$+\frac{1}{3}(-\frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
$d(\bar{d})$	$-\frac{1}{3}(+\frac{1}{3})$	$+\frac{1}{3}(-\frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
$s(\bar{s})$	$-\frac{1}{3}(+\frac{1}{3})$	$+\frac{1}{3}(-\frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	$-1(+1)$
$c(\bar{c})$	$+\frac{2}{3}(-\frac{2}{3})$	$+\frac{1}{3}(-\frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	$-1(+1)$

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

2.1 Лабораторная работа № 1 (2 часа).

Тема: «Движение с постоянным ускорением»

2.1.1 Цель работы:

1. Знакомство с движением объекта, моделью которого является материальная точка (МТ).
2. Исследование движения объекта с постоянным ускорением
3. Экспериментальное определение ускорения свободного падения на поверхности Земли.

2.1.2 Задачи работы:

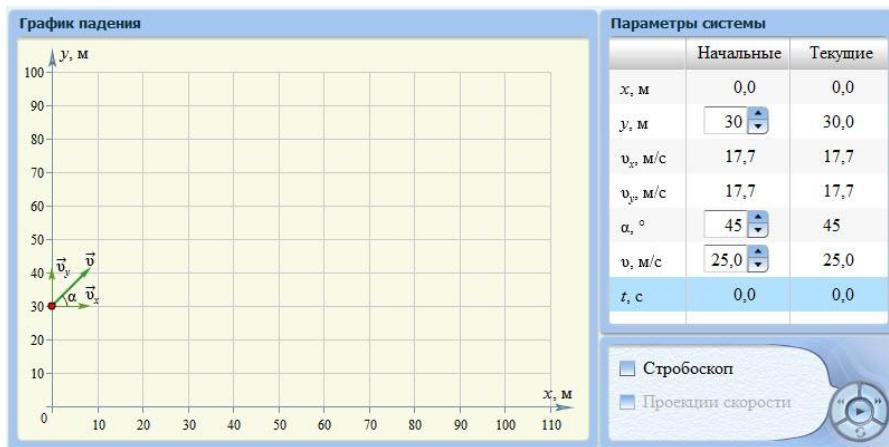
1. Реализовать с помощью компьютерной модели движение тела (МТ), брошенного под углом к горизонту.
2. Построить график зависимости средних значений вертикальной координаты точки максимального подъёма $\langle y_m \rangle$ от квадрата начальной скорости v_0^2 .
3. Определите по графику ускорение свободного падения g и вычислите ошибку среднего значения g .
4. Проанализировать полученные результаты и график.

2.1.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.2.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите работу «Движение с постоянным ускорением», в которой используется компьютерная модель «Движение тела, брошенного под углом к горизонту».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели. Посмотрите названия, которые появляются на круглой разрезной кнопке управления, когда вы наводите маркер мыши на различные части кнопки.
5. Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений. Научитесь определять вертикальную координату точки максимального подъёма y_m с достаточной точностью.
6. Установите начальные параметры траектории (начальную высоту h и начальный угол α), соответствующие номеру вашей бригады (в таблице 1)
7. С помощью кнопки «Пуск» проведите измерение вертикальной координаты точки максимального подъёма y_m . Результаты измерений запишите в табл. 2.
8. С помощью кнопки «Назад» вернитесь в исходное состояние и повторите измерение 5 раз.



Модель движения тела, брошенного под углом к горизонту

Таблица 1 (не перерисовывать). Начальные параметры траекторий

Номер бригады	Начальная высота h , м	Начальный угол α , град	Номер бригады	Начальная высота h , м	Начальный угол α , град
1	10	60	5	10	45
2	30	60	6	30	45
3	50	60	7	50	45
4	60	60	8	60	45

Таблица 2. Результаты измерений ($h = \underline{\hspace{2cm}}$ м, $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ град)

Номер измерения	Траект. 1, $v_0 = 15$ м/с		Траект. 2, $v_0 = 17$ м/с		Траект. 3, $v_0 = 19$ м/с		Траект. 4, $v_0 = 22$ м/с		Траект. 5, $v_0 = 25$ м/с	
	y_{\max}	Δy_{\max}								
1										
2										
...										
$\langle y_{\max} \rangle$										
Абс. ош.										

Таблица 3. Результаты расчетов

Номер измерения	1	2	3	4	5
v_0 , м/с					
v_0^2 , $(\text{м/с})^2$					
y_{\max} , м					
$\sin \alpha$					
$\sin^2 \alpha$					
g , м/с^2					

9. Установите начальную скорость движения для следующей траектории, которая указана в таблице 2 и проведите измерения вертикальной координаты точки максимального подъёма y_m .
 10. Вычислите и запишите в таблицу 2 средние значения вертикальной координаты точки максимального подъёма $\langle y_m \rangle$ и отклонения Δy_m измеренного значения от среднего.
 11. Вычислите и запишите в таблицу 3 все необходимые характеристики.
 12. Постройте график зависимости средних значений вертикальной координаты точки максимального подъёма $\langle y_m \rangle$ от квадрата начальной скорости.
 13. Определите по графику ускорение свободного падения g , используя формулу
- $$g = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha^2 \cdot \frac{\Delta (v_0^2)}{\Delta (y_m)}$$
14. Вычислите ошибку среднего значения g .
 15. Запишите ответ и проанализируйте ответ и график.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дайте определение материальной точки.
2. Как определяется положение материальной точки?
3. Дайте определение системы отсчёта.
4. Дайте определение механического движения.
5. Что такое скорость материальной точки?
6. Как математически записывается быстрота изменения какой-либо переменной величины?
7. Дайте определение ускорения материальной точки.
8. Что такое траектория?
9. Что такое закон движения?
10. Запишите закон движения для движения материальной точки с постоянным ускорением.
11. Запишите закон изменения скорости для материальной точки, движущейся с постоянным ускорением.
12. Дайте определение средней скорости. Напишите формулу для её вычисления.
13. Дайте определение тангенциального ускорения.
14. Дайте определение нормального ускорения.
15. Напишите формулу для вычисления величины полного ускорения.
16. Как движется материальная точка, если её ускорение всё время остаётся направленным вдоль скорости?
17. Как движется материальная точка, если её ускорение всё время направлено против скорости?
18. Как движется материальная точка, если её ускорение всё время остаётся направленным перпендикулярно скорости?

2.2 Лабораторная работа № 2 (2 часа).

Тема: «Движение под действием постоянной силы»

2.2.1 Цель работы:

1. Исследование движения тела под действием постоянной силы.

2.2.2 Задачи работы:

1. Выбор физической и компьютерной моделей для анализа движения тела.
2. Экспериментальное определение свойств сил трения покоя и движения.
3. Определение массы тела.

2.2.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

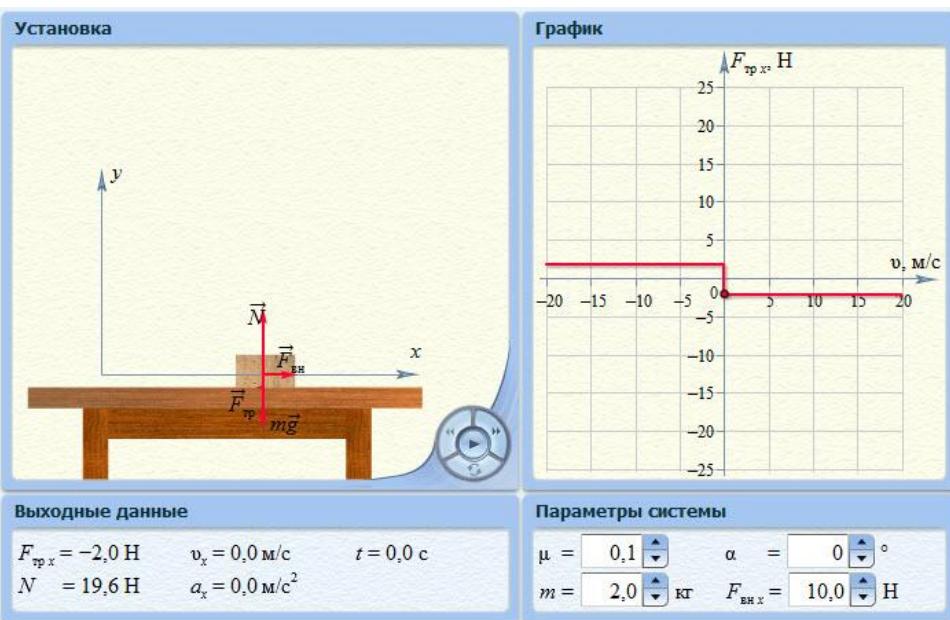
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.2.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите работу «Движение под действием постоянной силы», в которой используется компьютерная модель «Движение тела по наклонной плоскости».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения.
Необходимое запишите в свой конспект. Зарисуйте схему опыта.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели. Посмотрите названия, которые появляются на круглой разрезной кнопке управления, когда вы наводите маркер мыши на различные части кнопки.

Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.

5. Щёлкните мышью кнопку «Сброс» и установите с помощью кнопок регуляторов:
 1. угол наклона плоскости, равный нулю,
 2. значение внешней силы, равное нулю,
 3. массу груза и первое значение коэффициента трения, указанное в таблице 1 для вашей бригады.
6. Нажмите кнопку «Пуск» и проследите за поведением кубика и силы трения.
7. После завершения движения кубика нажмите кнопки «OK» и «Назад». Установите новое значение внешней силы и нажмите кнопку «Пуск».
8. Измерения
 1. Убедитесь в том, что угол наклона плоскости равен нулю.
 2. Установите величину внешней силы 1 Н.
 3. Нажмите «Пуск». Величину силы трения и ускорения определите по таблице внизу слева экрана и запишите в таблицу 2.
 4. Нажмите кнопку «Назад» и увеличьте внешнюю силу на 1 Н. Если полученное значение больше 10 Н, переходите к выполнению пункта 5.
 5. Повторите действия, начиная с пункта 2, записывая результаты в таблицу 2.
 6. Установите следующее значение коэффициента силы трения, указанное в табл. 1 и величину внешней силы 1 Н. Повторите действия, начиная с пункта 2.



Модель движения тела по наклонной плоскости

9. Постройте на одном графике зависимости силы трения и ускорения от внешней силы. По наклону графика $a = f(F_{\text{вн}})$ значение массы, используя формулу

$$m = \frac{\Delta F_{\text{вн}}}{\Delta a}$$

10. Вычислите среднее значение m и абсолютную ошибку среднего значения m . В выводе сравните экспериментальное значение массы с табличным.

Таблица 1. Значения коэффициентов трения (не перерисовывать).

Номер бригады	m , кг	μ_1	μ_2	μ_3	Номер бригады	m , кг	μ_1	μ_2	μ_3
1	2,0	0,1	0,2	0,3	5	2,1	0	0,1	0,3
2	2,1	0,1	0,2	0,3	6	2,2	0,2	0,1	0
3	2,2	0,1	0,2	0,3	7	2,3	0,1	0,2	0
4	2,3	0	0,1	0,2	8	2,4	0,2	0,1	0

Таблица 2. Результаты измерений $m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг

Номер измерения	$\mu_1 = \underline{\hspace{2cm}}$			$\mu_2 = \underline{\hspace{2cm}}$			$\mu_3 = \underline{\hspace{2cm}}$		
	$F_{\text{вн}}, \text{Н}$	$F_{\text{тр}}, \text{Н}$	$a, \text{м/с}^2$	$F, \text{Н}$	$F_{\text{тр}}, \text{Н}$	$a, \text{м/с}^2$	$F_{\text{вн}}, \text{Н}$	$F_{\text{тр}}, \text{Н}$	$a, \text{м/с}^2$
1	1								
2	2								
...									

Номер измерения	$\mu_1 = \underline{\hspace{2cm}}$			$\mu_2 = \underline{\hspace{2cm}}$			$\mu_3 = \underline{\hspace{2cm}}$		
	$F_{\text{вн}}, \text{Н}$	$F_{\text{тр}}, \text{Н}$	$a, \text{м/с}^2$	$F, \text{Н}$	$F_{\text{тр}}, \text{Н}$	$a, \text{м/с}^2$	$F_{\text{вн}}, \text{Н}$	$F_{\text{тр}}, \text{Н}$	$a, \text{м/с}^2$
1	1								
2	2								
...									

Вопросы и задания для самоконтроля

- Что изучает динамика?
- Что такое инертность?
- Что такое масса?
- Дайте определение импульса?
- Что такое сила?
- Сформулируйте принцип суперпозиции сил.
- Что такое взаимодействие тел?
- Сформулируйте третий закон Ньютона.
- Запишите формулу второго закона Ньютона при условии, что масса тела постоянна.
- Напишите формулу для вычисления скорости тела по заданной силе.
- При каких условиях возникает сила трения скольжения?
- Как направлена сила трения скольжения?
- Напишите соотношение, определяющее силу трения скольжения.
- Как направлена сила трения покоя?
- Чему равна величина силы трения покоя?
- Напишите формулу, определяющую максимальное значение силы трения покоя.
- Запишите формулу закона всемирного тяготения.
- Запишите выражение для силы тяжести.
- Выполните формулу для ускорения свободного падения на поверхности Земли g .

2.3 Лабораторная работа № 3 (2 часа).

Тема: «Закон сохранения механической энергии»

2.3.1 Цель работы:

1. Знакомство с применением физических моделей- консервативная и диссипативная механическая система.
2. Экспериментальная проверка закона сохранения механической энергии в консервативных и диссипативных системах.

2.3.2 Задачи работы:

1. Ознакомиться с компьютерной моделью «Движение тела по наклонной плоскости».
2. Экспериментально проверить выполнение закона сохранения механической энергии при движении тела по наклонной плоскости.

2.3.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

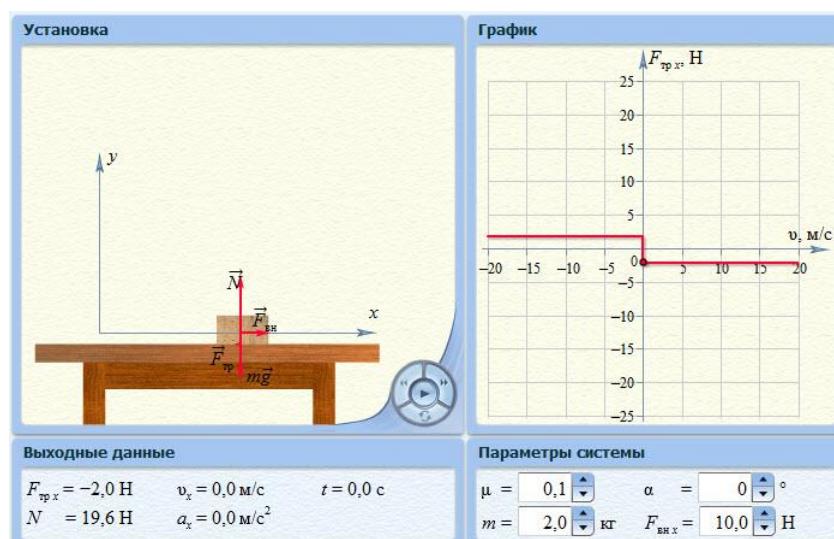
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.2.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите работу «Закон сохранения механической энергии», в которой используется компьютерная модель «Движение тела по наклонной плоскости».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели. Посмотрите названия, которые появляются на круглой разрезной кнопке управления, когда вы наводите маркер мыши на различные части кнопки.

Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.

5. Щёлкните мышью кнопку «Сброс» и установите с помощью кнопок регуляторов: значения массы тела m , угла наклона плоскости α , внешней силы $F_{\text{вн}}$, коэффициента трения μ и ускорения a , указанные в таблице 1 для вашей бригады.



№ бриг.	1	2	3	4	5	6	7	8
$m, \text{ кг}$	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	2,9	2,7
μ	0,10	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\alpha, {}^\circ$	20	25	30	35	40	30	35	40
$F_{\text{вн}}, \text{ Н}$	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
$a, \text{ м/с}^2$								

Таблица 1. Исходные параметры опыта

$m = \text{_____}, \mu = \text{_____}, \alpha = \text{_____}, F_{\text{вн}} = \text{_____}$								
t	v	S	W_k	W_p	$A_{\text{тр}}$	$A_{\text{вн}}$	$A_{\text{сум}}$	$\Delta W_{\text{полн}}$

Таблица 2. Исходные параметры опыта

6. Вычислите по формулам:

1. $v = a \cdot t$ - скорость тела в конце наклонной плоскости;

2. $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$ - длину наклонной плоскости;

3. $W_k = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m a^2 t^2}{2}$ - кинетическую энергию тела в конце наклонной плоскости;

4. $W_p = m g h = m g s \cdot \sin \alpha = m g \cdot \frac{a t^2}{2} \cdot \sin \alpha$ - потенциальную энергию тела в конце наклонной плоскости;

5. $A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot S \cdot \cos \theta = \mu N S \cdot \cos \theta = \mu m g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{a t^2}{2}$ - работу силы трения на участке спуска;

6. $|A_{\text{вн}}| = |F_{\text{вн}} S \cos \theta| = \left| F_{\text{вн}} \cdot \frac{a t^2}{2} \right|$ - работу внешней силы на участке спуска;

7. $A_{\text{сум}} = A_{\text{тр}} \pm A_{\text{вн}}$ - суммарную работу диссипативных сил;

8. $\Delta W_{\text{полн}}$ - изменение полной энергии тела.

Запишите результаты вычислений в соответствующие строки таблицы 2.

7. По формуле (7) проверьте выполнение закона сохранения механической энергии при движении тела по наклонной плоскости, рассчитайте погрешности и сделайте выводы по результатам проведённых опытов.

Вопросы и задания для самоконтроля

- Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
- Для каких систем выполняется закон сохранения механической энергии?
- В чём состоит различие между понятиями работа и энергия?
- Чем обусловлено изменение потенциальной энергии?
- Чем обусловлено изменение кинетической энергии?

6. Какие силы называются консервативными?
7. Какие силы называются диссипативными?
8. Тело медленно втаскивают в гору. Зависит ли от формы профиля горы: а) работа силы тяжести; б) работа силы трения?
9. Тело соскальзывает с вершины наклонной плоскости без начальной скорости. Зависит ли работа силы трения на всём пути движения тела до остановки на горизонтальном участке: а) от угла наклона плоскости; б) от коэффициента трения?
10. По наклонной плоскости с одной и той же высоты соскальзывают два тела: одно массой m , другое массой $2m$. Какое из тел пройдёт до остановки по горизонтальному участку больший путь и во сколько раз?

2.4 Лабораторная работа № 4 (2 часа).

Тема: «Свободные механические колебания»

2.4.1 Цель работы:

Исследование движения тела под действием квазиупругой силы.

2.4.2 Задачи работы:

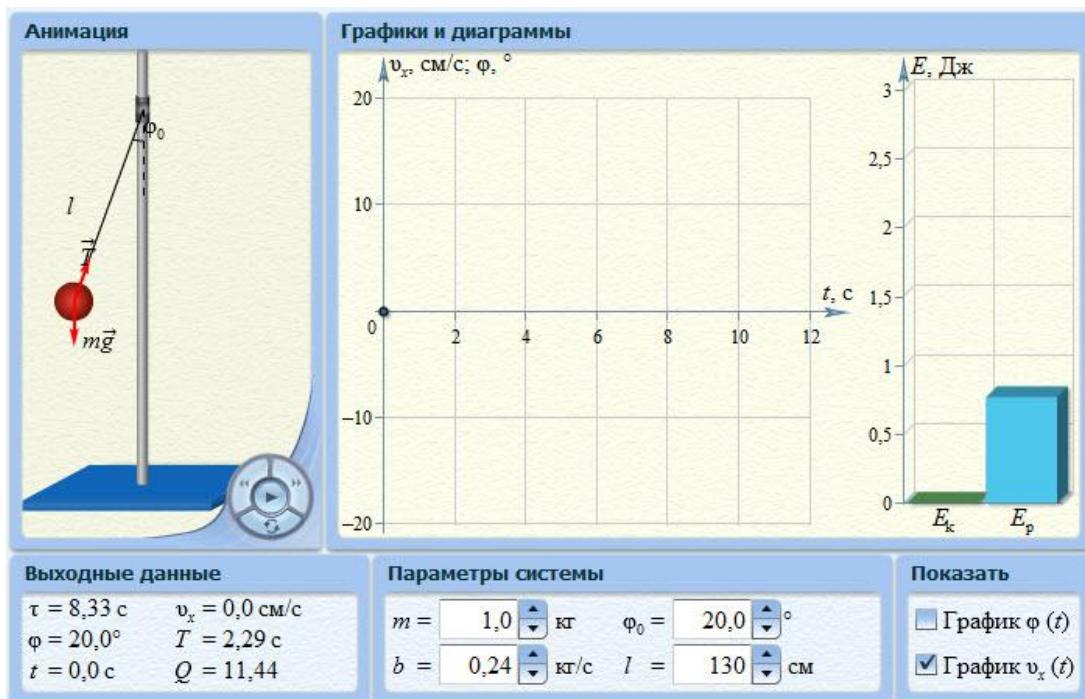
1. Выбор физических моделей для анализа движения тел.
2. Экспериментальное определение зависимости частоты колебаний от параметров системы.

2.4.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

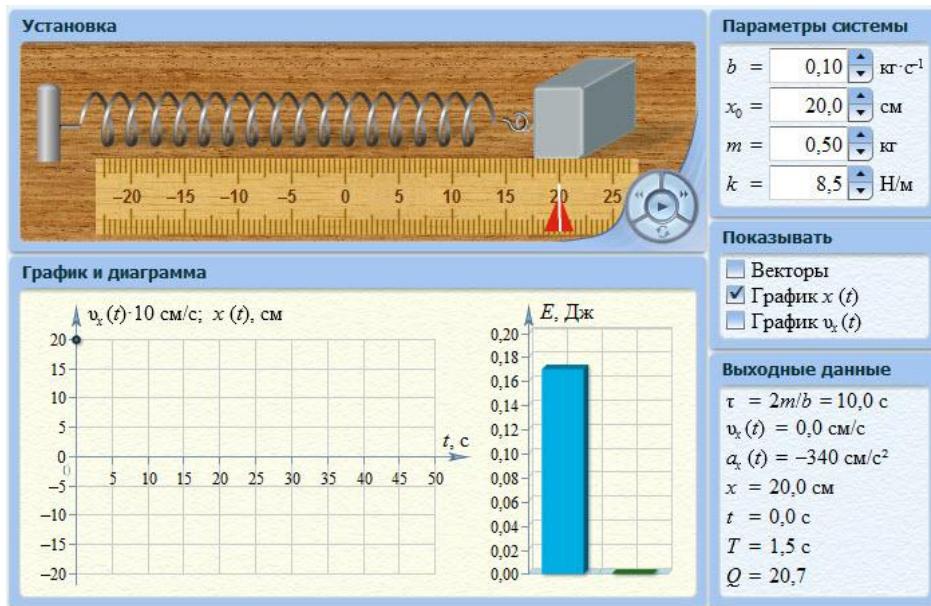
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.4.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Математический маятник с затуханием», потом модель «Пружинный маятник с затуханием».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели.
5. Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.



Математический маятник с затуханием



Пружинный маятник с затуханием

6. Выберите модель «Математический маятник». Установите с помощью кнопок регуляторов максимальную длину L и значения коэффициента затухания b и начального угла ϕ_0 , указанные в таблице 1 для вашей бригады.
7. Потренируйтесь в проведении измерений с помощью модели.

Эксперимент 1

8. Приступайте к измерениям длительности Δt для $N = 3-5$ полных колебаний, начиная с максимальной длины (130 см) нити маятника и уменьшая её каждый раз на 5 см (до

минимальной длины 90 см). перед изменением параметров нажимайте **Сброс** (нижнюю часть кнопки управления) . Длину нити L и результаты измерений длительности Δt записывайте в таблицу 2.

Эксперимент 2

9. Выберите модель «Пружинный маятник с затуханием». Установите массу груза, значение коэффициента затухания и начальное смещение, указанные в таблице 1 для вашей бригады. Проведите измерения, аналогичные эксперименту 1, начав с минимального коэффициента жёсткости $k = 5$ Н/м и увеличивая его каждый раз на 1 Н/м.

Таблица 1 (в конспект не переписывать)

Значения коэффициента затухания (вязкого трения), начального угла и массы

Номер бригады	b , кг/с	φ_0 , °	m , кг	Номер бригады	b , кг/с	φ_0 , °	m , кг
1	0.8	20	1.5	5	0.1	14	2.7
2	0.6	18	1.6	6	0.3	16	2.8
3	0.4	16	1.7	7	0.5	18	2.9
4	0.2	14	1.8	8	0.7	20	3.0

Таблица 2 (в конспект не переписывать)

Значения коэффициента затухания (вязкого трения), начального смещения и массы

Номер бригады	b , кг/с	x_0 , см	m , кг	Номер бригады	b , кг/с	x_0 , см	m , кг
1	0.8	20	0.5	5	0.7	17	0.6
2	0.6	19	0.7	6	0.5	18	0.8
3	0.4	18	0.9	7	0.3	19	0.5
4	0.2	17	1.0	8	0.1	20	1.0

Таблица 3 Результаты измерений

Номер измерения	$N =$			
	L , м	Δt , с	T , с	T^2 , с ²
1	1,3			
2	1,25			
...				
g , м/с ²				

Таблица 4 Результаты измерений и расчётов

Номер измерения	$N =$				
	$k, \text{Н/м}$	$\Delta t, \text{с}$	$T, \text{с}$	$\omega, 1/\text{с}$	$\omega^2, 1/\text{с}^2$
1	5				
2	6				
...					

Обработка результатов измерений и оформление отчёта

- Вычислите требуемые величины и заполните таблицы 2 и 3.
- Постройте графики зависимостей:
 - квадрата периода колебаний от длины нити математического маятника,
 - квадрата циклической частоты колебаний от жёсткости пружины пружинного маятника
- По наклону графика $T^2 = f(L)$ определите значение g , используя формулу

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta L}{\Delta(T^2)}$$

- Оцените абсолютную ошибку определения g .
 - По наклону графика $\omega^2 = f(k)$ определите значение m , используя формулу
- $$m = \frac{\Delta k}{\Delta(\omega^2)}$$
- Оцените абсолютную ошибку определения m .
 - Проанализируйте ответ и графики.

Вопросы и задания для самоконтроля

- Что такое колебание?
- Дайте определение периода и частоты колебаний.
- Дайте определение гармонических колебаний.
- Запишите закон движения частицы, совершающей гармонические колебания.
- Дайте определение амплитуды, фазы и начальной фазы гармонических колебаний.
- Напишите уравнения, связывающие частоту, период и циклическую частоту гармонических колебаний.
- Напишите уравнения зависимости от времени скорости и ускорения при гармонических колебаниях.
- Напишите дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки.
- Напишите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний материальной точки.
- Что определяет коэффициент затухания?
- Дайте определение математического маятника.

12. Запишите формулу периода и частоты свободных колебаний математического маятника.
13. Дайте определение пружинного маятника.
14. Запишите формулу циклической частоты и периода пружинного маятника.

2.5 Лабораторная работа № 5 (2 часа)

Тема: «Распределение Максвелла»

2.5.1 Цель работы:

Знакомство с поведением молекул идеального газа и компьютерной моделью, описывающей его.

2.5.2 Задачи работы:

1. Экспериментальное подтверждение распределения Максвелла молекул идеального газа по скоростям.
2. Экспериментальное определение массы молекул в данной модели.

2.5.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

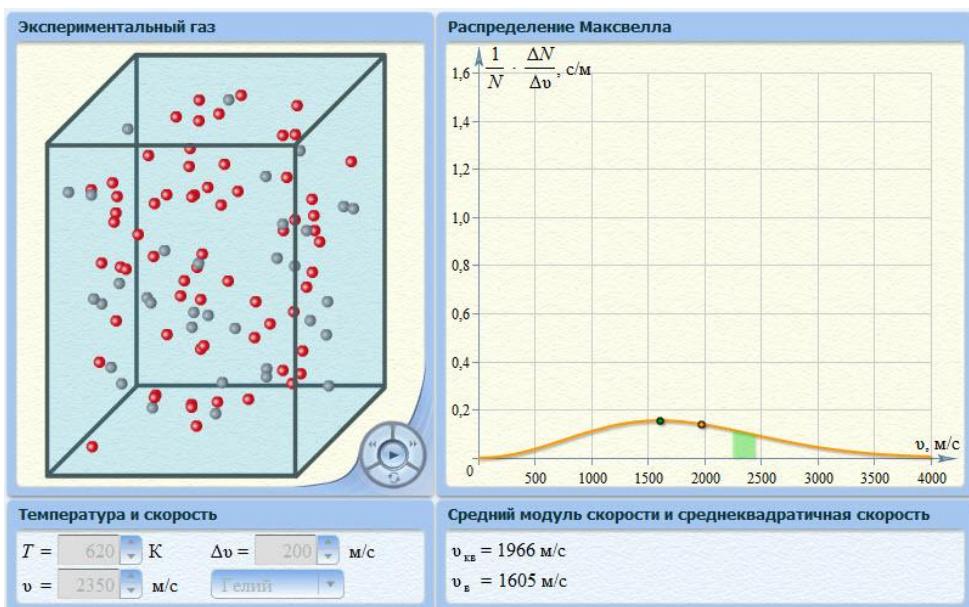
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.5.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Распределение Максвелла».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения.
Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели.

Внимательно рассмотрите изображение на экране монитора. Обратите внимание на систему частиц, движущихся в замкнутом объёме. Они абсолютно упруго сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда. Их количество около 100. Данная система является хорошей «механической» моделью идеального газа одноатомных молекул.

5. Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.



Измерения

- Выберите газ, нажав кнопку около названия газа.
- Нажимая кнопки около индикатора температуры, установите температуру T_1 , указанную в таблице 1 для вашей бригады.
- Запишите для неё значения наивероятнейшей и среднеквадратичной скоростей в первый столбец таблицы 2.
- Увеличивая температуру на 50° , записывайте значения наивероятнейшей и среднеквадратичной скоростей в таблицу 2.

Таблица 1 (не перерисовывать). Примерные значения температуры.

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
Газ	гелий	неон	аргон	криптон	гелий	неон	аргон	криптон
T_1	150	140	145	150	150	145	140	140
T_2	200	190	195	200	200	195	190	190
...								
T_{14}	800	790	795	800	800	795	790	790

Таблица 2. Результаты измерений и расчётов для газа _____

$T, \text{К}$			
$v_B, \text{км/с}$			
$v_{KB}, \text{км/с}$			
$(v_B)^2, (\text{км/с})^2$			
$(v_{KB})^2, (\text{км/с})^2$			

Обработка результатов измерений и оформление отчёта

- Для каждой температуры вычислите квадраты наивероятнейшей и среднеквадратичной скоростей атомов газа и внесите в таблицу 2.
- Постройте на одном чертеже графики зависимости квадрата наивероятнейшей $v_e^2 = f(T)$ и квадрата среднеквадратичной скоростей $v_{KB}^2 = f(T)$ от температуры.
- По каждому графику определите значение массы атома газа:

$$m = 2k \cdot \frac{\Delta T}{\Delta(v_e^2)} \quad \text{и} \quad m = 3k \cdot \frac{\Delta T}{\Delta(v_{KB}^2)}$$

- Запишите ответ и проанализируйте ответ и графики.

Табличные значения

Газ	Водород	Гелий	Неон	Аргон	Криптон
Масса атома, 10^{-27} кг	1,66	6,64	33,20	66,40	139,44

Вопросы и задания для самоконтроля

- Дайте определение вероятности получения некоторого результата измерения.
- Дайте определение элементарной вероятности при измерении величины скорости.
- Что такое функция распределения?
- Что такое макросистема?
- Каковы основные свойства макросистем?
- Как движутся частицы макросистем?
- Что такое давление?
- Что такое температура?
- Как связаны функции распределения и проекции скоростей частиц макросистемы?
- Опишите модель «идеальный» газ.
- Каковы особенности графика функции распределения величины скорости молекул идеального газа?
- Напишите формулу, определяющую среднее значение скорости молекул.

2.6 Лабораторная работа № 6 (2 часа)

Тема: «Теплоёмкость идеального газа»

2.6.1 Цель работы:

Знакомство с теплоёмкостью идеального газа в изохорическом и изобарическом процессах.

2.6.2 Задачи работы:

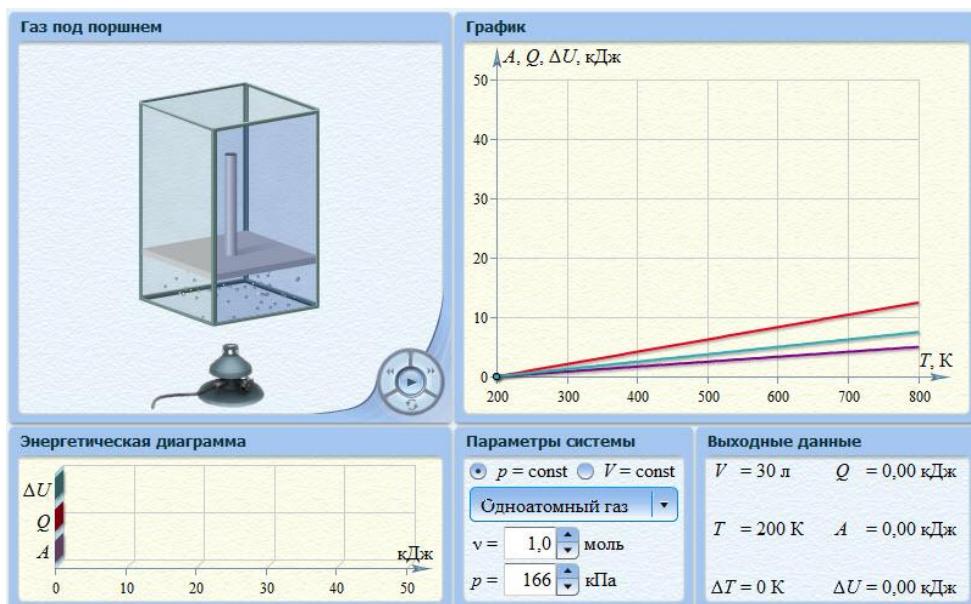
1. Экспериментальное подтверждение закономерностей изопроцессов.
2. Экспериментальное определение количества степеней свободы и структуры молекул газа в данной модели.

2.6.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.6.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Теплоёмкость идеального газа».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели. Найдите изображение элемента, в котором реализуется процесс, обратите внимание на устройство, которое его обеспечивает. Ознакомьтесь с графиками в правой части изображения. Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.
5. Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.



Модель идеального газа, участвующего в различных процессах

Таблица 1 (не перерисовывать). Начальные значения

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
$v, 10^{-3}$ кмоль	2,3	2,2	2,0	1,8	2,3	2,2	2,0	1,8
$V_0, 10^{-3}$ м ³	40	50	60	70	70	60	50	40
$p_0, 10^3$ Па	140	160	180	200	200	180	160	140

Таблица 2. Результаты измерений и расчётов. Газ одноатомный.

$T, \text{К}$	300	400	500	600	700	800
$Q_V, \text{кДж}$						
$Q_P, \text{кДж}$						

Таблица 3. Результаты измерений и расчётов. Газ двухатомный.

$T, \text{К}$						
$Q_V, \text{кДж}$						
$Q_P, \text{кДж}$						

Таблица 4. Результаты измерений и расчётов. Газ трёхатомный

$T, \text{К}$						
$Q_V, \text{кДж}$						
$Q_P, \text{кДж}$						

Измерения

1. Нажмите мышью кнопку «Сброс», выберите режим $V = \text{const}$, одноатомный газ и установите значения характеристик в соответствии с таблицей 1 для вашей бригады.
2. Запустите процесс, нажав кнопку «Назад», а затем «Пуск».
3. Останавливайте процесс, нажимая на кнопку «Пауза», когда отметка на теоретической зависимости будет находиться вблизи значений температуры, указанных в таблицах, записывая при остановке значение переданной теплоты Q_V в таблицу 2.
4. Нажмите кнопку «Сброс».
5. В окне «Параметры системы» нажмите кнопку « $p = \text{const}$ ».
6. Повторите действия, начиная с пункта 2, и заполните последнюю строку $Q_p = \text{const}$ в таблице 2.
7. В окне «Параметры системы» нажмите мышью кнопку «Одноатомный газ» и выберите «Двухатомный газ».
8. Повторите измерения согласно пунктам 1-7, записывая результаты в таблицу 3.
9. После заполнения таблицы 3 нажмите мышью кнопку «Сброс».
10. В окне «Параметры системы» нажмите мышью кнопку «Двухатомный газ» и выберите «Трёхатомный газ».
11. Повторите действия согласно пунктам 1-7 и записывая результаты в таблицу 4.

Обработка результатов измерений и оформление отчёта

1. Постройте на одном чертеже графики экспериментальных зависимостей теплоты, переданной одноатомному газу, от температуры для изохорического и изобарического процессов (табл. 2).
2. Постройте на одном чертеже графики экспериментальных зависимостей теплоты, переданной двухатомному газу, от температуры для изохорического и изобарического процессов (табл.3).
3. Постройте на одном чертеже графики экспериментальных зависимостей теплоты, переданной трёхатомному газу, от температуры для изохорического и изобарического процессов (табл.4).
4. По графикам определите экспериментальные значения соответствующих теплоёмкостей для каждого газа.
5. Определите число степеней свободы молекул газов, исследуемых в данной модели.
6. Опишите состав молекулы исследуемых газов и движение атомов в них.
7. Поберите газ, структура молекулы которого близка к наблюдаемой.
8. Запишите ответы и проанализируйте ответы и графики.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Опишите модель «идеальный газ»
2. Какова модель частицы в атомарном газе?
3. Какова модель частицы в молекулярном газе?
4. Как движется частица в молекулярном газе?
5. Что такое тепловое движение частицы газа?

6. Что такое тепловое движение газа?
7. Как сталкиваются частицы атомарного идеального газа?
8. Какие законы сохранения выполняются при сталкивании частиц атомарного идеального газа?
9. Что такое внутренняя энергия идеального газа?
10. Напишите формулу для внутренней энергии молекулярного идеального газа.
11. Что такое тепловая энергия?
12. Сформулируйте и запишите первый закон термодинамики.
13. Что такое работа газа и работа над газом?
14. Какому уравнению подчиняется состояние идеального газа? Напишите его.
15. Дайте определение теплоёмкости тела, удельной теплоёмкости и молярной теплоёмкости.
16. Напишите формулу теплоёмкости при постоянном объёме.
17. Напишите формулу для теплоёмкости идеального газа при постоянном давлении.
18. Что такое число степеней свободы?
19. Напишите общую формулу для числа степеней свободы.
20. Чему равно число степеней свободы для: одноатомной молекулы, двухатомной молекулы с жёсткой связью?
21. Вычислите число степеней свободы для двухатомной молекулы с упругой связью.
22. Напишите формулу связи отношения теплоёмкостей с числом степеней свободы молекул идеального газа.
23. Дайте определение изопроцесса. Перечислите известные изопроцессы.
24. Напишите уравнение и нарисуйте p-v диаграмму изотермического процесса.
25. Напишите уравнение и нарисуйте p-v диаграмму изобарического процесса.
26. Напишите уравнение и нарисуйте p-v диаграмму изохорического процесса.

2.7 Лабораторная работа № 7(2 часа)

Тема: «Цикл Карно»

2.7.1 Цель работы:

1. Знакомство с компьютерной моделью, иллюстрирующей цикл Карно в идеальном газе.
2. Экспериментальная проверка теоремы Карно.

2.7.2 Задачи работы:

1. Знакомство с компьютерной моделью, иллюстрирующей цикл Карно в идеальном газе.
2. Экспериментальное определение работы, совершенной газом за цикл.
3. Экспериментальная проверка теоремы Карно.

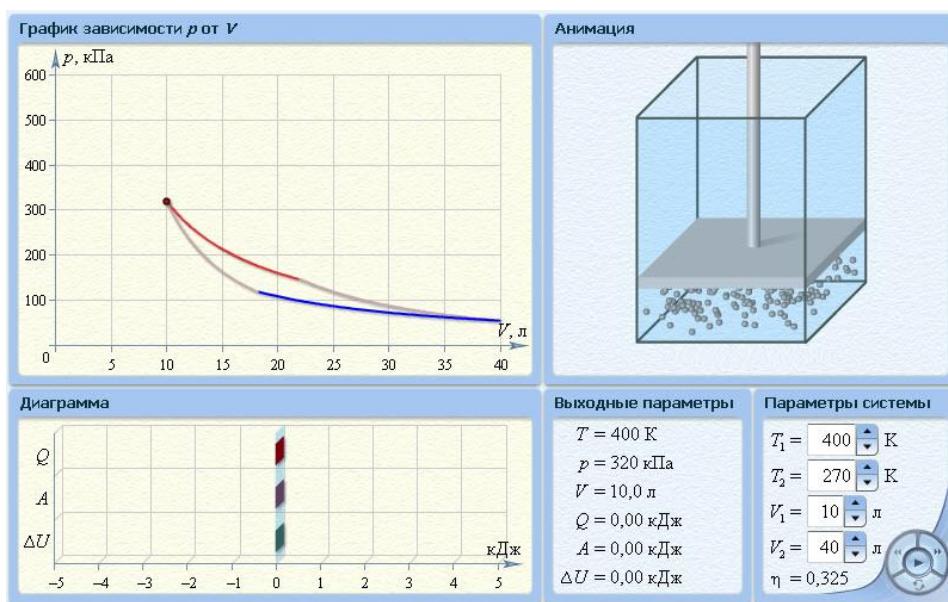
2.7.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.7.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».

2. Выберите модель «Цикл Карно».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели.
5. Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.



Цикл Карно

Измерения

1. Установите нажатием кнопки мыши в окне «Параметры системы» температуры T_1 и T_2 , указанные в таблице 1 для вашей бригады, а объёмы сосуда $V_1 = 10$ л и $V_2 = 40$ л.
2. Нажмите мышью центральную кнопку «Старт» и наблюдайте перемещение точки по замкнутой кривой цикла Карно. Остановите процесс повторным нажатием этой кнопки вблизи точки 1, обозначенной нарис. 2, то есть в месте перехода изотермического расширения в адиабатическое.
3. Запишите в таблицу 2 значение V_2 , которое в момент остановки процесса в точке 1 будет обозначено в окне «Выходные данные».
4. Аналогичные измерения проведите для точек 2, 3, 4 и запишите значения объёмов газа в соответствующие столбцы таблицы 2.
5. Установите вторые значения температуры нагревателя и холодильника, указанные в таблице 1, и проделайте согласно пунктам 2 – 4 ещё раз. Результаты опытов занесите в таблицу 3.
6. Каждый опыт повторите не менее трёх раз.

Таблица 1. Значения температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2 .

Номер бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
T_1	400 490	401 491	402 492	403 493	404 494	405 495	406 496	407 497
T_2	270 340	271 341	272 342	273 343	274 344	275 345	276 346	277 347

Таблица 2. Значения температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2 . (верхние цифры в строках T_1 и T_2 в табл. 1). Результаты измерений (количество измерений и строк = 3).

$T_1 = \underline{\quad}, T_2 = \underline{\quad}$									
Номер измерения	V_1 , дм ³	V_2 , дм ³	V_3 , дм ³	V_4 , дм ³	Q_1 , кДж	Q_2 , кДж	A , кДж	ΔA , кДж	η , %
1									
2									
3									

Таблица 3. Значения температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2 . (нижние цифры в строках T_1 и T_2 в табл. 1). Результаты измерений (количество измерений и строк = 3).

$T_1 = \underline{\quad}, T_2 = \underline{\quad}$									
Номер измерения	V_1 , дм ³	V_2 , дм ³	V_3 , дм ³	V_4 , дм ³	Q_1 , кДж	Q_2 , кДж	A , кДж	ΔA , кДж	η , %
1									
2									
3									

Обработка результатов измерений и оформление отчёта

- Для любой произвольной точки цикла запишите значения давления, объёма и температуры, указанные в прямоугольнике окна опыта.
- С помощью уравнения состояния идеального газа определите число молей газа, находящихся в цилиндре под поршнем.

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

- Используя уравнения 1, 3, 5, рассчитайте Q_1 , Q_2 , A и запишите эти значения в таблицу 2.
- Рассчитайте к.п.д. цикла Карно и сравните его со значением, приведенным в окне опыта.

5. Вычислите среднее значение работы цикла Карно и абсолютную погрешность измерения А.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Из каких основных элементов состоит тепловой двигатель?
2. Зачем в тепловом двигателе нужен холодильник?
3. Что является холодильником в двигателе внутреннего сгорания?
4. Чем отличаются обратимые и необратимые процессы? Почему все реальные процессы необратимые?
5. Сформулируйте понятие энтропии (определение, размерность и математические выражения изменения энтропии для различных изопроцессов идеальных газов).
6. В каком направлении может изменяться энтропия замкнутой системы? Незамкнутой системы?
7. В чём заключается теорема Карно?
8. Выведите формулу к.п.д. цикла Карно.
9. Изобразите в системе координат $T - S$ изотермический и адиабатический процессы и цикл Карно в целом.
10. Докажите, что к.п.д. теплового двигателя, работающего по произвольному обратимому циклу, всегда меньше, чем к.п.д. цикла Карно, работающего между максимальной и минимальной температурой этого цикла.

2.8 Лабораторная работа № 8(2 часа)

Тема: «Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса»

2.8.1 Цель работы:

Знакомство с поведением вещества, находящегося в газообразном состоянии и переходящего в жидкое состояние.

2.8.2 Задачи работы:

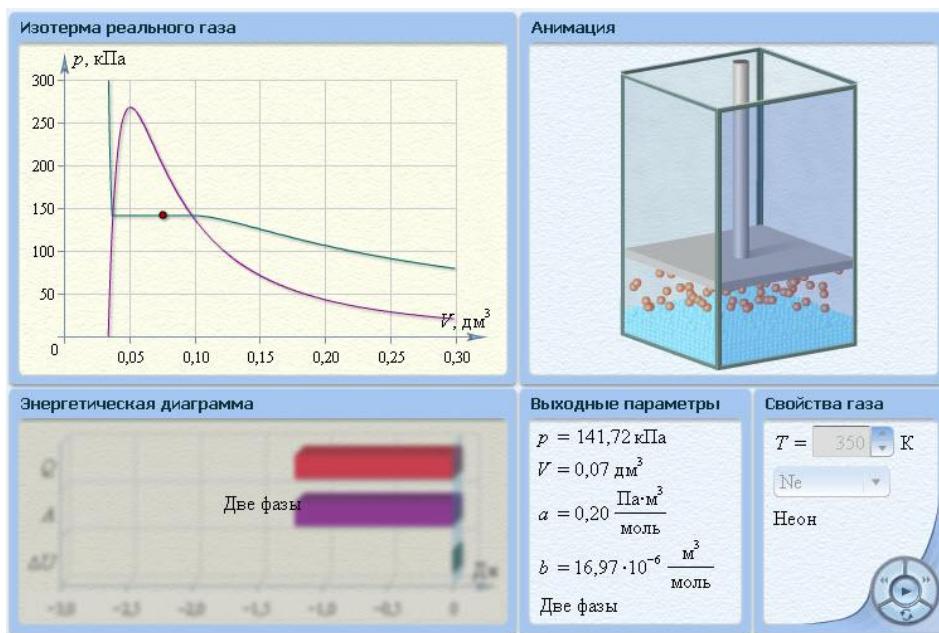
1. Знакомство с компьютерной моделью вещества, находящегося в газообразном состоянии и переходящего в жидкое состояние.
2. Экспериментальное подтверждение закономерностей поведения реального газа.

2.8.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.8.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса»
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели. Поработайте с моделью, изменяя температуру.



Модель процессов в газе Ван-дер-Ваальса

5. Перейдите в раздел «Методика и порядок измерений» и ознакомьтесь с работой модели и порядком проведения измерений.

Измерения

Эксперимент 1. Определение критических параметров

- Подведите маркер мыши кнопке на регуляторе температуры и нажмите левую кнопку. Удерживайте кнопку в нажатом состоянии пока не появится критическая изотерма (с точкой перегиба, в которой касательная горизонтальна).
- Запишите в свой конспект значения критических параметров T_{kp} , V_{kp} , P_{kp} .

Эксперимент 2. Исследование изотерм газа Ван-дер-Ваальса.

- Установите начальное значение температуры. Нажмите мышью кнопку «Пуск» и наблюдайте перемещение поршня на левой картинке модели и перемещение точки по красной кривой теоретической адиабаты. Процесс останавливается нажатием кнопки «Пауза», а последующий запуск нажатием кнопки «Пуск».
- После остановки процесса, запустите его снова и остановите, когда крестик на теоретической изотерме (синяя кривая) будет находиться вблизи указанных в таблице 2 значений объема, записывая при остановке значения в табл.2.
- Установите новое значение температуры T из таблицы 1, повторите измерения, записывая результаты в табл. 3, 4, 5.

Таблица 1 (не перерисовывать). Примерные значения температуры.

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
газ	H ₂ S	NO ₂	Ne	Cl ₂	NO ₂	SO ₂	NH ₃	Ne
<i>T</i> ₁	450	460	470	480	455	465	475	485
<i>T</i> ₂	500	510	520	530	505	515	525	535
<i>T</i> ₃	550	560	570	580	555	565	575	585
<i>T</i> ₄	600	610	620	630	605	615	625	635

Таблицы 2, 3, 4, 5. Результаты измерений при значении температуры $T = \underline{\hspace{2cm}}$ К

<i>V</i> , дм ³	0,3	0,25	0,2	0,15	0,125	0,1
<i>p</i> , кПа						
1/ <i>V</i> , дм ⁻³						

Обработка результатов и оформление отчёта

1. По измеренным значениям критических параметров вычислите константу

$$A = \frac{P_{kp} \cdot V_{kp}}{R T_{kp}}$$

2. Постройте на одном рисунке графики экспериментальных зависимостей давления P от обратного объёма $1/V$ для начальных точек всех изотермических процессов (указав на них температуры).
3. Для каждой изотермы определите среднее значение количества вещества, используя выражение

$$\nu = \frac{1}{RT} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta(\frac{1}{V})}$$

4. Вычислите среднее значение ν и величину константы A' по формуле $A' = 0,375\nu$. Запишите ответ для A' и проанализируйте ответы и графики. В выводах по ответу сравните A' , полученное по изотермам, с A , полученным через критические параметры.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое физический газ?
2. Перечислите все известные агрегатные состояния вещества.
3. Что такое идеальный газ?
4. При каких условиях физический газ можно считать иедальным газом?

5. Что такое уравнение состояния?
6. Как выглядит уравнение состояния идеального газа?
7. Что такое газ Ван-дер-Ваальса?
8. Напишите уравнение состояния газа Ван-дер-Ваальса.
9. Что такие константы Ван-дер Ваальса?
10. Что определяет первая константа Ван-дер-Ваальса?
11. Что определяет вторая константа Ван-дер-Ваальса?
12. Что такое изотерма?
13. Что такое критическая изотерма?
14. Опишите особенности поведения газа при температуре выше критической.
15. Опишите особенности поведения газа при температуре выше критической.
16. На каких участках изотермы Ван-дер-Ваальса примерно совпадают с изотермами реального газа?
17. На каком участке изотерма Ван-дер-Ваальса описывает газообразное состояние вещества?
18. На каком участке изотерма Ван-дер-Ваальса описывает жидкое состояние вещества?
19. На каком участке изотерма Ван-дер-Ваальса описывает состояние перегретой жидкости?
20. На каком участке изотерма Ван-дер-Ваальса описывает состояние переохлаждённого пара?

2.9 Лабораторная работа № 9 (2 часа)

Тема: «Электрическое поле точечных зарядов»

2.9.1 Цель работы:

Знакомство с электрическим полем, создаваемым точечными источниками и его моделированием .

2.9.2 Задачи работы:

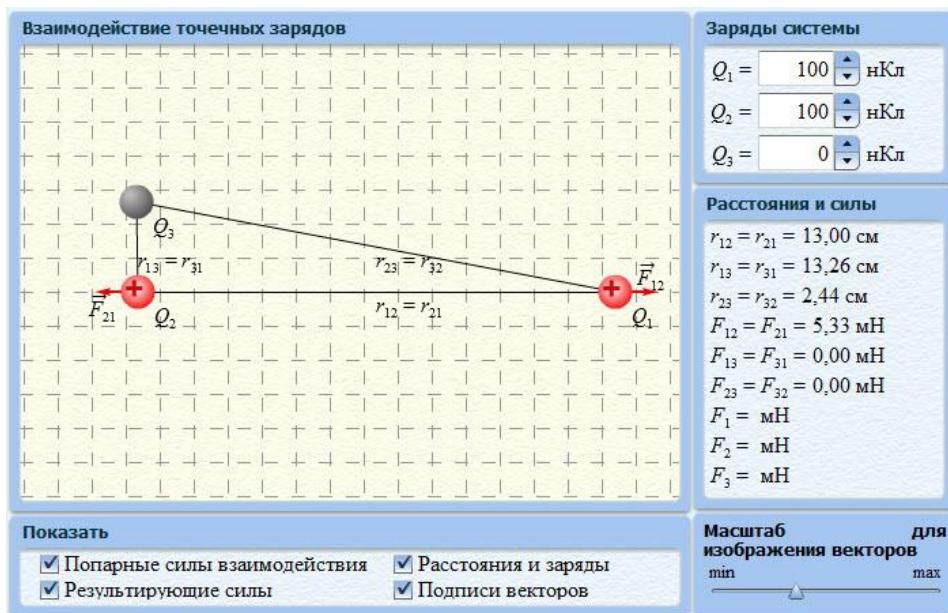
1. Экспериментальное подтверждение закономерностей для электрического поля точечного заряда и электрического диполя.
2. Экспериментальное определение величины электрической постоянной.

2.9.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.9.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Электрическое поле точечных зарядов».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения.
Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели.



Модель взаимодействия двух точечных зарядов

Приготовьте таблицы 2, 3, используя образцы.

Таблица 1 (не перерисовывать). Значения величины заряда Q_1

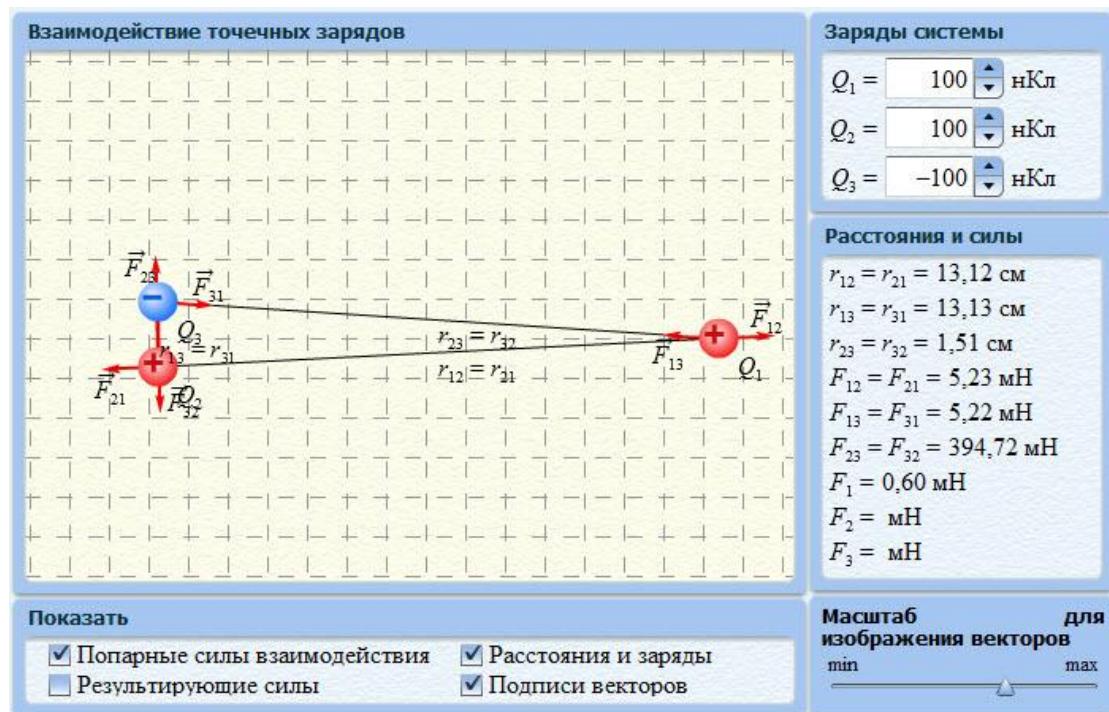
Бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
Q_1 (нКл)	70	90	70	80	-70	-80	80	100
Q_1^* (нКл)	100	80	90	100	-90	-100	-100	-70

Таблица 2. Результаты измерений и расчётов для точечного заряда $Q =$ _____ нКл, $Q_1^* =$ _____ нКл

r (м)	0,15	0,13	...	0,03
$lg r$				
$F_{21}, 10^{-3}$ Н				
$F_{21}^*, 10^{-3}$ Н				
$E_1, 10^4$ В/м				
$E_1^*, 10^4$ В/м				
$lg E_1$				
$lg E_1^*$				

Таблица 3. Результаты измерений и расчётов для диполя $p_1 = \underline{\underline{}} \text{, } p_1^* = \underline{\underline{}} (\times 10^{-11}) \text{ Кл} \cdot \text{м}$

r (M)	0,15	0,13	...	0,03
$\lg r$				
$F_{21}, 10^{-3}$ H				
$F_{21}^*, 10^{-3}$ H				
$E, 10^4$ B/M				
$E^*, 10^4$ B/M				
$\lg E$				
$\lg E^*$				



Расположение зарядов при исследовании поля диполя

Измерения

Эксперимент 1. Исследование поля точечного заряда

1. Зацепив мышью, перемещайте заряд Q_1 и зафиксируйте его вблизи левой границы экспериментального поля.
 2. Установите величину заряда Q_1 , указанную в таблице 2 для вашей бригады.
 3. Заряд Q_3 поместите под первым, а его величину установите равной 0. Заряд Q_2 установите равным 100 нКл.
 4. Перемещайте заряд Q_2 вправо, устанавливая расстояния r_{12} , указанные в таблице 2.

5. Измеренные в данных точках значения F_{21} и вычисленные значения напряжённости $E_1 = \frac{F_{21}}{Q_2}$ занесите в соответствующую строку таблицы 2.
6. Повторите измерения для другого значения заряда Q_1^* из таблицы 1, записывая в таблицу 2 значения F_{21}^* , E_1^* .

Эксперимент 2. Исследование поля диполя

1. Щёлкните мышью, установите и зафиксируйте значение заряда Q_3 , равное (и противоположное по знаку) заряду Q_1^* (указано в таблице 1).
2. Переместите заряд Q_3 так, чтобы электрический момент $\vec{p} = \vec{Q}_1 \cdot \vec{r}_{31}$ диполя был вертикальным, а плечо диполя $L = r_{31}$ было равно 1 см.
3. Перемещайте мышью заряд Q_2 по линии, перпендикулярной оси диполя (горизонтально, при этом $r_{12} = r_{23} = r$).
4. На расстояниях r от оси диполя, указанных в таблице 3, измерьте F_{21} , вычислите $E = \frac{F_{21}}{q_2} \cdot \frac{L}{r_{12}}$ и занесите в таблицу 3.
5. Повторите измерения для другого значения заряда Q_1^* (и Q_3^*) из таблицы 1, записывая в табл.3 значения F_2^* и E^* .

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите и запишите в таблицы 2 и 3 значения всех характеристик.
2. Постройте на одном листе графики (для каждого Q_1) зависимости логарифма напряжённости электрического поля точечного заряда (2 графика) и диполя (два графика) от логарифма расстояния.
3. По точке пересечения b_1 каждого графика с вертикальной осью определите электрическую постоянную для поля точечного заряда формулу

$$\varepsilon_o = \frac{|Q_1|}{4\pi} \cdot 10^{-b_1}$$

и для поля диполя формулу $\varepsilon_o = \frac{L \cdot |Q_1|}{4\pi} \cdot 10^{-b_2}$

Запишите ответы и проанализируйте ответы и график.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое электрическое поле?
2. Назовите источники электрического поля?
3. Перечислите основные свойства заряда.
4. Поясните свойство инвариантности заряда.
5. Поясните свойство дискретности заряда.
6. Сформулируйте закон сохранения заряда.
7. Какие силы действуют между электрическими зарядами?
8. Дайте определение линии напряжённости. Зачем их рисуют?
9. Запишите формулу закона Кулона.
10. Что такое напряжённость электрического поля?
11. Запишите формулу напряжённости поля точечного заряда.

12. Дайте определение потока электрического поля.
13. Сформулируйте и запишите теорему Гаусса для электрического поля.
14. Что такое электрический диполь?
15. Дайте определение дипольного (электрического) момента.
16. Что такое потенциал электрического поля и для чего он используется?
17. Напишите формулу потенциала поля точечного заряда.
18. Что такое градиент?
19. Как направлен вектор градиента потенциала?
20. Чему равен модуль вектора градиента потенциала?

2.10 Лабораторная работа № 10 (2 часа)

Тема: «Движение заряженной частицы в электрическом поле»

2.10.1 Цель работы:

Знакомство с процессом движения заряда в электрическом поле и его моделированием .

2.10.2 Задачи работы:

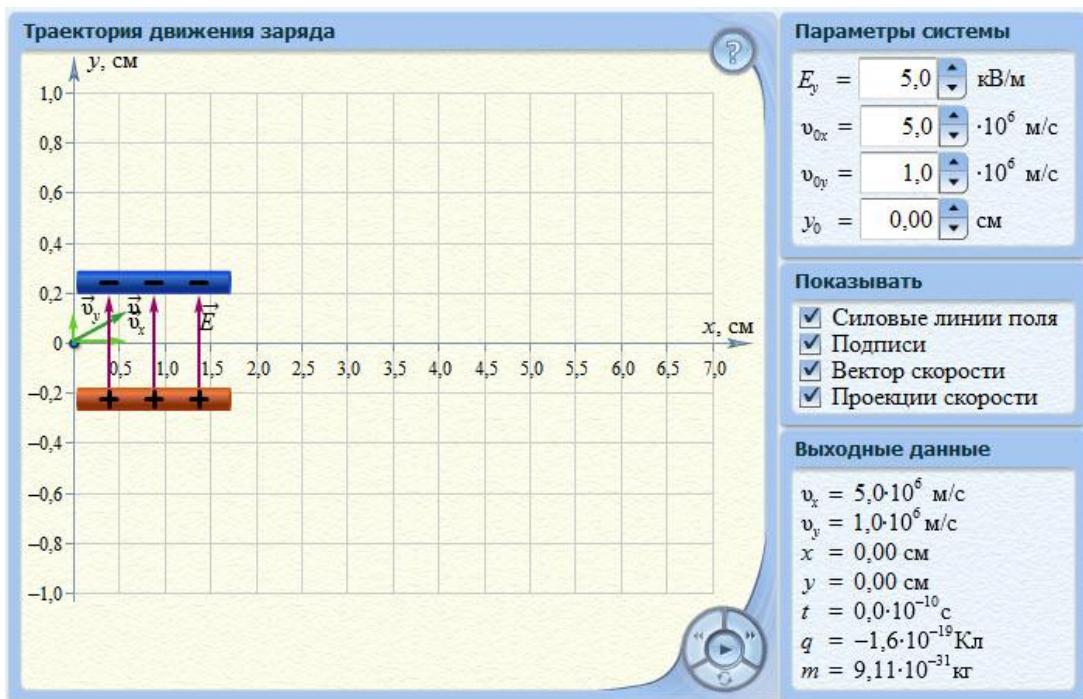
1. Экспериментальное исследование закономерностей движения точечного заряда в однородном электрическом поле.
2. Экспериментальное определение величины удельного заряда частицы.

2.10.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.10.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Движение заряда в электрическом поле».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения.
Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели. Зарисуйте модель эксперимента траекторию движения частицы.
Нажав кнопку «Пуск», наблюдайте движение частицы.



Модель движения заряда в однородном электрическом поле

Измерения

- Нажмите кнопку «сброс». Щёлкнув кнопкой мыши по регулятору напряжённости E , установите числовое значение напряжённости в соответствии с таблицей 1 для вашей бригады.
- Зацепив мышью пластину конденсатора, меняйте его длину и расстояние между пластинами. Установите значение длины конденсатора L в соответствии с таблицей 1. Расстояние между пластинами d должно быть максимальным.
- Аналогичным способом установите $v_{0x} = 3,0 \cdot 10^6$ м/с, $v_{0y} = 0$, $y_0 = 0,8$ см.
- Нажав «Пуск», наблюдайте движение частицы.
- После окончания движения проведите измерения параметров частицы. Запишите числовые значения с экрана.
- Повторите измерения согласно пункту 3 ещё 4 раза, нажимая кнопку «Назад» и каждый раз увеличивая v_{0x} на $0,2 \cdot 10^6$ м/с. Результаты записывайте в таблицу 2.

Таблица 1. Начальные значения (не переписывайте).

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
E , кВ/м	1,6	1,4	1,2	1,0	-1,0	-1,2	-1,3	-1,4
L , см	4,5	4,5	5,0	5,0	5,0	5,0	4,5	4,5
y_0 , см	0,8	0,8	0,8	0,8	-0,8	-0,8	-0,8	-0,8

Таблица 2. Результаты измерений ($E = \text{_____ кВ/м}$, $L = \text{_____ см}$, $y_0 = \text{_____ см}$)

Номер измерения	$v_{0x}, 10^6 \text{ м/с}$	$t_{\text{дв,нс}}$	$x, \text{ см}$	$y, \text{ см}$	$v_y, 10^6 \text{ м/с}$
1					
2					
...					

Обработка результатов измерений и оформление отчёта

- Постройте на отдельных листах графики экспериментальных зависимостей:
 - горизонтального смещения (x) от времени движения $t_{\text{дв}}$;
 - вертикальной составляющей скорости v_y времени движения $t_{\text{дв}}$.
- Для второго графика определите угловой коэффициент и определите значение удельного заряда частицы по формуле

$$\frac{q}{m} = \frac{1}{E} \cdot \frac{\Delta v_y}{\Delta(t_{\text{дв}})}$$

- Запишите ответы.
- Сформулируйте выводы по ответу и графикам.

Табличное значение удельного заряда электрона $\frac{q}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$

Вопросы и задания для самоконтроля

- Дайте определение электрического заряда.
- Что такое точечный заряд?
- Перечислите свойства заряда.
- Сформулируйте свойство дискретности заряда.
- Напишите закон Кулона для силы взаимодействия двух неподвижных зарядов.
- Дайте определение электростатического (электрического) поля.
- Дайте определение напряжённости электрического поля.
- Напишите формулу, определяющую напряжённость электрического поля.
- Напишите формулу напряжённости электрического поля точечного заряда.
- Сформулируйте принцип суперпозиции для электрического поля.
- Дайте определение потенциала.
- Напишите формулу для потенциала электрического поля точечного заряда.
- Какое поле называют однородным?
- Что такое конденсатор?
- Напишите формулу ёмкости плоского конденсатора.
- Какому закону подчиняется движение точечного заряда внутри плоского конденсатора?
- Какую форму имеет траектория движения электрона между пластинами плоского конденсатора?
- Как будет двигаться заряд, если его начальная скорость вертикальна, а пластины конденсатора расположены горизонтально?

2.11 Лабораторная работа № 11 (2 часа)

Тема: «Закон Ома для неоднородного участка цепи»

2.11.1 Цель работы:

Экспериментальное изучение закона Ома для неоднородного участка цепи .

2.11.2 Задачи работы:

1. Знакомство с компьютерным моделированием цепей постоянного тока.
2. Экспериментальное подтверждение закона Ома для неоднородного участка цепи.

2.11.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.11.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Конструктор цепей постоянного тока».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения.
Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Перейдите в раздел «Модель» и внимательно ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами модели.

Методика и порядок измерения

В лабораторной работе изучается модель электрической цепи, содержащей на одном из своих участков источник э.д.с. На этом участке, в зависимости от соотношений между параметрами цепи, разность потенциалов между его крайними точками может менять знак, переходя через 0.

Внимательно рассмотрите окно опыта. Зарисуйте в свой конспект схему опыта. Соберите на экране монитора замкнутую цепь, показанную на рис. 1.

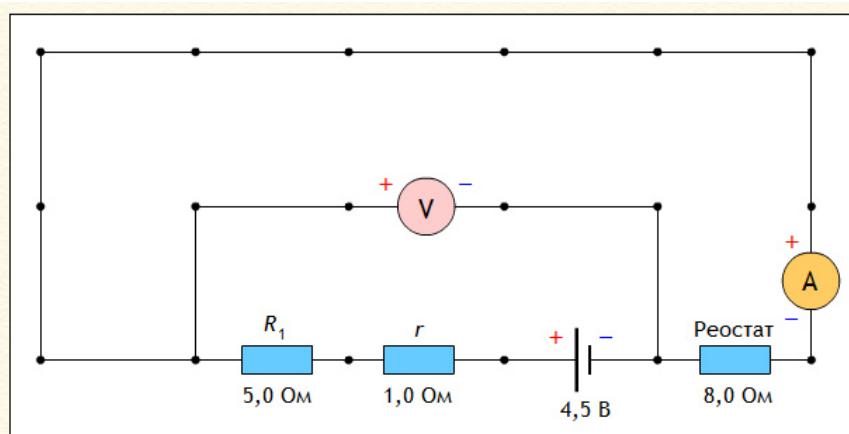


Рис. 1

Разместите справа от источника тока резистор, играющий роль переменного сопротивления, амперметр, слева от нагрузки расположите резистор нагрузки R_1 , резистор r - внутреннее сопротивление источника и вольтметр, измеряющий напряжение на нагрузке. Все элементы соедините с помощью соединительных проводов так, как показано на рисунке 2.

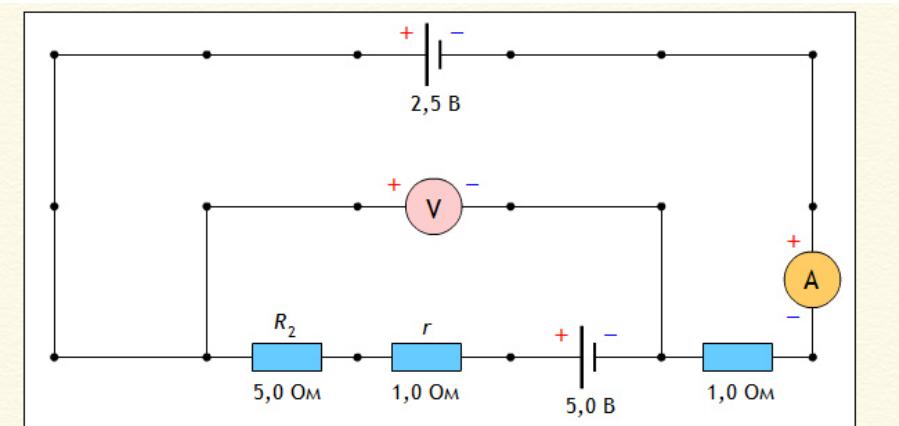


Рис. 2

Установите значения параметров для источника тока и внутреннего сопротивления, указанные в таблице 1 для вашей бригады. Затем щёлкните на цифре, расположенной под элементом схемы, и на появившемся регуляторе установите необходимое числовое значение конкретного элемента схемы, которые указаны в таблице 1.

Установите сопротивление реостата $R = 1$ Ом. Измерьте значения тока и разности потенциалов (щёлкнув мышью по кнопке «Рассчитать») и запишите их в таблицу 2.

Увеличивая сопротивление реостата R каждый раз на 1 Ом, повторите измерения силы тока и разности потенциалов согласно пункту 8 и заполните таблицу 2.

Включите в схему второй источник питания, как показано на рис.2, и установите значения R_2 и \mathcal{E}_2 , соответствующие номеру вашей бригады.

Проведите для второй схемы все измерения согласно пунктам 8, 9.

Таблица 1. Значения э.д.с. (\mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2), внутреннего сопротивления источника r , R_1 и R_2

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
\mathcal{E}_1 , В	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
\mathcal{E}_2 , В	-2,5	-3,5	-4,0	-3,5	-3,0	-4,5	-5,0	-5,5
r , Ом	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
R_1 , Ом	8,0	7,5	7,0	6,5	8,5	9,0	9,5	10,0
R_2 , Ом	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5

Таблица 2. Результаты измерений

Номер измерения	$\mathcal{E}_1 = \underline{\hspace{2cm}}, R_1 = \underline{\hspace{2cm}}, r = \underline{\hspace{2cm}}$			$\mathcal{E}_1 = \underline{\hspace{2cm}}, \mathcal{E}_2 = \underline{\hspace{2cm}}, r = \underline{\hspace{2cm}}$		
	R , Ом	U , В	I , А	R , Ом	U , В	I , А
1						
2						
...						
10						

Обработка результатов измерений и оформление отчёта

1. На одном графике постройте зависимость показаний вольтметра (ось ординат) от силы тока для первой и второй схем (ось абсцисс).
2. Экстраполируя оба графика до пересечения с осью ординат, определите экспериментально определённое значение э.д.с. источника тока, включённого в неоднородный участок цепи, и сравните его с установочным значением.
3. По тангенсу наклона прямой к оси токов определите полное сопротивление участка для двух схем и сравните его значение с установочным.
4. Для первой схемы определите внутреннее сопротивление источника тока, а для второй – сопротивление R_2 . Сравните полученные значения с установочными.
5. Рассчитайте погрешности измерений и запишите окончательный результат.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Выведите закон Ома в дифференциальной форме.
2. Что называется удельным сопротивлением? От чего оно зависит?
3. Сформулируйте правила Кирхгофа для разветвлённых цепей.
4. Выведите формулы сопротивлений батарей последовательно и параллельно соединённых резисторов.
5. Сформулируйте закон Ома для полной цепи.
6. Объясните принцип действия экспериментальной установки. В чём разница первого и второго варианта схем?

2.12 Лабораторная работа № 12 (2 часа)

Тема: «Цепи постоянного тока»

2.12.1 Цель работы: Изучение законов Ома и Кирхгофа

2.12.2 Задачи работы:

1. Знакомство с цепями постоянного тока и их компьютерными моделями.
2. Экспериментальное подтверждение законов Ома и Кирхгофа.

2.12.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

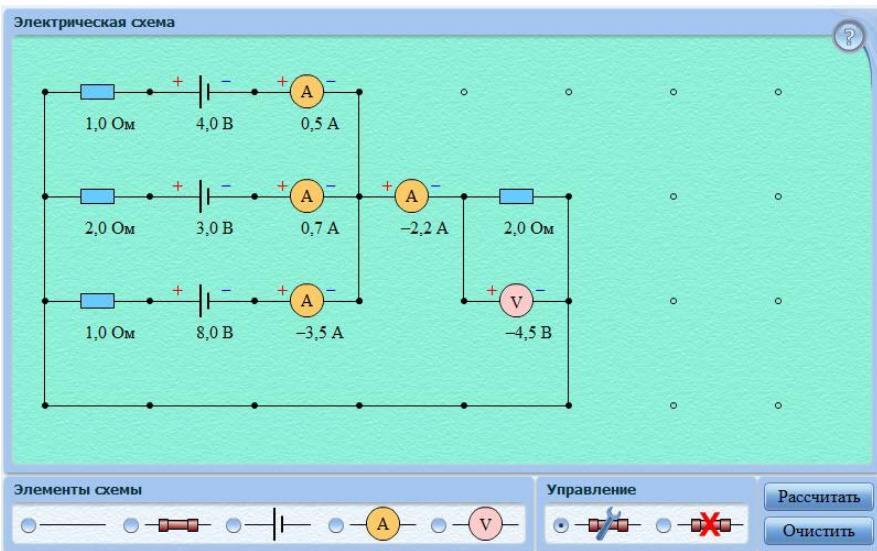
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.12.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Конструктор цепей постоянного тока».
3. Прочитайте и законспектируйте краткие теоретические сведения.

Методика и порядок измерения

1. В данной лабораторной работе исследуется модель простейшей разветвлённой электрической цепи, состоящей из трёх источников э.д.с., включенных параллельно к одному резистору (нагрузке).



Эквивалентная схема электрической цепи постоянного тока

2. Внимательно рассмотрите рис.1, найдите все основные элементы и зарисуйте их в конспект.
3. Нарисуйте в конспекте эквивалентную схему. С учётом задания для вашей бригады из таблицы 2, укажите величины и знаки э.д.с., величины резисторов, направления токов на каждом участке и направления обходов каждого замкнутого контура. Составьте систему уравнений для нахождения токов в каждом участке.

Измерения

1. Соберите заданную эквивалентную цепь. Для этого сначала щёлкните кнопкой мыши над белой кнопкой около символа э.д.с. в нижней части экрана (появится чёрная точка). Переместите маркер мыши на рабочую часть экрана, где расположены точки. Ориентируйтесь на рисунок схемы в описании к данной работе. Щёлкните левой кнопкой мыши там, где будет расположен первый источник э.д.с.
2. С помощью мыши разместите затем второй и третий источники э.д.с.
3. Разместите далее последовательно с каждым источником резисторы, изображающие внутреннее сопротивление каждого источника (щёлкнув предварительно над кнопкой около изображения резистора в нижней части экрана) и амперметр. Затем расположите резистор нагрузки и последовательно соединённый с ним амперметр. Под нагрузкой расположите вольтметр (прибор «V»), измеряющий напряжение на нагрузке.
4. Подключите соединительные провода.
5. Установите значения параметров для каждого элемента. Для этого щёлкните левой кнопкой мыши по кнопке со стрелкой. Затем щёлкните на данном элементе. Подведите маркер мыши к кнопке появившегося регулятора, нажмите левую кнопку и, удерживая её в нажатом состоянии. Меняйте величину параметра и установите числовое значение, взятое из таблицы 1 для вашей бригады.
6. Измерьте значения всех токов и напряжений на нагрузке (щёлкнув мышью по кнопке «Рассчитать») и запишите их в таблицу 2.
7. Изменяя сопротивление резистора нагрузки R , повторите измерения параметров и заполните таблицу 2.

Таблица 1 (не перерисовывать). **Значения э.д.с. и внутреннего сопротивления источников.**

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, E_2, E_3, \text{В}$	3,7,-2	4,-3,8	3,6,-4	-3,2,8	-6,5,8	5,8,-4	-4,6,7	8,-4,6
$R_1, R_2, R_3, \text{Ом}$	2,1,1	1,3,1	2,1,2	1,1,2	2,1,1	1,2,1	1,1,2	1,3,1

Таблица 2. Результаты измерений.

$R, \text{Ом}$	$I_1, \text{А}$	$I_2, \text{А}$	$I_3, \text{А}$	$I, \text{А}$	$U, \text{В}$
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Таблица 3. Результаты расчёта.

$R, \text{Ом}$	$I_1, \text{А}$	$I_2, \text{А}$	$I_3, \text{А}$	$I, \text{А}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Запишите для вашей цепи решение системы уравнений для всех токов в общем виде.
2. Рассчитайте значения всех токов для каждого сопротивления нагрузки и запишите в таблицу 3.
3. Постройте график экспериментальной зависимости падения напряжения на нагрузке U от силы тока I через неё.
4. Сформулируйте выводы по графику.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое электрический ток?
2. Дайте определение величины (силы) тока.
3. Дайте определение разности потенциалов (напряжения).
4. Что такое резистор?
5. Какое соединение элементов называется последовательным?
6. Какое соединение элементов называется параллельным?
7. Напишите формулу для сопротивления последовательно соединённых резисторов.
8. Напишите формулу для сопротивления параллельно соединённых резисторов.
9. Напишите закон Ома для участка цепи.
10. Какой участок цепи называется неоднородным?
11. Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи.
12. Какими характеристиками описывается источник эд.с.?
13. В каком месте находится внутреннее сопротивление источника тока?
14. Как измерить э.д.с. источника тока?
15. Что такое короткое замыкание?
16. Чему равен ток короткого замыкания?
17. Сформулируйте первый закон Кирхгофа.
18. Какое свойство заряда отражает первый закон Кирхгофа?
19. Запишите формулу для первого закона Кирхгофа.
20. Запишите формулу для второго закона Кирхгофа.
21. Что такое узел электрической цепи?
22. Что такое полная электрическая цепь?

2.13 Лабораторная работа № 13 (2 часа)

Тема: «Магнитное поле»

2.13.1 Цель работы: Знакомство с магнитным полем от различных источников и его моделированием.

2.13.2 Задачи работы:

1. Экспериментальное подтверждение закономерностей для магнитного поля прямого провода и кругового витка (контура) с током.
2. Экспериментальное определение величины магнитной постоянной..

2.13.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.13.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Магнитное поле прямого тока».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Затем вызовите модель «Магнитное поле витка с током». Прочитайте и запишите в свой конспект краткие теоретические сведения
5. Рассмотрите внимательно рисунки 1 и 2, изображающие компьютерные модели, и ознакомьтесь с регуляторами и другими элементами моделей. Зарисуйте необходимое в свой конспект.
6. Подготовьте таблицы 2 и 3, используя образцы.

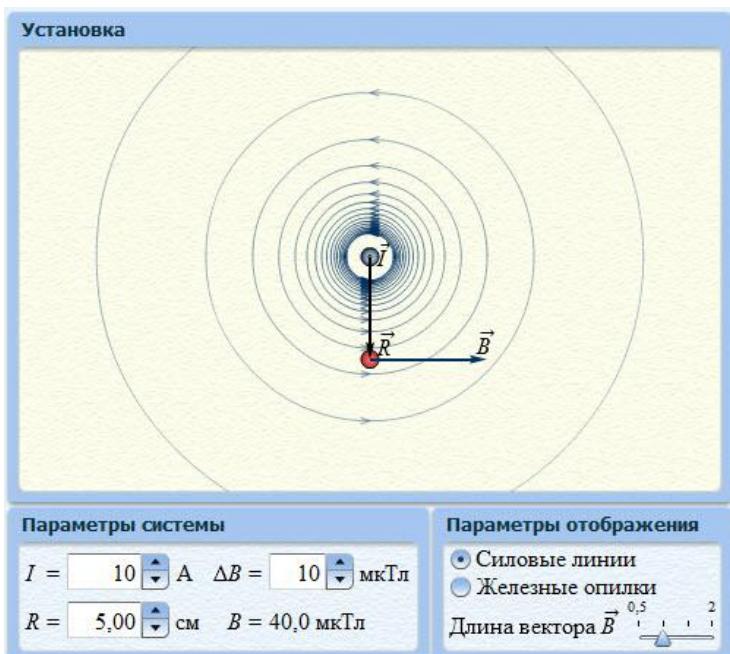


Рис. 1 – Магнитное поле прямого тока

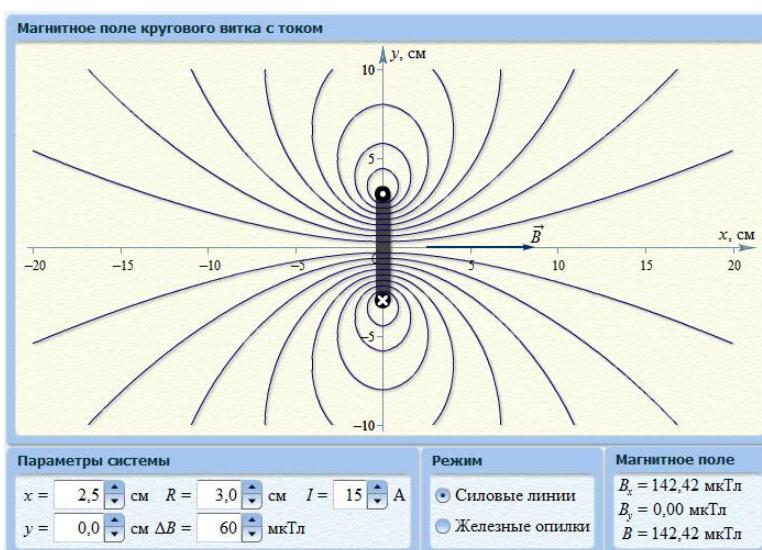


Рис. 2 – Магнитное поле кругового витка с током

Таблица 1 (не перерисовывать). Значения величины тока (A).

Бригады	I_1	I_2	I_3	I_4
1 и 5	5	10	15	20
2 и 6	-5	-10	-15	-20
3 и 7	-15	-10	5	10
4 и 8	-20	-15	-10	5

Таблица 2. Результаты измерений.

r , см	2	3	...	10
$1 / r_1$, м^{-1}				
B_1 , $\mu\text{Тл}$				
B_2 , $\mu\text{Тл}$				
B_3 , $\mu\text{Тл}$				
B_4 , $\mu\text{Тл}$				

Таблица 3. Результаты измерений.

r , см	2	3	...	10
$\frac{1}{(R^2 + r^2)^{3/2}}$, м^{-3}				
B_1 , $\mu\text{Тл}$				
B_2 , $\mu\text{Тл}$				
B_3 , $\mu\text{Тл}$				
B_4 , $\mu\text{Тл}$				

Измерения

Эксперимент 1. Исследование магнитного поля прямого провода с током.

1. Запустите модель «Магнитное поле прямого тока». Наблюдайте линии индукции магнитного поля.
2. Щёлкните мышью кнопку регулятора тока, установите величину тока, указанную в таблице 1 для вашей бригады.
3. Перемещая мышью «руку» вблизи провода, нажимайте левую кнопку мыши на расстояниях r до оси провода, указанных в таблице 2. Значения r и B занесите в таблицу 2.
4. Повторите измерения для трёх значений тока, указанных в таблице 1.

Эксперимент 2. Исследование магнитного поля витка с током.

1. Закройте окно эксперимента 1, нажав кнопку в правом верхнем углу внутреннего окна. Запустите, дважды щёлкнув мышью модель «Магнитное поле кругового тока с током». Наблюдайте линии индукции магнитного поля.
2. Щёлкните мышью кнопку регулятора тока, установите величину тока, указанную в таблице 2 для вашей бригады.
3. Перемещая мышью «руку» по оси витка (координата $y = 0$, координата $x = r$), нажимайте левую кнопку мыши на расстояниях r до оси витка, указанных в таблице 3. Значения r и B занесите в таблицу 2.
4. Повторите измерения для трёх значений тока, указанных в таблице 1.

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите и запишите в таблицы 2 и 3 значения для второй строки.
2. Постройте на одном графике зависимости индукции магнитного поля B прямого провода с током от обратного расстояния $(\frac{1}{r})$.
3. Постройте на втором листе графики зависимости индукции магнитного поля B на оси витка с током от куба обратного расстояния $\frac{1}{(R^2 + r^2)^{3/2}}$.
4. По тангенсу угла наклона графика на первых двух листах определите магнитную постоянную, используя для первого чертежа формулу $\mu_0 = \frac{2\pi}{l} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta(\frac{1}{r})}$, а для второго чертежа формулу $\mu_0 = \frac{2}{lR^2} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta \left[\frac{1}{(R^2 + r^2)^{3/2}} \right]}$.
5. Запишите ответы и проанализируйте графики.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое магнитное поле?
2. Назовите источники магнитного поля.
3. Какие силы действуют между движущимися зарядами?
4. Во сколько раз магнитная сила меньше электрической для двух движущихся точечных электрических зарядов?
5. Какие силы и почему действуют между проводами с током?
6. При каких токах провода притягиваются?
7. При каких токах провода отталкиваются?
8. Дайте определение линий магнитной индукции. Зачем их рисуют?
9. Запишите закон Био-Савара-Лапласа. В чём он похож на закон Кулона?
10. Сформулируйте принцип суперпозиции для магнитных полей.
11. Дайте определение циркуляции магнитного поля.
12. Сформулируйте и запишите формулу закона циркуляции магнитного поля.
13. Сформулируйте и запишите формулу для индукции магнитного поля прямого провода с током.
14. Как выглядят линии индукции магнитного поля прямого провода с током?
15. Сформулируйте и запишите формулу для индукции магнитного поля на оси кругового витка (контура) с током.
16. Что такое магнитный момент витка с током?
17. Как выглядит линия индукции магнитного поля, проходящая через центр витка с током?
18. В каком месте на оси витка индукция магнитного поля максимальна?
19. В каких единицах измеряется индукция магнитного поля?

2.14 Лабораторная работа № 14 (2 часа)

Тема: «Электромагнитная индукция»

2.14.1 Цель работы: Знакомство с явлением электромагнитной индукции и его моделированием.

2.14.2 Задачи работы:

1. Экспериментальное подтверждение закономерностей электромагнитной индукции.

2.14.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.14.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Перемещение рамки с током в магнитном поле».
3. Перейдите в раздел «Краткая теория» и прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект лабораторной работы.
4. Затем вызовите модель «Перемещение рамки с током в магнитном поле», рассмотрите рисунок 1, изображающий модель, и ознакомьтесь с регуляторами модели

Методика и порядок измерения

В данной лабораторной работе используется компьютерная модель, в которой изменяющийся магнитный поток возникает в результате движения проводящей перемычки по параллельны проводникам, подключенным к цепи с одной стороны. Эта система изображена на рисунке 1.

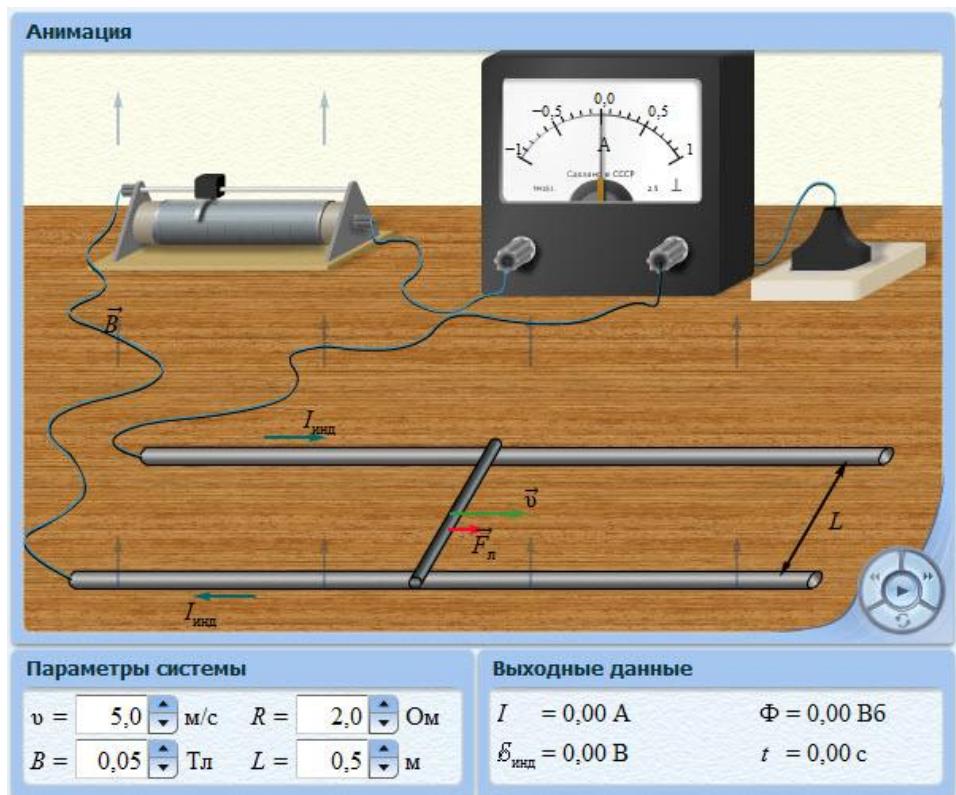


Рис. 1 – Модель цепи с движущимся проводником в магнитном поле.

Задача. Проводящая перемычка движется со скоростью v по параллельным проводам, замкнутым с одной стороны. Система проводников расположена в однородном магнитном поле, индукция которого B направлена перпендикулярно плоскости, в которой расположены проводники. Найти ток в перемычке, если её сопротивление R , а сопротивлением проводников можно пренебречь.

Решив задачу в черновике конспекта, получите уравнение для силы тока в общем виде. Подготовьте таблицы 2, 3 и 4, используя в качестве образца таблицу 2.

Таблица 2. (не перерисовывать). Значения характеристик.

Бригады	R, Ω	$B_1, \text{мТл}$	$B_2, \text{мТл}$	$B_3, \text{мТл}$
1 или 5	1	-30	40	90
2 или 6	1,2	-40	20	80
3 или 7	1,3	-50	10	70
4 или 8	1,4	-60	-20	100

Для бригад 1 – 4 значение $L = 1 \text{ м}$, а для бригад 5 – 8 значение $L = 0,8 \text{ м}$.

Таблица 2 (12 столбцов). Результаты измерений $B = \underline{\hspace{2cm}} \text{ мТл}$, $L = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}$.

$v, (\text{м/с}) =$	-10	-8	...	10
ЭДС, В				
$I, \text{мА}$				

Подготовьте также таблицы 3 и 4, аналогичные таблице 2.

Измерения

- Закройте окно теории. Запустите эксперимент, щёлкнув мышью по кнопке «Пуск». Наблюдайте движение перемычки и изменение магнитного потока Φ (цифра внизу окна).
- Нажмите кнопку «Назад». Зацепив мышь, перемещайте движки регуляторов: L – расстояния между проводами, R – сопротивления перемычки, B_1 – величины индукции магнитного поля. Зафиксируйте значения, указанные в таблице 1 и под ней для вашей бригады.
- Установив, указанное в таблице 2, значение скорости движения перемычки, нажмите левую кнопку мыши, когда её маркер размещён над кнопкой «Пуск». Значения э.д.с. и тока индукции занесите в таблицу 2.
- Нажмите кнопку «Назад» и повторите измерения для других значений скорости из таблицы 2.

5. Повторите измерения для двух других значений индукции магнитного поля, выбирая из таблицы 1. Полученные результаты запишите в таблицы 3 и 4, аналогичные таблице 2.

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Постройте на одном листе графики зависимости тока индукции от скорости движения перемычки для трёх значений индукции магнитного поля.
2. Для каждой прямой определите тангенс угла наклона по формуле

$$tg = \frac{\Delta l}{\Delta v}$$

3. Вычислите теоретическое значение тангенса для каждой прямой по формуле

$$tg_{meop} = \frac{B \cdot L}{R}$$

4. Заполните таблицу результатов измерений

Номер измерения	$tg \Phi_{эксп}$, А·с/м	$tg \Phi_{теор}$, А·с/м
1		
2		
3		

5. Сделайте выводы по графикам и результатам измерений.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что называется элементарным магнитным потоком?
2. Что называется магнитным потоком?
3. Магнитный поток – это векторная или скалярная характеристика магнитного поля?
4. При каких условиях магнитный поток равен нулю?
5. При каких условиях магнитный поток равен произведению индукции магнитного поля на площадь контура?
6. Дайте определение циркуляции магнитного поля?
7. При каких условиях циркуляция равна нулю?
8. Сформулируйте определение явления электромагнитной индукции.
9. Сформулируйте закон электромагнитной индукции в вакууме.
10. При каких условиях наблюдается явление электромагнитной индукции в вакууме?
11. Какое поле является вихревым?
12. Что такое токи Фуко?
13. Чем отличается электрическое поле, созданное точечным зарядом, от электрического поля, появляющегося при электромагнитной индукции?
14. Сформулируйте закон электромагнитной индукции для замкнутого проводящего контура.
15. При каких условиях возникает э.д.с. самоиндукции?
16. Сформулируйте определение явления самоиндукции.
17. Сформулируйте словами закон самоиндукции.

18. Сформулируйте определение явления взаимной индукции.
19. При каких условиях наблюдается явление взаимной индукции?
20. Как изменяется со временем магнитный поток в данной работе?
21. Какова зависимость магнитного потока от времени в данной работе?
22. Как направлен вектор магнитной индукции в данной работе?

2.15 Лабораторная работа № 15 (2 часа)

Тема: «Свободные колебания в RLC - контуре»

2.15.1 Цель работы: Знакомство с процессом свободных затухающих колебаний в электрическом колебательном контуре и его компьютерным моделированием

2.15.2 Задачи работы:

1. Экспериментальное исследование закономерностей свободных затухающих колебаний.
2. Экспериментальное определение величины индуктивности контура.

2.15.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.15.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Свободные колебания в RLC - контуре».
3. Нажмите мышью ярлык, на котором написано «Установка»
4. Прочтайте краткие теоретические сведения. Оформите конспект.
5. Закройте окно теории. Внимательно рассмотрите рис. 1, найдите все основные элементы и регуляторы и зарисуйте их в свой конспект. Нажмите кнопку «Пуск» и наблюдайте колебательные процессы в контуре.

Методика и порядок измерения

1. Нажмите кнопку «Сброс». Подведите маркер мыши к кнопке регулятора ёмкости конденсатора С. Нажимая на левую кнопку мыши, изменяйте величину ёмкости конденсатора и установите числовое значение, которое указано в таблице 1 для вашей бригады.
2. Аналогичным способом установите величину индуктивности в соответствии с таблицей 1.
3. Установите значение сопротивления $R = 1$ Ом. Нажав кнопку «Пуск», наблюдайте график зависимости заряда конденсатора от времени.
4. Остановливая процесс кнопкой «Пуск», измерьте значения первых шести амплитуд и запишите их в таблицу 2.
5. После измерения снова запустите процесс кнопкой «Пуск» (средняя часть кнопки управления).
6. Нажмите мышью кнопку «Сброс» (левая часть круглой кнопки управления). Меняя сопротивление R , повторите измерения шести амплитуд и заполните таблицу 2.

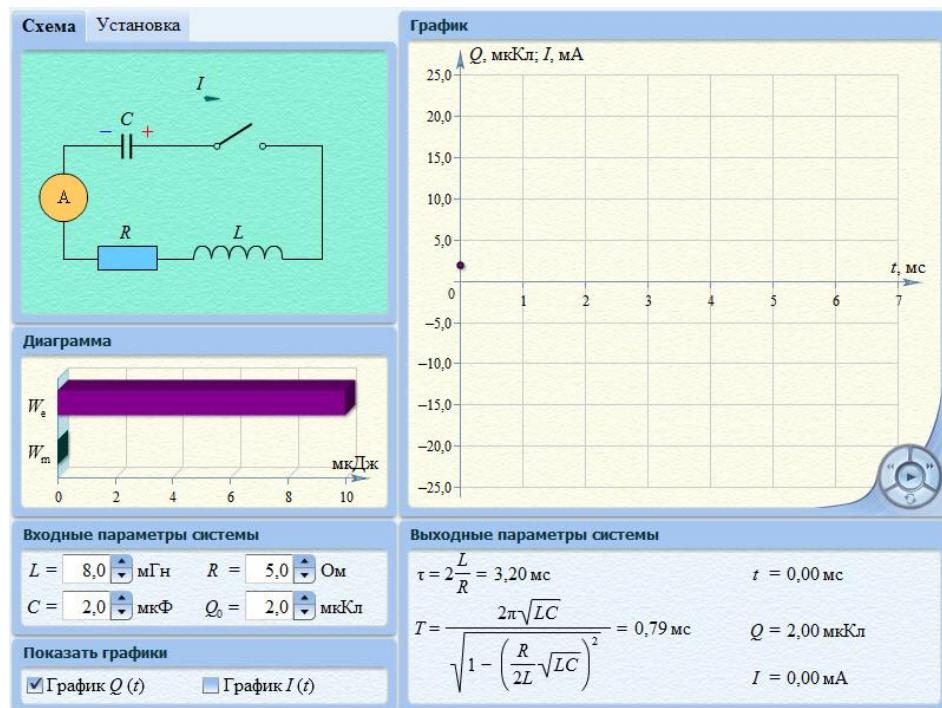


Рис. 1 – Модель колебательного контура

Таблица 1. (не перерисовывать) **Значения ёмкости конденсатора С и индуктивности катушки L.**

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
$C, \text{мкФ}$	3	3	2,7	2,7	2,4	2,4	2	2
$L, \text{мГн}$	6	7	8	9	10	9	8	7

Таблица 2. Результаты измерений и расчётов при $C = \text{_____ мкФ}$,

$L = \text{_____ мкГн}$, $T = \text{_____ мс}$

$R, \text{Ом}$	$A_1, \text{мм}$	$A_2, \text{мм}$	$A_3, \text{мм}$	$A_4, \text{мм}$	$A_5, \text{мм}$	$A_6, \text{мм}$	$\tau, \text{мс}$	$\beta, \text{с}^{-1}$
1								
2								
4								
6								
8								
10								

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Рассчитайте значение периода колебаний и запишите в заголовке таблицы 2.
2. Постройте на одном чертеже графики экспериментальных зависимостей амплитуды колебания A от времени t (6 линий, соответствующих разным R).
3. Для каждого графика постройте касательную к нему в начальный момент времени, Продолжив касательную до пересечения с осью времени, определите экспериментальное значение постоянной времени затухания τ и запишите в таблицу 2.
4. Рассчитайте величины коэффициента затухания $\beta = \frac{1}{\tau}$ и также запишите в таблицу 2.
5. Постройте график зависимости коэффициента затухания от сопротивления резистора.
6. По графику $\beta (R)$ определите индуктивность контура, используя формулу

$$L = \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{\Delta \beta}$$

7. Запишите ответ и сформулируйте выводы по ответу и графикам.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое колебательный контур?
2. Каковы электрические характеристики резистора, конденсатора и катушки?
3. Дайте определение гармонических колебаний.
4. Что такое период колебаний?
5. Какая физическая величина испытывает колебания в колебательном контуре?
6. Напишите формулу для напряжения на конденсаторе.
7. Напишите формулу для напряжения на катушке индуктивности.
8. Напишите формулу для напряжения на резисторе.
9. Сформулируйте и запишите закон электромагнитной индукции в общем виде.
10. Сформулируйте и запишите закон электромагнитной индукции для проводящего контура.
11. Сформулируйте и запишите закон самоиндукции.
12. Запишите дифференциальное уравнение для заряда на конденсаторе в контуре, где существуют свободные гармонические колебания.
13. Запишите дифференциальное уравнение для заряда на конденсаторе в контуре, где существуют свободные затухающие колебания.
14. Напишите формулу циклической частоты свободных гармонических колебаний в контуре.
15. Напишите формулу зависимости заряда на конденсаторе от времени при свободных гармонических колебаниях в контуре.
16. Напишите формулу циклической частоты свободных затухающих колебаний в контуре.
17. Напишите формулу зависимости заряда на конденсаторе от времени при свободных затухающих колебаниях в контуре.
18. Напишите формулу для коэффициента затухания.
19. Дайте определение постоянной времени затухания.

20. Напишите формулу для логарифмического декремента затухания. Что он характеризует?
21. Нарисуйте график зависимости заряда на конденсаторе от времени при свободных затухающих колебаниях в контуре. Покажите на рисунке, как графически определяется постоянная времени затухания.
22. Докажите, что касательная к графику зависимости $Q(t)$ в точке $t = 0$ пересекает ось времени в точке $t = \tau$.

2.16 Лабораторная работа № 16 (2 часа)

Тема: «Опыт Юнга»

2.16.1 Цель работы: Знакомство с процессом сложения когерентных электромагнитных волн и его компьютерным моделированием

2.16.2 Задачи работы:

1. Экспериментальное исследование закономерностей взаимодействия световых волн от двух источников.

2.16.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.16.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Интерференционный опыт Юнга».
3. Прочтайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.
4. Внимательно рассмотрите рисунок 1, найдите все основные элементы и регуляторы и зарисуйте их в свой конспект.

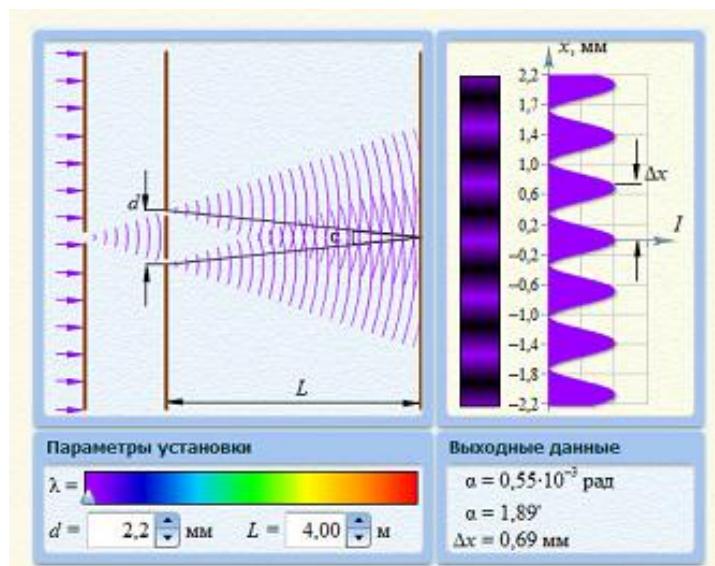


Рис. 1 – Модель интерференции гармонических волн от двух источников света.

Измерения

- Подведите маркер мыши к движку регулятора на картинке спектра. Нажмите левую кнопку мыши и, удерживая её в нажатом состоянии, двигайте движок, чтобы установить цвет волны, соответствующий таблице 1 для вашей бригады.
- Установите также нужное значение L_1 .
- Щёлкните мышью кнопку регулятора d расстояния между щелями, установите минимальное значение $d = 1\text{мм}$. Измерьте расстояние x_{\max} (в модель просто Δx) между нулевым и первым максимумами (используйте «Выходные данные» модели) и запишите в таблицу 2.
- Увеличивая d , измерьте ещё 9 значений расстояния x_{\max} .
- Установливая новые значения L из таблицы 1 для вашей бригады, повторите измерения согласно пункту 2, записывая результаты в таблицы 3 и 4.

Таблица 1 (не перерисовывать). **Значения цвета волны.**

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
Цвет	Фиолет	Синий	Голубой	Зеленый	Желтый	Оранжев	Светло-красный	Темно-красный
$L_1, \text{м}$	3,0	3,3	3,6	3,9	4,1	4,3	4,4	4,5
$L_2, \text{м}$	3,1	3,4	3,7	4,0	4,2	4,4	4,5	3,8
$L_3, \text{м}$	3,2	3,5	3,8	4,1	4,3	4,5	3,0	3,5

Таблицы 2 – 4. Результаты измерений для волны _____ цвета при $L = \text{_____ м}$

$d, \text{мм}$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,0
$x_{\max}, \text{мм}$										
$1/d, \text{мм}^{-1}$										

Обработка результатов и оформление отчёта

- Рассчитайте и внесите в таблицы значения обратного расстояния между щелями $1/d$.
- Постройте на одном рисунке графики экспериментальных зависимостей смещения первого максимума x_{\max} от обратного расстояния между щелями (указав на каждом величину L).
- Для каждой линии определите по графику экспериментальное значение λ , используя формулу

$$\lambda = \frac{\Delta x_{\max}}{L \cdot \Delta\left(\frac{1}{d}\right)}$$

4. Запишите ответ и проанализируйте ответ и графики.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое волна?
2. Что такое гармоническая волна?
3. Что такое длина волны?
4. Напишите математическое условие того, что функция $f(x, t)$ описывает волну.
5. Что определяет форму волны и направление её распространения?
6. Напишите уравнение одномерной гармонической волны, распространяющейся в положительном направлении оси Ох.
7. Как связаны длина волны и её частота?
8. Что такое когерентность?
9. Что такое свет?
10. Что такое монохроматические волны?
11. Как получают монохроматические волны?
12. Как получают когерентные волны?
13. Могут ли интерферировать монохроматические волны?
14. Дайте определение когерентных волн.
15. Дайте определение явления интерференции света.
16. Что такое разность хода двух одинаковых гармонических волн, излучаемых двумя источниками света?
17. При какой разности хода двух световых волн при их сложении наблюдается максимум?
18. При какой разности хода двух световых волн при их сложении наблюдается минимум?

2.17 Лабораторная работа № 17 (2 часа)

Тема: «Дифракционная решетка»

2.17.1 Цель работы: Экспериментальное исследование закономерностей взаимодействия световых волн с периодической структурой (дифракционной решёткой).

2.17.2 Задачи работы:

1. Знакомство с процессом сложения когерентных электромагнитных волн и его моделированием.
2. Экспериментальное исследование закономерностей взаимодействия световых волн с дифракционной решёткой.

2.17.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.17.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Дифракционная решётка».
3. Нажмите мышью кнопку «Установка» и ознакомьтесь с её работой, изменения λ , d и b .
4. Прочтите краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.

Методика и порядок измерения

1. Внимательно рассмотрите рисунок 1, найдите все регуляторы и другие основные элементы и зарисуйте их в свой конспект.
2. Нажимая левую кнопку мыши, меняйте m от 0 до 3 и наблюдайте изменение числового значения координаты максимума в окне «Выходные данные». Установите длину волны излучения, соответствующую красному цвету и, изменяя m и d , снова наблюдайте картину интерференции.

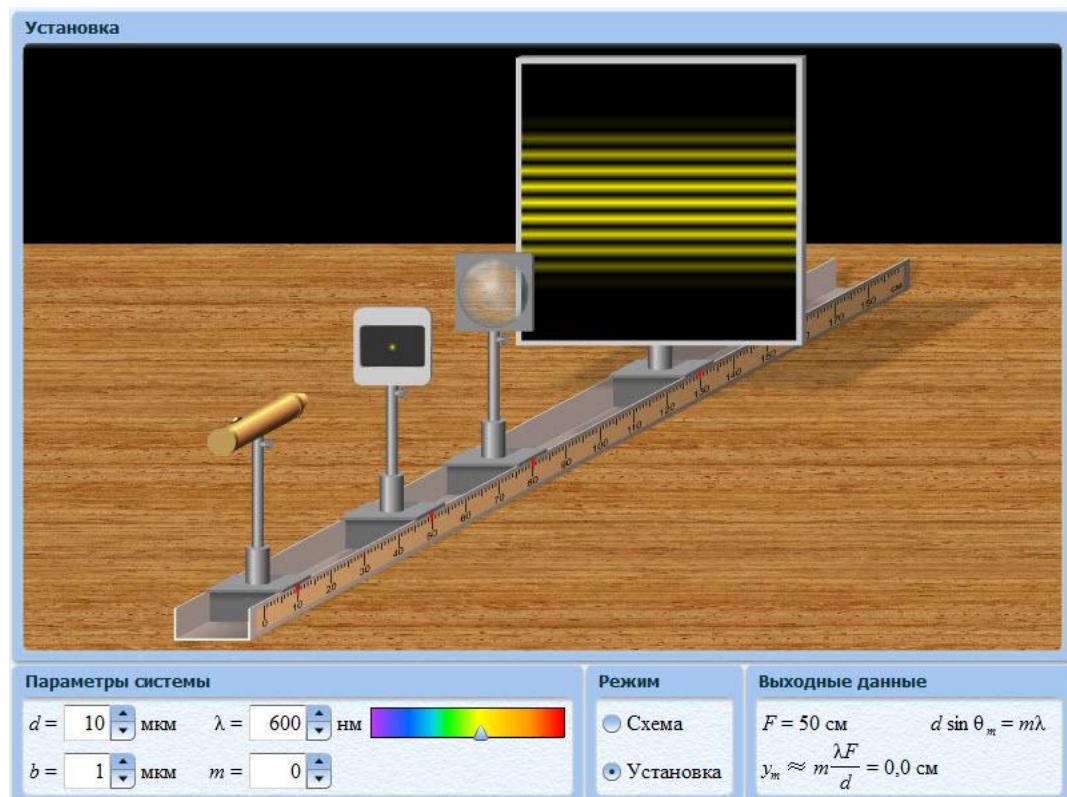


Рис.1 – Модель эксперимента с дифракционной решеткой

Измерения

1. Нажмите мышью кнопку, около которой написано «Схема».
2. Установите расстояние между щелями $d = 10$ мкм и ширину щели $b = 1$ мкм.
3. Подведите маркер мыши к кнопке на спектре и нажмите левую кнопку мыши. Удерживая кнопку в нажатом состоянии, перемещайте её до тех пор, пока не попадёте в нужную часть спектра, указанную в таблице 1 для вашей бригады.
4. Изменяя с помощью регулятора номер максимума m , определите координаты соответствующих максимумов на экране (используя график и информацию в окне «Выходные данные»). Запишите значения координат в таблицу 2.
5. Увеличивая d на 3 мкм, повторите измерения согласно пункту 2.
6. Установив новое значение длины волны из таблицы 1, повторите измерения, записывая результаты в таблицы 3 и 4.

Таблица 1 (не перерисовывать). Примерные значения длины волны.

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
λ_1 , нм	400	410	420	430	440	450	460	470
λ_2 , нм	500	510	520	530	540	550	560	570
λ_3 , нм	600	610	620	630	640	650	660	670

Таблицы 3, 4 и 4. Результаты измерений при $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ нм.

d , мкм	10	13	16	18	20	23	26	28	30
$1/d$, 10^5 м ⁻¹									
y_{m_1} , мм									
y_{m_2} , мм									
y_{m_3} , мм									

Обработка результатов и оформление отчёта

- Вычислите и запишите в таблицы 2, 3 и 4 обратные периоды решётки.
- По результатам таблицы 2 постройте на одном рисунке графики экспериментальных зависимостей положения трёх первых главных максимумов от обратного периода дифракционной решётки для первой длины волны (указав на них номер максимума).
- На втором и третьем рисунках постройте аналогичные графики по результатам таблиц 3 и 4.
- По наклону каждого графика определите экспериментальное значение ширины щели, используя формулу

$$b = \frac{\Delta y_m}{m \cdot \lambda \cdot \Delta \left(\frac{1}{d} \right)}$$

- Вычислите среднее значение фокусного расстояния линзы, проанализируйте ответы и графики. Истинное значение $F = 50$ см.

Вопросы и задания для самоконтроля

- Дайте определение световой волны.
- Дайте определение гармонической волны.
- Дайте определение электромагнитной волны.
- Напишите уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси Ох.
- Какие волны называются когерентными?

6. Дайте определение дифракции.
7. Что такое дифракционная решётка?
8. Для каких целей используется дифракционная решётка?
9. Что мы увидим, если в дифракционной решётке закрыть все щели, кроме одной?
10. Что такое постоянная дифракционной решётки?
11. Зачем между дифракционной решёткой и экраном ставится собирающая линза?
12. Напишите формулу разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей решётки.
13. При какой разности хода лучей от соседних щелей решётки наблюдается максимум при их сложении?
14. При какой разности хода лучей от соседних щелей решётки наблюдается минимум при их сложении?
15. Напишите формулу разности фаз лучей от соседних щелей.
16. Как формируются главные максимумы дифракционной картины?
17. Нарисуйте, как распространяется после дифракционной решётки одна плоская гармоническая световая волна, падающая перпендикулярно плоскости решётки.
18. Нарисуйте, как будут распространяться после решётки две плоские гармонические световые волны с близкими длинами волн, падающие перпендикулярно плоскости решётки.

2.18 Лабораторная работа № 18 (2 часа)

Тема: «Поляризация света»

2.18.1 Цель работы: Изучение поляризации света.

2.18.2 Задачи работы:

1. Измерение интенсивности света при его прохождении через поляризатор и анализатор (проверка закона Малюса).
2. Ознакомление с явлением двойного лучепреломления.

2.18.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.18.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике».
2. В программе «Волновая оптика» выберите пункт меню «Поляризация», «Двойкопреломляющая пластина». В этой программе исследуется изменение интенсивности плоскополяризованного света при его прохождении через поляризатор и анализатор.
3. Прочтайте и законспектируйте краткие теоретические сведения. Оформите конспект лабораторной работы и подготовьте таблицы для записи результатов измерений.

Методика и порядок измерения

В данной лабораторной работе используется компьютерная модель «Двойкопреломляющая пластина», состоящей из источника света, двух поляризаторов «P1» и «P2» и двойкопреломляющей пластины, толщину которой можно изменять.

С помощью модели можно исследовать изменение интенсивности света при его

прохождении через поляризатор и анализатор, а также наблюдать явление двойного лучепреломления. Также вы можете изменять цветовую гамму, то есть выбрать синий, желтый или красный свет.

Внимательно ознакомьтесь с регулировками и другими элементами модели, позволяющими изменять условия эксперимента. Выбрав в меню определённый пункт, нажмите затем на клавишу «Enter». После установки нужного значения также нажмите на эту клавишу. Чтобы выйти из режима предварительных установок, переместите маркер мыши и щёлкните правой кнопкой по экрану.

Измерения

Эксперимент 1.

1. В пункте меню «Пластина» установите толщину пластины равной 0,00 см с помощью стрелок на клавиатуре и клавиши Enter.
2. С помощью пунктов «P1» и «P2» установите поляризатор и анализатор и выберите нужный свет.
3. Нажмите кнопку «Старт» и наблюдайте за интенсивностью прошедшего света. В левом квадрате в виде мерцающего отрезка прямой линии видна амплитуда напряжённости электрического поля света, выходящего из поляризатора «P1», в правом квадрате – амплитуда напряжённость света, выходящего из поляризатора «P2».

Величина напряжённости (модуль) электрического поля E определяется путём измерения длины этих отрезков с помощью миллиметровой линейки.

4. Используя кнопки «P1» и «P2» (режим «установка угла»), установите оптические оси поляризатора и анализатора вертикально (параллельно друг другу).
5. Используя кнопку «P2» (режим «установка угла»), изменяйте угол наклона анализатора α от 0 до значения π радиан с шагом $0,1\pi$, каждый раз измеряя линейкой величину напряжённости световой волны, вышедшей из анализатора. Результаты измерений запишите в таблицу 1.
6. Сделайте вычисления величин, приведенных в таблице 1.

Таблица 1

α , рад	$\cos \alpha$	\cos^2	E_1 (мм)	E_2 (мм)	$(E_1 / E_2)^2$
0					
0,1					
0,2					
0,3					
0,4					
0,5					
0,6					
0,7					

0,8					
0,9					
1,0					

7. Постройте график зависимости $\left(\frac{E_2}{E_1}\right)^2 = f(\cos^2 \alpha)$ в интервале значений угла α от 0 до $0,5\pi$ и сравните его с теоретической зависимостью, следующей из закона Малюса.
- $$I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha$$
8. Сделайте вывод о зависимости интенсивности прошедшего света от угла между анализатором и поляризатором.

Эксперимент 2.

1. В пункте меню «Пластина» установите толщину пластины, равной максимальному значению, с помощью стрелок на клавиатуре и клавиши Enter.
2. С помощью пунктов «P1», «P2», «Свет» уберите поляризатор «P1», установите анализатор «P2» и выберите нужный свет.
3. Нажмите кнопку «Старт» и наблюдайте за интенсивностью прошедшего света.
4. С помощью анализатора определите поляризацию световых лучей, выходящих из пластины.
5. Сделайте вывод о характере и причинах наблюдаемого явления.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что называют светом?
2. Что называют световым вектором?
3. Какой свет называют естественным?
4. Какой свет называют поляризованным?
5. Что называется плоскостью поляризации?
6. Световые волны продольные или поперечные?
7. Напишите формулу величины «степень поляризации Р».
8. Что такое поляризаторы?
9. Какие вещества называют изотропными?
10. Какие вещества называют анизотропными?
11. Приведите примера анизотропных веществ.
12. Сформулируйте закон Малюса.
13. Что называют оптической осью поляризатора?
14. Напишите формулу закона Малюса.
15. Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
16. Как практически отличить плоскополяризованный свет от естественного?
17. Какое явление называется двойным лучепреломлением?
18. Чем отличаются обычновенный и необыкновенные лучи?
19. Чем обусловлено двойное лучепреломление в оптически анизотропном одноосном кристалле?
20. Какое явление называют дихроизмом?
21. Приведите пример сильно дихроичного кристалла.
22. Какое устройство называют поляриодом?

2.19 Лабораторная работа № 19 (2 часа)

Тема: «Внешний фотоэффект»

2.19.1 Цель работы: Изучение законов внешнего фотоэффекта и его квантовой модели.

2.19.2 Задачи работы:

1. Знакомство с квантовой моделью внешнего фотоэффекта.
2. Экспериментальное подтверждение закономерностей внешнего фотоэффекта.
3. Экспериментальное определение красной границы фотоэффекта, работы выхода фотокатода и постоянной Планка.

2.19.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

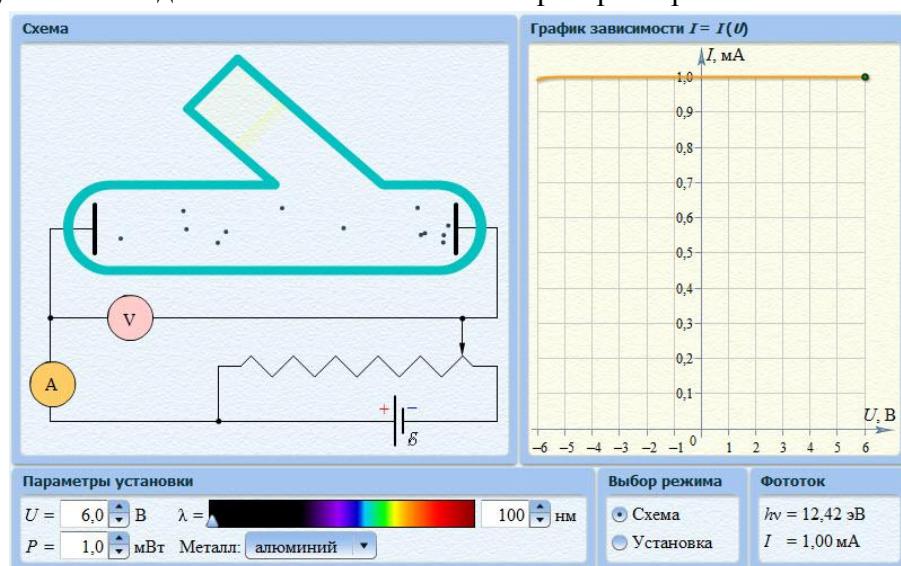
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.19.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Фотоэффект».
3. Прочтайте краткие теоретические сведения.
4. Щёлкните мышью кнопку около которой написано «Установка».

Методика и порядок измерения

1. Внимательно рассмотрите рис.1. Найдите регулировки, изменяющие напряжение между анодом и фотокатодом, длину волны и интенсивность электромагнитного излучения. Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.



Модель эксперимента по исследованию фотоэффекта

2. Щёлкните мышью кнопку регулятора интенсивности (мощности Р) облучения фотокатода и установите максимум интенсивности.
3. Аналогичным образом, зацепив мышью, перемещайте метку на спектре, постепенно уменьшая длину волны, установите минимальную длину волны.
4. Щёлкните мышью кнопку около которой написано «Схема». Изменяя напряжение до прекращения фототока, наблюдайте движение электронов в

фотоэлементе.

Измерения

Эксперимент 1

1. Установите нулевое напряжение U между анодом фотокатодом.
2. Зацепив мышью, перемещайте метку на спектре, постепенно увеличивая длину волны облучения фотокатода. Добейтесь полного отсутствия фототока.
3. Зафиксируйте самую большую длину волны (она будет равна λ_{kp}), при которой фототок ещё присутствует.
4. Запишите в тетрадь значение длины волны красной границы фотоэффекта (λ_k).

Эксперимент 2

Для более точного определения связи запирающего напряжения с длиной волны падающего излучения:

1. Установите тип вещества и значение запирающего напряжения в соответствии с таблицей 1 для вашей бригады.
2. Перемещая мышью метку на спектре или щёлкнув кнопки регулятора длины волны, установите такое максимальное значение длины волны, при котором прекращается фототок. При этом напряжение между анодом и фотокатодом равно напряжению запирания $U_{зап}$.
3. Значения λ и $U_{зап}$. Занесите в таблицу 2.
4. Повторите измерения при других значениях напряжения запирания, указанных в таблице 1.

Таблица 1. Запирающее напряжение

Бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
Вещество	Цезий	Цинк	Ртуть	Платина	Медь	Железо	Никель	Цезий
$U_{зап1}$	-0,5	-0,5	-0,4	-0,3	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
$U_{зап2}$	-1,5	-1,5	-1,6	-2,0	-1,6	-1,6	-1,6	-1,5
$U_{зап3}$	-2,0	-2,5	-3,0	-4,0	-3,0	-3,0	-3,0	-2,0
$U_{зап4}$	-2,5	-3,5	-4,5	-5,5	-4,5	-4,5	-4,5	-2,5

Таблица 2. Результаты измерений (вещество _____)

Номер измерения i	1	2	3	4
$U_{запi}$ В				
λ_i нм				
$1/\lambda_i \cdot 10^6$ м $^{-1}$				

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите и запишите в таблицу 2 обратные длины волн $\frac{1}{\lambda}$.
2. Постройте графики зависимости напряжения запирания $U_{\text{зап}}$ от обратной длины волны $\frac{1}{\lambda}$.
3. Определите постоянную Планка, используя график и формулу

$$h = \frac{e}{c} \cdot \frac{\Delta U_{\text{зап}}}{\Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right)}$$

4. По точке пересечения графика с вертикальной осью (когда $\frac{1}{\lambda} \rightarrow 0$) определите значение работы выхода материала фотокатода.
5. Запишите ответы и проанализируйте ответы и графики.

Таблица 3. Значения работы выхода для некоторых материалов

Материал	железо	медь	платина	ртуть	олово	никель	цезий	цинк
$A_{\text{вых, эВ}}$	4,4	4,5	5,4	4,6	4,5	4,6	1,8	4,2

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое фотон?
2. Назовите все модели электромагнитного излучения.
3. Какую модель надо применять для электромагнитного излучения, падающего на фотоэлемент?
4. Какова модель металла, взаимодействующего с электромагнитным излучением при описании фотоэффекта?
5. Напишите формулу энергии фотона.
6. Какова скорость движения фотона в металле?
7. Напишите формулу, связывающую энергию фотона и его массу.
8. Напишите выражение энергии фотона через его импульс.
9. Дайте формулировку внешнего фотоэффекта.
10. Опишите, что происходит с фотоном, падающим на границу металла.
11. Опишите, что происходит со свободным электроном после его взаимодействия с металлом.
12. Опишите, что происходит с электроном, входящим в состав атома металла, после его взаимодействия с фотоном.
14. Что такое работа выхода электронов? Чья это характеристика?
15. Напишите уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.
16. Дайте определение красной границы фотоэффекта.
17. Как устроен фотоэлемент?
18. Зачем в фотоэлементе создают вакуум?
19. Почему катод в фотоэлементе называют фотокатодом?
20. Что такое запирающее напряжение?
21. Какие законы сохранения выполняются при движении электрона от фотокатода к аноду?

22. Как движется фотоэлектрон в фотоэлементе при потенциале анода меньше потенциала фотокатода?
23. Как движется фотоэлектрон в фотоэлементе при потенциале анода больше потенциала фотокатода?
24. Как связана кинетическая энергия электрона у катода с его потенциальной энергией у анода и почему?

2.20 Лабораторная работа № 20 (2 часа)

Тема: «Эффект Комптона»

2.20.1 Цель работы: Экспериментальное изучение эффекта Комптона.

2.20.2 Задачи работы:

1. Знакомство с моделями электромагнитного излучения и их использование при анализе процесса рассеяния рентгеновского излучения в веществе.
2. Экспериментальное подтверждение закономерностей эффекта Комптона.
3. Экспериментальное определение комптоновской длины волны электрона.

2.20.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

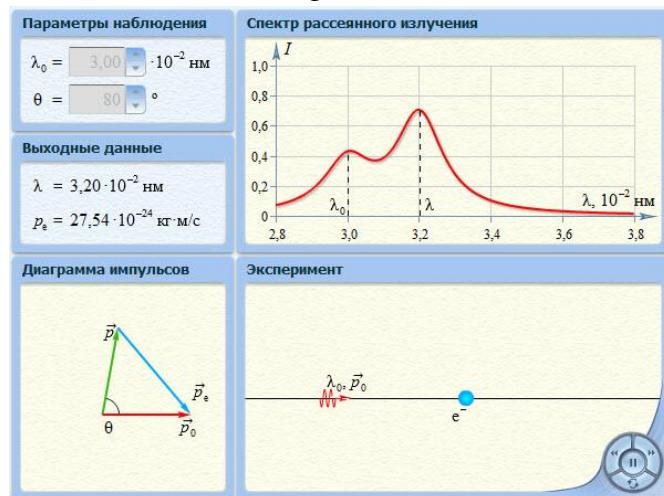
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.20.4 Описание (ход) работы:

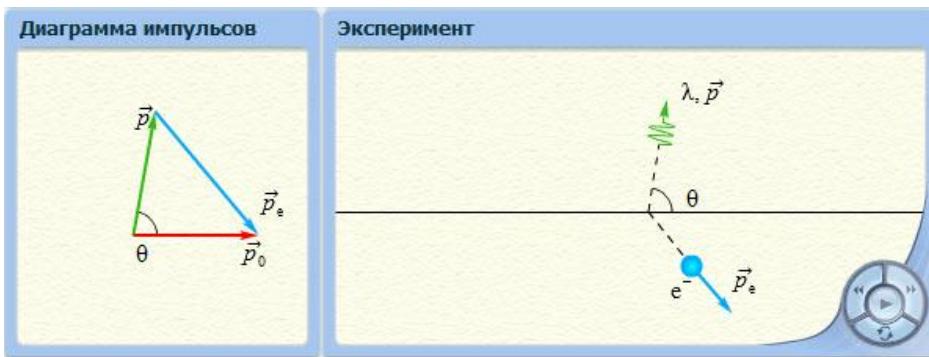
1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Комптоновское рассеяние».
3. Прочтайте краткие теоретические сведения. Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.

Методика и порядок измерения

1. Внимательно рассмотрите схему эксперимента. При исследовании взаимодействия электромагнитного излучения с веществом используется корпускулярная модель, имеющая вид потока фотонов.



Модель комптоновского рассеяния фотона на электроне. Начальное состояние.



Модель комптоновского рассеяния фотона на электроне. Конечное состояние.

2. Внимательно рассмотрите рисунки и найдите все регуляторы и другие основные элементы и зарисуйте их в свой конспект.

Измерения

- Подведите маркер мыши к кнопке регулятора длины волны падающего электромагнитного излучения и установите первое значение длины волны λ_{01} из таблицы 1, соответствующее номеру вашей бригады.
- Подведите маркер мыши к кнопке регулятора угла приёма рассеянного электромагнитного излучения и установите первое значение угла из таблицы 2.
- Определите по графику и значению в окне «Выходные данные» длину волны λ рассеянного электромагнитного излучения и запишите в первую строку таблицы 2.
- Изменяйте угол наблюдения с шагом 10^0 и записывайте измеренные значения λ в таблицу 2.
- Выполнив измерения для всех углов, указанных в таблице 2, установите значение длины волны падающего излучения в соответствии со следующим значением для вашей бригады λ_{02} и λ_{03} из таблицы 1. Повторите измерения длины волны рассеянного излучения, заполняя сначала таблицу 3, а затем и таблицу 4 (аналогичные табл.2).

Таблица 1 (не перерисовывать). Исходные значения длины волны падающего электромагнитного излучения, пм.

Номер бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
λ_{01}	30	32	34	36	38	40	42	44
λ_{02}	50	52	54	56	58	60	63	66
λ_{03}	70	72	74	76	78	80	84	90

Таблицы 2, 3 и 4. Результаты измерений. Длина волны $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$, пм.

Номер измер.	1	2	...	11
$\theta, {}^\circ$	60	70		160
$\lambda', \text{ пм}$				
$1 - \cos \theta$				

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите и запишите в таблицы 2, 3 и 4 все требуемые характеристики.
 2. Постройте график зависимости изменения длины волны ($\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$) от разности ($1 - \cos\theta$) для каждой серии измерений.
 3. Определите по наклону графика значение комптоновской длины волны электрона по формуле
- $$\lambda_c = \frac{\Delta(\Delta\lambda)}{\Delta(1 - \cos\theta)}$$
4. Вычислите массу электрона, используя формулу для комптоновской длины волны.
 5. Запишите ответ и проанализируйте ответ и графики.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Опишите модели, с помощью которых описывается электромагнитное излучение.
2. Назовите области физики, в которых используются соответствующие модели электромагнитного излучения.
3. Что такое луч?
4. Что такое гармоническая волна?
5. Сформулируйте связь между характеристиками электромагнитного излучения в волновой и квантовой моделях.
6. Назовите эффекты, для описания которых надо использовать и волновую и квантовую модели электромагнитного излучения.
7. Опишите модель электромагнитного излучения до падения на вещество.
8. Опишите модель электромагнитного излучения после выхода из вещества
9. Как моделируется электромагнитное излучение при взаимодействии падающего рентгеновского фотона и свободного электрона вещества?
10. Как моделируется процесс взаимодействия падающего электромагнитного излучения и вещества?
11. Какие законы сохранения выполняются при взаимодействии фотона со свободным электроном в эффекте Комптона?
12. Что такое комптоновская длина волны частицы?
13. Почему эффект Комптона не наблюдается при рассеянии фотонов на электронах, сильно связанных с ядром атома?
14. Как изменяется энергия фотона при его комптоновском рассеянии?
16. Чем отличается масса от массы покоя? Когда они совпадают?
17. Какова масса фотона?
18. С какой скоростью движется фотон?
19. Напишите выражение для импульса фотона.
20. Напишите формулу для комптоновской длины волны электрона.
21. Чему равно максимальное изменение длины волны рассеянного фотона и когда оно наблюдается?

2.21 Лабораторная работа № 21 (2 часа)

Тема: «Спектр излучения атомарного водорода»

2.21.1 Цель работы: Знакомство с планетарной и квантовой моделями атома при моделировании процесса испускания электромагнитного излучения возбуждёнными атомами водорода.

2.2.2 Задачи работы:

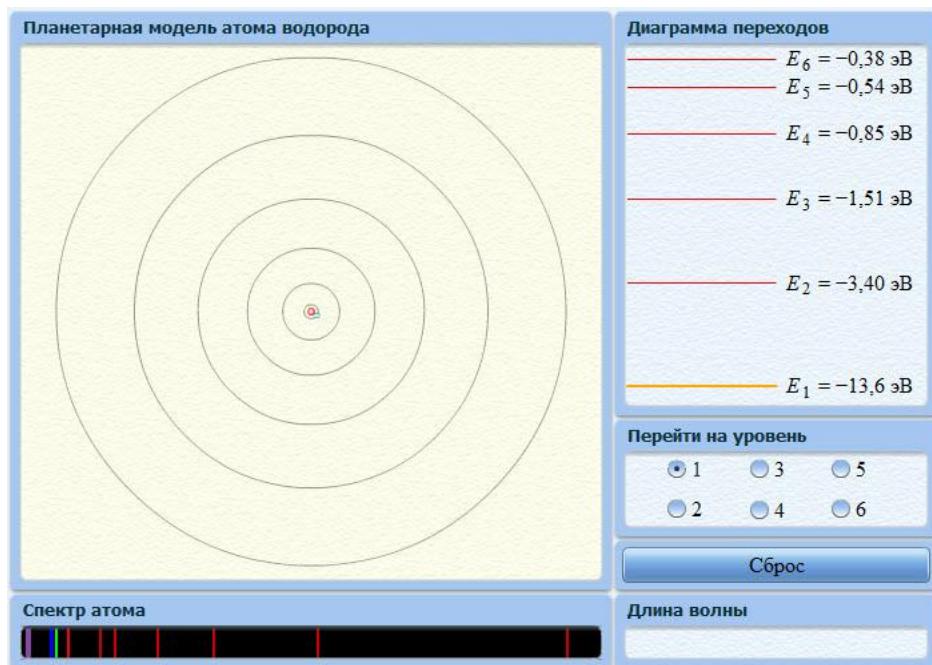
1. Экспериментальное подтверждение закономерностей формирования линейчатого спектра излучения атомарного водорода при низких давлениях.
2. Экспериментальное определение постоянной Ридберга.

2.21.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.21.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Второй постулат Бора».
3. Прочтайте краткие теоретические сведения. Оформите конспект.
4. Внимательно рассмотрите на рисунке орбитальную (планетарную) модель атома водорода. Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.



Измерения

1. Запишите в таблицу 2 величину главного квантового числа n_0 для нижнего уровня энергии данной серии, указанную в таблице 1 для вашей бригады. Запишите туда же название соответствующей серии.
2. Подведите маркер мыши к круглой кнопке (в окне «Перейти на уровень»), соответствующей уровню энергии электрона с номером n_i и щёлкните левую кнопку мыши.
3. Подведите маркер мыши к кнопке для уровня энергии электрона с номером $n_i = n_0 + 1$, большим, чем n_0 , и щёлкните левую кнопку мыши.
4. Наблюдайте и зарисуйте фотографию модели атома водорода (в левом поле), а также стрелки в правом верхнем поле и отметку в нижнем поле, соответствующие линии в данной серии.
5. Запишите в таблицу 2 длину волны данной серии.
6. Повторите измерения, начиная с пункта 2 для других уровней данной спектральной

серии ($n_2 = n_0 + 2$, $n_3 = n_0 + 3 \dots$).

Таблица 1 (не перерисовывать). **Начальные условия.**

Номер бригады	Гл. кв. число ниж. уровня n_0
1 и 5	1
2 и 6	2
3 и 7	3
4 и 8	4

Таблица 2. Результаты измерений. Серия _____, $n = _____$

Номер линии i	n_i	$\frac{1}{n_i^2}$	λ_i , мкм	$\frac{1}{\lambda_i}$, мкм $^{-1}$
1				
2				
3				
4				

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите и запишите в таблицу 2 обратные длины волн $\frac{1}{\lambda}$.
2. Определите, переходу между какими квантовыми состояниями электрона в атоме водорода, соответствует каждая линия излучения. Запишите в таблицу значения n .
3. Постройте график зависимости обратной длины волны $\frac{1}{\lambda}$ от обратного квадрата главного квантового числа $\frac{1}{n^2}$ для данной спектральной серии.
4. Определите по наклону графика значение постоянной Ридберга по формуле

$$R = \frac{\Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right)}{\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)}$$

5. Запишите ответ и проанализируйте ответ и графики.

Табличное значение постоянной Ридберга $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое спектр электромагнитного излучения?
2. Что такое линейчатый спектр электромагнитного излучения?
3. Что является источником линейчатого спектра?
4. Что такое полосатый спектр электромагнитного излучения и что является его источником?
5. При каких условиях излучается сплошной спектр излучения ?
6. Опишите планетарную модель атома.
7. При каких условиях электроны в атоме излучают или поглощают электромагнитное излучение?
8. Как связаны друг с другом характеристики фотона и электрона, который излучает данный фотон?
9. Какое уравнение используется для анализа квантовой модели атома?
- 10.Что является решением этого уравнения?
11. Как описывается электрон и его движение в квантовой модели атома?
12. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
13. Дайте определение орбитали электрона в атоме.
14. Что определяет главное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
- 15.Что определяет азимутальное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
- 16.Что определяет магнитное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
17. Что такое спин электрона?
18. Что определяет спиновое квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
19. Что определяет магнитное квантовое число? Напишите формулу для его нахождения.
20. Что такое вырожденные состояния?
21. Как определить кратность вырождения состояния?
22. Может ли электрон иметь состояние $2d$ и почему?
23. Сформулируйте правило отбора.
24. Что такое спектральная серия?
25. Назовите названия спектральных серий излучения атомарного водорода. Запишите условия для их возникновения.

2.22 Лабораторная работа № 22 (2 часа)

Тема: «Дифракция электронов»

2.22.1 Цель работы: Исследование с помощью компьютерной модели процессов взаимодействия пучка электронов с экраном, имеющим узкую прямоугольную щель.

2.22.2 Задачи работы:

1. Исследование с помощью компьютерной модели процессов взаимодействия пучка электронов с непрозрачным для электронов экраном, имеющим узкую прямоугольную щель (отверстие).
2. Определение характеристик движения электронов пучка.

2.22.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.22.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите в экранном меню модель «Принцип неопределенности Гейзенберга».
3. Прочитайте краткие теоретические сведения. Зарисуйте необходимое в свой конспект лабораторной работы.

Методика и порядок измерения

1. Внимательно рассмотрите схему эксперимента. На рисунке 1 представлено изображение экрана компьютера, на котором моделируется прохождение пучка электронов через отверстие в диафрагме.

Слева на непрозрачную для электронов диафрагму (рис.1) со щелью шириной Δx движется горизонтально поток электронов, имеющих одну и ту же скорость и импульс. При движении через щель электроны могут изменить направление своего движения, приобретя дополнительный импульс в вертикальном направлении.

При попадании электронов на экран на нём будут наблюдаться вспышки. Количество вспышек на единице площади в единицу времени имеет вид кривой с несколькими максимумами и минимумами (на рисунке справа). Величина отклонения точек кривой по горизонтали (I) пропорциональна количеству электронов, попадающих за единицу времени в зону экрана с координатой x .

Действительно, волна де Броиля, приписываемая электрону, при дальнейшем развитии квантовой механики была заменена Шредингером на волновую функцию, определяющую плотность вероятности попадания электрона в зону вблизи данной точки с координатой x , то и подтверждается в данном компьютерном эксперименте.

2. Щёлкните мышью по кнопке «Пуск». Через 10 с снова щёлкните мышью по той же кнопке (которая теперь называется «Пауза») и процесс остановится.

3. Рассмотрите светящиеся точки. Они соответствуют электронам, попавшим к данному моменту времени на экран. Выделите на экране группу электронов, соответствующих первому максимуму дифракционной картины (выше нулевого максимума и ниже второго). Нажмите кнопку «Сброс», затем кнопку «Пуск» и остановите процесс, нажав кнопку «Пауза», когда количество вспышек электронов в зоне первого максимума составит 5-7. Если вспышек мало, можете нова продолжить процесс, снова нажав кнопку «Пуск».

4. Подготовьте таблицы для измерений и получите у преподавателя допуск для выполнения лабораторной работы.

Таблица 1 (не перерисовывать). **Значения ширины щели $\Delta x \cdot 10^{-10}$ м для разных бригад.**

Номера бригад	Первый эксперимент	Второй эксперимент	Третий эксперимент	Четвертый эксперимент
2 и 6	2,1	2,6	3,1	3,6
3 и 7	2,2	2,7	3,2	3,7
4 и 8	2,3	2,8	3,3	3,8

Таблица 2. Координаты электронов первого дифракционного максимума.
Ширина щели $\Delta x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i												
$\langle x \rangle_1$												

Таблица 3. Координаты электронов первого дифракционного максимума.
Ширина щели $\Delta x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i												
$\langle x \rangle_2$												

Таблица 4. Координаты электронов первого дифракционного максимума.
Ширина щели $\Delta x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i												
$\langle x \rangle_3$												

Таблица 5. Координаты электронов первого дифракционного максимума.
Ширина щели $\Delta x_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i												
$\langle x \rangle_4$												

Измерения

- Установите для модели вид экрана «Одна щель (кнопки слева внизу).
- Щёлкните кнопку «Сброс» для очистки поля модели.
- Установите ширину щели по таблице 1 в соответствии с номером вашей бригады.

4. Щёлкните мышью по кнопке «Пуск». Снова щёлкните по кнопке (которая теперь называется «Пауза»), когда количество электронов в зоне первого максимума дифракционной картины составит 5-7.
5. Прикладывая горизонтально лист бумаги или линейку, соедините положение каждого электрона первого максимума с графиком и подведите маркер мыши к точке графика. По информации в всплывающем окне определите координаты X_i всех электронов этой группы, начиная с верхнего. Запишите результаты в соответствующую строку таблицы 2.
6. Закончив измерение и запись координат всех электронов первого максимума, щёлкните кнопку «Выбор» и установите следующее значение ширины щели по таблице 1.
7. Повторите измерения согласно пунктам 5-8, записывая результаты в таблицы 3-5.

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите средние значения координат электронов первого дифракционного максимума при каждом значении ширины щели $\langle \Delta x \rangle$ и запишите в соответствующие таблицы 2-5.
2. Постройте график зависимости среднего значения координаты первого максимума от обратной ширины щели $\langle x \rangle = f(1/x)$.
3. По графику или обработав точки методом наименьших квадратов определите наклон прямой и, подставив его в формулу (8), вычислите длину волны электрона.

$$\lambda = \frac{2}{3L} \cdot \frac{\Delta(x_{m1})}{\Delta(\frac{1}{\Delta x})} \quad (8)$$

4. Сделайте вывод по полученному графику зависимости $\langle x \rangle = f(1/x)$, сравнивая его с формулой (7).

$$x_{m1} = L \cdot \sin(\theta_1^{\max}) = \frac{3L\lambda}{2\Delta x} = \frac{3L\lambda}{2} \cdot \left(\frac{1}{\Delta x} \right) \quad (7)$$

5. Сделайте вывод по полученному значению λ , сравнивая его с числом, приведенным на экране компьютера.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулируйте модель, описывающую состояние движения микрообъекта, применяемую в квантовой физике.
2. Какая классическая модель электромагнитного излучения применяется в электромагнетизме?
3. Назовите примеры классических моделей объектов, применяемых в механике.
4. Какую модель надо применять при исследовании движения самолёта из Москвы в Сочи?
5. Каково устройство электронно-лучевой трубы?
6. Какова волновая модель электрона, движущегося с постоянной скоростью*
7. Напишите формулу для длины волны де Броиля.
8. Что такое явление дифракции?
9. Как выглядит волновая функция свободно движущейся частицы?
10. Почему у электрона, проходящего через щель, появляется вертикальная (в данной компьютерной установке) составляющая импульса?
11. Каков физический смысл волны (волновой функции), приписываемой электрону?
12. Напишите соотношение для синуса угла минимума при дифракции на прямоугольной щели.
13. Напишите соотношение для синуса угла максимума при дифракции на прямоугольной щели.
14. Чему прямо пропорционально смещение x первого максимума дифракционной картины на экране?

15. Какой формы график вы ожидаете получить для зависимости $\langle x \rangle = f(1/x)$.

2.23 Лабораторная работа № 23 (2 часа)

Тема: «Прохождение электромагнитного излучения через вещество»

2.23.1 Цель работы: Исследование процессов и закономерностей взаимодействия электромагнитного излучения с веществом.

2.23.2 Задачи работы:

Исследование с помощью компьютерного эксперимента процессов и закономерностей взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, в частности, поглощения и усиления этого излучения при распространении в активной среде.

2.23.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.23.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите модель «Двухуровневая модель лазера».
3. Прочитайте и законспектируйте краткие теоретические сведения. Ответьте на контрольные вопросы. Оформите конспект лабораторной работы и подготовьте таблицы в соответствии с требованиями по оформлению.

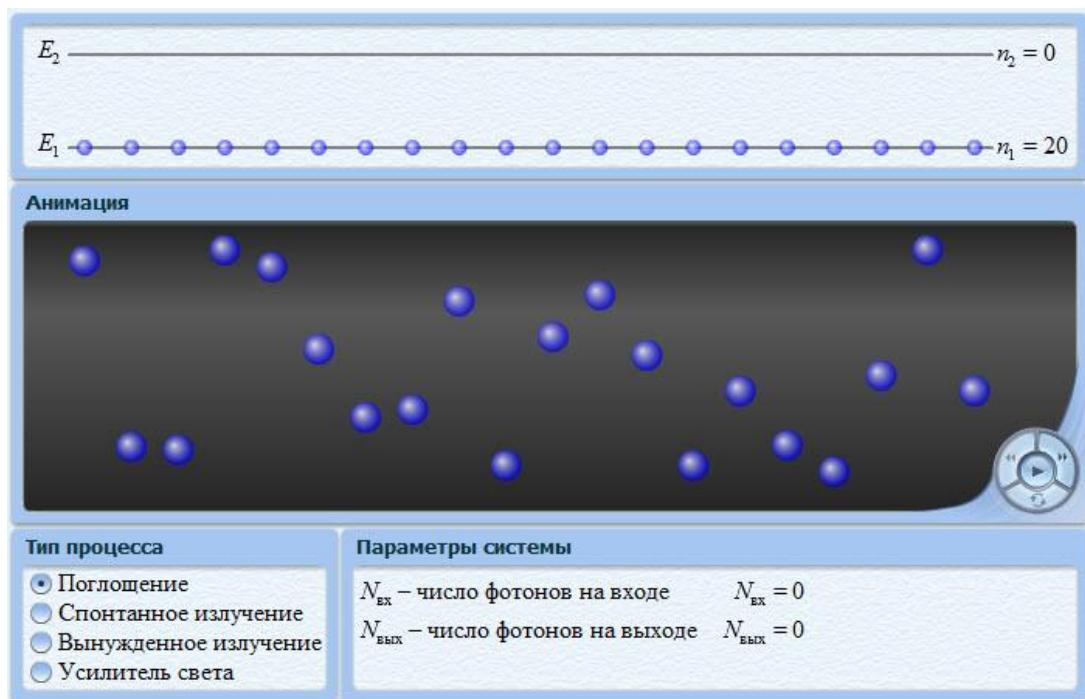
Методика и порядок измерения

В данной лабораторной работе (рис.1) используется компьютерная модель «двууровневой среды», в которой предполагается, что

- все 20 атомов одинаковы и неподвижны,
- все валентные электроны, по одному на каждый атом, могут иметь только 2 энергетических состояния: нижнее с энергией E_1 и верхнее с энергией E_2 .

При этом с помощью модели можно моделировать разные процессы:

1. процесс только поглощения ЭМИ без реализации процессов спонтанного и индуцированного излучения;
2. процесс только спонтанного излучения из состояния с полностью возбуждённой средой;
3. процесс только индуцированного (вынужденного) излучения, без спонтанного;
4. процесс прохождения ЭМИ через активную зону с накачкой



Модель для исследования процесса поглощения ЭМИ веществом

Замечания

1. В модели течение времени сильно замедлено. 1 секунда в модели соответствует 1 наносекунде реального времени.
2. Интенсивность падающего на вещество излучения считается постоянной с момента включения.

Таблица 1 (не перерисовывать). Значения уровня накачки.

№ бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
p (отн. ед.)	30	40	50	60	70	80	90	100

Таблица 2. Количество заполненных состояний нижнего уровня $n_1(t)$. Только поглощение.

$t, с$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
1	20													
2	20													
3	20													
4	20													
5	20													
6	20													
$\langle n_1 \rangle$	20													
$-\ln(\langle n_1 \rangle / 20)$	0													

Таблица 3. Количество заполненных состояний верхнего уровня $n_2(t)$. Только спонтанное излучение.

$t, \text{ с}$	0	5	10	15	20	25	30
1	20						
2	20						
3	20						
4	20						
5	20						
6	20						
$\langle n_2 \rangle$	20						
$-\ln(\langle n_2 \rangle / 20)$	0						

Таблица 4. Количество заполненных состояний верхнего уровня $n_2(t)$. Только индуцированное излучение.

$t, \text{ с}$	0	5	10	15	20	25	30
1	20						
2	20						
3	20						
4	20						
5	20						
6	20						
$\langle n_2 \rangle$	20						
$-\ln(\langle n_2 \rangle / 20)$	0						

Таблица 5. Количество заполненных состояний обоих уровней и количество фотонов на входе $N_{\text{вх}}$ и выходе $N_{\text{вых}}$.
Интенсивность (уровень) накачки p (отн. ед.) = _____

$t (\text{мин})$	1	2	3	4	5	6	Среднее
n_1							
n_2							
n_2/n_1							
$N_{\text{вх}}$							
$N_{\text{вых}}$							
K							

Измерения

Эксперимент 1. Исследование резонансного поглощения излучения веществом.

1. Выберите режим «Поглощение»
2. Включите часы Windows, выберите «Настройка даты/времени» и перенесите окно с часами в удобное место.
3. При прохождении стрелки часов через удобное деление щёлкните мышью «Пуск».
4. Через 5 секунд повторно щёлкните по той же кнопке, что остановит процесс.
5. Запишите появившееся справа вверху значение количества заполненных состояний стационарного уровня n_1 в первой с строке таблицы 2.
6. Повторяйте действия согласно пунктам 3 – 5, пока не заполнится вся строка таблицы.
7. Нажмите кнопку «Сброс» и повторите действия согласно пунктам 3-6, заполняя вторую строку таблицы 2.
8. Измерив 6 раз значения $n_2(t)$, переходите к следующему эксперименту.

Эксперимент 2. Исследование спонтанного излучения.

1. Выберите режим «Спонтанное излучение» и нажмите кнопку «Сброс».
2. Щёлкните мышью по кнопке «Пуск».
3. Через 5 секунд повторно щёлкните по той же кнопке, что остановит процесс.
4. Запишите появившееся значение количества заполненных состояний возбуждённого уровня n_2 в соответствующей строке таблицы 3.
5. Повторяйте действия согласно пунктам 2-4, пока не заполнится вся строка.
6. Нажмите кнопку «Сброс» и повторите действия пунктов 2-5, заполняя следующую строку таблицы.
7. Измерив 6 раз значения $n_2(t)$, переходите к следующему эксперименту.

Эксперимент 3. Исследование индуцированного излучения.

1. Выберите режим «Индуцированное излучение» и нажмите кнопку «Сброс». Обратите внимание на то, что все доступные состояния на возбуждённом уровне будут заняты.
2. При прохождении стрелки на часах через удобное деление щёлкните мышью по кнопке «Пуск».
3. Через 5 секунд повторно щёлкните по той же кнопке, что остановит процесс.
4. Запишите появившееся справа вверху значение количества заполненных состояний стационарного уровня n_1 в первой строке таблицы 4.
5. Повторяйте действия пунктов 3-5, пока не заполнится вся строка таблицы.
6. Нажмите кнопку «Сброс» и повторите действия пунктов 3-6, заполняя вторую строку таблицы 3.
7. Измерив 6 раз значения $n_2(t)$, переходите к следующему эксперименту.

Эксперимент 4. Исследование усиления электромагнитного излучения при распространении в активной зоне.

1. Выберите режим «Усилитель света» и нажмите кнопку «Выбор». Обратите внимание на то, все доступные состояния на возбуждённом уровне будут свободны. Установите интенсивность света накачки в соответствии с величиной из таблицы 1 для вашей бригады.

2. Нажмите кнопку «Пуск» при прохождении стрелки на часах через удобное деление, после чего начнётся накачка. Надо подождать окончания процесса установления, который длится около 1 минуты.
3. В момент времени, указанный первым в таблице 6, повторно щелкните по той же кнопке, что остановит процесс, происходящий в модели.
4. Запишите появившиеся на модели величины заселённостей уровней n_1 и n_2 , а также количества вошедших фотонов N_{ex} , вышедших фотонов N_{exit} и коэффициента усиления K в первом столбце таблицы 5.
5. При прохождении стрелки на часах через удобное деление щёлкните мышью по кнопке «Пуск» и через 1 минуту повторно нажмите ту же кнопку.
6. Повторите действия согласно пунктам 4-5, пока не заполнятся все столбцы таблицы.

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Вычислите средние значения всех измеренных характеристик и заполните соответствующие строки в каждой таблице.
2. Вычислите логарифмы относительных концентраций и заполните с соответствующие строки в таблицах 2, 3 и 4.
3. По эксперименту 4 вычислите заселённость второго уровня n_2/n_1 , вычислите средние значения, заполните последний столбец таблицы 5.
4. На одном чертеже постройте графики зависимости логарифма относительной заселённости уровня и обратным знаком от времени для экспериментов 1, 2 и 3.
5. По заданию преподавателя обработайте полученные результаты методом наименьших квадратов.
6. Сделайте выводы по графикам для экспериментов 1, 2 и 3, сравнивая их с теоретическими зависимостями (1'), (2'), (3').
7. Используя графики (или результаты обработки по методу наименьших квадратов) определите постоянные времени процессов поглощения τ_B , спонтанного излучения τ_H и индуцированного излучения τ_{III} . Используйте общую формулу $\tau = \frac{\Delta t}{\Delta(-\ln(...))}$

где Δ - длины соответствующих катетов из графиков.

8. Вычислите значение константы С, используя формулу (7).
9. Сформулируйте физический смысл этой константы.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Назовите основные процессы, которыми сопровождается распространение электромагнитного излучения внутри вещества.
2. Что такое фотоны?
3. Напишите формулу энергии фотона.
4. Что такое валентный электрон?
5. Что такое рассеяние и каково условие его появления?
6. Каково условие резонансного поглощения излучения веществом?
7. Как изменяется со временем количество электронов на нижнем энергетическом уровне при резонансном поглощении?
8. Что такое постоянная времени перехода электронов в возбуждённое состояние?
9. Что такое спонтанное излучение?
10. Как изменяется со временем количество электронов на нижнем энергетическом уровне при спонтанном поглощении?

11. Что такое индуцированное излучение?
12. Сформулируйте зависимость интенсивности потока фотонов $u(L)$ от расстояния L , проходимого излучением в веществе.
13. Нарисуйте график зависимости $u(L)$?
14. От чего зависит коэффициент затухания излучения в данном эксперименте?
15. Каково условие усиления электромагнитного излучения при его распространении в веществе?

2.24 Лабораторная работа № 24 (2 часа)

Тема: «Ядра атомов»

2.24.1 Цель работы: Знакомство с основными свойствами ядер атомов.

2.24.2 Задачи работы:

1. Знакомство с основными свойствами ядер атомов.
2. Исследование состава ядер и его влияния на количество изотопов.

2.24.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

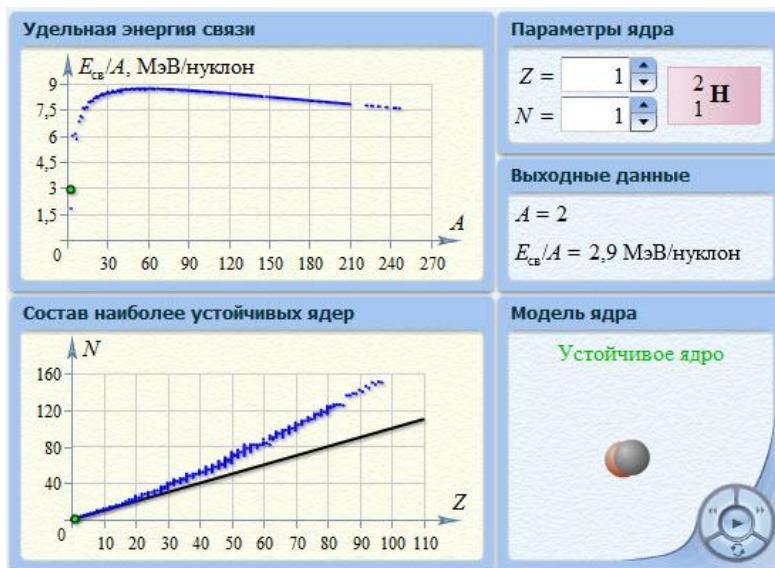
1. Компьютер.
2. ПО «Виртуальный практикум по физике для вузов» – 000 «Физикон», 2014.

2.24.4 Описание (ход) работы:

1. Запустите программу «Виртуальный практикум по физике для вузов».
2. Выберите работу «Ядра атомов».
3. Прочитайте и законспектируйте краткие теоретические сведения. Подготовьте таблицы для заполнения во время измерений.

Методика и порядок измерения

1. Выберите раздел «Квантовая физика» и модель «Энергия связи ядра»



Модель для исследования устойчивости ядер

На рисунке 1 представлено изображение экрана, на котором даны результаты экспериментальных исследований устойчивости ядер и удельной энергии связи нуклонов в ядре в зависимости от состава ядра.

В окне «Состав наиболее устойчивых ядер» на графике представлена совокупность точек, соответствующих составу ядер (Z и N) всех химических элементов, встречающихся в природе. Фиксируя количество протонов Z , входящих в состав ядра, мы задаём химические свойства вещества, состоящего из атомов с такими ядрами. Изменяя количество нейтронов N при фиксированном количестве протонов, получаем изотопы данного химического элемента. Ядра полученного изотопа могут быть как стабильными, так и нестабильными. Это свойство ядер можно наблюдать на изображении, помещённом в правом нижнем углу модели. Каждый стабильный изотоп при наведении маркера мыши изображается зелёной точкой на графике $N(Z)$. Нестабильный изотоп имеет красный цвет соответствующей точки на этом графике.

При исследованиях на данной компьютерной модели требуется определить количество стабильных изотопов для химических элементов, заданных для каждой бригады студентов.

Замечание. По графику, приведённому сверху на рисунке 1, вы можете наблюдать, как зависит удельная энергия связи нуклонов в ядре $E_{\text{св}}$ от его состава (количества нуклонов).

Таблица 1 (не перерисовывать). Исходные данные.

Номера бригад	Количество протонов в ядре – Z													
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
1 и 5	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
2 и 6	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	
3 и 7	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	
4 и 8	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	

Таблица 2. Результаты измерений и расчётов (14 строк). Бригада № _____

Количество протонов в ядре Z	Количество нейтронов в ядре изотопа - N	Количество изотопов $N_{\text{из}}$

Измерения

- С помощью регулировки установите количество протонов Z , заданное в строке для вашей бригады и первом столбце таблицы 1.
- Запишите значение Z в первом столбце таблицы 2. С помощью регулятора установите количество нейтронов N , равное количеству протонов Z .
- Нажмите кнопку «Пуск». Если ядро неустойчиво, оно будет распадаться, и надо увеличить количество нейтронов на 1 и повторить действия пункта 3.
- Если ядро устойчиво, оно не будет распадаться, и на экране красная точка станет зелёной. Запишите количество нейтронов N в таблицу 2.
- Увеличьте количество нейтронов на 1. Если ядро устойчиво, запишите количество нейтронов N в таблицу 2.
- Повторите действия пункта 5 пока не получите подряд несколько неустойчивых

ядер, а красная точка на удалится от синих точек на нижнем графике. Тогда измените количество протонов, как указано в таблице 2 для вашей бригады. Повторите действия, начиная с пункта 2 и записывая результаты в следующей строке таблицы 2.

Обработка результатов и оформление отчёта

1. Подсчитайте количество изотопов для каждого химического элемента и внесите в соответствующий столбец таблицы 2.
2. Сделайте вывод по количеству изотопов химических элементов в заданном диапазоне порядковых номеров. Объясните причину такого количества.
3. Постройте график зависимости количества изотопов $N_{из}$ от количества протонов Z только для чётных Z .
4. Сделайте вывод о форме графика $N_{из}(Z)$.
5. По положению максимума на графике оцените значение магического числа.
6. Сравните значение магического числа, полученное экспериментально, с теоретическим значением числа, расположенным в данном диапазоне изменения Z .
7. Сделайте вывод о количестве изотопов у веществ, ядра которых имеют нечётное количество протонов Z .

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что называют ядром атома?
2. Что такое нуклон?
3. Что такое зарядовое число ядра и чему оно равно?
4. Что определяет порядковый номер химического элемента в таблице Менделеева?
5. В чём состоит главное отличие нейтрона от протона?
6. Какие характеристики нейтрона точно совпадают с аналогичными характеристиками протона?
7. Что можно сказать о количестве протонов и нейтронов в ядрах?
8. Что такое изотопы?
9. Назовите наиболее известные модели ядра?
10. Опишите особенности капельной модели ядра.
11. Опишите движение нуклона в ядре согласно оболочечной модели ядра.
12. Напишите формулу энергии одномерного квантового осциллятора.
13. Напишите формулу энергии трёхмерного квантового осциллятора.
14. Сколько квантовых чисел определяют доступное квантовое состояние нуклона в ядре? Назовите их обозначения и числовые значения.
15. Какие свойства будут существенно разными у химических элементов, имеющих ядра с чётным и нечётным количеством протонов?
16. Что такое магические ядра?
17. Что такое дважды магические ядра?
18. Напишите формулу для определения магических чисел.
19. Много или мало изотопов в среднем, по вашему предположению, будут иметь химические элементы в заданном для вашей бригады диапазоне изменения Z и почему?
20. Как примерно должен выглядеть график $N_{из}(Z)$ с учётом значений Z для вашей бригады, приведенных в таблице 1?

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

3.1 Практическое занятие № 1 (2 часа)

Тема: «Кинематика поступательного и вращательного движений»

3.1.1 Задание для работы:

Ответить на вопросы:

1. Материальная точка и абсолютно твёрдое тело.
2. Кинематические характеристики поступательного движения.
3. Уравнения равноускоренного движения.
4. Угловые характеристики вращательного движения.
5. Равнопеременное вращение.
6. Криволинейное движение. Тангенциальное и нормальное ускорения.
7. Связь между линейными и угловыми характеристиками.

Решить задачи:

1. Определите ускорение самолёта и пройденный им за 10 с путь, если скорость самолёта увеличилась за это время со 180 км/ч до 360 км/ч. (5 м/с^2 и 750 м)
2. Определите начальную скорость тела, которое, двигаясь с ускорением 2 м/с^2 , за 5 с проходит путь, равный 125 м. (20 м/с)
3. Тело движется равноускоренно с начальной скоростью v_0 . Определите ускорение тела, если за время $t = 2$ с оно прошло путь $s = 16$ м и его скорость увеличилась в три раза (4 м/с^2).
4. Автобус, трогаясь с места, движется равноускоренно с $a = 1 \text{ м/с}^2$. Какое расстояние пройдёт автобус за 4 – ю секунду от начала движения? (3,5 м)
5. Тело свободно падает с высоты 490 м. Определить перемещение тела последнюю секунду падения. (93 м)
6. Вал начинает вращаться и за первые 10 секунд совершают 20 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, найдите угловое ускорение ε и угловую скорость вала ω к концу 10-ой секунды.
7. Линейная скорость v_1 точки, находящейся на ободе вращающегося диска, в три раза больше, чем линейная скорость v_2 точки, находящейся на 6 см ближе к его оси. Определить радиус диска. (9 см)
8. Барабан молотилки вращается с постоянной частотой 360 об /мин. С момента сбрасывания ремня барабан тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}$. Через какое время барабан остановится и какое число оборотов N он совершил до остановки?
9. Определите период и частоту вращающегося диска, если он за 10 секунд делает 40 оборотов.
11. Диск радиусом 20 см, вращается вокруг неподвижной оси согласно уравнению $\varphi = A + t + t^2 + t^3$. Определите для точек на ободе диска тангенциальное a_t и нормальное ускорение a_n к концу второй секунды движения.

3.1.2 Краткое описание проводимого занятия.

Изучение кинематических характеристик и законов поступательного и вращательного движения тел, решение задач.

3.1.3 Результаты и выводы: изучены основные понятия, характеристики и законы кинематики поступательного и вращательного движения.

3.2 Практическое занятие № 2 (2 часа)

Тема: «Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела»

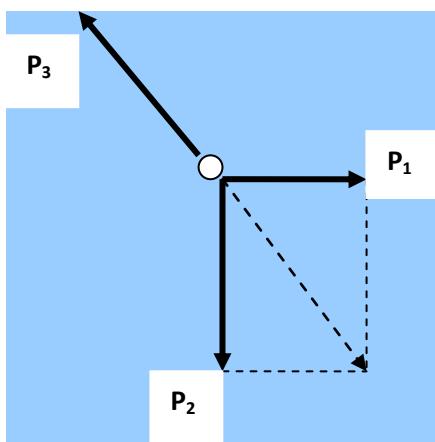
3.2.1 Задание для работы:

Ответить на вопросы:

1. Методика (алгоритм) решения задач динамики (законы Ньютона)
2. Понятия: сила тяжести, вес, перегрузка, невесомость.
3. Дать определения следующих физических понятий: импульс, работа, энергия и её виды, консервативные и неконсервативные силы,
4. Закон сохранения импульса.
5. Закон сохранения энергии.

Решить задачи

1. Определить ускорение и вес тела массой 10 кг, скользящего по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения скольжения $f = 0,2$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.
2. Бруск равномерно движется (скользит) по наклонной плоскости, составляющей угол 30° с горизонтом. Найти коэффициент трения скольжения. ($\approx 0,577$)
3. Груз массой 50 кг перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы $F = 200 \text{ Н}$, направленной под углом 30° к горизонту. Определить ускорение груза, если коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен 0,1. $g = 10 \text{ м/с}^2$ ($2,68 \text{ м/с}^2$)
4. Человек массой 60 кг находится в лифте. Определить вес человека в следующих случаях: а) лифт поднимается равноускоренно вверх с $a = 0,8 \text{ м/с}^2$ б) лифт поднимается вверх, двигаясь равнозамедленно с $a = 0,8 \text{ м/с}^2$ в) лифт опускается вниз, двигаясь равноускоренно с $a = 0,8 \text{ м/с}^2$ г) лифт опускается вниз, двигаясь равнозамедленно с $a = 0,8 \text{ м/с}^2$ д) лифт равномерно движется вверх.
5. Лифт опускается равноускоренно и в первые 10 с проходит 10 м. На сколько изменится (уменьшится) вес пассажира массой 70 кг, который находится в лифте? (14 Н)
6. Автомобиль массой 2000 кг проходит по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны 40 м со скоростью 36 км/ч. С какой силой автомобиль давит на середину моста? $g = 10 \text{ м/с}^2$ (15 000 Н)
- 7- С тележки массой 200 кг, движущейся горизонтально со скоростью 2 м/с, против движения прыгает мальчик массой 50 кг. Какой стала скорость тележки, если величина скорости мальчика в прыжке составляла 6 м/с?
8. Зенитный снаряд взорвался в верхней точке траектории. Образовались три осколка. Два осколка разлетелись под прямым углом друг к другу. Скорость первого осколка массой $m_1 = 9 \text{ кг}$ равна 60 м/с, а скорость второго осколка массой $m_2 = 18 \text{ кг}$ равна 40 м/с. Третий осколок отлетел в некотором направлении со скоростью 200 м/с. Найти графически и аналитически направление полёта и массу третьего осколка. (4,5 кг)



9. Тело массой 5 кг поднимают с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. Определить работу силы в течение первых пяти секунд. (1,48 кДж)
10. Определить работу, совершаемую при подъёме груза массой $m = 50 \text{ кг}$ по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту на расстояние $s = 4 \text{ м}$, если время подъёма $t = 2 \text{ с}$, а коэффициент трения $f = 0,06$. (1,48 кДж)
11. Материальная точка массой $m = 1 \text{ кг}$ двигалась под действием силы согласно уравнению $s = A - 3t + 5t^2 - t^3$. Определить мощность N , затрачиваемую на движение точки в момент времени $t = 1 \text{ с}$. (16 Вт)
12. Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с Землёй обладает импульсом $p = 100 \text{ кг м/с}$ и кинетической энергией $T = 500 \text{ Дж}$. Определить высоту падения и массу тела. (5,1 м и 10 кг)
13. С горки высотой 2 м и основанием 5 м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя горизонтально путь 35 м от основания горки. Определите коэффициент трения, считая его одинаковым на всем пути. (0,05)
14. Определите скорость тела на высоте 10 м, если оно брошено с поверхности Земли с начальной скоростью 15 м/с под углом к горизонту. Сопротивлением воздуха пренебречь.
15. Груз подбрасывается пружиной вертикально вверх. Масса груза m , жёсткость пружины k , сжатие x . Определить скорость вылета груза.
16. С какой начальной скоростью v_0 надо бросить вниз мяч с высоты 2 м, чтобы он подпрыгнул на высоту 4 м? Считать удар о землю абсолютно упругим. ($\sim 6,3 \text{ м/с}$)

3.3.2 Краткое описание проводимого занятия.

- Изучение методики решения задач динамики и решение задач с применением законов Ньютона.
- Изучение законов сохранения импульса и энергии и решение задач с применением этих законов.

3.3.3 Результаты и выводы: знание и навыки решения задач механики с применением законов Ньютона и законов сохранения импульса и энергии.

3.3 Практическое занятие № 3 (2 часа)

Тема: «Динамика вращательного движения»

3.3.1 Задание для работы

Ответить на вопросы:

- Момент инерции, момент силы, момент импульса.

2. Кинетическая энергия вращающегося твёрдого тела.
3. Основной закон динамики вращательного движения.
4. Закон сохранения момента импульса

Решить задачи:

1. Определить момент инерции сплошного однородного диска радиусом $R = 40$ см и массой $m = 1$ кг относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. $(0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2)$
2. К ободу однородного диска радиусом 0,2 м приложена постоянная касательная сила 100 Н. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением 100 рад/с^2 . (10 кг)
3. К ободу однородного сплошного диска массой 50 кг и радиусом 1 м приложена постоянная касательная сила 62,28 Н. Определить количество оборотов N , совершенных за 10 с после начала вращения. (20)
4. На вал с насаженным на него колесом диаметром 20 см действует вращающий момент 8 Н·м. С какой минимальной силой должна быть прижата тормозная колодка к ободу вращающегося колеса, чтобы колесо остановилось? Коэффициент трения равен 0,8.
5. Человек действует с силой 20 Н на край двери шириной 90 см перпендикулярно её плоскости. Определить величину вращающего момента этой силы.
6. Два тела одинаковой массы движутся с одинаковыми скоростями. Первое тело катится, а второе скользит. При ударе о стенку тела останавливаются. В каком случае при ударе тела больше выделяется тепла.
7. Частица массой m равномерно вращается со скоростью v вокруг неподвижной оси, перпендикулярной плоскости вращения. Радиус окружности вращения равен r . Модуль момента импульса частицы p определяется выражением ?
8. Момент импульса вала, вращающегося с частотой 5 об/с, равен $4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Найти кинетическую энергию вала.
9. Человек массой 60 кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой 120 кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $n_1 = 10 \text{ мин}^{-1}$, переходит к её центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека точечной массой, определить, с какой частотой n_2 будет вращаться платформа.
10. Человек сидит в центре вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест за его середину. Как изменится частота вращения, если он повернет шест из горизонтального положения в вертикальное ?

3.3.2 Краткое описание проводимого занятия.

Изучение основных понятий и законов динамики вращательного движения твёрдого тела, решение задач на расчёт динамических характеристик вращающегося тела.

3.3.3 Результаты и выводы:

Изучены основные понятия и законы динамики вращательного движения твёрдого тела, освоена методика решения задач на расчёт динамических характеристик вращающегося тела.

3.4 Практическое занятие № 4 (2 часа)

Тема: «Механические колебания и волны»

3.4.1 Задание для работы

Ответить на вопросы:

1. Уравнение и параметры гармонических колебаний.

2. Энергия гармонических колебаний.
3. Пружинный маятник.
4. Физический маятник.
5. Математический маятник.
6. Уравнение и параметры волны.

Решить задачи:

1. Написать уравнение гармонических колебательных движений с амплитудой $A = 5$ см, если за время $t = 1$ мин. совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний $\phi_0 = \pi/4$.
2. Написать уравнение гармонических колебаний с амплитудой $A = 50$ мм, периодом $T = 4$ с и начальной фазой колебаний $\phi_0 = \pi/4$. Найти смещение x колеблющейся точки от положения равновесия при $t = 0$ и $t = 1,5$ с.
3. Точка совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см и периодом $T = 5$ с. Опр. максимальную скорость и макс. ускорение точки. ($12,6$ см/с и $15,8$ см/с²)
4. Материальная точка массой 20 г совершает колебания по закону $x = 0,1 \sin 5t$ (в метрах). Сила, действующая на точку в положении наибольшего смещения равна?
5. Груз висит на пружине и колеблется с периодом 0,6 с. На сколько укоротится пружина, если с неё снять груз?
6. Груз совершает горизонтальные гармонические колебания на пружине жёсткостью 250 Н/м. Амплитуда колебаний 5 см. Найдите полную механическую энергию колебаний.
7. Если увеличить массу груза, подвешенного к спиральной пружине, на 600 г, то период колебаний груза возрастает в 2 раза. Определить массу первоначально подвешенного груза.
8. Тонкий обруч радиусом $R = 50$ см подвешен на вбитый в стену гвоздь и колеблется в плоскости, параллельной стене. Определить период T колебаний обруча. (2 с)
9. Два математических маятника, длины которых отличаются на $\Delta l = 16$ см, совершают за одно и то же время один $N_1 = 10$ колебаний, другой - $N_2 = 6$ колебаний. Определить длины маятников.
10. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2$ см, полная энергия колебаний $E = 0,3$ мкДж. При каком смещении x от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 22,5$ мкН?
11. На поверхности моря длина волны составляет 300 м, а её циклическая частота 0,46 рад/с. Определите скорость распространения такой волны.
12. Волна распространяется со скоростью 6 м/с и частотой 4 Гц. Определите разность фаз колебаний точек среды, отстоящих друг от друга на расстоянии 50 см.
13. Волны распространяются вдоль резинового шнура со скоростью 3 м/с при частоте 2 Гц. В каких фазах находятся точки, отстоящие друг от друга на расстоянии 75 см?
14. Звуковые колебания, имеющие частоту 500 Гц и амплитуду 0,25 м, распространяются в воздухе. Длина волны равна 70 см. Найдите скорость распространения колебаний и максимальную скорость частиц в воздухе.

3.4.2 Краткое описание проводимого занятия.

Изучение основных понятий и характеристик гармонических колебаний и гармонических осцилляторов и механических волн, решение задач на расчёт характеристик механических колебаний и волн.

3.4.3 Результаты и выводы: изучены свойства и характеристики гармонических колебаний и гармонических осцилляторов (пружинный маятник, физический маятник, математический маятник); знания о природе, характеристиках и свойствах механических волн.

3.5 Практическое занятие № 5 (2 часа)

Тема: «Молекулярно-кинетическая теория газов»

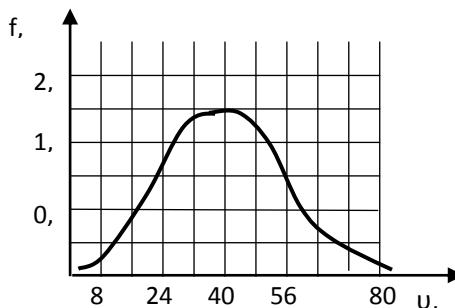
3.5.1 Задание для работы

Ответить на вопросы:

1. Определения основных термодинамических параметров и модели «идеальный газ»
2. Основные положения МКТ.
3. Вывод основного уравнения МКТ.
4. Законы идеальных газов.

Решить задачи:

1. Сравните давления кислорода (O_2) p_1 и водорода (H_2) p_2 на стенки сосуда, если концентрации газов и их средние квадратичные скорости одинаковы. $\mu_1 = 0,032 \text{ кг/ моль}$, $\mu_2 = 0,002 \text{ кг/ моль}$
2. Определите давление газа, средняя квадратичная скорость молекул которого $\langle V_{\text{кв}} \rangle = 500 \text{ м/с}$, а плотность $\rho = 1,5 \text{ кг/м}^3$.
3. Определите плотность газа ρ , средняя квадратичная скорость молекул которого $\langle V_{\text{кв}} \rangle = 800 \text{ м/с}$, давление $p = 4000 \text{ кПа}$.
4. Определите наиболее вероятную скорость молекул азота, считая его идеальным газом, при температуре 900 К.
5. В сосуде вместимостью 1 л находится кислород массой 1 г. Определите концентрацию молекул кислорода в сосуде.
6. В сосуде вместимостью 0,3 л при температуре 290 К находится некоторый газ. На сколько понизится давление газа в сосуде, если из него из-за утечки выйдет 10^{19} молекул?
7. На какой высоте давление воздуха составляет 60 % от давления на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 10°C .
8. Из баллона объёмом 50 л с газообразным азотом произошла утечка. В результате неё давление азота понизилось на 80 кПа. Найти массу азота, вышедшего из баллона, если температура азота постоянна и равна 27°C . Молярная масса азота $\mu = 0,028 \text{ кг/моль}$.
9. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого идеального газа при нормальных условиях равна 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этого грамма?
10. 10 г кислорода находится под давлением 0,303 МПа при температуре 10°C . После нагревания при постоянном давлении кислород занял объем 10 л. Найти начальный объем газа и его конечную температуру
11. Определить массу аммиака (NH_3), содержащегося в баллоне ёмкостью 20 л при температуре 27°C и под давлением 190 мм рт.ст. ($3,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$)
12. Во сколько раз увеличится объём воздушного пузырька, поднявшегося при постоянной температуре с глубины 90 м на поверхность озера? Атмосферное давление нормальное, $g = 10 \text{ м/с}^2$
13. На рисунке приведена функция распределения молекул идеального газа по скоростям. Если температура газа уменьшится в четыре раза, то наиболее вероятная скорость молекул станет равной (в м/с).



3.5.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение основных понятий, моделей и законов молекулярно-кинетической теории газов.
2. Решение задач, связанных с расчётом термодинамических параметров идеального газа и характеристик молекул газа.

3.5.3 Результаты и выводы: Основные понятия и знания о законах и методах молекулярно-кинетической теории.

3.6 Практическое занятие № 6 (2 часа)

Тема: «Законы термодинамики»

3.6.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Внутренняя энергия, число степеней свободы, теплоёмкость, теплота, работа газа.
2. Первое начало термодинамики.
3. Второе начала термодинамики. Энтропия.
4. Энергетическая модель теплового двигателя.
5. Цикл Карно и его к.п.д. для идеального газа (вывод).

Решить задачи:

1. Найти внутреннюю энергию U двухатомного газа, находящегося в сосуде объёмом $V = 2$ л под давлением $P = 150$ кПа. (750 Дж)
2. Воздух массой 87 г нагревается от 10°C до 30°C . Определить изменение внутренней энергии воздуха, считая воздух двухатомным идеальным газом. (1,25 МДж)
3. Азот массой 280 г был нагрет при постоянном давлении на 100°C . Найдите работу, которую совершают газ при расширении. (8,31 кДж)
4. Какое количество теплоты было подведено к гелию, если работа, совершаемая газом при изобарном процессе расширения, составляет 2 кДж? Чему равно изменение внутренней энергии?
5. Объём кислорода $V_1 = 7,5$ л адиабатически сжимается до $V_2 = 1$ л, причём в конце сжатия установилось давление $p_2 = 1,6$ МПа. Под каким давлением p_1 находился газ до сжатия?
6. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя $T_1 = 500$ К, холодильника $T_2 = 300$ К. Работа изотермического расширения газа составляет 2 кДж. Определить термический к.п.д. цикла и количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии холодильнику. (40%, 0,6 кДж)
7. К.п.д. теплового двигателя равен 15 %. Какое количество теплоты передано от нагревателя рабочему телу за время, в течение которого совершена работа 150 Дж? (1000 Дж)
8. Рабочее тело - идеальный газ -теплового двигателя совершает цикл, состоящий из изобарного, адиабатного и изотермического процессов. В ходе изобарного процесса газ нагревается от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 600$ К. Определить термический к.п.д. теплового двигателя. (30,7 %)
9. Многоатомный идеальный газ совершает цикл Карно, при этом в процессе адиабатического расширения объём газа увеличивается в $n = 4$ раза. Определить термический к.п.д. цикла. (37 %)

10. Газ совершає цикл Карно. Температура холодильника $T_2 = 300 \text{ K}$, а температура нагревателя $T_1 = 400 \text{ K}$. Як зміниться к.п.д. цикла, якщо збільшити температуру нагревателя на 200 K ? (к.п.д. $_1 = 0,25$, к.п.д. $_2 = 0,5$)
11. Робота розширення деякого двухатомного ідеального газа становить $A = 4 \text{ кДж}$. Визначити кількість теплоти, переданої газу, якщо процес протекає ізотермічно.
12. Водород масою $m = 20 \text{ г}$ був нагріт на $\Delta T = 100 \text{ K}$ при постійному тиску. Визначити: а) прирівняння внутрішньої енергії газа ΔU ; б) роботу розширення A ; кількість теплоти, переданої газу. $\mu = 0,002 \text{ кг/моль}$.
13. Для ізобарного нагрівання 800 молей газа на 500 K йому сообщили $9,4 \text{ МДж}$ теплоти. Визначити роботу газа і змінення його внутрішньої енергії.
14. Ідеальний газ совершає цикл Карно, термічний к.п.д. якого рівний $0,4$. Визначити роботу ізотермічного сжаття газа, якщо робота ізотермічного розширення становить 400 Дж . (-240 Дж)

3.6.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение основных понятий и законов термодинамики; решение задач на применение законов термодинамики к изопроцессам.
2. Изучение энергетической модели теплового двигателя, основных его параметров.
3. Изучение цикла Карно и его особенностей

3.6.3 Результаты и выводы:

Знание основных понятий и законов термодинамики и навыки решения задач и расчётов термодинамических процессов.

3.7 Практическое занятие № 7 (2 часа)

Тема: «Реальные газы. Фазовые превращения вещества.»

3.7.1 Задание для работы.

Рассмотреть следующие вопросы.

1. Молекулярное взаимодействие и три агрегатных состояния вещества.
2. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Критическое состояние.
3. Внутренняя энергия реального газа и эффект Джоуля-Томсона.
4. Сжижение газов. Методы сжижения и применение жидких газов.
5. Испарение, сублимация, плавление и кристаллизация.
6. Фазовые переходы 1-го рода. Скрытая теплота фазового перехода.
7. Фазовые диаграммы. Тройная точка.
8. Уравнение Клапейрона – Клаузиуса.

Ответить на контрольные вопросы:

1. Реальные газы.
 - а) Особенности взаимодействия молекул вещества, находящегося в газообразном состоянии, жидким и твёрдом состояниях.
 - б) Две поправки в уравнении Ван-дер-Ваальса.
 - в) Что называют паром?
 - г) Газ находится при температуре выше критической. Каким образом превратить этот газ в жидкость?
 - д) Как изменяется температура реального газа при его адиабатном расширении без совершения работы?
 - е) Два основные промышленных метода сжижения газов.

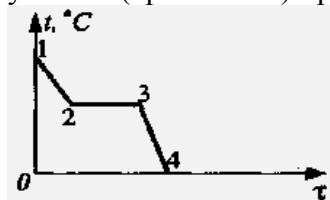
ж) Что называют сосудом Дьюара? Как такое устройство, применяемое в быту и в домашних условиях, называется?

2. Фазовые превращения вещества.

а) Твердая углекислота (CO_2), называемая «сухим льдом», не существует длительное время на воздухе при комнатной температуре и атмосферном давлении. При этих условиях с ней происходит фазовое превращение. Как называется этот процесс, в какое состояние переходит «сухой лёд»? Дайте объяснение, используя фазовую диаграмму этого вещества.

б) Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340 \text{ кДж/кг}$. Что нужно для превращения 10 кг воды, находящейся при температуре 0°C , в лёд?

в) На рисунке показана зависимость температуры воды $t^\circ\text{C}$ от времени τ . На каком участке (временном) происходит согласно графику отвердевание воды



3.7.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Рассмотрение свойств и особенностей реального газа, уравнения состояния реального газа и методов сжижения газа.

2. Фазовые превращения вещества. Применение диаграммы состояний для изображения фазовых превращений вещества.

3.7.3 Результаты и выводы:

1. Взаимодействие молекул и внешние условия определяют агрегатное состояние вещества и его свойства.
2. Уравнение Ван-дер-Ваальса достаточно хорошо описывает состояние реальных газов.
3. Превращение газа в жидкость возможно только при температуре ниже критической, которая определяется взаимодействием молекул газа.
4. Фазовые превращения определяются изменениями температуры и давления.
5. Диаграмма состояния позволяет судить, какие фазовые переходы будут происходить при том или ином термодинамическом процессе.

3.8 Практическое занятие № 8 (2 часа)

Тема: «Законы электростатики»

3.8.1 Задание для работы.

Ответить на следующие вопросы:

1. Что называют электрическим полем?
2. Напряжённость и потенциал электростатического поля.
3. Работа перемещения заряда в электростатическом поле.
4. Напряжённость и потенциал поля точечного заряда и заряженных тел (плоскость, две параллельные плоскости, сфера, шар).
5. Электроемкость. Конденсаторы.
6. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электрического поля.

Решить задачи:

1. Два шарика, расположенные на расстоянии $r = 10$ см, имеют одинаковые отрицательные заряды и взаимодействуют с силой $F = 0,23$ Н. Найти число избыточных электронов на каждом шарике. ($N = 10^{11}$)
2. Два одинаковых металлических шарика, имеющих заряды $4 \cdot 10^{-7}$ Кл и $0,8 \cdot 10^{-7}$ Кл, находятся на расстоянии 60 см. Шарики приводят в соприкосновение, а затем разводят на прежнее расстояние. Найдите силу взаимодействия после соприкосновения. ($1,44 \cdot 10^{-3}$ Н)
3. Два точечных заряда, находясь на расстоянии 2,2 см, взаимодействуют в вакууме с такой же силой, что и в трансформаторном масле на расстоянии 1,48 см. Определите диэлектрическую проницаемость масла ϵ . ($\epsilon = 2,21$)
4. Два проводящих шарика весом по 0,04 Н каждый подвешены в воздухе на непроводящих нитях длиной 205 см к одному крючку. Шарикам сообщили равные одноимённые заряды, вследствие чего шарики разошлись на расстояние 90 см. Определите величину заряда каждого шарика. (90 мкКл)
5. Точечные заряды $Q_1 = +40$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Где надо поместить третий заряд, равный $Q_3 = +40$ нКл, чтобы система находилась в равновесии? (в 10 см правее заряда Q_2)
6. Определить энергию конденсаторной батареи, состоящей из четырёх параллельно соединённых конденсаторов и заряженной до напряжения 200 В.
 $C_1 = 4$ мкФ, $C_2 = 5$ мкФ, $C_3 = 1$ мкФ. ($W_3 = 0,2$ Дж)
7. Энергия электрического плоского конденсатора $W_3 = 2$ мДж, расстояние между пластинами $d = 0,5$ мм. Найдите силу притяжения пластин друг к другу. (4 Н.)
8. Разность потенциалов между точками А и В равна 9 В. Ёмкости конденсаторов $C_1 = 3$ мкФ, $C_2 = 6$ мкФ. Определить заряды и напряжение на обкладках каждого конденсатора.
 $C_1 \quad C_2$



9. К батарее с э.д.с. $\epsilon = 300$ В подключены два конденсатора с ёмкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 3$ мкФ. Определить заряд и напряжение на обкладках конденсаторов при их последовательном и параллельном соединении.
10. При увеличении напряжения, поданного на конденсатор ёмкостью 20 мкФ, в два раза энергия электрического поля конденсатора возросла на 0,3 Дж. Найти начальные значения напряжения и энергии поля конденсатора. (100 В, 0,1 Дж)

3.8.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение основных понятий и законов электростатики.
2. Решение задач на расчёт характеристик электрических систем.

3.8.3 Результаты и выводы: изучены основные понятия и законы электростатики.

3.9 Практическое занятие № 9 (2 часа)

Тема: Законы постоянного тока

3.9.1 Задание для работы.

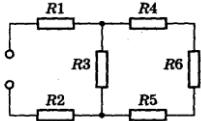
Ответить на следующие вопросы:

1. Электрический ток и его характеристики.
2. Закон Ома.
3. Работа и мощность тока.
4. Закон Джоуля - Ленца.
5. Параллельное и последовательное соединение проводников.

6. Правила Кирхгофа

Решить задачи.

1. Найдите общее сопротивление участка цепи, если $R_1 = R_3 = R_6 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, $R_5 = 12 \text{ Ом}$. (12,6 Ом)



2. Резистор сопротивлением 5 Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение 10 В. Если заменить резистор на другой сопротивлением 12 Ом, то вольтметр покажет напряжение 12 В. Определить э.д.с. и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.
3. Какова напряжённость поля в алюминиевом проводнике сечением $1,4 \text{ мм}^2$ при силе тока 1 А ? Удельное сопротивление алюминия $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$.
4. Найдите э.д.с. источника тока, если при внутреннем сопротивлении 1 Ом и двух нагрузочных резисторах по 2 Ом каждый, включенных между собой параллельно, через каждый резистор течёт ток силой 1 А. (4 В)
5. Найдите внутреннее сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт, а при силе тока 6 А развивается мощность 12 Вт.
6. Электрический чайник имеет два нагревателя. При включении одного из них вода в чайнике закипает за 10 мин., при включении второго нагревателя - за 40 минут. Через сколько времени закипает вода , если оба нагревателя включены параллельно.
7. Электрический чайник имеет два нагревателя. При включении одного из них вода в чайнике закипает за 10 мин., при включении второго нагревателя - за 40 минут. Через сколько времени закипает вода , если оба нагревателя включены последовательно.
8. При подключении нагрузки к источнику тока с э.д.с. 30 В и внутренним сопротивлением 2 Ом напряжение на зажимах источника тока стало равным 28 В. Какую работу совершают сторонние силы источника за 5 мин? Какова работа тока во внешней и внутренней частях цепи за это время ?
9. Электрическая плитка имеет две нагревательные спирали. При включении одной из них вода в чайнике закипает за 15 мин., при включении другой - через 30 мин. Через какое время закипит вода, если обе спирали включить, соединив параллельно ?
10. Э.д.с. источника тока равна $E = 2 \text{ В}$, а внутреннее сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$. Найдите силу тока, если внешняя цепь потребляет мощность $P = 0,75 \text{ Вт}$
11. Сила тока в проводнике сопротивлением 50 Ом равномерно увеличивается от нуля до максимального значения в 3 А в течение 6 секунд. Найдите выделившееся в проводнике за это время количество теплоты.
12. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0,08 \text{ Ом}$ при нагрузке (силе тока) $I_1 = 4 \text{ А}$ отдаёт во внешнюю цепь мощность $P_1 = 8 \text{ Вт}$. Какую мощность P_2 отдаст он во внешнюю цепь при нагрузке $I_2 = 6 \text{ А}$?

3.9.2 Краткое описание проводимого занятия.

Изучение законов постоянного тока и решение задач на расчёт характеристик электрических цепей.

3.9.3 Результаты и выводы:

Знание законов постоянного тока, умение решать задачи и делать расчёты электрических цепей.

3.10 Практическое занятие № 10 (2 часа)

Тема: Электрический ток в вакууме, газах и полупроводниках.

3.10.1 Задание для работы.

Ответить на следующие вопросы:

1. Электрический ток в вакууме.
2. Термоэлектронная эмиссия и её законы.
3. Электрический ток в газах. Ионизация и рекомбинация газов.
4. Самостоятельный и несамостоятельный газовые разряды.
5. Вольт-амперная характеристика газового разряда.
6. Виды самостоятельных газовых разрядов и их применение в технике.
7. Свойства полупроводников.
8. Собственная и примесная проводимость полупроводников.
9. Электронно-дырочный переход.
10. Вольт-амперная характеристика электронно-дырочного перехода
11. Полупроводниковые приборы (терморезистор, фоторезистор, диод, транзистор, фотодиод, светодиод).
12. Изучить работу полупроводникового выпрямительного устройства на основе полупроводникового диодного моста.
13. Ознакомиться с работой солнечного полупроводникового фотопреобразователя.

3.10.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение термоэлектронной эмиссии и её законов.
2. Изучение свойств, природы и видов газового разряда.
3. Изучение основных свойств полупроводников и полупроводниковых приборов.

3.10.3 Результаты и выводы:

1. Знание механизма прохождения тока в вакууме и газе.
2. Знание основные свойства полупроводников, механизма токопрохождения в однородных полупроводниках и электронно-дырочном переходе.
3. Применение электронно-дырочных переходов в полупроводниковых приборах (полупроводниковый выпрямитель и солнечный фотопреобразователь)

3.11 Практическое занятие № 11 (2 часа)

Тема: Магнитное поле постоянного тока

3.11.1 Задание для работы.

Ответить на следующие вопросы:

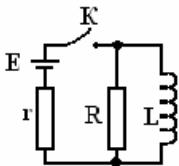
1. Магнитное поле, его свойства и характеристики.
2. Закон Ампера.
3. Магнитное поле прямого тока и кругового тока. Правило правого винта.
4. Действие магнитного поля на контур с током. Магнитный момент.
5. Движение заряженной частицы в магнитном поле. Сила Лоренца.

Решить задачи:

1. Однородное магнитное поле действует с силой 50 мН на проводник длиной 5 см и силой тока в нем 25 А, который расположен перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Определите модуль индукции магнитного поля.

2. Энергия магнитного поля проволочной катушки, в которой при силе тока 5 А возникает магнитный поток 4 Вб, равна ?

В схеме ключ К вначале был замкнут. Параметры схемы: $r = 5 \text{ Ом}$, $L = 1 \text{ Гн}$, $\varepsilon = 20 \text{ В}$. Определите какое количество выделится в резисторе R после размыкания ключа



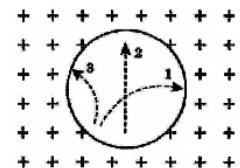
3. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,02 \text{ Тл}$, имея импульс $p = 6,4 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Радиус окружности вращения равен (в см) ?

4. Чему равна энергия магнитного поля катушки из 200 витков, если при силе тока 4 А в ней возникает магнитный поток, равный 0,01 Вб ?

5. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2 \text{ Тл}$ находится квадратная проводящая рамка со стороной $l = 20 \text{ см}$ и током $I = 10 \text{ А}$. Плоскость квадрата составляет с направлением поля угол в 30° . Определите работу удаления рамки за пределы магнитного поля.

6. Определите максимальный вращающий момент сил, действующих на прямоугольную рамку, содержащую 100 витков провода, размером $4 \cdot 6 \text{ см}^2$, по которой проходит ток 10 А, в магнитном поле с индукцией 1,2 Тл.

7. Три частицы влетели в однородное магнитное поле. На рисунке траектории их движения показаны штриховой линией. Линии магнитной индукции направлены от наблюдателя. Какая из частиц имеет отрицательный заряд?



3.11.2 Краткое описание проводимого занятия.

Изучение основных свойств магнитного поля и законов магнетизма..

3.11.3 Результаты и выводы:

Знание основных законов магнетизма.

3.12 Практическое занятие № 12 (2 часа)

Тема: Электромагнитная индукция

3.12.1 Задание для работы.

Ответить на следующие вопросы:

1. Электромагнитная индукция. Опыты Фарадея.
2. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца.
3. Э.д.с. индукции в движущихся проводниках.
4. Генератор переменного тока.
5. Гипотеза Максвелла. Индукционное электрическое поле.
6. Вихревые токи, скин-эффект и их практическое применение.

Решить задачи:

1. Самолёт летит горизонтально со скоростью 250 м/с в области, где индукция магнитного поля Земли направлена вертикально и равна $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. Расстояние между концами крыльев составляет 40 м, а разность потенциалов, возникающая между ними равна (в вольтах) ?

2. Проволочная рамка площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ вращается с частотой $v = 50 \text{ Гц}$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$ так, что амплитуда э.д.с. $E_0 = 6,28 \text{ В}$. Определите число витков рамки.
3. Внутри металлического витка радиусом 5 см магнитный поток изменился на 18,5 мВб за время 5,9 мс. Напряжённость вихревого электрического поля в витке равна ?
4. Какой заряд пройдёт через поперечное сечение витка, сопротивление которого $R = 0,03 \text{ Ом}$, при уменьшении магнитного потока внутри витка на $\Delta\Phi = 12 \text{ мВб}$?
5. Ротор генератора переменного тока вращается с частотой 60 об/с в магнитном поле с индукцией $B = 0,15 \text{ Тл}$. Сколько витков должно быть в обмотке площадью $2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$, чтобы амплитуда напряжения составляла $E_0 = 170 \text{ В}$?
6. Э.д.с. индукции, возникающая в рамке при вращении в однородном магнитном поле, изменяется по закону $\varepsilon = 12 \cos 100\pi t \text{ (В)}$. Определите амплитуду э.д.с., циклическую частоту колебаний э.д.с. индукции и начальную фазу колебаний.
7. Рамка площадью 150 см², содержащая 50 витков, равномерно вращается с частотой 120 об/мин в однородном магнитном поле с магнитной индукцией 0,8 Тл. Амплитуда э.д.с. индукции, возникающей в рамке равна?
8. Сколько витков проволоки диаметром $d = 0,6 \text{ мм}$ имеет однослойная обмотка катушки, индуктивность которой $L = 1 \text{ мГн}$, а диаметр $D = 4 \text{ см}$?

3.12.2 Краткое описание проводимого занятия:

Изучение явления электромагнитной индукции, решение задач на расчёт параметров и характеристик устройств, в которых используется или проявляется явление электромагнитной индукции.

3.12.3 Результаты и выводы: знание законов электромагнетизма, умение решать технические задачи, в которых используется или проявляется явление электромагнитной индукции и её разновидности.

3.13 Практическое занятие № 13 (2 часа)

Тема: Электромагнитные колебания

3.13.1 Задание для работы.

Ответить на следующие вопросы:

1. Идеальный колебательный контур. Формула Томсона.
2. Реальный колебательный контур. Затухающие электромагнитные колебания.
3. Вынужденные электромагнитные колебания.
4. Принципы радиосвязи.
5. Переменный ток.
6. Действующие значения силы тока и напряжения. Мощность переменного тока.

Решить задачи:

1. Частота собственных электромагнитных колебаний контура, состоящего из катушки и конденсатора, равна $v_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ Гц}$. При уменьшении индуктивности катушки в 16 раз частота колебаний контура станет равной ?
2. При увеличении напряжения на конденсаторе колебательного контура на 20 В амплитуда силы тока в контуре увеличилась в 2 раза. Начальное напряжение равно ?
3. Амплитуда заряда на обкладках конденсатора идеального колебательного контура, содержащего конденсатор емкостью 1 мФ, равна 2 мКл. Максимальное значение энергии магнитного поля контура составляет ?

4. Конденсатор электроёмкостью 400 мкФ с зарядом 0,3 Кл замкнули на катушку с индуктивностью 9 Гн. Максимальная сила тока в катушке равна ?
5. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 10 \text{ мГн}$, конденсатора ёмкостью $C = 0,1 \text{ мкФ}$ и резистора $R = 20 \text{ Ом}$. Определите, через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз.
6. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 405 \text{ нФ}$, катушки индуктивностью $L = 10 \text{ мГн}$ и сопротивления $R = 2 \text{ Ом}$. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов между обкладками конденсатора за один период колебаний ?
7. Конденсатор ёмкостью 1 мкФ включен в сеть переменного тока с частотой 50 Гц. Емкостное сопротивление конденсатора равно в (в омах) ?
8. В сеть переменного тока с действующим напряжением 120 В последовательно включены проводник с активным сопротивлением 15 Ом и катушка индуктивностью 50 мГн. Найдите частоту тока, если амплитуда силы тока в сети равна 7 А.
9. Во сколько раз увеличится индуктивное сопротивление катушки, если её включить в сеть переменного тока с частотой 10 кГц вместо 50 Гц ?
10. Конденсатор ёмкостью $C = 1 \text{ мкФ}$ и резистор с сопротивлением $R = 3 \text{ кОм}$ включены в цепь переменного тока частотой $v = 50 \text{ Гц}$. Найти полное сопротивление Z цепи, если конденсатор и резистор включены последовательно (в первом случае) и параллельно (во втором случае).

3.13.2 Краткое описание проводимого занятия:

1. Изучение электрических колебаний в колебательном контуре, основных понятий и законов цепей переменного тока.
2. Решение задач на расчёт параметров и характеристик электромагнитных колебаний.
3. Решение задач на расчёт характеристик электрических цепей переменного тока.

3.13.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных понятий и законов электромагнитных колебаний и цепей переменного тока.
2. Умение решать задачи на расчёт параметров и характеристик электромагнитных колебаний и цепей переменного тока.

3.14 Практическое занятие № 14 (2 часа)

Тема: Электромагнитные волны

3.14.1 Задание для работы.

Ответить на следующие вопросы:

1. Доклад – презентация «Опыты Герца».
2. Электромагнитные волны и их характеристики.
3. Уравнение бегущей волны.
4. Энергия, импульс и давление электромагнитных волн.
5. Интенсивность электромагнитной волны.

Решить задачи и ответить на теоретические вопросы.

1. В каких случаях происходит излучение электромагнитных волн ?
2. Радиостанция ведет передачу на частоте 100 МГц. Длина волны радиосигнала равна ?
3. В электромагнитной волне с длиной волны 300 м за время, равное периоду звуковых колебаний с частотой 2 кГц, происходит ?
4. Электромагнитная волна, в которой вектора \vec{E} и \vec{B} совершают гармонические колебания одинаковой, постоянной частоты, называется ?

5. В уравнении напряженности электрического поля бегущей электромагнитной волны $E = E_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$ величины $\omega = 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ и $k = 4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$. Скорость волны равна (в м/с)?
6. При изменении тока в катушке индуктивности колебательного контура на 1 А за время 0,5 с в ней индуцируется э.д.с. $\epsilon = 0,2 \text{ мВ}$. Какую длину волны λ имеет излучение, испускаемое контуром, если ёмкость конденсатора этого контура равна 50 мкФ?
7. Найдите длину волны, на которую настроен колебательный контур радиоприёмника, если максимальный заряд конденсатора контура $Q = 1 \text{ мКл}$, а максимальная сила тока 1 А.
8. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде равна 250 Мм/с. Определите длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота в вакууме составляет $v_0 = 1 \text{ МГц}$.
9. Электромагнитная волна с частотой 4 МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 3$ в вакуум. Изменение её длины волны равно?
10. На каком расстоянии от антенны радиолокатора находится объект, если отраженная от него радиоволна возвратилась через 200 мкс?
11. Объёмная плотность энергии электромагнитной волны равна $4 \cdot 10^{-11} \text{ Дж/м}^3$, а плотность потока электромагнитного излучения составляет (в мВт/ м²)?
12. При напряжённости электрического поля электромагнитной волны, равной 5 В/м, плотность потока электромагнитного излучения составляет (в мВт/ м²)?

3.14.2 Краткое описание проводимого занятия.

- Изучение природы и свойств электромагнитных волн и способов их применения для передачи информации, радиосвязи, в телевидении и вычислительных устройствах.
- Решение задач на расчёт характеристик электромагнитных волн.

3.14.3 Результаты и выводы:

Знание основных характеристик и свойств электромагнитных волн, умение делать расчёты характеристик электромагнитных волн.

3.15 Практическое занятие № 15 (2 часа)

Тема: Интерференция света

3.15.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

- Когерентность и монохроматичность световых волн.
- Интерференционная картина от двух источников. Опыты Юнга.
- Условие интерференционных максимумов и минимумов.
- Интерференция света в тонких пленках.
- Применение интерференции света.

Решить задачи:

- Разность хода Δ между лучами от двух когерентных источников света в воздухе равна 6 мкм. Какой станет разность хода между ними в воде, если показатель преломления воды $n = 4/3$?
- Определите, какую длину пути S_1 пройдёт фронт волны монохроматического света в вакууме за то же время, за которое он проходит путь $S_2 = 1,5 \text{ мм}$ в стекле с показателем преломления $n = 1,5$.
- Разность хода двух интерферирующих лучей монохроматического света равна $\lambda/4$, где λ – длина волны света. Определите разность фаз колебаний (в градусах).

4. Две когерентные волны красного света с $\lambda = 750$ нм приходят в некоторую точку пространства с разностью хода $\Delta = 2,25$ мкм. Что происходит в этой точке?
5. Разность лучей, идущих от двух рубиновых лазеров ($\lambda = 694$ нм) в некоторой точке А составляет 3,47 мкм. Интенсивность излучения каждого из лазеров равна 1 Вт/м². Чему равна результирующая интенсивность излучения в точке А?
6. Для уменьшения отражённого света с $\lambda = 550$ нм на поверхность стеклянного объектива (с $n_2 = 1,5$) нанесена просветляющая плёнка MgF₂ с коэффициентом преломления $n_1 = 1,38$. Определите наименьшую толщину этой плёнки, обеспечивающей резкое уменьшение доли отражённого света.
7. Два когерентных источника света, находящиеся на расстоянии друг от друга $d = 1$ мм, создают на экране интерференционную картину с шириной интерференционной полосы $\Delta x = 3,5$ мм. Определите длину волны излучаемого ими света, если расстояние до экрана $L = 5$ м.

3.15.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение интерференции света и условий её возникновения.
2. Решение задач, связанных с расчётом характеристик интерференционной картины.

3.15.3 Результаты и выводы:

1. Знание условий возникновения и особенностей интерференционной картины.
2. Методика решения практических задач, связанных с определением длины волны света, показателя преломления вещества и других характеристик, используя интерференцию световых волн.

3.16 Практическое занятие № 16 (2 часа)

Тема: Дифракция света

3.16.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Дифракция света
2. Принцип Гюйгенса-Френеля
3. Метод зон Френеля.
4. Дифракция Фраунгофера на одной щели
5. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

Решить задачи:

1. Плоская световая волна с длиной волны 0,6 мкм падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром 1 см. Определить расстояние от точки наблюдения до отверстия, если отверстие открывает: а) две зоны Френеля; б) три зоны Френеля.
2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света с $\lambda = 0,5$ мкм. Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определить радиус отверстия, при котором центр дифракционной картины на экране будет наиболее тёмным.
3. Свет с длиной волны 680 нм падает на щель шириной 0,0245 мм. Чему равна угловая ширина центрального дифракционного пика?
4. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 0,5 мкм. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии 1 м. Определить расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального фраунгофера максимума.

5. Свет с длиной волны 750 нм проходит через щель шириной 1 мкм. Какова ширина центрального максимума (в см) на экране, находящемся на экране на расстоянии 20 см ?
6. На дифракционную решетку перпендикулярно к ней падает плоская монохроматическая волна с длиной волны 500 нм. Максимум второго порядка наблюдается при угле дифракции 30° . Найдите период дифракционной решетки и полное число дифракционных максимумов, наблюдающихся на экране.
7. При нормальном падении на дифракционную решетку с периодом 1 мкм плоской монохроматической волны угол между максимумами первого порядка равен 60° . Чему равна длина волны падающего света?
8. Период дифракционной решетки 2,5 мкм. Сколько максимумов будет содержать дифракционная картина, образующаяся при нормальном падении на решетку монохроматического света с длиной волны 600 нм?

3.16.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение (рассмотрение основных вопросов) теории дифракции света.
2. Решение задач, связанных с расчётом характеристик дифракционной картины.

3.16.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных элементов теории дифракции света
2. Освоение методики расчёта дифракционной картины.

3.17 Практическое занятие № 17 (2 часа)

Тема: Поляризация и дисперсия света.

3.17.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Поляризация света.
2. Закон Малюса
3. Закон Брюстера.
4. Двойное лучепреломление. Дихроизм.
5. Поляризационные устройства и их применение
6. Дисперсия света.
7. Спектры излучения и поглощения.

Решить задачи:

1. На пути естественного света помещены две пластинки турмалина, оптические оси которых OO' и $O'O''$ составляют угол $\phi = 60^\circ$. Интенсивность света, падающего на пластину 1 равна J_o , а интенсивность света, вышедшего из пластины 2 составляет ?
2. При падении света из воздуха на поверхность диэлектрика отраженный луч полностью поляризован при угле падения 60° . Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика ϵ .
3. При падении света из воздуха на поверхность диэлектрика отраженный луч полностью поляризован, а преломлённый луч распространяется под углом 30° к нормали. При этом показатель преломления диэлектрика равен ?
4. Предельный угол полного внутреннего отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен $40,5^\circ$. Определить угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла.
5. Определите во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два поляризатора, расположенные так, что угол между их главными

плоскостями равен 45° , а в каждом из николей (поляризаторов) теряется 5 % интенсивности падающего на него света.

- 4) Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной 10 см под углом 60° . Найдите боковое смещение луча на выходе из пластины.
- 5) Луч света входит из стеклянной призмы под тем же углом, под которым падает на неё, преломляющий угол призмы равен 60° . Найдите угол падения луча на призму.
- 6) На грань стеклянной призмы нормально падает луч света. Определите угол отклонения луча призмой, если её преломляющий угол равен 25° .
- 7) При прохождении света в некотором веществе пути x его интенсивность уменьшилась в два раза. Определите, во сколько раз уменьшился интенсивность света при прохождении им пути $4x$.

Ответить на контрольные вопросы:

1. Чем поляризатор отличается от анализатора
2. Как определить, обладают ли стёкла солнцезащитных очков поляризующим действием?
3. С помощью поляроида определите какой свет исходит от экрана работающего мобильного телефона, смартфона, компьютера.
4. Посмотрите, вращая, через поляроид на поверхность письменного стола, окна соседнего дома. Объясните то, что вы заметите.

3.17.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение поляризации и дисперсии света.
2. Решение задач по расчёту оптических характеристик устройств и процессов, обусловленных поляризационными явлениями.

3.17.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных понятий и законов поляризационных явлений.
2. Умение пользоваться поляризаторами.
3. Знание элементарной теории дисперсии света и способов её применения.
4. Умение делать простые расчёты оптических характеристик.

3.18 Практическое занятие № 18 (2 часа)

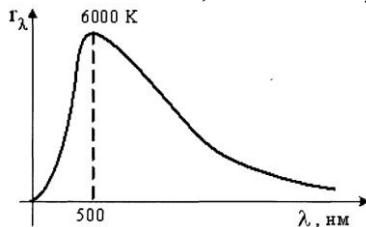
Тема: Квантовые свойства света.

3.18.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Абсолютно чёрное тело и его характеристики.
 2. Законы теплового излучения.
 3. Квантовая гипотеза Планка.
 4. Законы внешнего фотоэффекта.
 5. Квантовая теория Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.
 6. Фотоны и их свойства.
 7. Эффект Комптона.
2. Решить задачи:
1. Как изменилась энергетическая светимость чёрного тела при его нагревании от температуры $T_1 = 500 \text{ K}$ до температуры $T_2 = 2000 \text{ K}$?
 2. На рисунке показана зависимость спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела от длины волны при $T = 6000 \text{ K}$. Если температуру

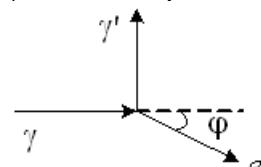
тела уменьшить в 4 раза, то длина волны, соответствующая максимуму излучения,



становится равной (округлённо)?

3. Как изменилась при нагревании абсолютно чёрного тела от 500 К до 2000 К длина волны, соответствующая максимуму излучения ?
4. Абсолютно чёрное тело при температуре $T_1 = 2900$ К охладили до температуры T_2 . При его охлаждении длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 9$ мкм. Определите температуру T_2 , до которой тело охладилось.
5. На какую длину волны света приходится максимум излучения лампочки накаливания, у которой вольфрамовая спираль имеет температуру 3000 К.? Ответ округлить.
6. У какой из звезд, излучающей голубой (А), желтый (В) или красноватый свет (С) выше поверхностная температура?
7. Найдите кинетическую энергию электрона, вырываемого с поверхности натрия Na фиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм, если работа выхода натрия $A = 2,28$ эВ.
8. Найдите задерживающую разность потенциалов для фотоэлектронов, вырываемых с поверхности натрия Na светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм. Работа выхода электронов для натрия составляет 2,28 эВ
9. Давление монохроматического света с длиной волны 600 нм на зачернённую поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определите число фотонов, падающих на поверхность площадью 10 см^2 за 1 секунду.
10. Фотон с длиной волны 0,1 нм рассеялся под углом 180° на свободном электроне. Определите кинетическую энергию (в электрон-вольтах) электрона отдачи.

11. На рисунке показаны направления падающего фотона (γ), рассеянного фотона (γ') и электрона отдачи (e). Угол рассеяния равен 90° , а направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол $\phi = 30^\circ$. Определите импульс



падающего фотона, если импульс электрона отдачи равен P_e ,

3.18.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение законов теплового излучения, квантовой теории теплового излучения, внешнего фотоэффекта, квантовой теории фотоэффекта, эффекта Комптона.
2. Решение задач, основанных на знании квантовых свойств света и явлений, в которых они проявляются

3.18.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных понятий, моделей и законов теплового излучения, квантовой теории теплового излучения, внешнего эффекта, квантовой теории внешнего фотоэффекта, свойств фотонов.
2. Умение решать задачи, основанные на знании квантовых свойств света и явлений, в которых они проявляются

3.19 Практическое занятие № 19 (2 часа)

Тема: Элементы физики атома.

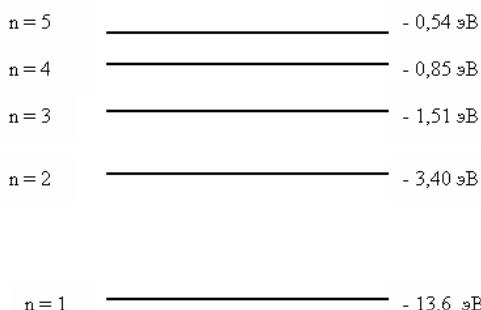
3.19.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Строение атома.
2. Линейчатый спектр излучения атома водорода.
3. Постулаты Бора.
4. Теория атома водорода и водородоподобных систем по Бору.
5. Энергетические уровни атомов, энергетическая диаграмма.

Решить задачи:

1. На рисунке изображен энергетический спектр атома водорода. Какова длина волны излучения, испускаемого атомом при переходе электрона с 5 - ого энергетического



уровня на 2 – ой уровень ?

2. Во сколько раз изменится энергия атома водорода при переходе атома из энергетического состояния с $n = 4$ в состояние с $n = 2$?
3. При переходе электрона в атоме из стационарного состояния с энергией $E = - 4,8 \text{ эВ}$ излучается фотон с энергией 3,1 эв. Энергия конечного состояния электрона равна ?
4. Электрон в атоме переходит из стационарного состояния с энергией $- 4,2 \text{ эВ}$ в состояние с энергией $- 7,6 \text{ эВ}$. Энергия излучаемого при этом фотона составляет ?
5. Атом водорода при переходе электрона с любого верхнего энергетического уровня в первое возбуждённое состояние излучает электромагнитные волны, относящиеся в основном: а) к инфракрасной области спектра б) к видимой области спектра в) к ультрафиолетовому излучению г) к радиодиапазону
6. Найдите красную границу λ_{max} для ионизации излучением атома водорода, находящегося в основном состоянии.
7. Какая длина волны в серии Бальмера соответствует переходу электрона из состояния с $n = 4$ в состояние с $n = 2$?
8. Какой длины волны излучение поглощает электрон при переходе атома водорода из основного состояния в первое возбуждённое состояние ?
9. На рисунке представлена диаграмма энергетических уровней атома. Между какими уровнями происходит переход с излучением фотона с максимальной частотой?

3 _____

2 _____

1 _____ а) $1 \rightarrow 2$ б) $2 \rightarrow 1$ в) $1 \rightarrow 3$ г) $3 \rightarrow 1$

3.19.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение спектров излучения атомов водорода, теории атома водорода Бора.
2. Решение задач.

3.19.3 Результаты и выводы:

1. Знание законов излучения атомарного водорода и теории Бора.
2. Понятие о дискретности (квантовом характере) процессов, происходящих в атомах и молекулах.
2. Умение делать простые оптические расчёты.

3.20 Практическое занятие № 20 (2 часа)

Тема: Волновые свойства частиц вещества

3.20.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Волновые свойства частиц вещества. Гипотеза де Бройля.
2. Опыты по дифракции электронов, подтвердившие гипотезу де Бройля.
3. Соотношение неопределённостей Гейзенберга.
4. Волновая функция, её статистическое толкование и свойства.

Решить задачи и ответить на вопросы:

1. Какой из параметров, характеризующих волновые свойства движущихся микрочастиц (длина волны, частота, фазовая скорость) можно определить непосредственно экспериментальным путём ? а) длину волны б) частоту в) фазовую скорость г) длину волны и частоту
2. Длина волны де Бройля для электрона, ускоренного из состояния покоя электрическим полем с разностью потенциалов 100 В, равна ?
3. Электрон, движущийся со скоростью $v = 6000$ км/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряжённостью $E = 5$ В/см. Какое расстояние должен пролететь электрон в этом электрическом поле, чтобы его дебройлевская длина волны стала равной $\lambda = 0,1$ нм ?
4. Скорость протона составляет $(8,880 \pm 0,012) \cdot 105$ м/с. С какой максимальной точностью Δx можно измерить его положение в пространстве ? Масса протона равна $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.
5. Протон локализован в пространстве в пределах $\Delta x = 1,0$ мкм. Поскольку масса протона $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг, минимальная неопределённость его скорости ΔVx равна ?
6. Электрон находится в возбуждённом состоянии атома в течение 10 нс. Определите минимальную неопределённость энергии электрона (в электрон-вольтах).
7. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите. Принимая, что допускаемая неопределённость скорости составляет 1 % от её численного значения, определить неопределённость координаты электрона. Применимо ли в данном случае для электрона понятие траектории? ($\Delta x = 33$ нм, нет).

3.20.2 Краткое описание проводимого занятия.

Изучение основных понятий квантовой механики (волновые свойства частиц вещества, волны де Бройля, соотношение неопределённостей Гейзенберга, волновая функция).

3.20.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных понятий и представлений о корпускулярно-волновом дуализме свойств вещества
2. Волновые свойства микрочастиц вещества – это универсальное явление, общее свойство материи. Макроскопические (большие) тела проявляют только одну сторону своих свойств – корпускулярную - и не проявляют волновые свойства.

3.21 Практическое занятие № 21 (2 часа)

Тема: Элементы квантовой механики

3.21.1 Задание для работы.

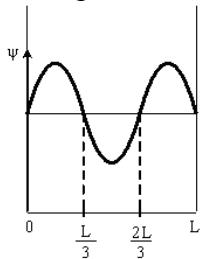
Ответить на вопросы:

1. Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.
2. Свойства частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме (ящике) с бесконечно высокими стенками (волновые функции, дискретность энергии).
3. Атом водорода в квантовой механике (квантовые числа, спин электрона, спиновое число, правила отбора для электронных переходов).

Решить задачи и ответить на вопросы:

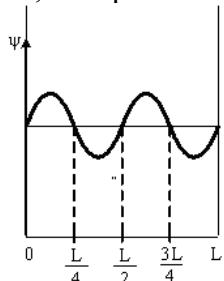
$$\frac{L}{6} < x < \frac{L}{2}$$

1. Определите вероятность обнаружения электрона на участке



2. Волновые функции микрочастицы, находящейся в одномерной потенциальной яме протяжённостью L с бесконечно высокими стенками, определяются выражением

$\psi(x) = A \sin kx$, в котором величина $k = \frac{n\pi}{L}$ принимает дискретные значения. Запишите выражение, которое соответствует волновой функции микрочастицы, показанной на



рисунке.

3. Энергия частицы, находящейся в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, принимает лишь определённые дискретные состояния E_n , называемые уровнями энергии. Отметьте отношение энергий E_3 / E_1 , которыми обладает частица в потенциальной яме, находясь в разных квантовых состояниях с $n = 3$ и с $n = 1$.
4. Электрон в атоме водорода находится в состоянии, обозначенным $2p$. Чему равно орбитальное квантовое число l , соответствующее этому состоянию?
5. Напишите уравнение Шрёдингера для стационарных состояний электрона в атоме водорода.
6. Сколько различных состояний с главным квантовым числом $n = 2$ имеет электрон в атоме водорода?
7. Волновая функция электрона, находящегося в потенциальном ящике («яме») с бесконечно высокими стенками, показана на рисунке. Определите вероятность обнаружить электрон в интервале $\frac{L}{4} < x < \frac{3}{4}L$.
8. Электрон в атоме водорода находится в состоянии, обозначенным $3s$. Чему равно орбитальное квантовое число l , соответствующее этому состоянию?

9. Электрон находится в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Размеры ямы соизмеримы с атомными и составляют 0,1 нм. Определите энергетический интервал между двумя соседними уровнями. Сделайте такой же расчёт для случая, когда размеры ямы составляют 0,1 м. Сравните оба результата и сделайте вывод.

3.21.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение основных понятий и уравнений квантовой механики.
2. Решение задач и вопросов, связанных с поведением (свойствами) микрочастиц в «потенциальной яме» и атоме.

3.21.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных понятий и представлений о квантовой механике.
2. Понимание условий, в которых частицы вещества проявляют свои волновые свойства.
3. Границы применимости квантовой механики и классической механики.

3.22 Практическое занятие № 22 (2 часа)

Тема: Физика атомного ядра и элементарные частицы

3.22.1 Задание для работы.

Ответить на вопросы:

1. Строение атомного ядра и ядерные силы.
2. Дефект массы и энергия связи ядра.
3. Радиоактивные превращения ядер. Закон радиоактивного распада.
4. Ядерные реакции и их основные типы. Ядерная энергетика. Термоядерный синтез.
5. Элементарные частицы и фундаментальные взаимодействия.
6. Частицы и античастицы.
7. Свойства элементарных частиц
8. Кварковая модель адронов.

Решить задачи и ответить на контрольные вопросы:

1. Каково соотношение между массой m_A атомного ядра и суммой масс свободных протонов $Z m_p$ и свободных нейтронов $N m_n$, входящих в состав ядра?
2. Напишите ядерную реакцию, происходящую при облучении изотопа алюминия $^{27}_{13}Al$ α – частицами (4_2He) и сопровождающуюся вылетом протона 1_1p .
3. Напишите недостающие обозначения в следующих ядерных реакциях:
 $^{27}_{13}Al + ^0_0n \rightarrow ? + ^4_2He$, $^{55}_{25}Mn + ? \rightarrow ^{56}_{26}Fe + ^0_0n$: а) $^{27}_{13}Al$ и 2_1H б) $^{25}_{12}Mg$
и 4_2He в) $^{24}_{11}Na$ и 2_1H г) $^{28}_{14}Si$ и 0_0n
4. Период полураспада радиоактивного элемента, активность которого уменьшилась в четыре раза за 8 суток, равен?
5. Какой изотоп образуется из ядра 8_3Li после одного β – распада и одного α – распада?
6. Относительная доля радиоактивного углерода $^{14}_6C$ в старом куске дерева составляет 0,6 от его содержания в живых растениях. Определите возраст этого куска дерева, если период полураспада $^{14}_6C$ равен 5570 лет.

7. Отметьте число α - и β – распадов, которые испытывает уран $^{235}_{92}U$ в процессе последовательного превращения в свинец $^{207}_{82}Pb$.
8. Античастицей электрона является: а) нейtron б) нейтрино в) протон г) позитрон
9. Основное свойство элементарных частиц: а) наличие электрического заряда б) наличие спина в) способность к сильному взаимодействию г) существование античастицы д) взаимопревращаемость
10. Встречаясь друг с другом, электрон и позитрон аннигилируют, порождая фотоны большой энергии. Количество фотонов, возникающих в одном акте аннигиляции равно ?
11. Радиус действия сильного взаимодействия примерно равен (в метрах): а) 10^{-18} б) 10^{-8} в) 10^{-15} г) 10^{-9} д) ∞
12. В ходе ядерной реакции два ядра гелия 4_2He слились в одно, при этом был испущен протон. Какое ядро образовалось в результате этой реакции?
13. При синтезе двух ядердейтерия 2_1H и трития 3_1H образуется более тяжёлое ядро гелия 4_2He и элементарная частица: а) электрон б) протон в) позитрон г) нейтрино д) нейtron
14. Согласно современным представлениям адроны состоят из夸рков, имеющих дробный электрический заряд. Какой электрический заряд имеет夸рк с названием « и-夸рк » ?
15. Согласно современным представлениям адроны состоят из夸рков, имеющих дробный электрический заряд. К夸рковый состав протона можно представить как?
16. Согласно современным представлениям адроны состоят из夸рков, имеющих дробный электрический заряд. К夸рковый состав нейтрона можно представить как?

3.22.2 Краткое описание проводимого занятия.

1. Изучение основных понятий, моделей и законов ядерной физики.
2. Изучение основных понятий и моделей физики элементарных частиц.

3.22.3 Результаты и выводы:

1. Знание основных понятий, моделей и законов ядерной физики (строение ядра, ядерные реакции, радиоактивные превращения ядер, ядерная энергетика) и физики элементарных частиц.
2. Формирование представлений о современном физическом (квантово-полевом) мировоззрении.