**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра «Техносферная и информационная безопасность»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.07.01 Теория принятия решений

Направление подготовки: 20.03.01 «Техносферная безопасность»

Профиль подготовки ««Безопасность жизнедеятельности в техносфере»

Форма обучения: заочная

СОДЕРЖАНИЕ

1.1 Лекция № 1

Тема: Основные понятия и принципы исследования операций

1. Вопросы лекции:

1. История возникновения понятий «системный анализ» . «Исследование операций», состав дисциплин входящих в «Исследование операций» и «системный анализ».

2. Основные принципы системного анализа и теории принятия решений.

2. Краткое содержание вопросов:

1.1 История развития системного анализа

Составляющим понятий «системный анализ», «системная проблема», «системное исследование» является слово «система», которое появилось в Древней Элладе 2000—2500 лет назад и первоначально означало: сочетание, организм, устройство, организация, строй, союз. Оно также выражало определенные акты деятельности и их результаты (нечто, поставленное вместе; нечто, приведенное в порядок).

Первоначально слово «система» было связано с формами социально-исторического бытия. Лишь позднее принцип порядка, идея упорядочения переносятся на Вселенную.

Перенос значения слова с одного объекта на другой и вместе с тем превращение слова в обобщенное понятие совершаются поэтапно. Метафоризация слова «система» была начата Демокритом (460—360 до н. э.), древнегреческим философом, одним из основоположников материалистического атомизма. Образование сложных тел из атомов он уподобляет образованию слов из слогов и слогов из букв. Сравнение неделимых форм (элементов с буквами) — один из первых этапов формирования научно-философского понятия, обладающего обобщенным универсальным значением.

На следующем этапе происходят дальнейшая универсализация значения слова, наделение его высшим обобщенным смыслом, что позволяет применять его и к физическим, и к искусственным объектам. Универсализация может осуществляться двояко — или в процессе мифотворчества, т. е. построения мифа на основе метафоры [характерно для одного из основателей объективного идеализма Платона (427—347 до н. э.)], или же путем воссоздания философско-рациональной картины мироздания и человеческой культуры, т. е. трансформирования и развертывания метафоры в философской системе [характерно для Аристотеля (384—322 до н. э.), колеблющегося между материализмом и идеализмом] [Огурцов А.П. «Этапы интерпретации системности научного знания (античность и новое время)». Системные исследования // Ежегодник. М.: Наука, 1974].

Итак, в античной (древней) философии термин «система» характеризовал упорядоченность и целостность естественных объектов, а термин «синтагма» — упорядоченность и целостность искусственных объектов, прежде всего продуктов познавательной деятельности. Именно в этот период был сформулирован тезис о том, что целое больше суммы его частей (Философский словарь. М.: Политиздат, 1980).

Не касаясь вопроса о трактовке системности знания в средневековой философии, отметим лишь, что для выражения интегративности познавательных образований здесь стали использоваться новые термины: сумма, дисциплина, доктрина...

С возникновением науки и философии Возрождения (XV в.) связано радикальное преобразование в истолковании бытия. Трактовка бытия как космоса сменяется рассмотрением его как системы мира. При этом система мира понимается как независимое от человека, обладающее своим типом организации, иерархией, имманентными (свойственными, внутренне присущими какому-либо предмету, явлению, проистекающими из их природы) законами и суверенной структурой. Кроме того, бытие становится не только предметом философского размышления, стремящегося постичь его целостность, но и предметом социально-научного анализа. Возникает ряд научных дисциплин, каждая из которых вычленяет в природном мире определенную область и анализирует ее свойственными этим дисциплинам методами.

Астрономия была одной из первых наук, которая перешла к онтолого-натуралистической интерпретации системности мироздания. Большую роль в становлении новой трактовки системности бытия сыграло открытие Н. Коперника (1473—1543). Он создал Гелиоцентрическую систему мира, объяснив, что Земля, как и другие планеты, обращается вокруг Солнца и, кроме того, вращается вокруг своей оси. Телеологизм (телеология — учение о совершенстве, учение о конечных причинах — воззрение, объясняющее закономерную связь явлений природы не объективными причинами, а целями, установленными Божьей волей), отягощавший представления Коперника, был преодолен позднее Г. Галилеем (1564—1642) и И. Ньютоном (1642—1727).

Наука эпохи Возрождения выработала определенную концептуальную систему. Ее важнейшие категории — вещь и свойства, целое и часть, субстанция и атрибуты. Вещь трактовалась как сумма отдельных свойств.

Основная познавательная процедура сводится к поиску сходства и различия в предметах. В связи с этим весьма специфично трактуется категория «отношение», которая выражает прежде всего субординацию главных и второстепенных свойств, динамическое воздействие некоего предмета на другой, первый из которых является причиной, а второй — следствием.

Важнейшая особенность представлений о системности предмета познания, характерная для науки эпохи Возрождения, состоит в выдвижении на первый план каузального, а не телеологического способа объяснения...

Глубокую и основательную разработку идея системной организации научного знания получила в немецкой классической философии. Структура научного знания, принципы и основания построения теоретических систем стали в ней предметом специального философского, логико-методологического анализа.

Немецкий математик и философ И.Г. Ламберт (1728—1777) подчеркивал, что «всякая наука, как и ее часть, предстает как система, поскольку система есть совокупность идей и принципов, которая может трактоваться как целое. В системе должны быть субординация и координация». Следует отметить, что он анализировал системность науки на основе обобщенного рассмотрения систем вообще, построения общей системологии.

Новый этап в интерпретации системности научного знания связан с именем И. Канта (1724—1804). Его заслуга состоит не только в четко осознанном системном характере научно-теоретического знания, но и в превращении этой проблемы в методологическую, в выявлении определенных процедур и средств системного конструирования знания.

Ограниченность кантовского понимания системности знания состоит в том, что конструктивно-методологические принципы образования научных систем являются у него характеристиками лишь формы, а не содержания знания.

Эту линию в еще большей мере проводит И.Г. Фихте (1762—1814), который считает, что принципы полагания формы знания являются одновременно принципами полагания и его содержания. Исходный тезис Фихте — научное знание есть системное целое. Фихте является родоначальником того направления в классической немецкой философии, которое останавливается на вычленении формально-логических принципов систематизации сложившегося знания, ограничивая тем самым системность знания систематичностью его формы. Это привело к отождествлению системности научного знания и его систематического изложения. Это направление сосредоточивает свое внимание не на научном исследовании, а на изложении результатов знания, систематического представления теоретического знания. Такой подход особенно проявился у последователей Канта и Фихте — К. Шмида, Я. Фриза и др.

Г. Гегель (1770—1831), объективный идеалист, исходит из единства содержания и формы знания, из тождества мысли и действительности и предлагает историческую трактовку становления системы в соответствии с принципом восхождения от абстрактного к конкретному. Однако в силу отождествления метода и системы, в силу телеологического истолкования истории знания, он не смог предложить методолого-конструктивных средств для формирования системных научных образований и фактически лишил все предшествующие ему теоретические и философские построения статуса системы. По сути дела, они оказались в его интерпретации лишь абстрактным выражением, превращенной формой его системы, претендовавшей на единственно возможную и абсолютно значимую.

Теоретическое естествознание XIX—XX вв. исходит из различения предмета и объекта знания. Подчеркивая активный характер человеческого познания, новый способ мысли трактует предмет исследований как нечто созданное и создаваемое человеком в ходе освоения природы. Поднимается роль моделей в познании.

Целое понимается уже не как простая сумма, а как функциональная совокупность, которая формируется некоторым заранее задаваемым отношением между элементами. При этом фиксируется наличие особых интегративных характеристик данной совокупности — целостность, несводимость к составляющим элементам. Сама эта совокупность, отношение между элементами (их координация, субординация и т.д.) определяются некоторым правилом или системообразующим принципом. Этот принцип относится как к порождению свойств целого из элементов, так и к порождению свойств элементов из целого. Системообразующий принцип позволяет не только постулировать те или иные свойства элементов и системы, но и предсказывать возможные элементы и свойства системной совокупности.

Марксистская интерпретация системности научного знания противостоит как наивному антологизму, так и волюнтаристскому конструктивизму. В противовес созерцательному материализму марксизм подчеркивает активный характер человеческого познания, связывает системность научного знания с формами познавательной деятельности человека. Вместе с тем марксистское понимание познания как деятельности не имеет ничего общего с волюнтаристской ее трактовкой, лишающей мышление содержательных характеристик. Марксизм подчеркивает единство природы и деятельности человека, проводит мысль о том, что «человек в процессе производства может действовать лишь так, как действует сама природа, т.е. может изменять лишь формы веществ» [Маркс К., Энгельс Ф. // Соч. Т. 23. С. 52].

Марксистская гносеология выдвинула определенные принципы анализа системности научного знания. К ним относятся историзм, единство содержательной и формальной сторон научного знания, трактовка системности не как замкнутой системы, а как развивающейся последовательности понятий и теорий. При таком подходе системность знаний предполагает дальнейшее совершенствование системы понятий...

Попытки разработать общие принципы системного подхода были предприняты врачом, философом и экономистом А.А. Богдановым (1873— 1928) в работе «Всеобщая организационная наука (тектология)» (3-е изд. М.; Л., 1925—1929. Ч. 1—3). Исследования, проведенные уже в наши дни, показали, что важные идеи и принципы кибернетики, сформулированные Н. Винером и особенно У. Росс Эшби, значительно раньше, хотя и в несколько иной форме, были выражены Богдановым. В еще большей мере это относится к общей теории систем (ОТС) Л. фон Берталанфи, идейная часть которой во многом предвосхищена автором тектологии.

Тектология (греч. — «строитель») — весьма оригинальная общенаучная концепция, исторически первый развернутый вариант ОТС. Ее созданием автор хотел бросить вызов марксизму, выдвинув в противовес ему концепцию, которая претендует на универсальность. Для построения тектологии используется материал самых различных наук, в первую очередь естественных. Анализ этого материала приводит к выводу о существовании единых структурных связей и закономерностей, общих для самых разнородных явлений.

Основная идея тектологии — признание необходимости подхода к любому явлению со стороны его организованности (у других авторов — системности). Под организованностью понимается свойство целого быть больше суммы своих частей. Чем больше целое разнится от суммы своих частей, тем больше оно организовано. Тектология рассматривает все явления как непрерывные процессы организации и дезорганизации. Принципы организованности и динамичности тесно связаны с принципом целостного рассмотрения отдельных явлений и всего мира вообще.

ОТС и тектология — это две науки об организованности, системности явлений, кибернетика же — наука об управлении этими объектами. Таким образом, предмет кибернетики уже, что обусловлено большей широтой понятия «организация системы», чем понятия «управление». Тектология как общая теория включает в сферу своего внимания не только кибернетические принципы, т. е. принципы управления систем, но и вопросы их субординации (иерархических порядков), их распада и возникновения, обмена со средой и веществом и т.д.

Австрийский биолог и философ Л. Фон Берталанфи (1901—1972) первым из западных ученых разработал концепцию организма как открытой системы и сформулировал программу построения ОТС. В своей теории он обобщил принципы целостности, организации, эквифинальности (достижения системой одного и того же конечного состояния при различных начальных условиях) и изоморфизма.

Начиная со своих первых работ, Л. Берталанфи проводит мысль о неразрывности естественно-научного (биологического) и философского (методологического) исследований... Сначала была создана теория открытых систем, граничащая с современной физикой, химией и биологией. Классическая термодинамика исследовала лишь закрытые системы, т. е. не обменивающиеся веществом с внешней средой и имеющие обратимый характер. Попытка применения классической термодинамики к живым организмам (начало XX в.) показала, что, хотя при рассмотрении органических явлений использование физико-химических принципов имеет большое знание, так как в организме имеются системы, находящиеся в равновесии (характеризующимся минимумом свободной энергии и максимумом энтропии), однако сам организм не может рассматриваться как закрытая система в состоянии равновесия, ибо он не является таковым. Организм представляет собой открытую систему, остающуюся постоянной при непрерывном изменении входящих в нее веществ и энергии (так называемое состояние подвижного равновесия).

В 1940—50 гг. Л. Берталанфи обобщил идеи, содержащиеся в теории открытых систем, и выдвинул программу построения ОТС, являющейся всеобщей теорией организации. Проблемы организации, целостности, направленности, телеологии, саморегуляции, динамического взаимодействия весьма актуальны и для современной физики, химии, физической химии и технологии, а не только для биологии, где подобные проблемы встречаются повсюду. Пока что такие понятия были чужды классической физике. Если до сих пор унификацию наук видели обычно в сведении всех наук к физике, то, с точки зрения Л, Берталанфи, единая концепция мира может быть, скорее, основана на изоморфизме законов в различных областях. В результате он приходит к концепции синтеза наук, которую и противоположность редукционизму (т. е. сведению всех наук к физике) называет перспективизмом.

Построенная теория организации является специальной научной дисциплиной. Вместе с тем она выполняет определенную методологическую функцию. В силу общего характера исследуемого предмета (системы) ОТС дает возможность охватить одним формальным аппаратом обширный круг специальных систем. Благодаря этому она может освободить ученых от массового дублирования работ, экономя астрономические суммы денег и времени.

К числу недостатков ОТС Л. Берталанфи относятся неполное определение понятия «система», отсутствие особенностей саморазвивающихся систем и теоретического исследования связи, а также условий, при которых система модифицирует свои формы. Но основной методологический недостаток его теории заключается в утверждении автора о том, что она выполняет роль философии современной науки, формируя философски обобщенные принципы и методы научного исследования. В действительности это не так. Ибо для философского учения о методах исследования необходимы совершенно иные (новые) исходные понятия и иная направленность анализа: абстрактное и конкретное специфически мысленное знание, связь знаний, аксиоматическое построение знаний и др., что отсутствует в ОТС.

Однако, учитывая большое методологическое значение работы Л. Берталанфи (Общая теория систем — обзор проблем и результатов. Системные исследования // Ежегодник. М.: Наука, 1969), рассмотрим различные направления в разработке теории систем. В соответствии с его взглядами, системная проблематика сводится к ограничению применения традиционных аналитических процедур в науке. Обычно системные проблемы выражаются в полу-метафизических понятиях и высказываниях, подобных, например, понятию «эмерджентная эволюция» или утверждению «целое больше суммы его частей», однако они имеют вполне определенное операционное значения. При применении «аналитической процедуры» некоторая исследуемая сущность разлагается на части, и, следовательно, затем она может быть оставлена или воссоздана из собранных вместе частей, причем эти процессы возможны как мысленно, так и материально. Это основной принцип «классической» науки, который может осуществляться различными путями: разложением исследуемого явления на отдельные причинные цепи, поисками «атомарных» единиц в различных областях науки и т. д. Научный прогресс показывает, что этот принцип классической науки, впервые сформулированный Галилеем и Декартом, приводит к большим успехам при изучении широкой сферы явлений.

Применение аналитических процедур требует выполнения двух условий. Во-первых, необходимо, чтобы взаимодействие между частями данного явления отсутствовало или было бы пренебрежимо мало для некоторой исследовательской цели. Только при этом условии части можно реально, логически или математически «извлекать» из целого, а затем «собирать». Во-вторых, отношения, описывающие поведение частей, должны быть линейными. Только в этом случае имеет место отношение суммативности, т. е. форма уравнения, описывающего поведение целого, такова же, как и форма уравнений, описывающих поведение частей; наложение друг на друга частных процессов позволяет получить процесс в целом и т.д.

Для образований, называемых системами, т.е. состоящих из взаимодействующих частей, эти условия не выполняются. Прототипом описания систем являются системы дифференциальных уравнений, в общем случае нелинейных. Систему, или «организованную сложность», можно описать через «сильные взаимодействия» или взаимодействия, которые «нетривиальны», т.е. нелинейны. Методологическая задача теории систем, таким образом, состоит в решении проблем, которые носят более общий характер, чем аналитически-суммативные проблемы классической науки.

Существуют различные подходы к таким проблемам. Автор намеренно использует довольно расплывчатое выражение — «подходы», поскольку они логически неоднородны, характеризуются различными концептуальными моделями, математическими средствами, исходными позициями и т.д. Однако все они являются теориями систем. Если оставить в стороне подходы в прикладных системных наследованиях, таких как системотехника, исследование операций, линейное и нелинейное программирование и т.д., то наиболее важными являются следующие подходы:

- «Классическая» теория систем. Эта теория использует классическую математику и имеет цели: установить принципы, применимые к системам вообще или к их определенным подклассам (например, к закрытым и открытым системам); разработать средства для их исследования и описания и применить эти средства к конкретным случаям. Учитывая достаточную общность получаемых результатов, можно утверждать, что некоторые формальные системные свойства относятся к любой сущности, которая является системой (к открытым системам, иерархическим системам и т.д.), даже если ее особая природа, части, отношения и т.д., не известны или не исследованы. Примерами могут служить: обобщенные принципы кинетики, применимые, в частности, к популяциям молекул или биологических существ, т.е. к химическим и биологическим системам; уравнения диффузии, используемые в физической химии и для анализа распространения слухов; понятия устойчивого равновесия и модели статистической механики, применимые к транспортным потокам; аллометрический анализ биологических и социальных систем.
- Использование вычислительных машин и моделирование. Системы дифференциальных уравнений, применяемые для «моделирования» или спецификации систем, обычно требуют много времени для решения, даже если они линейны и содержат немного переменных; нелинейные системы уравнений разрешимы только в некоторых частных случаях. По этой причине с использованием вычислительных машин открылся новый подход к системным исследованиям. Дело не только в значительном облегчении необходимых вычислений, которые иначе потребовали бы недопустимых затрат времени и энергии, и замене математической изобретательности заранее установленными последовательностями операций. Важно еще и то, что при этом открывается доступ в такие области, где в настоящее время отсутствует соответствующая математическая теория и нет удовлетворительных способов решения. Так, с помощью вычислительных машин могут анализировать системы, по своей сложности далеко превосходящие возможности традиционной математики; с другой стороны, вместо лабораторного эксперимента можно воспользоваться моделированием на вычислительной машине и построенная таким образом модель затем может быть проверена в реальном эксперименте. Таким способом Б. Гесс, например, рассчитал 14-звенную цепь реакций гликолиза в клетке на модели, содержащей более 100 нелинейных дифференциальных уравнений. Подобный анализ стал обычным делом в экономических разработках, при исследовании рынка и т. д.
- Теория ячеек. Одним из аспектов системных исследований, который следует выделить, поскольку эта область разработана чрезвычайно подробно, является теория ячеек, изучающая системы, составленные из подъедениц с определенными граничными условиями, причем между этими подъединицами имеют место

процессы переноса. Такие ячеечные системы могут иметь, например, «цепную» или «сосковую» структуру (цепь ячеек или центральную ячейку, сообщающуюся с рядом периферийных ячеек). Вполне понятно, что при наличии в системе трех и более ячеек математические трудности становятся чрезвычайно большими. В этом случае анализ возможен лишь благодаря использованию преобразований Лапласа и аппарата теорий сетей и графов.

- Теория множеств. Общие формальные свойства систем и формальные свойства закрытых и открытых систем могут быть аксиоматизированы в языке теории множеств. По математическому изяществу этот подход выгодно отличается от более грубых и специализированных формулировок «классической» теории систем. Связи аксиоматизированной теории систем с реальной проблематикой системных исследований пока выявлены весьма слабо.
- Теория графов. Многие системные проблемы относятся к структурным и топологическим свойствам систем, а не к их количественным отношениям. В этом случае используется несколько различных подходов. В теории графов, особенно в теории ориентированных графов (диграфов), изучаются реляционные структуры, представляемые в топологическом пространстве. Эта теория применяется для исследования реляционных аспектов биологии. В магматическом смысле она связана с матричной алгеброй, но своими моделями — с тем разделом теории ячеек, в котором рассматриваются системы, содержащие частично «проницаемые» подсистемы, а вследствие этого — с теорией открытых систем.
- Теория сетей. Эта теория, в свою очередь, связана с теориями множеств, графов, ячеек и т. д. Она применяется к анализу таких систем, как нервные сети.
- Кибернетика. В основе кибернетики, т.е. теории систем управления, лежит связь (передача информации) между системой и средой и внутри системы, а также управление (обратная связь) функциями системы относительно среды. Кибернетические модели допускают широкое применение, но их нельзя отождествлять с теорией систем вообще. В биологии и других фундаментальных науках кибернетические модели позволяют описывать формальную структуру механизмов регуляции, например, при помощи блок-схем и графов потоков. Использование кибернетических моделей позволяет установить структуру регуляции системы даже в том случае, когда реальные механизмы остаются неизвестными и система представляет собой «черный ящик», определяемый только его входом и выходом. Таким образом, одна и та же кибернетическая схема может применяться к гидравлическим, электрическим, физиологическим и другим системам. Тщательно разработанная техническая теория сервомеханизмов применяется естественным системам в ограниченном объеме.
- Теория информации. По К. Шеннону, математическое выражение для понятия информации изоморфно выражению для негэнтропии в термодинамике. Считается, что понятие информации можно использовать в качестве меры организации. Хотя теория информации имеет большое значение для техники связи, ее применение в науке весьма незначительно. Главной проблемой остается выяснение отношения между информацией и организацией, между теорией информации и термодинамикой.
- Теория автоматов. Это так называемая теория абстрактных автоматов, имеющих вход, выход, иногда способных действовать методом проб и ошибок и обучаться. Общей моделью теории автоматов является машина Тьюринга, которая представляет собой абстрактную машину, способную печатать (или стирать) на ленте конечной длины цифры 1 и 0. Можно показать, что любой сколь угодно сложный процесс может моделироваться машиной Тьюринга, если этот процесс можно выразить конечным числом операций. В свою очередь, то, что возможно логически (т.е. в алгоритмическом символизме), может также быть

сконструировано — в принципе, но не всегда практически — автоматом (т, е. алгоритмической машиной).

- Теория игр. Несмотря на то, что теория игр несколько отличается от других рассмотренных системных подходов, все же ее можно поставить в ряд наук о системах. Н ней рассматривается поведение «рациональных» игроков, пытающихся достичь максимальных выигрышей и минимальных потерь за счет применения соответствующих стратегий в игре с соперником (или природой). Следовательно, теория игр рассматривает системы, включающие антагонистические силы.
- Теория решений. Эта математическая теория изучает условия выбора между альтернативными возможностями.
- Теория очередей. Рассматривает оптимизацию обслуживания при массовых запросах.

Несмотря на неоднородность и явную неполноту проведенного рассмотрения, отсутствие достаточной четкости в различении моделей (например, моделей открытой системы, цепи обратной связи) и математических формализмов (например, формализмов теорий множеств, графов, игр), такое перечисление позволяет показать, что существует целый ряд подходов к исследованию систем, а некоторые из них обладают мощными математическими методами. Проведение системных исследований означает прогресс в анализе проблем, которые ранее не изучались, считались выходящими за пределы науки или чисто философскими.

Хорошо известно, что проблема соответствия между моделью и реальностью чрезвычайно сложна. Нередко мы располагаем тщательно разработанными математическими моделями, но остается неясным, как можно применять их в конкретном случае. Для многих фундаментальных проблем вообще отсутствуют подходящие математические средства. Чрезмерные ожидания привели в последнее время к разочарованию. Так, кибернетика продемонстрировала свое влияние не только в технике, но и в фундаментальных науках; построила модели ряда конкретных явлений, показала научную правомерность телеологического объяснения и т.д. Тем не менее кибернетика не создала нового широкого «мировоззрения», оставаясь скорее расширением, чем заменой механистической концепции. Теория информации, математические основы которой детально разработаны, не смогла построить интересных приложений в психологии и социологии. Большие надежды возлагались на применение теории игр к вопросам войны и политики, но едва ли можно считать, что она улучшила политические решения и положение дел в мире. Эту неудачу можно было ожидать, учитывая, как мало существующие державы походят на «рациональных» игроков теории игр. Понятия и модели равновесия, гомеостазиса, регулирования приложимы для описания процессов функционирования систем, но они неадекватны для анализа явлений измерения, дифференциации, эволюции, уменьшения энтропии, творчества и т.д. Это осознавал Кэннон, когда допускал кроме гомеостазиса еще и гетеростазис, характеризующий такие явления. Теория открытых систем широко применяется для описания явлений биологии (и техники), но необходимо предостеречь против неосмотрительного распространения ее на те области, для которых она не предназначена. Вполне очевидно, что отмеченные ограниченности системных научных подходов, существующих едва ли больше двадцати-тридцати лет, совершенно естественны. В конечном счете разочарование, о котором мы только что говорили, объясняется применением моделей, полезных в определенных аспектах, к проблемам метафизического и философского порядка.

Несмотря на то что математические модели обладают важными достоинствами — четкостью, возможностью строгой дедукции, проверяемостью и т.д., — не следует отказываться от использования моделей, сформулированных в обычном языке.

Вербальная модель лучше, чем отсутствие модели вообще или математическая модель, которая при насильственном насаждении фальсифицирует реальность. Многие теории, получившие огромное влияние в науке, являются не математическими по своему характеру (например, психоаналитическая теория), а в других случаях лежащие и их основе математические конструкции осознаются позднее и охватывают лишь отдельные аспекты соответствующих эмпирических данных (как в теории отбора).

Математика, по сути дела, сводится к установлению (алгоритмов, которые более точны, чем алгоритмы обычного языка. История науки свидетельствует о том, что описание проблем на обычном языке часто предшествует их математической формулировке, т.е. отысканию алгоритма. Приведем несколько хорошо известных примеров: знаки, используемые для обозначения чисел и счета, эволюционировали от слов естественного языка к римским цифрам (полувербальным, несовершенным, полуалгебраическим) и далее — к арабской численной символике, в которой важное значение имеет положение знака; уравнения первоначально формулировались в словесной форме, затем — с использованием примитивного символизма, который мастерски применял Диофант и другие основатели алгебры, и, наконец, в современном символизме; для многих теорий, например для теории Дарвина, математические основы определяются значительно позднее, чем создаются. Вероятно, лучше иметь сначала какую-то нематематическую модель со всеми ее недостатками, но охватывающую некоторый не замеченный ранее аспект исследуемой реальности и позволяющую надеяться на последующую разработку соответствующего алгоритма, чем начинать со скороспелых математических моделей.

Таким образом, модели, выраженные в обычном языке, оставляют себе место в теории систем. Идея системы сохраняет значение даже там, где ее нельзя сформулировать математически или где она остается скорее направляющей идеей, чем математической конструкцией. Например, у нас может не быть удовлетворительных системных понятий для социологии; однако само понимание того, что социальные сущности являются системами, а не суммами социальных атомов, или того, что история имеет дело с системами {хотя бы и плохо определенными), называемыми цивилизациями, которые подчиняются общим для систем принципам, подразумевает важную переориентацию в рассматриваемых научных областях.

Как мы видели ранее, в рамках системного подхода существуют и механистические, и организмические тенденции и модели, пытающиеся познать системы либо с помощью таких понятий, как «анализ», «линейная (включая круговую) причинность», «автомат» и т.д., либо при помощи понятий «целостность», «взаимодействие», «динамика» и им подобных. Эти два типа моделей не исключают друг друга и даже могут использоваться для описания одних и тех же явлений.

Итак, подводя итоги, ОТС у Л. Берталанфи выступает в двух смыслах. В широком — как основополагающая, фундаментальная наука, охватывающая всю совокупность проблем, связанных с исследованием и конструированием систем. В теоретическую часть включаются 12 направлений, приведенных выше. В узком смысле — ОТС, стремящаяся вывести из общего определения системы как комплекса взаимодействующих элементов понятия, относящиеся к организованным целым (взаимодействие, сумма, централизация, фатальность и т.д.), и применяющая их к анализу конкретных явлений. Прикладная область общей теории систем включает, согласно Берталанфи: 1) системотехнику; 2) исследование операций; 3) инженерную психологию (схема 1.1).

Системные исследования — вся совокупность научных и технических проблем, которые при всей их специфике и разнообразии сходны в понимании и рассмотрении исследуемых ими объектов как систем, т. е. множества взаимосвязанных элементов, выступающих в виде единого целого.

Соответственно этому системный подход — эксплицитное (разъяснительное) выражение процедур представления объектов как систем и способов их описания, объяснения, предвидения, конструирования и т. д.

Общая теория систем, таким образом, выступает в этом случае как обширный комплекс научных дисциплин. Следует, однако, отметить, что при таком истолковании в известной мере теряется определенность задач теории систем и ее содержания. Строго научной концепцией (с соответствующим аппаратом, средствами и т.д.) можно считать лишь общую теорию систем в узком смысле. Что же касается общей теории систем в широком смысле, то она или совпадает с общей теорией систем в узком смысле (один аппарат, одни исследовательские средства и т.д.), или представляет собой действительное расширение и обобщение общей теории систем в узком смысле и аналогичных дисциплин, однако тогда встает вопрос о развернутом представлении ее средств, методов, аппарата и т.д. Без ответа на этот вопрос общая теория систем в широком смысле фактически остается лишь некоторым проектом (пусть даже очень заманчивым) и вряд ли может быть развита в строгую научную теорию.

Общая теория систем в широком смысле (по Берталанфи) — фундаментальная наука, охватывающая всю совокупность проблем, связанных с исследованием и конструированием систем

Теоретическая часть

Прикладная область

1. Кибернетика — базируется на принципе обратной связи и круговых причинных целях и исследует механизмы целенаправленного и самокотролируемого поведения; теория систем управления

2. Теория информации, вводящая понятие количества информации и развивающая принципы передачи информации

3. Теория игр — рассматривает поведение игроков, пытающихся достичь максимального выигрыша и минимальных потерь за счет применения соответствующих стратегий в игре с соперником

4. Теория решений — математический теория, изучающая условия выбора между альтернативными возможностями

5. Топология, включающая теорию сетей и теорию графов

6. Факториальный анализ

7. ОТС в узком смысле, которая стремится вывести из общего определения системы как комплекса взаимодействующих элементов, понятий, относящихся к

1. Системотехника — направление в кибернетике, изучающее вопросы планирования, проектирования и поведения сложных систем различного назначения (АСУ, человеко-машинные комплексы и др.), при котором составляющие системы рассматриваются во взаимодействии, несмотря на их разнородность. Основным методом системотехники является системный анализ. Центральное техническое звено комплекса — ЭВМ, человеческое звено — оператор. Системотехника играет важную роль в развитии инженерной психологии, так как для проектирования комплексов необходимо учитывать характеристики человека

2. Исследование операций — изучает прикладное направление кибернетики, использующее математические методы для обоснования решения во всех областях человеческой деятельности

3. Инженерная психология — отрасль психологии, исследующая процессы и средства информационного взаимодействия между человеком и машиной. Инженерная психология возникла в условиях научно-технической революции, преобразовавшей психологическую структуру производственного труда,

организованным целым (взаимодействие, сумма, фатальность, централизация и т.д.) и применение их к анализу конкретных явлений	важнейшими составляющими которого стали восприятие и переработка оперативной информации, принятие решений в условиях ограниченного времени

Схема 1.1 — Состав общей теории систем

Системное движение по своим задачам действительно призвано выработать новое — в противовес механистическому — видение мира, разработать принципы нового направления научных и технических исследований. И как таковое оно, несомненно, должно включать в себя совокупность принципиально различных по своему типу разработок — философских, логико-методологических, математических, модельных, эмпирических и т.д. Иначе говоря, само системное движение представляет собой сложнейшую систему, иерархические связи между подсистемами которой, как, впрочем, и специфика ее многих подсистем, для нас пока еще во многом не ясны. Отсюда следует, во-первых, что отдельные системные подходы (по Берталанфи) действительно могут создаваться на основе не во всем системных и даже совсем не системных разработок и, во-вторых, что решение задачи четкого осознания различия и многообразия системных проблем, выделения основных сфер системных исследований становится в настоящее время важнейшим условием успешной разработки системного подхода.

В сжатом виде история развития системных идей представлена в табл. 1.1.

Основные вехи эволюции системных идей	Основные положения
Рождение понятия «система» (2500—2000 гг. до н. э.)	Слово «система» появилось в Древней Элладе и означало сочетание, организм, организация, союз. Выражало и некоторые акты деятельности (нечто, поставленное вместе, приведенное в порядок). Связано с формами социально-исторического бытия
Тезисы Демокрита (460—370 гг. до н. э.), Аристотеля (384—322 гг. до н. э)	Перенос значения слова с одного объекта на другой совершается поэтапно. Метафоризация (перенос скрытое уподобление, метафораобразное сближение слов на базе их переносного значения, например: «свинцовая туча») была начата греческим философом Демокритом. Он

	уподобил образование сложных тел из атомов с образованием слов из слогов. Аристотель трансформировал метафору в философской системе. Важно, что именно в античной философии был сформулирован тезис — целое больше суммы его частей (Философский словарь М.: Политиздат, 1980. С. 329)
Концепции эпохи Возрождения	Трактовка бытия как космоса сменяется на систему мира как независимое от человека, обладающее определенной организацией, иерархией, структурой Бытие становится не только предметом философского размышления (для постижения целостности), но и специально-научного анализа (каждая дисциплина вычленяет определенную область)
Идеи Н. Коперника (1473—1543)	Новая трактовка системности — в создании гелиоцентрической картины мира. Земля, как и другие планеты, обращается вокруг Солнца
Идеи Г. Галилея (1564—1642), И. Ньютона (1642—1727)	Галилей и Ньютон преодолели телеологизм (учение о конечных причинах) Николая Коперника в его астрономии, выработали определенную концептуальную систему с категориями — вещь и свойства, целое и часть... Вещь трактовалась как сумма отдельных свойств (забыли тезис античности???). Отношение выражало воздействие некоего предмета на другой, первый из которых являлся причиной, а второй — следствием. Очень важно: на первый план выдвигался каузальный, а не телеологический способ объяснения
Немецкая классическая философия	Глубокая и основательная разработка идеи системной организации научного знания. Структура научного знания стала предметом специального философского анализа
Идеи И. Ламберта (1728—1777)	Всякая наука, как и ее часть, предстает как система, трактуемая как целое!

Идеи И. Канта (1724—1804)	Кант не только осознал системный характер научного знания, но и превратил эту проблему в методологическую, выявив процедуры системного конструирования знания. Однако он считал, что принципы образования систем являются характеристиками лишь формы, а не содержания знания
Идеи И. Фихте (1762—1814)	Фихте поправил И. Канта, считая, что научное знание есть системное целое. Однако он ограничил системность знания систематичностью его формы. Это привело к отождествлению системности научного знания и его систематического изложения, т. е. внимание обращалось не на научное исследование, а на изложение знания
Идеи Г. Гегеля (1770—1831)	Гегель исходил из единства содержания и формы знания, тождества мысли и действительности. Трактовал становление системы в соответствии с принципом восхождения от абстрактного к конкретному. Но отождествляя метод и систему, телеологически истолковывая историю знания, он не смог предложить методологические средства для формирования системных образований
Теоретическое естествознание XIX—XX вв.	Различение объекта и предмета познания, повышение роли моделей в познании, фиксация наличия особых интегративных характеристик, исследование системообразующих принципов (порождение свойств целого из элементов и свойств элементов из целого), возможность предсказания!!!
Марксизм	Человек в процессе производства может действовать лишь так, как действует сама природа. Теоретики марксизма выдвинули принципы анализа системности научного знания: историзм, единство содержания и формы, трактовка системности как открытой системы
Идеи А. А. Богданова (1873—1928)	Богданов выразил многие важные идеи кибернетики, сформулированные Н. Виннером и У. Эшби, значительно

	раньше, хотя и в иной форме. Предвосхитил ОТС Л. Берталанфи в работе по тектологии (от гр. «строитель»). Основная идея — признание необходимости подхода к любому явлению со стороны его организованности (системности — других авторов). Под организованностью он понимает свойство целого быть больше суммы своих частей. Чем больше целое разнится от суммы, тем более оно организованно!!!
Идеи Л. Берталанфи (1901—1972)	Берталанфи первым из западных ученых разработал концепцию организма как открытой системы и сформулировал программу построения ОТС. Проводил мысль о неразрывности естественнонаучного [биологического) и философского (методологического) Сначала создал теорию открытых систем, граничащую с современной физикой, химией и биологией. Классическая термодинамика исследовала лишь закрытые системы. Организм представляет собой открытую систему, остающуюся постоянной при непрерывном изменении входящих в него веществ и энергии (так называемое состояние подвижного равновесия). Позже он обобщил идеи ТОС и выдвинул программу построения ОТС, являющейся всеобщей теорией организации. Проблемы организации, целостности, динамического взаимодействия были чужды классической физике. Он пришел к концепции синтеза наук, которую в противоположность «редукционизму», т.е. сведению всех наук к физике, он называет «перспективизмом». ОТС освобождает ученых от массового дублирования работ, экономя астрономические суммы денег и времени. Его недостатки: неполное определение «системы», отсутствие особенностей саморазвивающихся систем, теоретические исследования не всех видов «связи» и пр. Но главный недостаток: утверждение автора, что ОТС выполняет роль философии современной науки. Но это не так, ибо для философского учения с методах исследования необходимы совершение иные (новые) исходные понятия и иная направленность анализа: абстрактное и конкретное, специфически мысленное знание, связь знаний ОТС.

Концепции современности	Идеи СП нашли свое отражение в работах следующих авторов: Р. Акоффа, В. Афанасьева, С. Вира, И. Блауберга, Д. Бурчфилда, Д. Гвишиани, Г. Гуда, Д. Диксона, А. Зиновьева, Э. Квейда, В. Кинга, Д. Клиланда, В. Кузьмина, О. Ланге, В. Лекторского, В. Лефевра, Е. Липатова, Р. Макола, А. Малиновского, М. Месаровича, Б. Мильнера, Н. Овчинникова, С. Оптнера, Г. Поварова, Б. Радвига, А. Рапопорта, В. Розина, В. Садовского, М. Сетрова, В. Топорова, А. Уемова, Б. Флейшмана, Ч. Хитча, А. Холла, Б. Юдина, Ю. Черняка, Г. Щедровицкого, У. Эшби, Э. Юдина

Таблица 1.1 — История развития системных идей

Особый интерес представляет собой история развития системного подхода в технике.

Начиная с 20-х годов нашего века (и по сегодняшний день) появляются попытки построить социально-научные концепции в разных дисциплинах.

В биологии была создана организмические концепция, провозгласившая, что интегративные (целостные) характеристики не могут быть выведены из элементаризма, с крайней формой классического механистического атомизма. Здесь одним из главных тезисов системного подхода стал лозунг: в живом организме надо рассматривать не только множество связей, но и многообразие типов связей. Причинно-следственные связи перестали быть единственным видом связей, признаваемых наукой. Приобрели «права гражданства» функциональные, корреляционные, связи развития и др.

В психологии возникла новая концепция — гештальтпсихология, в основе которой лежит тезис: в психологических процессах важнейшую роль играют структурированные целые (гештальты).

В социологии можно выделить два основных подхода к исследованию общества. Это структурно-функциональный анализ, который исследует особенности развитого общества, определяющую роль способа производства по отношению к другим сторонам общественной жизни, противоречия между материальными и духовными явлениями жизни, специфические особенности и сложность выражения экономических отношений через взаимодействие политических, правовых, семейных, эмоциональных и других отношений, существующих в обществе.

Другой подход к исследованию социальных явлений — это генетический анализ. Его задачи — понимание общества как развивающегося целого, выделение качественных особенностей каждой ступени его развития. В конечном счете эти два способа исследования взаимно дополняют друг друга, позволяя понять общество как единое целое.

В технике выдвинуты общие проблемы синтеза многих различных факторов и подходов при конструировании сложных технических систем (ТС). Это проблемы «человек-машина», инженерной психологии, исследования операций и пр. Сама деятельность разработки ТС начинает выступать как сложная проблема, требующая специальных средств управления. Иными словами, развитие техники приводит к системной организованности самой деятельности, т.е. к требованию строгой взаимосвязи усилий и методов инженера и психолога, математика и врача, физика и экономиста.

Анализ исторического материала показывает, что стихийное становление системного подхода связано с техникой. В стихийном, неосознанном виде идея системности техники выражена уже в работах античных авторов, которые имели дело с относительно простыми механизмами. В качестве источника при рассмотрении этого периода в развитии техники используется трактат Марка Витрувия «Об архитектуре», который историки античности называют «энциклопедией техники античного периода». В описании конструкций механизмов у Витрувия достаточно полно раскрывается системный характер техники. Характеризуя функцию механизма, Витрувий далее рассматривает то, как связана функция объекта с тем определенным множеством взаимодействующих элементов, которое определяет эту функцию. Здесь Витрувий переходит уже к описанию структуры механизма. Причем важно отметить, что фиксируется не просто вообще взаимодействие элементов механизма, а упорядоченное расположение одних элементов относительно других.

В начале нашего века российский инженер П.К. Энгельмейер высказал мысль, которую, несколько перефразировав, можно передать так: в отношении к техническим изобретениям в интеллигентной публике замечается странность — принято восторгаться этими изобретениями, но в них не принято видеть деятельности, имеющей право быть поставленной рядом с деятельностью естествоиспытателя. В этом высказывании четко выражено исторически сложившееся отношение к технической деятельности. Очевидно, такое отношение возникает в связи тем, что в процессе развития познания центр внимания сосредоточивается на изучении естественнонаучной деятельности. Что же касается технической деятельности, то ученые, как правило, признавая важность тех или иных технических изобретений, не видели в этой деятельности предмета, достойного социального изучения. Этот факт нашел свое закрепление и в философии. Здесь уместно будет напомнить мысль В. И. Ленина, высказанную им в «Философских тетрадях»: «Продолжение дела Гегеля и Маркса должно состоять в диалектической обработке истории человеческой мысли, науки и техники» [Ленин В. И. // Полн. собр. соч. Т. 29. С. 131].

Итак, с эпохи античности продолжалось стихийное, неосознанное использование элементов системности, и то лишь в отдельных отраслях познания. Это составило первый этап исторического развития системного подхода.

Однако с середины XX века при появлении сложных и больших технических систем потребовалось специальное теоретическое обоснование методологического характера. Резко возросли комплексность и сложность проблем, некоторые из них стали глобальными (например, связь с помощью спутников). Усилилась зависимость между отдельными вопросами, которые раньше казались несвязанными. Актуальность решения проблем значительно возросла. Затраты на реализацию того или иного решения стали достигать многих десятков, сотен миллионов и даже миллиардов долларов, а риск неудачи становился все ощутимее. Потребовался учет все большего числа взаимосвязанных обстоятельств, а времени на решение становилось все меньше. Особенно это касалось разработки новой военной техники. Если раньше относительные затраты на вооружение были невелики, возможностей для выбора было мало, то фактически использовался принцип: «Ничего, кроме самого лучшего». Но с началом атомного века расходы на создание оружия возросли во много раз, и этот подход стал неприемлемым. Его постепенно заменял другой: «Только то, что необходимо, и за минимальную стоимость». Однако для реализации нового принципа нужно было уметь находить, оценивать и сравнивать альтернативы оружия. Потребовались методы, которые бы позволили анализировать сложные проблемы как целое, обеспечивали рассмотрение многих альтернатив, каждая из которых описывалась большим числом переменных, обеспечивали полноту каждой альтернативы, помогали вносить измеримость, давали возможность отражать объективные и субъективные неопределенности. Получившаяся в результате развития и обобщения широкая и универсальная методология решения проблем была названа ее авторами «системный анализ». Новая методология, созданная для решения военных проблем, была прежде всего использована в этой области.

Разработка и широкое применение системного анализа — заслуга знаменитой фирмы «РЭНД корпорейшн», основанной в 1947 г. Специалисты этой мощной корпорации выполнили ряд основополагающих исследований и разработок по СА, ориентированных на решение слабоструктурированных (смешанных) проблем Министерства обороны США. В 1948 г. Министерством ВВС была организована группа оценки систем оружия, а два года спустя — отдел анализа стоимости вооружения. Начавшееся в 1952 г. создание сверхзвукового бомбардировщика В-58 было первой разработкой, поставленной как система. Все это требовало выпуска монографической и учебной литературы. Первая книга по СА, не переведенная у нас, вышла и 1956 г. Ее издала РЭНД (авторы А. Кан и С. Манн). Через год появилась «Системотехника» Г. Гуда и Р. Макола » (издана у нас в 1962 г.), где изложена общая методика проектирования сложных технических систем. Методология СА была детально разработана и представлена в вышедшей в I960 г. книге Ч. Хитча и Р. Маккина «Военная экономика в ядерный век» (издана у нас в 1964 г.). В ней также приводится приложение к методам количественного сравнения альтернатив для решения проблем вооружения. В 1962 г. выходит один из самых лучших учебников по системотехнике (А. Холл «Опыт методологии для системотехники», переведенная у нас в 1975 г.), носящий не справочный или прикладной характер, а представляющий теоретическую разработку проблем системотехники. В 1965 г. появилась весьма обстоятельная книга Э. Квейда «Анализ сложных систем для решения военных проблем» (переведена в 1969 г.). В ней представлены основы новой научной дисциплины — анализа систем,— направленной на обоснование методов оптимального выбора при решении сложных проблем в условиях высокой неопределенности. Эта книга является переработанным изложением курса лекций по анализу систем, прочитанных работниками корпорации РЭНД для руководящих специалистов Министерства обороны и промышленности США. В 1965 г. вышла книга С. Оптнера «Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем» (переведена в 1969 г.). Написанная лаконично, но насыщенная большим количеством новых идей, она дает полное и ясное представление о СА с характеристикой проблем делового мира, сущности систем и методологии решения проблем. Книга явилась одной из первых изданных у нас работ, освещающих состояние этой области в США.

Очень скоро выяснилось, что проблемы гражданские, проблемы фирм, маркетинга, аудита и прочие не только допускают, но и требуют обязательного применения этой методологии. Системный подход довольно быстро превратился в важный метод познания, в отличие от специальных приемов, характерных для разработки техники XVI—XIX вв. Это составило второй этап исторического развития системного подхода в технике.

Если при стихийном использовании системного подхода было главной целью изучение конечных результатов, то для второго этапа характерно переключение внимания на начальные стадии, связанные с выбором и обоснованием целей, их полезности, условий осуществления, связей с предыдущими процессами. Это потребовало знаний о структуре и функциях ТС, что повысило роль теоретических знаний. Если теоретическая деятельность первого этапа была направлена на описание и классификацию изучаемых объектов, то главными моментами второго этапа стали выявление механизмов функционирования ТС, а также знание условий, нарушающих их нормальную деятельность. Механизм функционирования включает исследование функций системы, определение связей функции со множеством взаимодействующих элементов, рассмотрение структуры ТС не как отношение (взаимосвязь, взаимодействие), а как определенным образом упорядоченное расположение одних элементов ТС относительно других (отношения между отношениями). Знание структуры и функций ТС является важным, но не достаточным условием для эффективного решения современных проблем. Надо обязательно соотнести цели субъекта с целями системы и выяснить, как скажется их реализация на функционировании ТС.

Современное развитие системного подхода идет в трех направлениях:

системологии как теории ТС;

системотехники как практики;

системного анализа как методологии.

Обобщенный материал по истории развития СП в технике представлен в табл. 1.2.

Сначала системный анализ базировался главным образом на применении сложных математических приемов. Спустя некоторое время ученые пришли к выводу, что математика неэффективна при анализе широких проблем со множеством неопределенностей, которые характерны дли исследования и разработки техники как единого целого. Поэтому стала вырабатываться концепция такого системного анализа, в котором упор делается преимущественно на разработку новых диалектических принципов научного мышления, логического анализа ТС с учетом их взаимосвязей и противоречивых тенденций. При таком подходе на первый план выдвигаются уже не математические методы, а сама логика системного анализа, упорядочение процедуры принятия решений. И видимо, не случайно, что в последнее время под системным подходом зачастую понимается некоторая совокупность системных принципов.

Предложенные варианты обще системных концепций строятся на различных предпосылках и отличаются разнообразием используемых средств. Именно факт выдвижения этих концепций превратил системный подход в научную реальность. И этому не препятствует отсутствие единой общепринятой теории систем.

История развития Исследований операций

Исследование операций (К) — это наука, которая занимается разработкой и практическим применением методов оптимального управления организационными системами.
Предметом К являются системы организационного управления или организации, складаются из большого количества взаимодействующих между: собой подразделений, интересы которых не всегда согласуются между: собой и могут быть полностью или частично противоположными. К служит для количественного обоснования решений, принимаемых в организациях, и исходит из того, что качество решения можно количественно оценить с помощью одного или нескольких критериев качества. Как наука, К возникло перед Второй мировой войной, исходя из военных нужд, и в дальнейшем нашло широкое применение к решению практических задач в экономике и других отраслях. Характерными чертами операционного подхода являются: системность, комплексность, ориентация на принятие оптимального решения, телеологичнисть и компьютеризация.
Основными понятиями К являются: операция, оперируя сторона, активные средства операции, стратегии оперируя стороны, действующие факторы операции, состояние операции, оптимальное решение, критерий качества.
Модели К применяются для поиска оптимальных решений как в детерминированных, так и в стохастических системах.
По содержанию задачи К подразделяются на следующие: распределения ресурсов; транспортировки продуктов (выбора маршрутов); планирования и управления на сетях; формирование расписаний планирования и размещения; управление запасами, ремонта и замены оборудования; массового обслуживания; принятия решений в ситуациях с активным противодействием.
Исследование операций (К) — это теория математических моделей и методов получения оптимальных решений, направленная на обоснование целесообразности выбора той или иной альтернативы из множества возможных в области целенаправленной деятельности человека.
После изучения темы студенты должны
знать: предмет и цель исследования операций, историю возникновения К; основные понятия, черты и последовательность реализации операционного подхода; основные типы задач ГО;
уметь: различать прямую и обратную задачи К; определять характер неопределенности в

ситуациях принятия решений.

КЛЮЧЕВЫЕ ПОНЯТИЯ И СРОКИ
ў исследования операций
ў стратегии ОС
ў математическая модель операции
ў задачи распределения ресурсов
ў оптимальное решение
ў операция
ў задачи управления запасами
ў детерминированность
ў задачи массового обслуживания
ў действующие факторы операции
ў стохастичность
ў игровые задачи
1. Значение использования современных математических методов и моделей в управлении.
Развитие современного общества достиг того уровня, когда возникает настоятельная необходимость в разработке эффективных методов управления организационными системами различного назначения и разных уровней. Примерами таких систем являются отдельные производства, отрасли хозяйства, структуры управления (военные, государственные), хозяйственные комплексы и т. Д.
Объектом научной дисциплины «Исследование операций в экономике» является анализ функ-ния производственно-хозяйственных систем и разработка методов оптимального управления ими с использованием соответствующих математических моделей. Решение этих проблем достигается системным, всесторонним изучением процессов в исследуемых системах, синтезом качественных исследований и определенного математического аппарата в сочетании с широкими возможностями современных ЭВМ.
Под термином «операция» понимают любую совокупность мероприятий, направленных на исследование определенной цели. Исследование функционирования структуры или системы можно выполнять различными способами.
Историческая справка.
Развитие общественно-производственных отношений обусловил появление такой науки, как политическая экономия (мастерство управлять экономикой страны). Основателем классической политической экономии был У. Петти (1623—1687).
Первая в мире модель хозяйства в государстве была создана французским ученым Ф. Кене (1694—1774). Его знаменитая «Экономическая таблица» стала основой разработки многих математических моделей общественного производства.
Важную роль в развитии экономической науки XIX века сыграла так называемая математическая школа в политической экономии. Ее виднейшие представители -О. Курно, Г. Госсен, Я. Вальрас, В. Джеванс, Ф. Эджворт, В. Парето сделали значительный вклад в разработку проблем потребления, спроса и предложений, сбалансированности (равновесия) развития экономики. В дореволюционной России в конце XIX века были выполнены оригинальные экономико-математические исследования В. К. Дмитриева, В.

И. Борткевича, РМ Орженецького и др. В. К. Дмитриев предложил модель полных хозяйственных затрат труда и сбалансированных цен. Весомый вклад в разработку экономико-математического моделирования сделал Е. Е. Слуцкий (1880—1948). В 1930—1950 рр. в СССР не было прогресса в развитии экономико-математических исследований через идеологические притеснения тоталитарного режима.

Развитие и исследования производственных связей и социальных отношений, практика хозяйствования требуют решения соответствующих задач управления системами. В 1930—1934 рр. талантливый русский ученый Н. Д. Кондратьев (1892—1938), находясь в политизоляторе, разработал динамическую модель макроэкономики, использовав аппарат дифференциальных уравнений. В 1938—1939 рр. ленинградский математик Л. В. Канторович (1912—1986), исследуя некоторые проблемы организации и планирования производства, сформулировал новый класс условно-экстремальных задач. Соответствующая отрасль прикладной математики впоследствии была названа «линейное программирование»; под этим термином понимают обоснование плана соответствующих экономических мер.

В 1960—1980 рр. исследования в области использования экономико-математических методов возродились и расширились. Вышли из печати фундаментальные труды: "Экономический расчет наилучшего использования ресурсов» Л. В. Канторовича (1959), "Измерение затрат и их результатов в социалистическом хозяйстве» В. В. Новожилова (1959), «Экономико-математические методы и модели» В . С. Немчин-ва (1962).

В 70-е годы начались работы по внедрению достижений экономико-математического моделирования и теории исследования операций в разработку автоматизированных систем планирования и управления. Основное внимание исследователей в странах СНГ сейчас сосредоточено на решении проблем переходного периода. Одной из важных проблем западноевропейских и американских ученых является исследование социально-экономических вопросов развития рыночных отношений на планетарном уровне.

Изучение основных положений теории исследования операций в экономике будет способствовать формированию конструктивного мировоззрения у каждого будущего работника любого уровня социальной иерархии: воплощение любой якогозаходу начинается с плана его реализации, требует времени и средств; необходимо не только работать, но и оценивать эффективность своей.

Основные принципы системного анализа и теории принятия решений

1.1. Общие положения

Человек наделён сознанием, существо свободное и обречено на выбор решений, стараясь сделать всё наилучшим образом. В наиболее общем смысле теория принятия оптимальных решений представляет собой совокупность математических и численных методов, ориентированных на нахождение наилучших вариантов из множества альтернатив и позволяющих избежать их полного перебора. Ввиду того, что размерность практических задач, как правило, достаточно велика, а расчеты в соответствии с алгоритмами оптимизации требуют значительных затрат времени, то методы принятия оптимальных решений главным образом ориентированы на реализацию их с помощью ЭВМ.

(Примечание редактора сайта Б.Майорова: не только ЭВМ, первый вариант решения можно оценить на пальцах).

Практическая потребность общества в научных основах принятия решений возникла с развитием науки и техники только в XVIII веке Началом науки "Теория принятия решений" следует считать работу Жозефа Луи Лагранжа, смысл которой заключался в следующем: сколько земли должен брать на лопату землекоп, чтобы его сменная производительность была наибольшей. Оказалось, что утверждение "бери больше, кидай дальше" неверен. Бурный рост технического прогресса, особенно во время и после второй мировой войны, ставил все новые и новые задачи, для решения которых привлекались и разрабатывались новые научные методы. Можно выделить следующие научно-технические предпосылки становления "Теории принятия решений":

удорожание "цены ошибки". Чем сложнее, дороже, масштабнее планируемое мероприятие, тем менее допустимы в нем "волевые" решения и тем важнее становятся научные методы, позволяющие заранее оценить последствия каждого решения, заранее исключить недопустимые варианты и рекомендовать наиболее удачные;

ускорение научно-технической революции техники и технологии. Жизненный цикл технического изделия сократился настолько, что "опыт" не успевал накапливаться и требовалось применение более развитого математического аппарата в проектировании;

развитие ЭВМ. Размерность и сложность реальных инженерных задач не позволяло использовать аналитические метода.

Как часто это бывает, эта наука, с одной стороны, стала определенной ветвью других более общих наук (теория систем, системный анализ, кибернетика и т.д.), а с другой, стала синтезом определенных фундаментальных более частных наук (исследование операций, оптимизация и т.д.), создав при этом и собственную методологию.

Инженерное дело теснейшим образом связано с совокупностями объектов, которые принято называть сложными системами, которые характеризуются многочисленными и разнообразными по типу связями между отдельно существующими элементами системы и наличием у системы функции назначения, которой нет у составляющих ее частей. На первый взгляд каждая сложная система имеет уникальную организацию. Однако более детальное изучение способно выделить общее в системе команд ЭВМ, в процессах проектирования лесной машины, самолета и космического корабля.

В научно-технической литературе существует ряд термином, имеющих отношение к исследованию сложных систем.

Наиболее общий термин "теория систем" относится ко всевозможным аспектам исследования систем. Ее основными частями являются

системный анализ, который понимается как исследование проблемы принятия решения в сложной системе, кибернетика, которая рассматривается как наука об управлении и преобразовании информации.

Здесь следует заметить, что понятие управления не совпадает с принятием решения. Условная граница между кибернетикой и системным анализом состоит в том, что первая изучает отдельные и строго формализованные процессы, а системный анализ - совокупность процессов и процедур.

Очень близкое к термину "системный анализ" понятие - "исследование операций", которое традиционно обозначает математическую дисциплину, охватывающую исследование математических моделей для выбора величин, оптимизирующих заданную математическую конструкцию (критерий). Системный анализ может сводиться к решению ряда задач исследования операций, но обладает свойствами, не охватываемыми этой дисциплиной. Однако в зарубежной литературе термин "исследование операций" не является чисто математическим и приближается к термину "системный анализ". Широкая опора системного анализа на исследование операций приводит к таким его математизированным разделам, как

постановка задач принятия решения;

описание множества альтернатив;

исследование многокритериальных задач;

методы решения задач оптимизации;

обработка экспертных оценок;

работа с макромоделями системы.

1.2. Основные понятия системного анализа

Системный анализ - наука, занимающаяся проблемой принятия решения в условиях анализа большого количества информации различной природы.

Из определения следует, что целью применения системного анализа к конкретной проблеме является повышение степени обоснованности принимаемого решения, расширение множества вариантов, среди которых производится выбор, с одновременным указанием способов отбрасывания заведомо уступающим другим.

В системном анализе выделяют

методологию;

аппаратную реализацию;

практические приложения.

Методология включает определения используемых понятий и принципы системного подхода.

Дадим основные определения системного анализа.

Элемент - некоторый объект (материальный, энергетический, информационный), который обладает рядом важных для нас свойств, но внутреннее строение (содержание) которого безотносительно к цели рассмотрения.

Связь - важный для целей рассмотрения обмен между элементами веществом, энергией, информацией.

Система - совокупность элементов, которая обладает следующими признаками:

связями, которые позволяют посредством переходов по ним от элемента к элементу соединить два любых элемента совокупности;

свойством, отличным от свойств отдельных элементов совокупности.

Практически любой объект с определенной точки зрения может быть рассмотрен как система. Вопрос состоит в том, насколько целесообразна такая точка зрения.

Большая система - система, которая включает значительное число однотипных элементов и однотипных связей. В качестве примера можно привести трубопровод. Элементами последнего будут участки между швами или опорами. Для расчетов на прочность по методу конечных элементов элементами системы считаются небольшие участки трубы, а связь имеет силовой (энергетический) характер - каждый элемент действует на соседние.

Сложная система - система, которая состоит из элементов разных типов и обладает разнородными связями между ними. В качестве примера можно привести ЭВМ, лесной трактор или судно.

Автоматизированная система - сложная система с определяющей ролью элементов двух типов:

в виде технических средств;

в виде действия человека.

Для сложной системы автоматизированный режим считается более предпочтительным, чем автоматический. Например, посадка самолета или захват дерева харвестерной головкой выполняется при участии человека, а автопилот или бортовой компьютер используется лишь на относительно простых операциях. Типична также ситуация, когда решение, выработанное техническими средствами, утверждается к исполнению человеком.

Структура системы - расчленение системы на группы элементов с указанием связей между ними, неизменное на все время рассмотрения и дающее представление о системе в целом. Указанное расчленение может иметь материальную, функциональную, алгоритмическую или другую основу. Пример материальной структуры - структурная схема сборного моста, которая состоит из отдельных, собираемых на месте секций и указывает только эти секции и порядок их соединения. Пример функциональной структуры - деление двигателя внутреннего сгорания на системы питания, смазки, охлаждения, передачи крутящего момента. Пример алгоритмической структуры - алгоритм программного средства, указывающего последовательность действий или инструкция, которая определяет действия при отыскании неисправности технического устройства.

Структура системы может быть охарактеризована по имеющимся в ней типам связей. Простейшими из них являются последовательное, параллельное соединение и обратная связь (рис.1.1).

Декомпозиция - деление системы на части, удобное для каких-либо операций с этой системой. Примерами будут: разделение объекта на отдельно проектируемые части, зоны обслуживания; рассмотрение физического явления или математическое описание отдельно для данной части системы.

Иерархия - структура с наличием подчиненности, т.е. неравноправных связей между элементами, когда воздействие в одном из направлений оказывают гораздо большее влияние на элемент, чем в другом. Виды иерархических структур разнообразны, но важных для практики иерархических структур всего две - древовидная и ромбовидная (рис.1.2).

Древовидная структура наиболее проста для анализа и реализации. Кроме того, в ней всегда удобно выделять иерархические уровни - группы элементов, находящиеся на одинаковом удалении от верхнего элемента. Пример древовидной структуры - задача проектирования технического объекта от его основных характеристик (верхний уровень) через проектирование основных частей, функциональных систем, групп агрегатов, механизмов до уровня отдельных деталей.

Принципы системного подхода - это положения общего характера, являющиеся обобщением опыта работы человека со сложными системами. Их часто считают ядром методологии. Известно около двух десятков таких принципов, ряд из которых целесообразно рассмотреть:

принцип конечной цели: абсолютный приоритет конечной цели;

принцип единства: совместное рассмотрение системы как целого и как совокупности элементов;

принцип связности: рассмотрение любой части совместно с ее связями с окружением;

принцип модульного построения: полезно выделение модулей в системе и рассмотрение ее как совокупности модулей;

принцип иерархии: полезно введение иерархии элементов и(или) их ранжирование;

принцип функциональности: совместное рассмотрение структуры и функции с приоритетом функции над структурой;

принцип развития: учет изменяемости системы, ее способности к развитию, расширению, замене частей, накапливанию информации;

принцип децентрализации: сочетание в принимаемых решениях и управлении централизации и децентрализации;

принцип неопределенности: учет неопределенностей и случайностей в системе.

Аппаратная реализация включает стандартные приемы моделирования принятия решения в сложной системе и общие способы работы с этими моделями. Модель строится в виде связных множеств отдельных процедур. Системный анализ исследует как организацию таких множеств, так и вид отдельных процедур, которые максимально приспосабливают для принятия согласующихся и управленческих решений в сложной системе.

Модель принятия решения чаще всего изображается в виде схемы с ячейками, связями между ячейками и логическими переходами. Ячейки содержат конкретные действия - процедуры. Совместное изучение процедур и их организации вытекает из того, что без учета содержания и особенностей ячеек создание схем оказывается невозможным. Эти схемы определяют стратегию принятия решения в сложной системе. Именно с проработки связанного множества основных процедур принято начинать решение конкретной прикладной задачи.

Отдельные же процедуры (операции) принято классифицировать на формализуемые и неформализуемые. В отличие от большинства научных дисциплин, стремящихся к формализации, системный анализ допускает, что в определенных ситуациях неформализуемые решения, принимаемые человеком, являются более предпочтительными. Следовательно, системный анализ рассматривает в совокупности формализуемые и неформализуемые процедуры, и одной из его задач является определение их оптимального соотношения.

Формализуемые стороны отдельных операций лежат в области прикладной математики и использования ЭВМ. В ряде случаев математическими методами исследуется связное множество процедур и производится само моделирование принятие решения. Все это позволяет говорить о математической основе системного анализа. Такие области прикладной математики, как исследование операций и системное программирование, наиболее близки к системной постановке вопросов.

Практическое приложение системного анализа чрезвычайно обширно по содержанию. Важнейшими разделами являются научно-технические разработки и различные задачи экономики. Ссылки на системность исследований, анализа, подхода включает биологию, экологию, военное дело, психологию, социологию, медицину, управление государством и регионом, лесное и сельское хозяйство, обучение и многое другое.

1.3. Основные понятия исследования операций

Операцией называется всякое мероприятие (система действий), объединенное единым замыслом и направленное к достижению какой-то цели.

Цель исследования операций - предварительное количественное обоснование оптимальных решений.

Всякий определенный выбор зависящих от нас параметров называется решением. Оптимальным называются решения, по тем или другим признакам предпочтительные перед другими.

Параметры, совокупность которых образует решение, называются элементами решения.

Множеством допустимых решений называются заданные условия, которые фиксированы и не могут быть нарушены.

Показатель эффективности - количественная мера, позволяющая сравнивать разные решения по эффективности.

Все решения принимаются всегда на основе информации, которой располагает лицо принимающее решение (ЛПР).

Каждая задача в своей постановке должна отражать структуру и динамику знаний ЛПР о множестве допустимых решений и о показателе эффективности.

Задача называется статической, если принятие решения происходит в наперед известном и не изменяющемся информационном состоянии. Если информационное состояние в ходе принятия решения сменяют друг друга, то задача называется динамической.

Информационные состояния ЛПР могут по-разному характеризовать его физическое состояние:

Если информационное состояние состоит из единственного физического состояния, то задача называется определенной.

Если информационное состояние содержит несколько физических состояний и ЛПР кроме их множества знает еще и вероятности каждого из этих физических состояний, то задача называется стохастической (частично неопределенной).

Если информационное состояние содержит несколько физических состояний, но ЛПР кроме их множества ничего не знает о вероятности каждого из этих физических состояний, то задача называется неопределенной.

1.4. Постановка задач принятия оптимальных решений

Несмотря на то, что методы принятия решений отличаются универсальностью, их успешное применение в значительной мере зависит от профессиональной подготовки специалиста, который должен иметь четкое представление о специфических особенностях изучаемой системы и уметь корректно поставить задачу. Искусство постановки задач постигается на примерах успешно реализованных разработок и основывается на четком представлении преимуществ, недостатков и специфики различных методов оптимизации. В первом приближении можно сформулировать следующую последовательность действий, которые составляют содержание процесса постановки задачи:

установление границы подлежащей оптимизации системы, т.е. представление системы в виде некоторой изолированной части реального мира. Расширение границ системы повышает размерность и сложность многокомпонентной системы и, тем самым, затрудняет ее анализ. Следовательно, в инженерной практике следует к декомпозиции сложных систем на подсистемы, которые можно изучать по отдельности без излишнего упрощения реальной ситуации;

определение показателя эффективности, на основе которого можно оценить характеристики системы или ее проекта с тем, чтобы выявить "наилучший" проект или множество "наилучших" условий функционирования системы. В инженерных приложениях обычно выбираются показатели экономического (издержки, прибыль и т.д.) или технологического (производительность, энергоемкость, материалоемкость и т.д.) характера. "Наилучшему" варианту всегда соответствует экстремальное значение показателя эффективности функционирования системы;

выбор внутрисистемных независимых переменных, которые должны адекватно описывать допустимые проекты или условия функционирования системы и способствовать тому, чтобы все важнейшие технико-экономические решения нашли отражение в формулировке задачи;

построение модели, которая описывает взаимосвязи между переменными задачи и отражает влияние независимых переменных на значение показателя эффективности. В самом общем случае структура модели включает основные уравнения материальных и энергетических балансов, соотношения, связанные с проектными решениями, уравнения, описывающие физические процессы, протекающие в системе, неравенства, которые определяют область допустимых значений независимых переменных и устанавливают лимиты имеющихся ресурсов. Элементы модели содержат всю информацию, которая обычно используется при расчете проекта или прогнозировании характеристик инженерной системы. Очевидно, процесс построения модели является весьма трудоемким и требует четкого понимания специфических особенностей рассматриваемой системы.

Несмотря на то, модели принятия оптимальных решений отличаются универсальностью, их успешное применение зависит от профессиональной подготовки инженера, который должен иметь полное представление о специфике изучаемой системы. Основная цель рассмотрения приводимых ниже примеров - продемонстрировать разнообразие постановок оптимизационных задач на основе общности их формы.

Все оптимизационные задачи имеют общую структуру. Их можно классифицировать как задачи минимизации(максимизации) M-векторного векторного показателя эффективности Wm(x), m=1,2,...,M, N-мерного векторного аргумента x=(x1,x2,...,xN), компоненты которого удовлетворяют системе ограничений-равенств hk(x)=0, k=1,2...K, ограничений-неравенств gj(x)>0, j=1,2,...J, областным ограничениям xli<xi<xui, i=1,2...N.

Все задачи принятия оптимальных решений можно классифицировать в соответствии с видом функций и размерностью Wm(x), hk(x), gj(x) и размерностью и содержанием вектора x:

одноцелевое принятие решений - Wm(x) - скаляр;

многоцелевое принятие решений - Wm(x) - вектор;

принятие решений в условиях определенности - исходные данные - детерминированные;

принятие решений в условиях неопределенности - исходные данные - случайные.

Наиболее разработан и широко используется на практике аппарат одноцелевого принятия решений в условиях определенности, который получил название математического программирования. Более подробно задачи линейного программирования (W(x), hk(x), gj(x) - линейны) изложены в главе 2, нелинейного программирования (W(x), hk(x), gj(x) - нелинейны) - в главе 3, целочисленного программирования (x - целочисленны) - в главе 4, динамического программирования (x - зависят от временного фактора) - в главе 5.

Математический аппарат одноцелевого принятия решений в условиях неопределенности, изложенный в главе 6, представляет собой стохастическое программирование (известны законы распределения случайных величин), теории игр и статистических решений (закон распределения случайных величин неизвестен).

Методы принятия многоцелевых решений изложены в 7 главе.

Рассмотрим процесс принятия решений с самых общих позиций. Психологами установлено, что решение не является начальным процессом творческой деятельности. Оказывается, непосредственно акту решения предшествует тонкий и обширный процесс работы мозга, который формирует и предопределяет направленность решения. В этот этап, который можно назвать "предрешением" входят следующие элементы:

мотивация, то есть желание или необходимость что-то сделать. Мотивация определяет цель какого-либо действия, используя весь прошлый опыт, включая результаты;

возможность неоднозначности результатов;

возможность неоднозначности способов достижения результатов, то есть свобода выбора.

После этого предварительного этапа следует, собственно, этап принятия решения. Но на нем процесс не заканчивается, т.к. обычно после принятия решения следует оценка результатов и корректировка действий. Таким образом, принятие решений следует воспринимать не как единовременный акт, а как последовательный процесс.

Выдвинутые выше положения носят достаточно общий характер, обычно подробно исследуемый психологами. Более близкой с точки зрения инженера будет следующая схема процесса принятия решения. Эта схема включает в себя следующие компоненты:

анализ исходной ситуации;

анализ возможностей выбора;

выбор решения;

оценка последствий решения и его корректировка.

1.5. Принятие решений в условиях неопределенности

Постановка задачи

В изложенных выше материалах речь шла о постановках и методах решения задач, не содержащих неопределенностей. Однако, как правило, большинство реальных инженерных задач содержит в том или ином виде неопределенность. Можно даже утверждать, что решение задач с учетом разного вида неопределенностей является общим случаем, а принятие решений без их учета - частным. Однако, из-за концептуальных и методических трудностей в настоящее время не существует единого методологического подхода к решению таких задач. Тем не менее, накоплено достаточно большое число методов формализации постановки и принятия решений с учетом неопределенностей. При использовании этих методов следует иметь в виду, что все они носят рекомендательный характер и выбор окончательного решения всегда остается за человеком (ЛПР).

Как уже указывалось, при решении конкретных задач с учетом неопределенностей инженер сталкивается с разными их типами. В исследовании операций принято различать три типа неопределенностей [14]:

неопределенность целей;

неопределенность наших знаний об окружающей обстановке и действующих в данном явлении факторах (неопределенность природы);

неопределенность действий активного или пассивного партнера или противника.

В приведенной выше классификации тип неопределенностей рассматривается с позиций того или иного элемента математической модели. Так, например, неопределенность целей отражается при постановке задачи на выборе либо отдельных критериев, либо всего вектора полезного эффекта.

С другой стороны, два другие типа неопределенностей влияют, в основном, на составление целевой функции уравнений ограничений и метода принятия решения. Конечно, приведенное выше утверждение является достаточно условным, как, впрочем, и любая классификация. Мы приводим его лишь с целью выделить еще некоторые особенности неопределенностей, которые надо иметь в виду в процессе принятия решений.

Дело в том, что кроме рассмотренной выше классификации неопределенностей надо учитывать их тип (или "род") с точки зрения отношения к случайности.

По этому признаку можно различать стохастическую (вероятностную) неопределенность, когда неизвестные факторы статистически устойчивы и поэтому представляют собой обычные объекты теории вероятностей - случайные величины (или случайные функции, события и т.д.). При этом должны быть известны или определены при постановке задачи все необходимые статистический характеристики (законы распределения и их параметры).

Примером таких задач могут быть, в частности, система технического обслуживания и ремонта любого вида техники, система организации рубок ухода и т.д.

Другим крайним случаем может быть неопределенность нестохастического вида (по выражению Е.С.Вентцель [15] - "дурная неопределенность"), при которой никаких предположений о стохастической устойчивости не существует. Наконец, можно говорить о промежуточном типе неопределенности, когда решение принимается на основании каких-либо гипотез о законах распределения случайных величин. При этом ЛПР должен иметь в виду опасность несовпадения его результатов с реальными условиями. Эта опасность несовпадения формализуется с помощью коэффициентов риска.

Принятие решений в условиях риска

Как указывалось выше, с точки зрения знаний об исходных данных в процессе принятия решений можно представить два крайних случая: определенность и неопределенность. В некоторых случаях неопределенность знаний является как бы "неполной" и дополняется некоторыми сведениями о действующих факторах, в частности, знанием законов распределения описывающих их случайных величин. Этот промежуточный случай соответствует ситуации риска. Принятие решений в условиях риска может быть основано на одном из следующих критериев:

критерий ожидаемого значения;

комбинации ожидаемого значения и дисперсии;

известного предельного уровня;

наиболее вероятного события в будущем.

Рассмотрим более подробно применение этих критериев.

Критерий ожидаемого значения (КОЗ).

Использование КОЗ предполагает принятие решения, обуславливающего максимальную прибыль при имеющихся исходных данных о вероятности полученного результата при том или другом решении. По существу, КОЗ представляет собой выборочные средние значения случайной величины. Естественно, что достоверность получаемого решения при этом будет зависеть от объема выборки. Так, если обозначить

КОЗ - $E(x_1, x_2,..., x_n)$, (6.1)

где

$x_1, x_2,..., x_n$ - принимаемые решения при их количестве, равном n, то

$E(x_i)$ □□□ $M(x_i)$, (6.2)

где

$M(x_i)$ - математическое ожидание критерия.

Таким образом, КОЗ может применяться, когда однотипные решения в сходных ситуациях приходится принимать большое число раз.

Приведем пример использования этого критерия для принятия решения.

Критерий "ожидаемого значения - дисперсия".

Как указывалось выше, КОЗ имеет область применения, ограниченную значительным числом однотипных решений, принимаемых в аналогичных ситуациях. Этот недостаток можно устранить, если применять комбинацию КОЗ и выборочной дисперсии s^2. Возможным критерием при этом является минимум выражения

$E(Z,$ □ $) = E(Z)$ □ k□ $U(z)$, (6.5)

где

E(Z,) - критерий "ожидаемого значения - дисперсия";

k - постоянный коэффициент;

U(Z) = mZ/S - выборочный коэффициент вариации;

mZ - оценка математического ожидания;

S - оценка среднего квадратического ожидания.

Знак "минус" ставится в случае оценки прибыли, знак "плюс" - в случае затрат.

Из зависимости (6.5) видно, что в данном случае точность предсказания результата повышается за счет учета возможного разброса значений E(Z), то есть введения своеобразной "страховки". При этом степень учета этой страховки регулируется коэффициентом k, который как бы управляет степенью учета возможных отклонений. Так, например, если для ЛПР имеет большое значение ожидаемые потери прибыли, то k>>1 и при этом существенно увеличивается роль отклонений от ожидаемого значения прибыли E(Z) за счет дисперсии.

Критерий предельного уровня.

Этот критерий не имеет четко выраженной математической формулировки и основан в значительной степени на интуиции и опыте ЛПР. При этом ЛПР на основании субъективных соображений определяет наиболее приемлемый способ действий. Критерий предельного уровня обычно не используется, когда нет полного представления о множестве возможных альтернатив. Учет ситуации риска при этом может производиться за счет введения законов распределений случайных факторов для известных альтернатив.

Несмотря на отсутствие формализации критерием предельного уровня пользуются довольно часто, задаваясь их значениями на основании экспертных или опытных данных.

Критерий наиболее вероятного исхода.

Этот критерий предполагает замену случайной ситуации детерминированной путем замены случайной величины прибыли (или затрат) единственным значением, имеющим наибольшую вероятность реализации. Использование данного критерия, также как и в предыдущем случае в значительной степени опирается на опыт и интуицию. При этом необходимо учитывать два обстоятельства, затрудняющие применение этого критерия:

критерий нельзя использовать, если наибольшая вероятность события недопустимо мала;

применение критерия невозможно, если несколько значений вероятностей возможного исхода равны между собой.

Учет неопределенных факторов, заданных законом распределения.

Случай, когда неопределенные факторы заданы распределением, соответствует ситуации риска. Этот случай может учитываться двумя путями. Первый - анализом адаптивных возможностей, позволяющих реагировать на конкретные исходы; второй - методически, при сопоставлении эффективности технических решений. Суть первого подхода заключается в том, что законы распределения отдельных параметров на этапе проектирования могут быть определены с достаточной степенью приближения на основе сопоставления с аналогами, из физических соображений или на базе статистических данных и данных прогнозов.

Методический учет случайных факторов, заданных распределением, может быть выполнен двумя приемами: заменой случайных параметров их математическими ожиданиями (сведением стохастической задачи к детерминированной) и "взвешиванием" показателя качества по вероятности (этот прием иногда называют "оптимизация в среднем").

Первый прием предусматривает определение математического ожидания случайной величины v - M(v) и определение зависимости W(M(v)), которая в дальнейшем оптимизируется по u. Однако сведение к детерминированной схеме может быть осуществлено в тех случаях, когда диапазон изменения параметра u невелик или когда зависимость W(u) линейна или близка к ней.

Второй прием предусматривает определение W в соответствии с зависимостями соответственно для дискретных и непрерывных величин:

$W = \sum_{i=1} W(u_i)P(u_i)$; (6.6)

$W = \int W(u)f(u)du$, (6.7)

где

P(ui) - ряд распределений случайной величины ui;

f(ui) - плотность распределения случайной величины u.

При описании дискретных случайных величин наиболее часто используют распределения Пуассона, биноминальное. Для непрерывных величин основными распределениями являются нормальное, равномерное и экспоненциальное.

Постановка задачи стохастического программирования

При перспективном и оперативном планировании работы предприятия возникает необходимость в учете ряда случайных факторов, существенно влияющих на процесс производства. К таким факторам относятся спрос, который не всегда может быть предсказуем, непредусмотренные сбои в поступлении сырья, энергии, рабочей силы, неисправности и аварии оборудования. Еще больше случайных факторов необходимо учитывать при планировании производства, эффективность которого зависит от климатических условий, урожайности и т.д. Поэтому, например, задачи планирования лесного производства целесообразно ставить и исследовать в терминах и понятиях стохастического программирования, когда элементы задачи линейного программирования (матрица коэффициентов A, вектора ресурсов b, вектора оценок c) часто оказываются случайными. Подобного типа задачи ЛП принято классифицировать как задачи стохастического программирования (СП).

Подходы к постановке и анализу стохастических задач существенно различаются в зависимости от последовательности получения информации - в один прием или по частям. При построении стохастической модели важно также знать, необходимо ли принять единственное решение, не подлежащее корректировке, или можно по мере накопления информации один или несколько раз корректировать решение. В соответствии с этим в стохастическом программировании исследуются одноэтапные, двухэтапные и многоэтапные задачи.

В одноэтапных задачах решение принимается один раз и не корректируется. Они различаются по показателям качества решения (по целевым функциям), по характеру ограничений и по виду решения.

Задача СП может быть сформулирована в M- и P- постановках по отношению к записи целевой функции и ограничений.

Случайны элементы вектора c (целевая функция).

При M-постановке целевая функция W записывается в виде

$$W = M(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j) \to \min(\max)$$, (6.8)

что означает оптимизацию математического ожидания целевой функции. От математического ожидания целевой функции можно перейти к математическому ожиданию случайной величины cj

$$W = M(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j) = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j \to \min(\max)$$. (6.9)

При P- постановке имеем:

при максимизации

$$W = P(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \geq W_{min}) \to \max,$$ (6.10)

где

Wmin - предварительно заданное допустимое наихудшее (минимальное) значение целевой функции.

при минимизации

$$W = P\left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \le W_{max}\right) \to max, \qquad (6.11)$$

где

Wmax - предварительно заданное допустимое наихудшее (максимальное) значение целевой функции.

Суть Р-постановки заключается в том, что необходимо найти такие значения xj, при которых максимизируется вероятность того, что целевая функция будет не хуже предельно допустимого значения.

Ограничения задачи, которые должны выполняться при всех реализациях параметров условий задачи, называются жесткими ограничениями. Часто возникают ситуации, в которых постановка задачи позволяет заменить жесткие ограничения их усреднением по распределению случайных параметров. Такие ограничения называют статистическими:

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{a}_{ij} x_j \le \bar{b}_i . \qquad (6.12)$$

В тех случаях, когда по содержательным соображениям можно допустить, чтобы невязки в условиях не превышали заданных с вероятностями, небольшими □ i>0, говорят о стохастических задачах с вероятностными ограничениями:

$$P\left\{\sum_{j=1}^{n} \bar{a}_{ij} x_j \le \bar{b}_i\right\} \ge \alpha_i, \qquad (6.13)$$

т.е. вероятность выполнения каждого заданного ограничения должна быть не менее назначенной величины □ i. Параметры □ i предполагаются заданными или являются решениями задачи более высокого уровня.

Представленные задачи как в М-, так и в Р- постановках непосредственно решены быть не могут. Возможным методом решения этих задач является переход к их детерминированным эквивалентам. В основе этого перехода лежит использование закона распределения случайной величины. В инженерной практике наиболее часто используется нормальный закон распределения, поэтому дальнейшие зависимости приведем для этого случая.

Принимаем, что aij, bi, cj подчинены нормальному закону распределения. В этом случае будет справедлива следующие детерминированные постановки:

Р - постановка целевой функции, максимизация:

$$W = \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j - W_{min}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2 x_j^2}} \to max, \qquad (6.14)$$

где

$\bar{c}_j$ и j - математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины cj.

Р - постановка целевой функции, минимизация:

$$W = \frac{W_{max} - \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2 x_j^2}} \to max. \qquad (6.15)$$

Вероятностные ограничения:

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{a}_{ij} x_j \le \bar{b}_i - t_{\alpha} \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2 x_j^2 + \theta_i^2},$$

где

$\bar{a}_{ij}, \sigma_{ij}^2, \bar{b}_i, \theta_i^2$ - соответственно, математические ожидания и дисперсии случайных величин aij и bi;

t_{α} - значение центрированной нормированной случайной величины в нормальном законе распределения, соответствующей заданному уровню вероятности соблюдения ограничений i.

Сделаем несколько замечаний к приведенным зависимостям:

задача стохастического программирования сведена к задаче нелинейной оптимизации и может быть решена одним из рассматриваемых ранее методов;

сравнение ограничения ресурса в стохастическом программировании и аналогичным ограничением в задаче линейного программирования показывает, что учет случайного характера величин aij и bi приводит к уменьшению располагаемого ресурса на величину

$$t_{\alpha}\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}^{2}x_{j}^{2}+\sigma_{i}^{2}}, \quad (6.16)$$

т.е. к необходимости в дополнительном ресурсе. Однако этот дополнительный ресурс может оказаться неиспользованным, но для гарантированного выполнения плана его иметь необходимо.

Метод статистического моделирования

Приведенные формулы (6.6) и (6.7) могут быть использованы для систем независимых случайных величин. Однако для технических систем, как правило, случайные параметры являются зависимыми. Причем эта зависимость не функциональная, а корреляционная. Поэтому для анализа случайных факторов, заданных распределением, широкое применение нашли теория марковских процессов и метод статистического моделирования (метод Монте-Карло).

В задачах принятия оптимальных решений широкое применение получил метод Монте-Карло. Основными особенностями этого метода, основанного на многократном повторении одного и того же алгоритма для каждой случайной реализации, являются: универсальность (метод не накладывает практически никаких ограничений на исследуемые параметры, на вид законов распределения); простота расчетного алгоритма; необходимость большого числа реализаций для достижения хорошей точности; возможность реализации на его основе процедуры поиска оптимальных параметров проектирования. Отметим основные факторы, определившие применение метода статистического моделирования в задачах исследования качества при проектировании: метод применим для задач, формализация которых другими методами затруднена или даже невозможна; возможно применение этого метода для машинного эксперимента над не созданной в натуре системы, когда натурный эксперимент затруднен, требует больших затрат времени и средств или вообще не допустим по другим соображениям.

Учет неопределенных пассивных условий

Неопределенные факторы, закон распределения которых неизвестен, являются наиболее характерными при исследовании качества адаптивных систем. Именно на этот случай следует ориентироваться при выборе гибких конструкторских решений. Методический учет таких факторов базируется на формировании специальных критериев, на основе которых принимаются решения. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица и Лапласа уже давно и прочно вошли в теорию принятия решений.

В соответствии с критерием Вальда в качестве оптимальной выбирается стратегия, гарантирующая выигрыш не меньший, чем "нижняя цена игры с природой":

$$W = \max_i \min_j W_{ij}$$. (6.17)

Правило выбора решения в соответствии с критерием Вальда можно интерпретировать следующим образом: матрица решений [Wir] дополняется еще одним столбцом из наименьших результатов Wir каждой строки. Выбрать надлежит тот вариант, в строке которого стоит наибольшее значение Wir этого столбца [28].

Выбранное таким образом решение полностью исключает риск. Это означает, что принимающий решение не может столкнуться с худшим результатом, чем тот, на который он ориентируется. Какие бы условия Vj не встретились, соответствующий результат не может оказаться ниже W. Это свойство заставляет считать критерий Вальда одним из фундаментальных. Поэтому в технических задачах он применяется чаще всего как сознательно, так и неосознанно. Однако в практических ситуациях излишний пессимизм этого критерия может оказаться очень невыгодным.

Применение этого критерия может быть оправдано, если ситуация, в которой принимается решение, характеризуется следующими обстоятельствами:

о вероятности появления состояния Vj ничего не известно;

с появлением состояния Vj необходимо считаться;

реализуется лишь малое количество решений;

не допускается никакой риск.

Критерий Байеса-Лапласа в отличие от критерия Вальда, учитывает каждое из возможных следствий всех вариантов решений:

$$W = \max_i \sum_{j=1}^{n} W_{ij} p_i$$. (6.18)

Соответствующее правило выбора можно интерпретировать следующим образом: матрица решений [Wij] дополняется еще одним столбцом, содержащим математическое ожидание значений каждой из строк. Выбирается тот вариант, в строках которого стоит наибольшее значение Wir этого столбца.

Критерий Байеса-Лапласа предъявляет к ситуации, в которой принимается решение, следующие требования:

вероятность появления состояния Vj известна и не зависит от времени;

принятое решение теоретически допускает бесконечно большое количество реализаций;

допускается некоторый риск при малых числах реализаций.

В соответствии с критерием Сэвиджа в качестве оптимальной выбирается такая стратегия, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагополучной ситуации:

$$W = \min_{i} \max_{j} (W\max_{j} - W_{ij}) \qquad (6.19)$$

Здесь величину W можно трактовать как максимальный дополнительный выигрыш, который достигается, если в состоянии Vj вместо варианта Ui выбрать другой, оптимальный для этого внешнего состояния, вариант.

Соответствующее критерию Сэвиджа правило выбора следующее: каждый элемент матрицы решений [Wij] вычитается из наибольшего результата max Wij соответствующего столбца. Разности образуют матрицу остатков. Эта матрица пополняется столбцом наибольших разностей Wir. Выбирается тот вариант, в строке которого стоит наименьшее значение.

Согласно критерию Гурвица выбирается такая стратегия, которая занимает некоторое промежуточное положение между крайним пессимизмом и оптимизмом:

$$W = \max_{j} [\alpha \min_{i} W_{ij} + (1 - \alpha) \max_{i} W_{ij}] \qquad (6.20)$$

где

 - коэффициент пессимизма, выбираемый в интервале [0,1].

Правило выбора согласно этому критерию следующее: матрица решений [Wij] дополняется столбцом, содержащим средние взвешенные наименьшего и наибольшего результатов для каждой строки (2.6). Выбирается тот вариант, в строках которого стоят наибольшие элементы Wir этого столбца.

При =1 критерий Гурвица превращается в критерий Вальда (пессимиста), а при =0 - в критерий азартного игрока. Отсюда ясно, какое значение имеет весовой множитель . В технических приложениях правильно выбрать этот множитель бывает так же трудно, как правильно выбрать критерий. Поэтому чаще всего весовой множитель =0.5 принимается в качестве средней точки зрения.

Критерий Гурвица предъявляет к ситуации, в которой принимается решение, следующие требования:

о вероятности появления состояния Vj ничего не известно;

с появлением состояния Vj необходимо считаться;

реализуется лишь малое количество решений;

допускается некоторый риск.

Критерий Ходжа-Лемана базируется одновременно на критериях Вальда и Байеса-Лапласа:

$$W = \max_i z \sum_i^n W_{ij} k_j + (1-z) \min_j W_{ij}$$. (6.20)

Правило выбора, соответствующее этому критерию, формулируется следующим образом: матрица решений [Wij] дополняется столбцом, составленным из средних взвешенных (с постоянными весами) математического ожидания и наименьшего результата каждой строки. Отбирается тот вариант решения, в строке которого стоит наибольшее значение этого столбца.

При z=1 критерий преобразуется в критерий Байеса-Лапласа, а при z=0 превращается в критерий Вальда. Таким образом, выбор параметра z подвержен влиянию субъективизма. Кроме того, без внимания остается и число реализаций. Поэтому этот критерий редко применяется при принятии технических решений.

Критерий Ходжа-Лемана предъявляет к ситуации, в которой принимается решение, следующие требования:

о вероятности появления состояния Vj ничего не известно, но некоторые предположения о распределении вероятностей возможны;

принятое решение теоретически допускает бесконечно большое количество реализаций; допускается некоторый риск при малых числах реализаций.

Общие рекомендаций по выбору того или иного критерия дать затруднительно. Однако отметим следующее: если в отдельных ситуациях не допустим даже минимальный риск, то следует применять критерий Вальда; если определенный риск вполне приемлем, то можно воспользоваться критерием Сэвиджа. Можно рекомендовать одновременно применять поочередно различные критерии. После этого среди нескольких вариантов, отобранных таким образом в качестве оптимальных, приходится волевым решением выделять некоторое окончательное решение [26,28].

Такой подход позволяет, во-первых, лучше проникнуть во все внутренние связи проблемы принятия решений и, во-вторых, ослабляет влияние субъективного фактора. Кроме того, в области технических задач различные критерии часто приводят к одному результату.

Применение данных критериев с методической точки зрения удобно продемонстрировать на примере одной задачи.

Учет активных условий

Как правило, решение практических задач, связанных с оценкой качества и надежности изделий лесного машиностроения, зависит не только от оперирующей стороны (допустим, конструктора), но и от действий других субъектов системы (например, технолога-лесозаготовителя). Каждая из сторон преследует собственные цели, не всегда совпадающие друг с другом. Неопределенность такого рода при принятии решений относят к классу поведенческих неопределенностей. Теоретической основой нахождения оптимального решения в условиях неопределенности и конфликтных ситуаций является теория игр. Игра - это математическая модель процесса функционирования конфликтующих элементов систем, в котором действия игроков происходят по определенным правилам, называемых стратегиями. Ее широкому распространению в последнее время способствовало как развитие ЭВМ, так и создание аналитического аппарата, позволяющего находить аналитические решения для широкого класса задач. Основной постулат теории игр [26,28] - любой субъект системы по меньшей мере так же разумен, как и оперирующая сторона и делает все возможное, чтобы достигнуть своих целей. От реального конфликта игра (математическая модель конфликта) отличается тем, что она ведется по определенным правилам, которые устанавливают порядок и очередность действий субъектов системы, их информированность, порядок обмена информацией, формирование результата игры.

Существует много классов игр, различающихся по количеству игроков, числу ходов, характеру функций выигрыша и т.д. Выделим следующие основные классы игр:

антагонистические (игры со строгим соперничеством) и неантогонистические. В первом случае цели игроков противоположны, во - втором - могут совпадать;

стратегические и нестратегические (в первых субъект системы действует независимо от остальных, преследуя свои цели, во-вторых субъекты выбирают единую для всех стратегию);

парные игры и игры для N-лиц;

коалиционные и бескоалиционные;

кооперативные и некооперативные (в первых возможен обмен информацией о возможных стратегиях игроков);

конечные и бесконечные (в первых - конечное число стратегий).

Наиболее полный обзор направлений теории игр в ее современном состоянии дан в работе [29].

Наибольшее распространение в технических приложениях имеют парные стратегические бескоалиционные конечные некооперативные игры. Модель проблемной ситуации в этом случае имеет вид:

< U, V, W1, W2, R1, R2 >,

где

U - множество стратегий оперирующей стороны (конструктора);

V - множество стратегий оппонирующей стороны (технолог и природа);

W1 и W2 - показатели качества игроков;

R1 и R2 - системы предпочтения игроков.

Системы предпочтения игроков, в свою очередь, основываются на двух ведущих принципах рационального поведения: принципе наибольшего гарантированного результата и принципе равновесия.

Первый основан на том, что рациональным выбором одного из игроков должен считаться такой, при котором он рассчитывает на самую неблагоприятную для него реакцию со стороны другого игрока.

Второй принцип гласит, что рациональным выбором любого игрока считается такая стратегия u$ (или v$), для которой ситуация (u$, v$) обоюдовыгодна: любое отклонение от данной ситуации игры не является выгодным ни для одного из игроков.

Решается парная матричная игра (проектируемое изделие - меры и средства противодействия) с нулевой суммой (выигрыш одной стороны равен проигрышу другой) на основе рассмотрения платежной матрицы, которая представляет собой совокупность значений U и V (пара стратегий (u,v) U x V называется ситуацией игры) а также выигрышей Wij при парном сочетании всевозможных стратегий сторон.

Решение парной матричной игры может быть в чистых стратегиях, когда для каждой из сторон может быть определена единственная оптимальная стратегия, отклонение от которой невыгодно обоим игрокам. Если выгодно использовать несколько стратегий с определенной частотой их чередования, то решение находится в смешанных стратегиях.

Основные особенности использования методов теории заключаются в следующем. В качестве возможных стратегий со стороны проектируемой системы рассматриваются возможные варианты ее строения, из которых следует выбрать наиболее рациональный. В качестве стратегий противника рассматриваются возможные варианты его противодействия, стратегии их применения.

Необходимо отметить, что при рассмотрении игр с использованием адаптивной системы число ее стратегий может быть существенно расширено благодаря реализации "гибких" конструкторских решений. Анализ игровых ситуаций в этом случае может быть направлен не только на выбор рационального варианта проектируемого изделия, но и на определение алгоритмов рационального применения системы в конфликтной ситуации.

Другая особенность применения методов теории игр заключается в выборе решений, получаемых на основе анализа конфликтной ситуации. В теории игр доказывается теорема о том, что оптимальная стратегия для каждого из игроков является оптимальной и для другого. Так, если решение игры получено в чистых стратегиях (имеется седловая точка), то выбор решения однозначен. Например, если для парной антагонистической игры 3x4 составить матрицу, где элементами uij будут выигрыши (проигрыши) игроков, то седловая точка находится на пересечении максимина строк и минимакса столбцов

Стратегии	Стратегии В				Min
А	1	2	3	4	Строк
1	8	2	9	5	2
2	6	5	7	18	5
3	7	3	-4	10	-4
max столбцов	8	5	9	18	

Оптимальными стратегиями будут для А - 2, для В - 2. Цена игры равна 5. Отметим, что в случае наличия седловой точки ни один из игроков не может улучшить стратегию и стратегии называются чистыми. Отметим, что игра с чистыми стратегиями может существовать только при наличии полной информации о действиях противника.

Если же решение игры получено в смешанных стратегиях, то это эквивалентно созданию множества вариантов проектируемого компонента и использованию их с оптимальными частотам, соответствующими оптимальной смешанной стратегии. В случаях, когда не имеется полной информации о действиях противника, вводятся вероятности применения той или иной стратегии в виде векторов

P<n>=<p1, p2, ..., pn> - для игрока А, где $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$;

Q<m>=<q1, q2, ..., qn> - для игрока В, где $\sum_{i=1}^{m} q_i = 1$.

При этом игрок А выбирает стратегию в соответствии с принципом максимина по выражению:

$$\max_{p_i}\{\min(\sum_{i=1}^{n} a_{i1} p_i, \sum_{i=1}^{n} a_{i2} \ldots \sum_{i=1}^{n} a_{in} p_i)\},$$

а игра В по принципу минимакса

$$\min_{p_i}\{\max(\sum_{j=1}^{m} a_{j1} q_i, \sum_{j=1}^{m} a_{j2} q_j \dots \sum_{j=1}^{m} a_{jm} q_j)\}$$.

Рассмотрим пример: пусть рассматривается принятие решения в игре 2х2, где игрок А знает вероятность стратегии 1, то есть p1, тогда очевидно вероятность стратегии 2 будет 1-p, соответственно стратегии игрока В будут q1 и 1-q1. Платежная матрица будет иметь вид:

		В	
		q1	1-q1
А	p1	a11	a12
	1-p1	a21	a22

На основании матрицы и приведенных выше выражений составляется таблица:

Чистые стратегии игрока В	Ожидаемые выигрыши игрока А
1	(a11-a21)p1 + a21
2	(a12-a22)p1 + a22

Из таблицы видно, что ожидаемый выигрыш игрока А линейно зависит от вероятности p1 (в данном случае задача может быть решена графоаналитически). Тогда смешанная стратегия игрока А будет иметь вид

<p*1, p*2>,

то есть игроку А выгодно применять стратегию 1 с частотой (вероятностью) - p1, а стратегию 2 с частотой p2.

Очевидно, что разработка нескольких вариантов изделия сопряжена с большими затратами, не всегда реализуема и затрудняет использование системы. Поэтому при получении решения в смешанных стратегиях рекомендуются следующие случаи принятия окончательного решения [20,26,28]:

для дальнейшего проектирования выбирается тот вариант, который гарантирует максимальное качество (выбор по максиминной стратегии аналогично критерию Вальда);

выбирается тот вариант, который в смешанной стратегии должен использоваться с максимальной вероятностью;

реализуется несколько вариантов изделия с частотами, соответствующими смешанной стратегии (создание адаптивно-модульных конструкций).

Важное значение в задачах исследования качества адаптивных систем имеет не только решение игры, но и анализ платежной матрицы. Это особенно важно в тех случаях, когда решение в смешанных стратегиях не реализуется. Этот анализ может проводиться на основе: оценки возможных потерь эффективности в случае реализации чистой стратегии; определения дополнительных затрат на их компенсацию с помощью "гибких" конструкторских решений; оценки достоверности рассмотренных стратегий противодействия; определения возможности реализации компромиссных вариантов и т.д.

Для анализа конфликтной ситуации требуется на основе математической модели операции построить платежную матрицу [Wmn] =[Wij], где Wij характеризует качество изделия при выборе i-го варианта проектируемого изделия и при j-м варианте противодействия противника.

Решение может быть получено в чистых стратегиях, когда есть седловая точка. Условие седловой точки имеет вид

$\max\limits_{i} \min\limits_{j} W_{ij} = \min\limits_{j} \max\limits_{i} W_{ij}$, (6.21)

где левая часть выражения - нижняя цена игры, правая - верхняя цена игры.

Если условие (6.8) не выполняется, то седловая точка отсутствует и требуется реализация смешанной стратегии.

Решение в смешанных стратегиях состоит в реализации чистых стратегий с различными вероятностями, задаваемыми распределением:

для проектируемого изделия в виде вектора-столбца

G = {gi}, где i = 1,2 ...m; $\sum\limits_{i=1}^{m} g_i = 1$;

для противодействия в виде вектора-строки

F = {fj}, где j = 1,2 ...n; $\sum\limits_{j=1}^{n} f_j = 1$,

где

gi - вероятность выбора стратегии ui;

fj - вероятность выбора стратегии vj.

Платежную функцию запишем в следующем виде:

$$W(G,F) = G^{т} W_{ij} F^{т} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} W_{ij} g_i f_j. \quad (6.22)$$

где индексом "т" обозначена процедура транспонирования.

Платежная функция W(G,F) всегда имеет седловую точку, т.е. всегда существует решение матричной игры. Это утверждение соответствует основной теореме теории матричных игр [26]: каждая матричная игра с нулевой суммой имеет, по крайней мере, одно решение в чистых или смешанных стратегиях.

Последовательность решения игры следующая:

Анализируется платежная матрица на предмет исключения заведомо невыгодных и дублирующих стратегий.

Проверяется наличие седловой точки по условию (6.21).

Если решение в чистых стратегиях отсутствует, то ищется решение в смешанных стратегиях с помощью методов линейного программирования или методом Монте-Карло.

замена	2	6	5	17	18	7	18
(стра-	3	7	3	14	10	8	14
тегии	4	4	6	16	9	19	19
эксплуа-	5	12	4	15	8	10	15
тации)	min столбца	6	2	9	5	6	

1.1 Лекция № 2

Тема: Статистическое моделирование случайных процессов

1. Вопросы лекции:

1. Методы моделирования случайных процессов.

2. Применимость различных методов в зависимости от вида условий – ограничений.

2. Краткое содержание вопросов:

Метод нелинейного преобразования

В работе рассмотрен один метод моделирования случайного процесса *с заданным законом распределения* — метод нелинейного преобразования.

Имеем (генерируем) белый шум — последовательность случайных величин, «покрывающих» весь диапазон (у нас 0..1). Подвергаем наш белый шум нелинейным преобразованиям, по формуле

$$y = F_y^{-1}(x)$$

, где *x*-исходная случайная величина, *y*-полученная случайная величина.

То есть нужно получить обратную функцию от первообразной *для функции, распределение по которой мы хотим получить*, для использования этой формулы.

Типовые законы распределения представлены в следующей таблице (таблица рисунком, иначе очень-очень сложно):

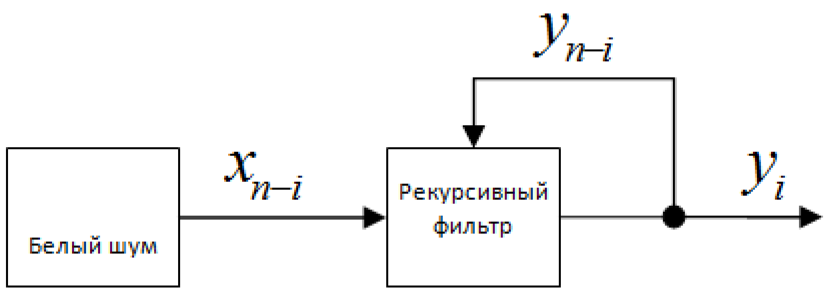
Название закона	$f_x(x)$	$F_x(x)$
Экспоненциальный	$\begin{cases} 0, (-\infty < x < 0); \\ \alpha e^{-\alpha x}, (0 < x < \infty). \end{cases}$	$\begin{cases} 0, (-\infty < x < 0); \\ 1 - e^{-\alpha x}, (0 < x < \infty). \end{cases}$
Симпсона	$\begin{cases} 0, (-\infty < x < a); \\ \frac{4(x-a)}{(b-a)^2}, \left(a < x < \frac{a+b}{2}\right); \\ \frac{4(b-x)}{(b-a)^2}, \left(\frac{a+b}{2} < x < b\right); \\ 0, (b < x < \infty). \end{cases}$	$\begin{cases} 0, (-\infty < x < a); \\ \frac{2(x-a)^2}{(b-a)^2}, \left(a < x < \frac{(a+b)}{2}\right); \\ 1 - \frac{2(b-x)^2}{(b-a)^2}, \left(\frac{a+b}{2} < x < b\right); \\ 0, (b < x < \infty). \end{cases}$
Равномерный	$\begin{cases} 0, (-\infty < x < a); \\ \frac{1}{b-a}, (a < x < b); \\ 0, (b < x < \infty). \end{cases}$	$\begin{cases} 0, (-\infty < x < a); \\ \frac{x-a}{b-a}, (a < x < b); \\ 1, (b < x < \infty). \end{cases}$
Нормальный	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right).$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right) dt.$

Метод рекурсивной фильтрации

При моделировании случайных процессов важным может быть совсем не закон распределения, а корреляционная функция (или зависимость). Умные люди (или много знающие) говорят, что на практике это применяется для задач имитационного моделирования средств измерений.

Задача решается методом фильтрации всё того же белого шума (см. выше). Фактически нужно лишь определить формирующий фильтр, зная что приходит и что должно быть на выходе. Какой проект без рекурсии, вот и здесь не обошлось.

Вот как выглядит схема рекурсивного фильтра, приведу для ясности:



А вот формула, которую нужно запрограммировать:

$$y_n = \sum_{i=0}^{N} a_i x_{n-i} - \sum_{i=0}^{N} b_i y_{n-i}$$

В приведенной формуле *a* и *b* параметры фильтра. Эти параметры, насколько я знаю, в основном рассчитываются методом билинейного преобразования стандартных аналоговых фильтров. Выглядит сложно, но спешу успокоить: для некоторых типовых моделей параметры уже рассчитаны (при везении можно найти и другие), они приведены в таблице ниже.

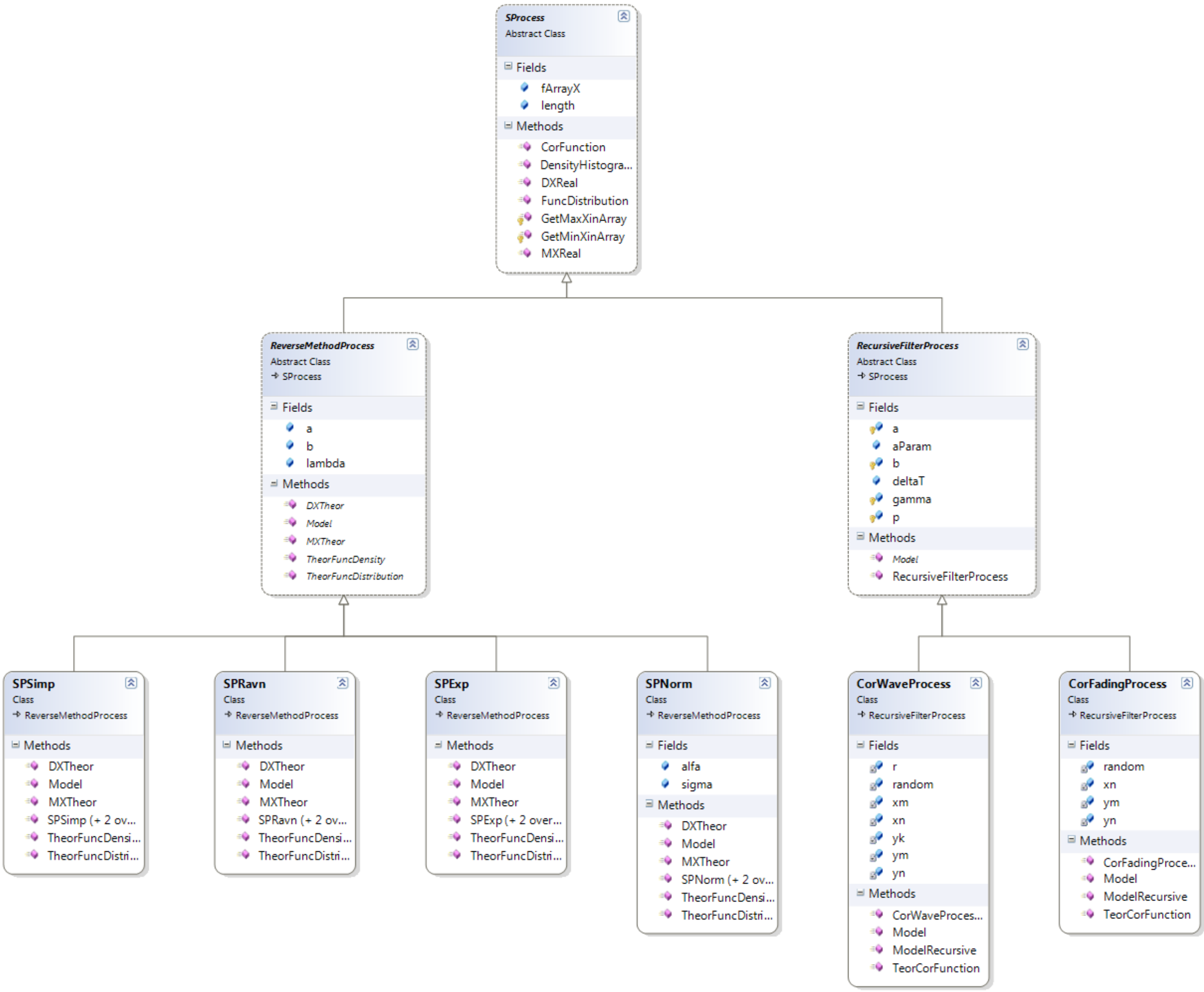
Вид модели	Моделирующий алгоритм	Параметры алгоритма
$\sigma_x^2 e^{-\alpha\|\tau\|}$	$y_n = a_0 x_n + b_1 y_{n-1}$	$\gamma = a\Delta t; p = e^{-\gamma};$ $a_0 = \sqrt{1-p^2}; b_1 = p$
$\sigma_x^2 e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|)$	$y_n = a_0 x_n + a_1 x_{n-1} + b_1 y_{n-1} + b_2 y_{n-2}$	$\gamma = \alpha\Delta t; p = e^{-\gamma};$ $\alpha_0 = p^3(1+\gamma) - p(1-\gamma); \alpha_1 = 1-4p^2\gamma - p^4;$ $a_0 = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2}}{2}};$ $a_1 = \frac{\alpha_0}{\alpha_1}; b_1 = 2p\cos\gamma_0; b_2 = -p^2$
$\sigma_x^2 e^{-\alpha\|\tau\|}\cos\omega_0\tau$	$y_n = a_0 x_n + a_1 x_{n-1} + b_1 y_{n-1} + b_2 y_{n-2}$	$\gamma = a\Delta t; \gamma_0 = \omega_0\Delta t; p = e^{-\gamma};$ $a_0 = p(p^2-1)\cos\gamma_0; \alpha_1 = 1-p^4;$ $a_0 = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2}}{2}};$ $a_1 = \frac{\alpha_0}{\alpha_1}; b_1 = 2p\cos\gamma_0; b_2 = -p^2$

Практика

Расскажу об архитектуре решения (громкое слово!), а описание всех относящиеся к вводу/выводу методов MS .NET опустим — о них можно узнать из целевых источников.

Диаграмма классов

На следующем рисунке показана диаграмма классов (щелчок — открытие большого изображения в новой вкладке браузера):



Самый верхний класс иерархии — абстрактный класс *SProcess*. Он содержит основные свойства и методы, присущие любому случайному процессу в проекте. Его наследуют абстрактные классы *ReverseMethodProcess* — процесс, сгенерированный по методу нелинейного преобразования (обратной функции) и *RecursiveFilterProcess* — процесс, сгенерированный по методу рекурсивной фильтрации. Далее в иерархии идут в нижней строке рисунка, соответственно, классы процессов по законам распределения Симсона, равномерному, экспоненциальному, нормальному и классы процессов с колебательной и затухающей корреляционными функциями. Эти классы содержат методы для получения гистограмм распределения, функционального распределения и расчета параметров случайного процесса.

Весь код перечисленных классов откомментирован. Моделирование сводится к программированию формул из приведенных выше таблиц, так что никаких трудностей возникнуть не должно.

Думаю, стоит рассказать немного о методах проверки гипотезы о распределении. Если коротко, то они позволяют убедиться (или разувериться), что полученный случайных процесс имеет заданное распределение. Реализовано два метода: критерий «Хи квадрат» Пирсона и критерий Колмогорова. Методы строятся по похожему принципу: вычисляется *значение* по разности между теоретическим (расчетным) и полученным функциональным распределением случайного процесса. Далее полученное *значение* сравнивается со значением из заранее известных таблиц. При превышении вычисленного значения теоретическое гипотеза о распределении отвергается, наоборот — принимается (к всеобщей радости).

Применимость различных методов в зависимости от вида условий – ограничений

Объектом исследования в прикладной статистике являются статистические данные, полученные в результате наблюдений или экспериментов. Статистические данные – это совокупность объектов (наблюдений, случаев) и признаков (переменных), их характеризующих. Например, объекты исследования – страны мира и признаки, – географические и экономические показатели их характеризующие: континент; высота местности над уровнем моря; среднегодовая температура; место страны в списке по качеству жизни, доли ВВП на душу населения; расходы общества на здравоохранение, образование, армию; средняя продолжительность жизни; доля безработицы, безграмотных; индекс качества жизни и т.д.
Переменные – это величины, которые в результате измерения могут принимать различные значения.
Независимые переменные – это переменные, значения которых в процессе экперимента можно изменять, а зависимые переменные – это переменные, значения которых можно только измерять.
Переменные могут быть измерены в различных шкалах. Различие шкал определяется их информативностью. Рассматривают следующие типы шкал, представленные в порядке возрастания их информативности: номинальная, порядковая, интервальная, шкала отношений, абсолютная. Эти шкалы отличаются друг от друга также и количеством допустимых математических действий. Самая «бедная» шкала – номинальная, так как не определена ни одна арифметическая операция, самя «богатая» – абсолютная.
Измерение в номинальной (классификационной) шкале означает определение принадлежности объекта (наблюдения) к тому или иному классу. Например: пол, род войск, профессия, континент и т.д. В этой шкале можно лишь посчитать количество объектов в классах – частоту и относительную частоту.
Измерение в порядковой (ранговой) шкале, помимо определения класса принадлежности, позволяет упорядочить наблюдения, сравнив их между собой в каком-то отношении. Однако эта шкала не определяет дистанцию между классами, а только то, какое из двух наблюдений предпочтительнее. Поэтому порядковые экспериментальные данные, даже если они изображены цифрами, нельзя рассматривать как числа и выполнять над ними арифметические операции 5 . В этой шкале дополнительно к подсчету частоты объекта можно вычислить ранг объекта. Примеры переменных, измеренных в порядковой шкале: бальные оценки учащихся, призовые места на соревнованиях, воинские звания, место страны в списке по качеству жизни и т.д. Иногда номинальные и порядковые переменные называют категориальными, или группирующими, так как они позволяют произвести разделение объектов исследования на подгруппы.
При измерении в интервальной шкале упорядочивание наблюдений можно выполнить настолько точно, что известны расстояния между любыми двумя их них. Шкала интервалов единственна с точностью до линейных преобразований ($y = ax + b$). Это означает, что шкала имеет произвольную точку отсчета – условный нуль. Примеры

переменных, измеренных в интервальной шкале: температура, время, высота местности над уровнем моря. Над переменными в данной шкале можно выполнять операцию определения расстояния между наблюдениями. Расстояния являются полноправными числами и над ними можно выполнять любые арифметические операции.

Шкала отношений похожа на интервальную шкалу, но она единственна с точностью до преобразования вида $y = ax$. Это означает, что шкала имеет фиксированную точку отсчета – абсолютный нуль, но произвольный масштаб измерения. Примеры переменных, измеренных в шкале отношений: длина, вес, сила тока, количество денег, расходы общества на здравоохранение, образование, армию, средняя продолжительность жизни и т.д. Измерения в этой шкале – полноправные числа и над ними можно выполнять любые арифметические действия.

Абсолютная шкала имеет и абсолютный нуль, и абсолютную единицу измерения (масштаб). Примером абсолютной шкалы является числовая прямая. Эта шкала безразмерна, поэтому измерения в ней могут быть использованы в качестве показателя степени или основания логарифма. Примеры измерений в абсолютной шкале: доля безработицы; доля безграмотных, индекс качества жизни и т.д.

Большинство статистических методов относятся к методам параметрической статистики, в основе которых лежит предположение, что случайный вектор переменных образует некоторое многомерное распределение, как правило, нормальное или преобразуется к нормальному распределению. Если это предположение не находит подтверждения, следует воспользоваться непараметрическими методами математической статистики.

Корреляционный анализ. Между переменными (случайными величинами) может существовать функциональная связь, проявляющаяся в том, что одна из них определяется как функция от другой. Но между переменными может существовать и связь другого рода, проявляющаяся в том, что одна из них реагирует на изменение другой изменением своего закона распределения. Такую связь называют стохастической. Она появляется в том случае, когда имеются общие случайные факторы, влияющие на обе переменные. В качестве меры зависимости между переменными используется коэффициент корреляции (r), который изменяется в пределах от –1 до +1. Если коэффициент корреляции отрицательный, это означает, что с увеличением значений одной переменной значения другой убывают. Если переменные независимы, то коэффициент корреляции равен 0 (обратное утверждение верно только для переменных, имеющих нормальное распределение). Но если коэффициент корреляции не равен 0 (переменные называются некоррелированными), то это значит, что между переменными существует зависимость. Чем ближе значение r к 1, тем зависимость сильнее. Коэффициент корреляции достигает своих предельных значений +1 или -1, тогда и только тогда, когда зависимость между переменными линейная. Корреляционный анализ позволяет установить силу и направление стохастической взаимосвязи между переменными (случайными величинами). Если переменные измерены, как минимум, в интервальной шкале и имеют нормальное распределение, то корреляционный анализ осуществляется посредством вычисления коэффициента корреляции Пирсона, в противном случае используются корреляции Спирмена, тау Кендала, или Гамма.

Регрессионный анализ. В регрессионном анализе моделируется взаимосвязь одной

случайной переменной от одной или нескольких других случайных переменных. При этом, первая переменная называется зависимой, а остальные – независимыми. Выбор или назначение зависимой и независимых переменных является произвольным (условным) и осуществляется исследователем в зависимости от решаемой им задачи. Независимые переменные называются факторами, регрессорами или предикторами, а зависимая переменная – результативным признаком, или откликом.
Если число предикторов равно 1, регрессию называют простой, или однофакторной, если число предикторов больше 1 – множественной или многофакторной. В общем случае регрессионную модель можно записать следующим образом:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

где y – зависимая переменная (отклик), x_i (i = 1,…, n) – предикторы (факторы), n – число предикторов.
Посредством регрессионного анализа можно решать ряд важных для исследуемой проблемы задач:
1). Уменьшение размерности пространства анализируемых переменных (факторного пространства), за счет замены части факторов одной переменной – откликом. Более полно такая задача решается факторным анализом.
2). Количественное измерение эффекта каждого фактора, т.е. множественная регрессия, позволяет исследователю задать вопрос (и, вероятно, получить ответ) о том, «что является лучшим предиктором для...». При этом, становится более ясным воздействие отдельных факторов на отклик, и исследователь лучше понимает природу изучаемого явления.
3). Вычисление прогнозных значений отклика при определенных значениях факторов, т.е. регрессионный анализ, создает базу для вычислительного эксперимента с целью получения ответов на вопросы типа «Что будет, если… ».
4). В регрессионном анализе в более явной форме выступает причинно-следственный механизм. Прогноз при этом лучше поддается содержательной интерпретации.

Канонический анализ. Канонический анализ предназначен для анализа зависимостей между двумя списками признаков (независимых переменных), характеризующих объекты. Например, можно изучить зависимость между различными неблагоприятными факторами и появлением определенной группы симптомов заболевания, или взаимосвязь между двумя группами клинико-лабораторных показателей (синдромов) больного. Канонический анализ является обобщением множественной корреляции как меры связи между одной переменной и множеством других переменных. Как известно, множественная корреляция есть максимальная корреляция между одной переменной и линейной функцией других переменных. Эта концепция была обобщена на случай связи между множествами переменных – признаков, характеризующих объекты. При этом достаточно ограничиться рассмотрением небольшого числа наиболее коррелированных линейных комбинаций из каждого множества. Пусть, например, первое множество переменных состоит из признаков y1, …, yp, второе множество состоит из – x1, …, xq, тогда взаимосвязь между данными множествами можно оценить как корреляцию между линейными комбинациями a1y1 + a2y2 + ... + apyp, b1x1 + b2x2 + ... + bqxq,, которая называется канонической корреляцией. Задача канонического анализа в нахождении весовых коэффициентов таким образом, чтобы каноническая корреляция была максимальной.

Методы сравнения средних. В прикладных исследованиях часто встречаются случаи, когда средний результат некоторого признака одной серии экспериментов отличается от среднего результата другой серии. Так как средние это результаты измерений, то, как правило, они всегда различаются, вопрос в том, можно ли объяснить обнаруженное расхождение средних неизбежными случайными ошибками эксперимента или оно вызвано определенными причинами. Если идет речь о сравнении двух средних, то можно применять критерий Стьюдента (t-критерий). Это параметрический критерий, так как предполагается, что признак имеет нормальное распределение в каждой серии экспериментов. В настоящее время модным стало применение непараметрических критериев сравнения средних

Сравнение средних результата один из способов выявления зависимостей между переменными признаками, характеризующими исследуемую совокупность объектов (наблюдений). Если при разбиении объектов исследования на подгруппы при помощи категориальной независимой переменной (предиктора) верна гипотеза о неравенстве средних некоторой зависимой переменной в подгруппах, то это означает, что существует стохастическая взаимосвязь между этой зависимой переменной и категориальным предиктором. Так, например, если установлено, что неверна гипотеза о равенстве средних показателей физического и интеллектуального развития детей в группах матерей, куривших и не куривших в период беременности, то это означает, что существует зависимость между курением матери ребенка в период беременности и его интеллектуальным и физическим развитием.

Наиболее общий метод сравнения средних дисперсионный анализ. В терминологии дисперсионного анализа категориальный предиктор называется фактором.

Дисперсионный анализ можно определить как параметрический, статистический метод, предназначенный для оценки влияния различных факторов на результат эксперимента, а также для последующего планирования экспериментов. Поэтому в дисперсионном анализе можно исследовать зависимость количественного признака от одного или нескольких качественных признаков факторов. Если рассматривается один фактор, то применяют однофакторный дисперсионный анализ, в противном случае используют многофакторный дисперсионный анализ.

Частотный анализ. Таблицы частот, или как еще их называют одновходовые таблицы, представляют собой простейший метод анализа категориальных переменных. Таблицы частот могут быть с успехом использованы также для исследования количественных переменных, хотя при этом могут возникнуть трудности с интерпретацией результатов. Данный вид статистического исследования часто используют как одну из процедур разведочного анализа, чтобы посмотреть, каким образом различные группы наблюдений распределены в выборке, или как распределено значение признака на интервале от минимального до максимального значения. Как правило, таблицы частот графически иллюстрируются при помощи гистограмм.

Кросстабуляция (сопряжение) – процесс объединения двух (или нескольких) таблиц частот так, что каждая ячейка в построенной таблице представляется единственной комбинацией значений или уровней табулированных переменных. Кросстабуляция позволяет совместить частоты появления наблюдений на разных уровнях рассматриваемых факторов. Исследуя эти частоты, можно выявить связи между табулированными переменными и исследовать структуру этой связи. Обычно табулируются категориальные или количественные переменные с относительно небольшим числом значений. Если надо табулировать непрерывную переменную (предположим, уровень сахара в крови), то вначале ее следует перекодировать, разбив диапазон изменения на небольшое число интервалов (например, уровень: низкий, средний, высокий).

Анализ соответствий. Анализ соответствий по сравнению с частотным анализом содержит более мощные описательные и разведочные методы анализа двухвходовых и многовходовых таблиц. Метод, так же, как и таблицы сопряженности, позволяет исследовать структуру и взаимосвязь группирующих переменных, включенных в таблицу. В классическом анализе соответствий частоты в таблице сопряженности стандартизуются (нормируются) таким образом, чтобы сумма элементов во всех ячейках была равна 1. Одна из целей анализа соответствий – представление содержимого таблицы относительных частот в виде расстояний между отдельными строками и/или столбцами таблицы в пространстве более низкой размерности.

Кластерный анализ. Кластерный анализ – это метод классификационного анализа; его основное назначение – разбиение множества исследуемых объектов и признаков на однородные в некотором смысле группы, или кластеры. Это многомерный статистический метод, поэтому предполагается, что исходные данные могут быть значительного объема, т.е. существенно большим может быть как количество объектов исследования (наблюдений), так и признаков, характеризующих эти объекты. Большое достоинство кластерного анализа в том, что он дает возможность производить разбиение объектов не по одному признаку, а по ряду признаков. Кроме того, кластерный анализ в отличие от большинства математико-статистических методов не накладывает никаких ограничений на вид рассматриваемых объектов и позволяет исследовать множество исходных данных практически произвольной природы. Так как кластеры – это группы однородности, то задача кластерного анализа заключается в том, чтобы на основании признаков объектов разбить их множество на m (m – целое) кластеров так, чтобы каждый объект принадлежал только одной группе разбиения. При этом объекты, принадлежащие одному кластеру, должны быть однородными (сходными), а объекты, принадлежащие разным кластерам, – разнородными. Если объекты кластеризации представить как точки в n-мерном пространстве признаков (n – количество признаков, характеризующих объекты), то сходство между объектами определяется через понятие расстояния между точками, так как интуитивно понятно, что чем меньше расстояние между объектами, тем они более схожи.

Дискриминантный анализ. Дискриминантный анализ включает статистические методы классификации многомерных наблюдений в ситуации, когда исследователь обладает так называемыми обучающими выборками. Этот вид анализа является многомерным, так как использует несколько признаков объекта, число которых может быть сколь угодно большим. Цель дискриминантного анализ состоит в том, чтобы на основе измерения различных характеристик (признаков) объекта классифицировать его, т. е. отнести к одной из нескольких заданных групп (классов) некоторым оптимальным способом. При этом предполагается, что исходные данные наряду с признаками объектов содержат категориальную (группирующую) переменную, которая определяет принадлежность объекта к той или иной группе. Поэтому в дискриминантном анализе предусмотрена проверка непротиворечивости классификации, проведенной методом, с исходной эмпирической классификацией. Под оптимальным способом понимается либо минимум математического ожидания потерь, либо минимум вероятности ложной классификации. В общем случае задача различения (дискриминации) формулируется следующим образом. Пусть результатом наблюдения над объектом является построение k-мерного случайного вектора X = (X1, X2, …, XK), где X1, X2, …, XK – признаки объекта. Требуется установить правило, согласно которому по значениям координат вектора X объект относят к одной из возможных совокупностей i, i = 1, 2, …, n. Методы дискриминации можно условно разделить на параметрические и непараметрические. В параметрических известно, что распределение векторов признаков в каждой совокупности нормально, но нет информации о параметрах этих распределений. Непараметрические методы дискриминации не требуют знаний о точном функциональном виде распределений и позволяют решать задачи дискриминации на основе незначительной априорной информации о совокупностях, что особенно ценно для практических применений. Если выполняются условия применимости дискриминантного анализа – независимые переменные–признаки (их еще называют предикторами) должны быть измерены как минимум в интервальной шкале, их распределение должно соответствовать нормальному закону, необходимо воспользоваться классическим дискриминантным анализом, в противном случае – методом общие модели дискриминантного анализа.

Факторный анализ. Факторный анализ – один из наиболее популярных многомерных статистических методов. Если кластерный и дискриминантный методы классифицируют наблюдения, разделяя их на группы однородности, то факторный анализ классифицирует признаки (переменные), описывающие наблюдения. Поэтому главная цель факторного анализа – сокращение числа переменных на основе классификация переменных и определения структуры взаимосвязей между ними. Сокращение достигается путем выделения скрытых (латентных) общих факторов, объясняющих связи между наблюдаемыми признаками объекта, т.е. вместо исходного набора переменных появится возможность анализировать данные по выделенным факторам, число которых значительно меньше исходного числа взаимосвязанных переменных.

Деревья классификации. Деревья классификации – это метод классификационного анализа, позволяющий предсказывать принадлежность объектов к тому или иному классу в зависимости от соответствующих значений признаков, характеризующих объекты. Признаки называются независимыми переменными, а переменная, указывающая на принадлежность объектов к классам, называется зависимой. В отличие от классического дискриминантного анализа, деревья классификации способны выполнять одномерное ветвление по переменными различных типов категориальным, порядковым, интервальным. Не накладываются какие-либо ограничения на закон распределения количественных переменных. По аналогии с дискриминантным анализом метод дает возможность анализировать вклады отдельных переменных в процедуру классификации. Деревья классификации могут быть, а иногда и бывают, очень сложными. Однако использование специальных графических процедур позволяет упростить интерпретацию результатов даже для очень сложных деревьев. Возможность графического представления результатов и простота интерпретации во многом объясняют большую популярность деревьев классификации в прикладных областях, однако, наиболее важные отличительные свойства деревьев классификации – их иерархичность и широкая применимость. Структура метода такова, что пользователь имеет возможность по управляемым параметрам строить деревья произвольной сложности, добиваясь минимальных ошибок классификации. Но по сложному дереву, из-за большой совокупности решающих правил, затруднительно классифицировать новый объект. Поэтому при построении дерева классификации пользователь должен найти разумный компромисс между сложностью дерева и трудоемкостью процедуры классификации. Широкая сфера применимости деревьев классификации делает их весьма привлекательным инструментом анализа данных, но не следует полагать, что его рекомендуется использовать вместо традиционных методов классификационного анализа. Напротив, если выполнены более строгие теоретические предположения, налагаемые традиционными методами, и выборочное распределение обладает некоторыми специальными свойствами (например, соответствие распределения переменных нормальному закону), то более результативным будет использование именно традиционных методов. Однако как метод разведочного анализа или как последнее средство, когда отказывают все традиционные методы, Деревья классификации, по мнению многих исследователей, не знают себе равных.

Анализ главных компонент и классификация. На практике часто возникает задача анализа данных большой размерности. Метод анализ главных компонент и классификация позволяет решить эту задачу и служит для достижения двух целей:
– уменьшение общего числа переменных (редукция данных) для того, чтобы получить «главные» и «некоррелирующие» переменные;
– классификация переменных и наблюдений, при помощи строящегося факторного пространства.
Метод имеет сходство с факторным анализом в постановочной части решаемых задач, но имеет ряд существенных отличий:
– при анализе главных компонент не используются итеративные методы для извлечения факторов;
– наряду с активными переменными и наблюдениями, используемыми для извлечения главных компонент, можно задать вспомогательные переменные и/или наблюдения; затем вспомогательные переменные и наблюдения проектируются на факторное пространство, вычисленное на основе активных переменных и наблюдений;
– перечисленные возможности позволяют использовать метод как мощное средство для классификации одновременно переменных и наблюдений.
Решение основной задачи метода достигается созданием векторного пространства

латентных (скрытых) переменных (факторов) с размерностью меньше исходной. Исходная размерность определяется числом переменных для анализа в исходных данных.

Многомерное шкалирование. Метод можно рассматривать как альтернативу факторному анализу, в котором достигается сокращение числа переменных, путем выделения латентных (непосредственно не наблюдаемых) факторов, объясняющих связи между наблюдаемыми переменными. Цель многомерного шкалирования – поиск и интерпретация латентных переменных, дающих возможность пользователю объяснить сходства между объектами, заданными точками в исходном пространстве признаков. Показателями сходства объектов на практике могут быть расстояния или степени связи между ними. В факторном анализе сходства между переменными выражаются с помощью матрицы коэффициентов корреляций. В многомерном шкалировании в качестве исходных данных можно использовать произвольный тип матрицы сходства объектов: расстояния, корреляции и т.д. Несмотря на то, что имеется много сходства в характере исследуемых вопросов, методы многомерное шкалирование и факторный анализ имеют ряд существенных отличий. Так, факторный анализ требует, чтобы исследуемые данные подчинялись многомерному нормальному распределению, а зависимости были линейными. Многомерное шкалирование не накладывает таких ограничений, оно может быть применимо, если задана матрица попарных сходств объектов. В терминах различий получаемых результатов факторный анализ стремится извлечь больше факторов – латентных переменных по сравнению с многомерным шкалированием. Поэтому многомерное шкалирование часто приводит к проще интерпретируемым решениям. Однако более существенно то, что метод многомерное шкалирование можно применять к любым типам расстояний или сходств, в то время как факторный анализ требует, чтобы в качестве исходных данных была использована корреляционная матрица переменных или по файлу исходных данных сначала была вычислена матрица корреляций. Основное предположение многомерного шкалирования заключается в том, что существует некоторое метрическое пространство существенных базовых характеристик, которые неявно и послужили основой для полученных эмпирических данных о близости между парами объектов. Следовательно, объекты можно представить как точки в этом пространстве. Предполагают также, что более близким (по исходной матрице) объектам соответствуют меньшие расстояния в пространстве базовых характеристик. Поэтому, многомерное шкалирование – это совокупность методов анализа эмпирических данных о близости объектов, с помощью которых определяется размерность пространства существенных для данной содержательной задачи характеристик измеряемых объектов и конструируется конфигурация точек (объектов) в этом пространстве. Это пространство («многомерная шкала») аналогично обычно используемым шкалам в том смысле, что значениям существенных характеристик измеряемых объектов соответствуют определенные позиции на осях пространства. Логику многомерного шкалирования можно проиллюстрировать на следующем простом примере. Предположим, что имеется матрица попарных расстояний (т.е. сходства некоторых признаков) между некоторыми городами. Анализируя матрицу, надо расположить точки с координатами городов в двумерном пространстве (на плоскости), максимально сохранив реальные расстояния между ними. Полученное размещение точек на плоскости впоследствии можно использовать в качестве приближенной географической карты. В общем случае многомерное шкалирование позволяет таким образом расположить объекты (города в нашем примере) в пространстве некоторой небольшой размерности (в данном случае она равна двум), чтобы достаточно адекватно воспроизвести наблюдаемые расстояния между ними. В результате можно измерить эти расстояния в терминах найденных латентных переменных. Так, в нашем примере можно объяснить расстояния в терминах пары географических координат Север/Юг и Восток/Запад.

Моделирование структурными уравнениями (причинное моделирование).
Наметившийся в последнее время прогресс в области многомерного статистического анализа и анализа корреляционных структур, объединенный с новейшими вычислительными алгоритмами, послужил отправной точкой для создания новой, но уже получившей признание техники моделирования структурными уравнениями (SEPATH). Эта необычайно мощная техника многомерного анализа включает методы из различных областей статистики, множественная регрессия и факторный анализ получили здесь естественное развитие и объединение.
Объектом моделирования структурными уравнениями являются сложные системы, внутренняя структура которых не известна («черный ящик»). Наблюдая параметры системы при помощи SEPATH, можно исследовать ее структуру, установить причинно-следственные взаимосвязи между элементами системы.
Постановка задачи структурного моделирования выглядит следующим образом. Пусть имеются переменные, для которых известны статистические моменты, например, матрица выборочных коэффициентов корреляции или ковариации. Такие переменные называются явными. Они могут быть характеристиками сложной системы. Реальные связи между наблюдаемыми явными переменными могут быть достаточно сложными, однако предполагаем, что имеется некоторое число скрытых переменных, которые с известной степенью точности объясняют структуру этих связей. Таким образом, с помощью латентных переменных строится модель связей между явными и неявными переменными. В некоторых задачах латентные переменные можно рассматривать как причины, а явные – как следствия, поэтому, такие модели называются причинными. Допускается, что скрытые переменные, в свою очередь, могут быть связаны между собой. Структура связей допускается достаточно сложной, однако тип ее постулируется – это связи, описываемые линейными уравнениями. Какие-то параметры линейных моделей известны, какие-то нет, и являются свободными параметрами.
Основная идея моделирования структурными уравнениями состоит в том, что можно проверить, связаны ли переменные Y и X линейной зависимостью $Y = aX$, анализируя их дисперсии и ковариации. Эта идея основана на простом свойстве среднего и дисперсии: если умножить каждое число на некоторую константу k, среднее значение также умножится на k, при этом стандартное отклонение умножится на модуль k. Например, рассмотрим набор из трех чисел 1, 2, 3. Эти числа имеют среднее, равное 2, и стандартное отклонение, равное 1. Если умножить все три числа на 4, то легко посчитать, что среднее значение будет равно 8, стандартное отклонение – 4, а дисперсия – 16. Таким образом, если есть наборы чисел X и Y, связанные зависимостью $Y = 4X$, то дисперсия Y должна быть в 16 раз больше, чем дисперсия X. Поэтому можно проверить гипотезу о том, что Y и X связаны уравнением $Y = 4X$, сравнением дисперсий переменных Y и X. Эта идея может быть различными способами обобщена на несколько переменных, связанных

системой линейных уравнений. При этом правила преобразований становятся более громоздкими, вычисления более сложными, но основной смысл остается прежним – можно проверить, связаны ли переменные линейной зависимостью, изучая их дисперсии и ковариации.

Методы анализа выживаемости. Методы анализа выживаемости первоначально были развиты в медицинских, биологических исследованиях и страховании, но затем стали широко применяться в социальных и экономических науках, а также в промышленности в инженерных задачах (анализ надежности и времен отказов). Представьте, что изучается эффективность нового метода лечения или лекарственного препарата. Очевидно, наиболее важной и объективной характеристикой является средняя продолжительность жизни пациентов с момента поступления в клинику или средняя продолжительность ремиссии заболевания. Для описания средних времен жизни или ремиссии можно было бы использовать стандартные параметрические и непараметрические методы. Однако в анализируемых данных есть существенная особенность – могут найтись пациенты, которые в течение всего периода наблюдения выжили, а у некоторых из них заболевание все еще находится в стадии ремиссии. Также может образоваться группа больных, контакт с которыми был потерян до завершения эксперимента (например, их перевели в другие клиники). При использовании стандартных методов оценки среднего эту группу пациентов пришлось бы исключить, тем самым, потеряв с трудом собранную важную информацию. К тому же большинство этих пациентов являются выжившими (выздоровевшими) в течение того времени, которое их наблюдали, что свидетельствует в пользу нового метода лечения (лекарственного препарата). Такого рода информация, когда нет данных о наступлении интересующего нас события, называется неполной. Если есть данные о наступлении интересующего нас события, то информация называется полной. Наблюдения, которые содержат неполную информацию, называются цензурированными наблюдениями. Цензурированные наблюдения типичны, когда наблюдаемая величина представляет время до наступления некоторого критического события, а продолжительность наблюдения ограничена по времени. Использование цензурированных наблюдений составляет специфику рассматриваемого метода – анализа выживаемости. В данном методе исследуются вероятностные характеристики интервалов времени между последовательным возникновением критических событий. Такого рода исследования называются анализом длительностей до момента прекращения, которые можно определить как интервалы времени между началом наблюдения за объектом и моментом прекращения, при котором объект перестает отвечать заданным для наблюдения свойствам. Цель исследований – определение условных вероятностей, связанных с длительностями до момента прекращения. Построение таблиц времен жизни, подгонка распределения выживаемости, оценивание функции выживания с помощью процедуры Каплана – Мейера относятся к описательным методам исследования цензурированных данных. Некоторые из предложенных методов позволяют сравнивать выживаемость в двух и более группах. Наконец, анализ выживаемости содержит регрессионные модели для оценивания зависимостей между многомерными непрерывными переменными со значениями, аналогичными временам жизни.
Общие модели дискриминантного анализа. Если не выполняются условия применимости дискриминантного анализа (ДА) – независимые переменные (предикторы) должны быть

измерены как минимум в интервальной шкале, их распределение должно соответствовать нормальному закону, необходимо воспользоваться методом общие модели дискриминантного анализа (ОДА). Метод имеет такое название, потому что в нем для анализа дискриминантных функций используется общая линейная модель (GLM). В этом модуле анализ дискриминантных функций рассматривается как общая многомерная линейная модель, в которой категориальная зависимая переменная (отклик) представляется векторами с кодами, обозначающими различные группы для каждого наблюдения. Метод ОДА имеет ряд существенных преимуществ перед классическим дискриминантным анализом. Например, не устанавливается никаких ограничений на тип используемого предиктора (категориальный или непрерывный) или на тип определяемой модели, возможен пошаговый выбор предикторов и выбор наилучшего подмножества предикторов, в случае наличия в файле данных кросс-проверочной выборки выбор наилучшего подмножества предикторов можно провести на основе долей ошибочной классификации для кросс-проверочной выборки и т.д.

Временные ряды. Временные ряды – это наиболее интенсивно развивающееся, перспективное направление математической статистики. Под временным (динамическим) рядом подразумевается последовательность наблюдений некоторого признака X (случайной величины) в последовательные равноотстоящие моменты t. Отдельные наблюдения называются уровнями ряда и обозначаются xt, t = 1, …, n. При исследовании временного ряда выделяются несколько составляющих:
$x_t=u_t+y_t+c_t+e_t$, t = 1, …, n,
где u_t – тренд, плавно меняющаяся компонента, описывающая чистое влияние долговременных факторов (убыль населения, уменьшение доходов и т.д.); – сезонная компонента, отражающая повторяемость процессов в течение не очень длительного периода (дня, недели, месяца и т.д.); ct – циклическая компонента, отражающая повторяемость процессов в течение длительных периодов времени свыше одного года; t – случайная компонента, отражающая влияние не поддающихся учету и регистрации случайных факторов. Первые три компоненты представляют собой детерминированные составляющие. Случайная составляющая образована в результате суперпозиции большого числа внешних факторов, оказывающих каждый в отдельности незначительное влияние на изменение значений признака X. Анализ и исследование временного ряда позволяют строить модели для прогнозирования значений признака X на будущее время, если известна последовательность наблюдений в прошлом.

Нейронные сети. Нейронные сети представляют собой вычислительную систему, архитектура которой имеет аналогию с построением нервной ткани из нейронов. На нейроны самого нижнего слоя подаются значения входных параметров, на основании которых нужно принимать определенные решения. Например, в соответствии со значениями клинико-лабораторных показателей больного надо отнести его к той или иной группе по степени тяжести заболевания. Эти значения воспринимаются сетью как сигналы, передающиеся в следующий слой, ослабляясь или усиливаясь в зависимости от числовых значений (весов), приписываемых межнейронным связям. В результате на выходе нейрона верхнего слоя вырабатывается некоторое значение, которое рассматривается как ответ – отклик всей сети на входные параметры. Для того, чтобы сеть работала ее надо «натренировать» (обучить) на данных для которых известны значения входных параметров и правильные отклики на них. Обучение состоит в подборе весов межнейронных связей, обеспечивающих наибольшую близость ответов к известным правильным ответам. Нейронные сети могут быть использованы для классификации наблюдений.

Планирование экспериментов. Искусство располагать наблюдения в определенном порядке или проводить специально спланированные проверки с целью полного использования возможностей этих методов и составляет содержание предмета «планирование эксперимента». В настоящее время экспериментальные методы широко используются как в науке, так и в различных областях практической деятельности. Обычно основная цель научного исследования состоит в том, чтобы показать статистическую значимость эффекта воздействия определенного фактора на изучаемую зависимую переменную. Как правило, основная цель планирования экспериментов заключается в извлечении максимального количества объективной информации о влиянии изучаемых факторов на интересующий исследователя показатель (зависимую переменную) с помощью наименьшего числа дорогостоящих наблюдений. К сожалению, на практике, в большинстве случаев, недостаточное внимание уделяется планированию исследований. Собирают данные (столько, сколько могут собрать), а потом уже проводят статистическую обработку и анализ. Но сам по себе правильно проведенный статистический анализ недостаточен для достижения научной достоверности, поскольку качество любой информации, получаемой в результате анализа данных, зависит от качества самих данных. Поэтому планирование экспериментов находит все большее применение в прикладных исследованиях. Целью методов планирования экспериментов является изучение влияния определенных факторов на исследуемый процесс и поиск оптимальных уровней факторов, определяющих требуемый уровень течения данного процесса.

Карты контроля качества. В условиях современного мира чрезвычайно актуальным является проблема качества не только выпускаемой продукции, но и услуг оказываемых населению. От успешного решения этой важной проблемы в значительной степени зависит благополучие любой фирмы, организации или учреждения. Качество продукции и услуг формируется в процессе научных исследований, конструкторских и технологических разработок, обеспечивается хорошей организацией производства и услуг. Но изготовление продукции и оказание услуг независимо от их вида всегда связано с определенным непостоянством условий производства и предоставления. Это приводит к некоторой вариабельности признаков их качества. Поэтому, актуальными являются вопросы разработки методов контроля качества, которые позволят своевременно выявить признаки нарушения технологического процесса или оказания услуг. При этом, для достижения и поддержания высокого уровня качества, удовлетворяющего потребителя нужны методы, направленные не на устранение дефектов готовой продукции и несоответствий услуг, а на предупреждение и прогнозирование причин их появления. Контрольная карта – это инструмент, позволяющий отслеживать ход протекания процесса и воздействовать на него (с помощью соответствующей обратной связи), предупреждая его отклонения от предъявленных к процессу требований. Инструментарий карт контроля качества широко использует статистические методы, основанные на теории вероятностей и математической статистики. Применение статистических методов позволяет при ограниченных объемах анализируемых изделий с заданной степенью точности и достоверности судить о состоянии качества выпускаемой продукции. Обеспечивает прогнозирование, оптимальное регулирование проблем в области качества, принятие верных управленческих решений не на основе интуиции, а при помощи научного изучения и выявления закономерностей в накапливаемых массивах числовой информации.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

2.1Практическое занятие № 1 (2 часа).

Тема: « Классификация систем массового обслуживания **»**

2.1.1 Задание для работы:

1. Задача о размещении производства.

2. Случайные процессы, Предельные вероятностные состояния, Задача о максимальном потоке.

3. Задача о многополюсном максимальном потоке.

4. Процесс гибели и размножения.

5. Метод ветвей и границ.

6. Задача о назначениях

1.1 Эта задача сводится к однопродуктовой задаче перспективного планирования, когда наличных мощностей предприятий по производству продукции недостаточно для удовлетворения спроса потребителей. Это требует ввода новых мощностей за счет капитального строительства или реконструкции. Обычно существует несколько вариантов строительства и реконструкции, отличающихся по производственной мощности, местоположению, уровню инвестиционных вложений и других показателей. Экономико - математическая модель задачи позволяет одновременно решать задачу оптимального закрепления потребителей к поставщикам и задачу выбора оптимального варианта размещения производства.

Обозначим через A_i производственную мощность i-го предприятия, причем в число поставщиков входят как действующие, так и различные варианты проектируемых. Если предусматривается возможность реконструкции, то мощность до реконструкции показывается в модели отдельно от мощности, получаемой дополнительно за счет реконструкции. Bj – спрос j-го потребителя.

Для формирования целевой функции задачи должны быть известны Ci - себестоимость производства единицы продукции на i-м предприятии; Ki - капитальные затраты на единицу продукции на i-м предприятии при строительстве или реконструкции; Cij транспортные расходы по доставке единицы продукции от i -го предприятия Kj - ому потребителю.

В целом решение данной задачи должно обеспечить определение наилучших вариантов размещения предприятий и перевозок продукции, при которых достигается минимум суммарных затрат на производство и транспортировку продукции и инвестиционных вложений в создание новых мощностей или расширение действующих. Математическая

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(C_i + E \cdot k_i + C_{ij}) \cdot x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le A_i \ , \quad i=\overline{1,m} \qquad (3.32)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j \ , \quad j=\overline{1,n}$$

$$x_{ij} \ge 0$$

модель задачи имеет вид: (3.33)

Задача (3.31) - (3.33) является открытой моделью транспортной задачи. Так как в число поставщиков включены различные варианты прироста мощностей, суммарная мощность поставщиков в модели превышает общую величину спроса. Модель задачи приводится к закрытой введением фиктивного потребителя. Поставщиков, которые в оптимальном плане прикрепились к фиктивному потребителю, использовать нерационально.

Полученное решение называется целочисленным, если мощности предприятий полностью прикрепились к реальным или фиктивному потребителям. Если же часть мощности прикрепляется к реальным, а часть к фиктивному, то решение - нецелочисленное. В оптимальный план рекомендуется включать те предприятия, большая часть мощности которых относится к реальным потребителям.

Пример 3.1. Дневная производительность двух кирпичных заводов A1 и A2 : 100 и 150 тыс.шт. кирпичей. Планируемая потребность составляет: у потребителя B1 - 100, B2 - 80, B3, - 200 тыс.шт. Проектами предусмотрено два варианта увеличения производственных мощностей; реконструкция завода A1 и строительство нового завода A3. Дана матрица транспортных затрат:

	B1	B2	B3
A1	1	2	4
A2	3	2	1
A3	5	1	3

Себестоимость продукции на действующих заводах С1 = 5, С2 = 4. Себестоимость после реконструкции С1 = 4. Себестоимость' на новом заводе

С3 = 5. Удельные капитальные затраты заданы: Е К1 = 6, Е К3 = 8. Определить оптимальный вариант прироста мощностей и план перевозок.

РЕШЕНИЕ: Производственно-транспортные затраты на действующих предприятиях складываются из затрат на производство и доставку единицы продукции Ci + Cij. Для вариантов строительства и реконструкции к этим затратам добавляются удельные капитальные затраты с учетом нормативного коэффициента эффективности: Ci + Cij + E Ki.

Далее решается открытая транспортная задача по методу потенциалов. После трех итераций получаем оптимальное решение Полученное решение целочисленное Z_{min}=2880. Выбирается вариант строительства, т.к. вариант реконструкции А1, полностью прикрепился к фиктивному потребителю.

Оптимальное решение представлено в следующей таблице

	1	2	3	4	
1 A_1	6.00 100	7.00 1.00	9.00 1.00	0.00 5.00	0.00 100
2 A_2	7.00 4.00	6.00 3.00	5.00 150	0.00 8.00	-3.00 150
3 Рек. A_1	11.00 0	12.00 1.00	14.00 1.00	0.00 130	5.00 130
4 Стр. A_3	15.00 4.00	11.00 80	13.00 50	0.00 0	5.00 130
	6.00 100	6.00 80	8.00 200	-5.00 130	

Optimal Solution Total Cost = 2880.00
Number of iterations = 3

1.2 Случáйный процéсс (вероятностный процесс, случайная функция, стохастический процесс) в теории вероятностей — семейство случайных величин, индексированных некоторым параметром, чаще всего играющим роль времени или координаты. Классификация[править | править вики-текст]

Случайный процесс X(t) называется процессом дискретным во времени, если система, в которой он протекает, меняет свои состояния только в моменты времени ;t_1, t_2, число которых конечно или счётно. Случайный процесс называется процессом с непрерывным временем, если переход из состояния в состояние может происходить в любой момент времени.

Случайный процесс называется процессом с непрерывными состояниями, если значением случайного процесса является непрерывная случайная величина. Случайный процесс называется случайным процессом с дискретными состояниями, если значением случайного процесса является дискретная случайная величина:

Случайный процесс называется стационарным, если все многомерные законы распределения зависят только от взаимного расположения моментов времени, но не от самих значений этих величин. Другими словами, случайный процесс называется стационарным, если его вероятностные закономерности неизменны во времени. В противном случае, он называется нестационарным.

Случайная функция называется стационарной в широком смысле, если её математическое ожидание и дисперсия постоянны, а АКФ зависит только от разности моментов времени, для которых взяты ординаты случайной функции. Понятие ввёл А. Я. Хинчин.

Случайный процесс называется процессом со стационарными приращениями определённого порядка, если вероятностные закономерности такого приращения неизменны во времени. Такие процессы были рассмотрены Ягломом.

Если ординаты случайной функции подчиняются нормальному закону распределения, то и сама функция называется нормальной.

Случайные функции, закон распределения ординат которых в будущий момент времени полностью определяется значением ординаты процесса в настоящий момент времени и не зависит от значений ординат процесса в предыдущие моменты времени, называются марковскими.

Случайный процесс называется процессом с независимыми приращениями, если для любого независимы в совокупности.

Если при определении моментных функций стационарного случайного процесса операцию усреднения по статистическому ансамблю можно заменить усреднением по времени, то такой стационарный случайный процесс называется эргодическим.

Среди случайных процессов выделяют импульсные случайные процессы.

Предельные вероятности состояний

В теории случайных процессов доказывается, что если число n состояний системы конечно и из каждого состояния можно перейти в любое другое за конечное число шагов, то существуют предельные (финальные) вероятности состояний:

$$\lim_{t\to\infty} p_i(t) = p_i, \quad i = 1,\ldots,n$$

Сумма вероятностей всех возможных состояний равна единице. При $t \to \infty$ в системе устанавливается стационарный режим, в ходе которого система случайным образом меняет свои состояния, но их вероятностные характеристики уже не зависят от времени.

Предельную вероятность состояния S_i можно трактовать как среднее относительное время пребывания системы в этом состоянии.
Для вычисления предельных вероятностей нужно все левые части в уравнениях

Колмогорова (3.8) положить равными нулю и решить полученную систему линейных алгебраических уравнений:

$$p_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \lambda_{ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} p_j \lambda_{ji}, \quad i = 1, \ldots, n$$

В связи с тем, что эти уравнения однородные, т.е. не имеют свободного члена и, значит, позволяют определить неизвестные только с точностью до произвольного множителя, следует воспользоваться нормировочным условием

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

и с его помощью решить систему уравнений.

3. Задача о максимальном потоке - одна из основных проблем в теории вычислительных систем. Впервые она была решена при организации Берлинского воздушного моста после Второй мировой войны. Задача является компонентом многих логических задач и главным пунктом курсов введения в теорию алгоритмов. Десятилетиями эта задача занимала ученых, и все новые и новые алгоритмы появлялись один или два раза в год. Однако по мере изучения проблемы их поток начал стихать, и за последние десятилетия эффективных способов решения этой задачи больше не появлялось. Ученым из Массачусетского технологического института совместно с коллегами из Йельского университета и Университета Южной Калифорнии удалось найти алгоритм, существенно повышающий скорость решения задачи о максимальном потоке.

Грубо говоря, указанная задача заключается в том, чтобы подсчитать максимальное количество некоторых объектов, которые могут двигаться с одного конца сети в другой. При этой пропускная способность узлов сети ограничена. Под объектами могут подразумеваться пакеты данных, путешествующие по интернету, или коробки с товарами, которые везут по автомагистралям. Соответственно, их перемещения могут быть ограничены пропускной способностью соединений сети или скоростью транспорта на загруженных дорогах.

Граф - это набор вершин и ребер, их соединяющих. На рисунке вершины обычно обозначаются точками, а ребра - линиями.

Задача о максимальном потоке решается при помощи графов. Обычное изображение коммуникационной сети - это граф, так же как и родословное дерево, например. В задаче о максимальном потоке одна из вершин графа назначается истоком - точкой, в которой все объекты начинают свой путь, а другая - стоком - точкой, в которую они все направляются. Пропускная способность каждого ребра ограничена.

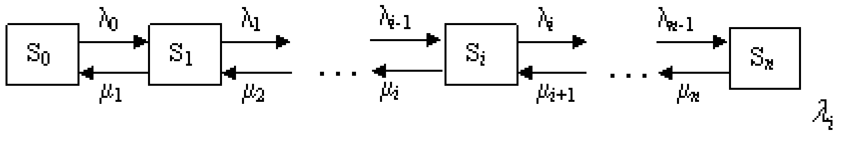
Подобные графы моделируют реальные транспортные и коммуникационные сети. Однако их применение гораздо шире, к ним сводятся многие проблемы оптимизации. Помимо анализа собственно сетей, эта задача может использоваться при составлении расписания авиарейсов, распределении задач в суперкомпьютерах, обработке цифровых изображений и расположении последовательностей ДНК.

До сих пор алгоритмы решения этой задачи рассматривали за раз только один способ пройти граф. Если пропускная способность этого пути позволяла, алгоритм просто посылал по нему больше объектов и "смотрел", что получится. Улучшения алгоритма в основном касались изобретения все более "умных" способов перебора возможных путей.

Однако команде ученых из разных научных заведений, состоящей из Джонатана Кельнера (Jonathan Kelner), Александра Мэдри (Aleksander Madry), Поля Кристиано (Paul Christiano), Даниэля Спельмана (Daniel Spielman) и Шангуа Тенга (Shanghua Teng), удалось найти принципиально новый подход к проблеме. Они представили граф в виде матрицы. Каждый узел графа связан с одной строкой и одним столбцом матрицы. Число, находящееся на пересечении строки и столбца, показывает, какое количество объектов может быть переслано между двумя узлами.

В линейной алгебре строка матрицы может быть представлена в виде уравнения, и инструменты этого раздела математики позволяют одновременно решать все уравнения, представленные всеми строками матрицы. Постоянно меняя числа в матрице и заново решая уравнения, исследователи могут эффективно вычислять все значения в графе сразу. Такой подход гораздо эффективнее последовательного перебора путей. Если обозначить количество узлов как N, а количество связей между ними как L, тогда скорость выполнения быстрейшего из предыдущих алгоритмов будет пропорциональна (N + L)3/2, в то время как новый алгоритм будет выполняться за время, пропорциональное (N + L)4/3. В действительности ученые еще не написали программу, работающую по этому алгоритму, и на практике его эффективность будет зависеть от эффективности написания кода и управления памятью. Но теоретически в такой сети, как интернет, которая содержит около 100 млрд узлов, новый алгоритм сможет решать задачу о максимальном потоке в 100 раз быстрее, чем его предшественник.

4. Во многих экономических системах, в которых функционирует СП, возникают ситуации, когда из любого (кроме первого и последнего) состояния S_i возможен переход только в соседние состояния S_{i+1} и S_{i-1}. такие процессы называются процессами гибели и размножения и они описываются графом состояний.



Интенсивности λ_i называются интенсивностями размножения, а m_i – интенсивности гибели. Для нахождения вероятности каждого состояния используются формулы:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_0}{\mu_1} + \frac{\lambda_0\lambda_1}{\mu_1\mu_2} + \frac{\lambda_0\lambda_1\lambda_2}{\mu_1\mu_2\mu_3} + \ldots + \frac{\lambda_0\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\mu_3\ldots\mu_n}}, \qquad (+)$$

$$P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1}\cdot P_0, \quad P_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2}\cdot P_1, \ \ldots, \quad P_i = \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i}\cdot P_{i-1}.$$

Пример 5.1. В автохозяйстве 5 автомобилей. Каждый из них в среднем 4 раза в год ломается и ремонт длиться в среднем 1 месяц. Определить, какую долю времени все автомобили исправны и среднее число исправных автомобилей в произвольный момент времени.

Решение. Вводим состояния системы:

S_0 – все автомобили сломаны,

S_1 – 1 автомобиль исправен,

S_2 – 2 автомобиля исправны,

S_3 – 3 автомобиля исправны,

S_4 – 4 автомобиля исправны,

S_5 – 5 автомобилей исправны.

Построим граф состояний и расставим переходные интенсивности.

Например, для перехода из S_1 в S_0 имеем ситуацию: исправен 1 автомобиль и он ломается, это происходит 4 раза в год, т.е. интенсивность равна 4. Для перехода из S_2 в S_1: исправны 2 автомобиля и каждый из них ломается 4 раза в год, т.е. интенсивность равна 8. Остальные интенсивности гибели расставляются по аналогии.

Для перехода из S_4 в S_5 имеем ситуацию: неисправен 1 автомобиль и он ремонтируется, это длится 1 месяц или 12 раз в год, т.е. интенсивность равна 12. Для перехода из S_3 в S_4имеем ситуацию: неисправны 2 автомобиля и каждый из них может быть отремонтирован с интенсивностью 12, т.е. общая интенсивность равна 24. Остальные интенсивности размножения расставляются по аналогии.

$$\begin{tikzcd}
\boxed{S_0} \arrow[r, shift left, "60"] & \boxed{S_1} \arrow[l, shift left, "4"] \arrow[r, shift left, "48"] & \boxed{S_2} \arrow[l, shift left, "8"] \arrow[r, shift left, "36"] & \boxed{S_3} \arrow[l, shift left, "12"] \arrow[r, shift left, "24"] & \boxed{S_4} \arrow[l, shift left, "16"] \arrow[r, shift left, "12"] & \boxed{S_5} \arrow[l, shift left, "20"]
\end{tikzcd}$$

Вычисляем по формулам (+) вероятности состояний, равные средней доли времени нахождения системы в этих состояниях.

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{60}{4} + \frac{60\cdot 48}{4\cdot 8} + \frac{60\cdot 48\cdot 36}{4\cdot 8\cdot 12} + \frac{60\cdot 48\cdot 36\cdot 24}{4\cdot 8\cdot 12\cdot 16} + \frac{60\cdot 48\cdot 36\cdot 24\cdot 12}{4\cdot 8\cdot 12\cdot 16\cdot 20}} = $$
$$= 1/1024$$

$$P_1 = \frac{60}{4}\cdot P_0 = 0{,}015, \quad P_2 = \frac{48}{8}\cdot P_1 = 0{,}088, \quad P_3 = \frac{36}{12}\cdot P_2 = 0{,}26, \quad P_4 = \frac{24}{16}\cdot P_3 = 0{,}4, \quad P_5 = \frac{12}{20}\cdot P_4 = 0{,}24$$

Все автомобили исправны в состоянии S_5, средняя доля времени, когда автомобили исправны – 0,24. Среднее число исправных автомобилей находится как математическое ожидание:

$$N = 0\cdot P_0 + 1\cdot P_1 + 2\cdot P_2 + 3\cdot P_3 + 4\cdot P_4 + 5\cdot P_5 = 3{,}77$$

Пример 5.2. Организация принимает заявки от населения на проведение ремонтных работ. Заявки принимаются по телефону, по двум линиям и их обслуживают два диспетчера. Если одна линия занята, заявка автоматически переключается на вторую. Если обе линии заняты – заявка теряется. Среднее число обслуживания одной заявки – 6 минут. В среднем одна заявка приносит прибыль в 30 рублей. Какова прибыль за час? Целесообразно ли организовывать третий канал с третьим диспетчером, если его обслуживание обойдётся в 150 рублей в час?

Решение. Рассмотрим сначала систему с двумя каналами.

Введем возможные состояния:

S_0 – нет заявок (оба телефона свободны),

S_1 – одна заявка обслуживается (один телефон занят),

S_2 – две заявки обслуживаются (оба телефона заняты).

Граф состояний будет иметь вид:

$$\boxed{S_0} \underset{10}{\overset{30}{\rightleftarrows}} \boxed{S_1} \underset{20}{\overset{30}{\rightleftarrows}} \boxed{S_2}$$

Находим вероятности состояний. По приведенным формулам (+):

$$P_0 = \frac{1}{1+\frac{30}{10}+\frac{30\cdot 30}{10\cdot 20}} = 0{,}12, \quad P_1 = \frac{30}{10}\cdot 0{,}12 = 0{,}36, \quad P_2 = \frac{30}{20} * 0{,}36 = 0{,}54.$$

В среднем, за час теряется 54% заявок или 0,54 ×30 = 16,2 заявки. Обслуживается 13,8 заявок в час и средняя прибыль 13,8 ×30 = 414 рублей.

Рассмотрим теперь ситуацию с тремя линиями. В этом случае три оператора обслуживают 3 телефонные линии, и поступающий звонок приходит на любую свободную линию. Возможны следующие состояния:

S_0 – нет заявок (три телефона свободны),

S_1 – одна заявка обслуживается (один телефон занят),

S_2 – две заявки обслуживаются (два телефона заняты),

S_3 – три заявки обслуживаются (все телефоны заняты).

$$\boxed{S_0} \underset{10}{\overset{30}{\rightleftarrows}} \boxed{S_1} \underset{20}{\overset{30}{\rightleftarrows}} \boxed{S_2} \underset{30}{\overset{30}{\rightleftarrows}} \boxed{S_3}$$

По формулам (+) находим вероятности состояний:

$$P_0 = \frac{1}{1+\frac{30}{10}+\frac{30\cdot 30}{10\cdot 20}+\frac{30\cdot 30\cdot 30}{10\cdot 20\cdot 30}} = 0{,}077,$$

$$P_1 = \frac{30}{10}\cdot 0{,}077 = 0{,}23, \quad P_2 = \frac{30}{20}\cdot 0{,}23 = 0{,}35, \quad P_3 = \frac{30}{30}\cdot 0{,}35 = 0{,}35.$$

В среднем теряется 35% заявок или 10,4 заявки в час. Обслуживается 19,6 заявок. Средняя прибыль – 588 рублей в час. Прибыль выросла на 174. При затратах 150 рублей в час, третий канал обслуживания вводить целесообразно.

5. Метод ветвей и границ (англ. *branch and bound*) — общий алгоритмический метод для нахождения оптимальных решений различных задач оптимизации, особенно дискретной и комбинаторной оптимизации. По существу, метод является вариацией полного перебора с отсевом подмножеств допустимых решений, заведомо не содержащих оптимальных решений.

Метод ветвей и границ впервые предложили в 1960 году Ленд и Дойг[1] для решения задач целочисленного программирования.

Общая идея метода может быть описана на примере поиска минимума функции $f(x)$ на множестве допустимых значений переменной x. Функция f и переменная x могут быть произвольной природы. Для метода ветвей и границ необходимы две процедуры: ветвление и нахождение оценок (границ).

Процедура *ветвления* состоит в разбиении множества допустимых значений переменной x на подобласти (подмножества) меньших размеров. Процедуру можно рекурсивно применять к подобластям. Полученные подобласти образуют дерево, называемое *деревом поиска* или *деревом ветвей и границ*. *Узлами* этого дерева являются построенные подобласти (подмножества множества значений переменной x).

Процедура *нахождения оценок* заключается в поиске верхних и нижних границ для решения задачи на подобласти допустимых значений переменной x.

В основе метода ветвей и границ лежит следующая идея: если нижняя граница значений функции на подобласти A дерева поиска больше, чем верхняя граница на какой-либо ранее просмотренной подобласти B, то A может быть исключена из дальнейшего рассмотрения (*правило отсева*). Обычно минимальную из полученных верхних оценок записывают в глобальную переменную m; любой узел дерева поиска, нижняя граница которого больше значения m, может быть исключён из дальнейшего рассмотрения.

Если нижняя граница для узла дерева совпадает с верхней границей, то это значение является минимумом функции и достигается на соответствующей подобласти.

Метод используется для решения некоторых NP-полных задач, в том числе задачи коммивояжёра и задачи о ранце.

6.

1. Решаемзадачу на минимум. Цель данного шага – получение максимально возможного числа нулей в матрице С. Для этого находим в матрице С в каждой строке минимальный элемент и вычитаем его из каждого элемента соответствующей строки. Аналогично в каждом столбце вычитаем соответствующий минимальный элемент.

Если задана не квадратная матрица, то делаем её квадратной, проставляя стоимости равными максимальному числу в заданной матрице.

2.Если после выполнения первого шага можно произвести назначения, то есть в каждой строке и столбце выбрать нулевой элемент, то полученное решение будет оптимальным. Если назначения провести не удалось, то переходим к третьему шагу.

3. Минимальным числом прямых вычёркиваем все нули в матрице и среди не вычеркнутых элементов выбираем минимальный, его прибавляем к элементам, стоящим на пересечении прямых и отнимаем от всех не вычеркнутых элементов. Далее переходим к шагу 2.

Венгерский метод наиболее эффективен при решении транспортных задач с целочисленными объемами производства и потребления.

Пример

Задача о назначениях является частным случаем транспортной задачи, в которой ai = bj = 1. Поэтому ее можно решать алгоритмами транспортной задачи. Рассмотрим другой метод, который является более эффективным, учитывающим специфику математической модели. Этот метод называется венгерским алгоритмом. Он состоит из следующих шагов:

1) преобразования строк и столбцов матрицы;

2) определение назначения;

3) модификация преобразованной матрицы.

1-й шаг. Цель данного шага — получение максимально возможного числа нулевых элементов в матрице С. Для этого из всех элементов каждой строки вычитаем минимальный элемент соответствующей строки, а из всех элементов каждого столбца вычитаем минимальный элемент соответствующего столбца.

2-й шаг. Если после выполнения 1-го шага в каждой строке и каждом столбце матрицы С можно выбрать по одному нулевому элементу, то полученное решение будет оптимальным назначением.

3-й шаг. Если допустимое решение, состоящее из нулей, не найдено, то проводим минимальное число прямых через некоторые столбцы и строки так, чтобы все нули оказались вычеркнутыми. Выбираем наименьший невычеркнутый элемент. Этот элемент вычитаем из каждого невычеркнутого элемента и прибавляем к каждому элементу, стоящему на пересечении проведенных прямых.

Если после проведения 3-го шага оптимальное решение не достигнуто, то процедуру проведения прямых следует повторять до тех пор, пока не будет получено допустимое решение.

Пример.

$$C = (C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 9 & 7 \\ 15 & 4 & 14 & 8 \\ 13 & 14 & 16 & 11 \\ 4 & 15 & 13 & 19 \end{pmatrix}.$$

Распределить ресурсы по объектам.

Решение. 1-й шаг. Значения минимальных элементов строк 1, 2, 3 и 4 равны 2, 4, 11 и 4 соответственно. Вычитая из элементов каждой строки соответствующее минимальное значение, получим

$$\begin{pmatrix} 0 & 8 & 7 & 5 \\ 11 & 0 & 10 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 11 & 9 & 15 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

Значения минимальных элементов столбцов 1, 2, 3 и 4 равны 0, 0, 5, 0 соответственно. Вычитая из элементов каждого столбца соответствующее минимальное значение, получим

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 8 & 2 & 5 \\ 11 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

2-й шаг. Ни одно полное назначение не получено, необходимо провести модификацию матрицы стоимостей.

3-й шаг. Вычеркиваем столбец 1, строку 3, строку 2 (или столбец 2). Значение минимального невычеркнутого элемента равно 2:

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 8 & 2 & 5 \\ 11 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \longrightarrow \min = 2.$$

Вычитаем его из всех невычеркнутых элементов и, складывая его со всеми элементами, расположенными на пересечении двух линий, получим

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 6 & \boxed{0} & 3 \\ 13 & \boxed{0} & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 0 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}. \quad \text{Итак,} \quad X_{\text{опт}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Первый ресурс направляем на 3-й объект, второй — на 2-й объект, четвертый — на 1-й объект, третий ресурс — на 4-й объект. Стоимость назначения: 9 + 4 + 11 + 4 = 28.

Примечания. 1. Если исходная матрица не является квадратной, то нужно ввести фиктивные ресурсы или фиктивные объекты, чтобы матрица стала квадратной.

2.2 Практическое занятие № 2 (2 часа).

Тема: « Методы решения конечных игр »

2.2.1 Задание для работы:

1. Игры m x n с m чистыми стратегиями для первого игрока и n чистыми стратегиями для второго игрока.
2. Метод системных матриц (пространство “варианты-условия”): минимаксный метод, метод Байеса-Лапласа, метод Гермейера, комбинированные методы; Платежная матрица игры m x n.
3. Оптимальная стратегия.
4. Антагонистические матричные игры.
5. Игры с 2-мя участниками и нулевой суммой. Понятие стратегии.
6. Личные и случайные ходы.
7. Стратегические игры.
8. Оптимальность в играх и решениях (игровые динамические задачи, устойчивость точек равновесия).
9. Нижняя и верхняя цена игры.
10. Принцип «минимакса».
11. Игры седловой точкой, комбинаторные методы (метод преобразования графов), статистические методы принятия решений (методы проверки гипотез, методы минимизации дисперсии),

2.3 Практическое занятие № 3 (2 часа)

Тема: «Графический метод решения задач линейного программирования, задачи линейного программирования, симплексный метод решения задач линейного программирования»

2.3.1 Задание для работы:

1. Основные правила, связывающие правила и двойственную задачу линейного программирования.
2. Условия дополняющей жесткости.
3. Симплекс-метод. Основные выводы из симплекс-метода допустимая область ограниченная и целая функция; выраженная крайняя точка, зацикливание, альтернативные оптимумы, замещение отрицательным ведущим элементом.