ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Б.1.В.01 Методы оптимальных решений и математическое планирование эксперимента

Направление подготовки (специальность): 20.04.01 Техносферная безопасность

Профиль образовательной программы: Система управления рисками ЧС
Форма обучения: заочная

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы (*из табл. 5.1 РПД*)				
		подготовка курсового проекта (работы)	подготовка реферата /эссе	индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	самостоятельное изучение вопросов (СИВ)	подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
	Общее понятие модели и моделирования. Типы и свойства моделей.				8	4
	Общая модель линейного программирования в каноническом и неканоническом представлении. Основные теоремы ЛП. Графический метод решения ЗЛП. Симплекс-метод. Двойственные задачи линейного программирования				12	6
	Постановка задач линейного программирования транспортного типа. Базовая транспортная модель. Методы решения задач транспортного типа.				12	6
	Модели теории игр. Стратегии				8	4
	Основы методологии научного исследования. Математическое и физическое				10	2

	моделирование как метод научного эксперимента					
	Основные понятия теории планирования эксперимента. Многофакторный эксперимент				6	4
	Методы описания и анализа особенностей процессов управления в технических системах				10	6
	Техника экспериментальных измерений. Оптимизация параметров				8	4

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

2.1 Способы моделирования целевой функции. Основные типы ограничений и виды целевых функций в задачах линейного программирования.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Задача об оптимизации плана выпуска продукции. Экономическая постановка и построение математической модели задач.

Экономическая постановка:

Предприятие производит **n** видов продукции с использованием **m** видов сырья. Для производства единицы продукции используется строго определённое количество сырья того или иного вида. Сырьё каждого вида на предприятии ограничено. Предприятие получает определённую прибыль от реализации единицы продукции. Необходимо найти такой план производства продукции, при котором предприятие получит максимальную общую прибыль.

Математическая постановка:

Введём обозначения заданных параметров.

Пусть j – индекс вида продукции $j = \overline{1, n}$

i– индекс вида ресурсов $i = \overline{1, m}$

a_{ij} – затраты сырья **i**-го вида на производство единицы продукции **j**-го вида;

Ai – заданное ограничение на имеющийся объём ресурсов i-го вида;

Pj – прибыль, получаемая от реализации единицы продукции j-го вида;

Введём неизвестные переменные:
xj – объём выпускаемой продукции j-го вида.
В терминах введённых обозначений данная задача запишется следующим образом:

$z = P1x_1 + P2x_2 + \ldots + Pnx_n \rightarrow max$

$$\begin{cases} a11x_1 + a12x_2 + \ldots + a1nx_n \leq A1 \\ a21x_1 + a22x_2 + \ldots + a2nx_n \leq A2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a\ m1x1 + a\ m2x2 + \ldots + a\ m\ n\ x_n \leq Am \\ xj \geq 0,\ j = 1,\ n \end{cases}$$

Задача о рационе. Экономическая постановка и построение математической модели задачи.

Экономическая постановка

В некотором фермерском хозяйстве производится откорм животных. Для откорма используется **n** видов кормов. Известно содержание питательных веществ (кальций, фосфор и др.) в единице корма каждого вида. Для полноценного питания животных необходимо потребление питательных веществ не меньше заданных количеств. Известна стоимость единицы каждого корма. Необходимо определить рацион кормления животных, при котором общие затраты на откорм будут минимальными.

Математическая постановка:

Введём обозначения заданных параметров:
j – индекс вида кормов, j = 1, n
i – индекс вида питательных веществ, i = 1, m
aij – содержание i-го питательного вещества в единице корма j-го вида;
Ai – необходимое суточное потребление питательного вещества i –го вида;
Cj – стоимость единицы кормов j-го вида.
Введём неизвестные переменные:
xj – суточный объём кормления животных j-м видом корма.
В терминах введённых обозначений данная задача запишется следующим образом:

$z = C1x1 + C2x2 + \ldots + Cnxn \rightarrow min$

$$\begin{cases} a11x1 + a12x2 + \ldots + a1nxn \geq A1 \\ a21x1 + a22x2 + \ldots + a2nxn \geq A2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ am1x1 + am2x2 + \ldots + a\ mnxn \geq Am \\ xj \geq 0,\ j = 1,\ n \end{cases}$$

2.2 Открытая модель ТЗ

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Открытые и закрытые транспортные модели. Переход от открытой транспортной модели к закрытой.

Имеются **m** поставщиков однородной продукции с известными запасами продукции и **n** потребителей этой продукции с заданными объёмами потребностей. Известны так же удельные затраты на перевозку.

Если сумма объёмов запасов продукции равна объёму потребностей всех потребителей, то такая задача называется *закрытой транспортной задачей* (т. е. если $\sum$ Ai = $\sum$ Bj), в противном случае транспортная задача называется *открытой*. Для решения транспортной задачи необходимо, чтобы она была закрытой.

Открытую транспортную задачу можно преобразовать к закрытой следующим образом.

Пусть $\sum$Ai > $\sum$Bj. В этом случае необходимо ввести фиктивного n+1 потребителя с объёмом потребностей $\sum$Ai – $\sum$Bj Удельные затраты на перевозку от поставщиков к фиктивному потребителю полагаются равными 0, так как на самом деле такие перевозки осуществляться не будут и некоторая часть продукции останется у поставщиков.

Если $\sum$Bj > $\sum$Ai . В этом случае необходимо ввести фиктивного m+1 поставщика с объёмом запасов $\sum$Bj – $\sum$Ai . Удельные затраты на перевозку от фиктивного поставщика к потребителям полагаются равными 0, так как на самом деле такие перевозки осуществляться не будут и некоторую часть продукции потребители недополучат.

2.3 Игры с природой

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Игра с природой моделирует ситуацию, в которой два участника. Один из участников – человек или группа лиц с общей осознанной целью. Этот игрок называется статистик, его стратегиям мы будем сопоставлять строки матрицы результатов и обозначать их, как правилоCi или аббревиатурой, соответствующей смыслу задачи. Второй участник – комплекс внешних условий, при которых статистику приходится принимать решение. Этого «игрока» называют природа.Состояния-стратегииприроды будем обозначать как правилоΠj или осмысленной аббревиатурой. Природа безразлична к выигрышу и не стремится обратить ситуацию в свою пользу.

Пусть у статистика имеется m возможных стратегий$C1,C2$,...,Cm ; природа может реализоватьn различных состояний$\Pi1,\Pi2$,...,Πn .

Какое состояние природы будет реализовано в конкретном случае заранее неизвестно. Однако в некоторых случаях могут быть известны вероятности реализаций этих состояний.

Возможны три варианта постановки игры с природой.

1. Вероятности состояний природы известны и они зависят от того, какую стратегию выберет статистик. В этом случае для каждой ячейки таблицы кроме результата для статистика aij мы знаем параметрpij – вероятность того, что реализуется состояние природы Πj при условии, что статистик выберет стратегиюCi . Эти вероятности записывают в ту же ячейку таблицы как правило по диагонали от результата. Сумма вероятностей состояний природы в каждой строке равна единице:
$pi1$ $pi2$ $pin1$.

Пример. Правительство рассматривает варианты вложения средств резервного фонда. Возможные варианты: краткосрочные облигации иностранного государства, валюта, инвестиции в промышленность. Результат операции зависит от экономической ситуации: курс валюты может расти или падать, может быть разный уровень инфляции и т.д. Очевидно, что вероятность той или иной ситуации зависит от выбора варианта вклада. Отметим, зависят именно вероятности развития той или иной ситуации, сама же экономическая ситуация остается неопределенной (так как на нее влияют многие другие причины).

В этом случае игру задают в виде таблицы с двумя значениями в каждой внутренней ячейке. Одно значение соответствует выигрышу статистика при выбранной им стратегии и сложившемся состоянии природы, а второе – вероятности данного состояния природы

при выбранной им стратегии. Веро ятности записывают обычно меньшим шрифтом сверху или снизу ячейки
(см. Табл.1).

Таблица 1.

Игра с природой при известных вероятностях состояний природы, зависящих от выбора статистика

	$П1$	$П2$		$П\,j$		$Пn$
$C1$	$a11$ $p11$	$a12$ $p12$		$a1j$ $p1j$		$a1n$ $p1n$
$C2$	$a21$ $p21$	$a22$ $p22$		$a2j$ $p2j$		$a2n$ $p2n$
Ci	$ai1$ $pi1$	$ai2$ $pi2$		aij pij		ain pin
Cm	$am1$ $pm1$	$am2$ $pm2$		amj pmj		amn pmn

2. Вероятности состояний природы известны и они не зависят от того, какую стратегию выберет статистик. В этом случае мы знаем параметры $p\,j$ –
вероятности того, что реализуется состояние природы $П\,j$ и они не зависят от того, какая стратегияCi выбрана. Эти вероятности записывают в таблицу в отдельную строку сверху или снизу строк результатов. Сумма вероятностей всех состояний природы равна единице:

$$p1p2 \qquad pn1.$$

Очевидно, что этот вариант является частным случаем первого вариан-

та, при котором все значения вероятностей в одном столбце равны:

$$p1j\ p2j \qquad pmjp\,j.$$

Примером такой ситуации является выбор варианта вложения избыточных средств предпринимателем. Возможные варианты: валюта, ГКО, развитие производства. Несмотря на схожесть ситуации с прошлым примером, очевидно, что относительно небольшой вклад предпринимателя не повлияет на экономическую ситуацию в целом. В этом случае вероятности развития той или иной ситуации на рынке не зависят от выбора статистика.

В этом случае игру задают в виде таблицы только со значениями выигрыша статистика при выбранной им стратегии и сложившемся состоянии природы. Вероятности состояний природы (которые в этом случае едины для всего столбца) записывают отдельной строкой внизу или вверху таблицы. Эту строку обозначают, как правило Pj (см. Табл.2)

Таблица 2.

Игра с природой при известных вероятностях состояний природы, не зависящих от выбора статистика

	$П1$	$П2$		$П\,j$		$Пn$
$C1$	$a11$	$a12$		$a1j$		$a1n$
$C2$	$a21$	$a22$		$a2j$		$a2n$
Ci	$ai1$	$ai2$		aij		ain
Cm	$am1$	$am2$		amj		amn

Pj	*p*1	*p*2		*p j*		*pn*

3. Вероятности состояний природы неизвестны.

В этом случае игру задают в виде таблицы только со значениями выигрыша статистика при выбранной им стратегии и сложившемся состоянии природы. Вероятности состояний природы нигде не указывают:

Таблица 3.

Игра с природой при неизвестных вероятностях состояний природы

	*П*1	*П*2		*П j*		*Пn*
*C*1	*a*11	*a*12		*a*1*j*		*a*1*n*
*C*2	*a*21	*a*22		*a*2*j*		*a*2*n*
Ci	*ai*1	*ai*2		*aij*		*ain*
Cm	*am*1	*am*2		*amj*		*amn*

В качестве ***примера*** приведем такую ситуацию. Предприниматель планирует участвовать в обеспечении народных гуляний, которые намечены на 30 августа, питанием. Он должен заблаговременно закупить оборудование: холодильники для мороженого или бойлеры для горячего чая, заказать или не заказывать тенты для своих кафе и т.п. Очевидно, что оптимальный выбор оборудования зависит от погоды (жарко или холодно, солнечно или дождливо) в день гуляний. Заранее оценить вероятность погоды в конкретный день в конце лета представляется крайне проблематичным. Общая статистика предыдущих лет, дающая неплохие результаты для больших временных промежутков очень плохо «срабатывает» для одного конкретного дня.

2.4 Методология научного исследования

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Спектральные плотности случайных процессов.

Спектральная плотность $S_{xx}(\omega)$ стационарного случайного процесса определяется как преобразование Фурье корреляционной функции , т.е.

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau .$$

Спектральная плотность является действительной и четной функцией частоты

$$S_{xx}(\omega) = S_{xx}(-\omega) .$$

Поэтому на графике спектральная плотность всегда симметрична относительно оси ординат.

Если спектральная плотность известна, то по формуле обратного преобразования Фурье можно найти соответствующую ей корреляционную функцию:

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos\omega\tau d\omega .$$

Взаимная спектральная плотность $S_{xu}(j\omega)$ двух стационарных случайных процессов и определяется как преобразование Фурье от взаимной корреляционной функции , т.е.

$$S_{xu}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xu}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau .$$

Взаимная спектральная плотность $S_{xu}(j\omega)$ является мерой статистической связи между двумя стационарными случайными процессами и . Если процессы и некоррелированы и имеют равные нулю средние значения, то взаимная спектральная плотность равна нулю, т.е.

$$S_{xu}(j\omega) = 0 .$$

В отличие от спектральной плотности $S_{xx}(\omega)$ взаимная спектральная плотность является нечетной функцией и представляет собой не вещественную, а комплексную функцию

$$S_{xu}(j\omega) = S_{ux}(-j\omega) .$$

Центрированному случайному процессу , имеющему центрированную корреляционную функцию , соответствует ***центрированная спектральная плотность*** $S^{\circ}_{xx}(\omega)$, т.е.

$$S^{\circ}_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)\cos\omega\tau d\tau = 2\int_{0}^{\infty} R_{xx}(\tau)\cos\omega\tau d\tau .$$

Зная центрированную спектральную плотность , по формуле обратного преобразования Фурье можно найти соответствующую ей **центрированную** корреляционную функцию:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S^{\circ}_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} S^{\circ}_{xx}(\omega)\cos\omega\tau d\omega .$$

Зависимость между дисперсией σ_x^2 и спектральной плотностью $S^{\circ}_{xx}(\omega)$ для центрированного случайного процесса:

$$\sigma_x^2 = R_{xx}(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S^{\circ}_{xx}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} S^{\circ}_{xx}(\omega) d\omega .$$

Рассмотрим некоторые **свойства** спектральных плотностей $S_{xx}(\omega)$ [4].

Спектральная плотность чистого случайного процесса, или белого шума, постоянна во всем диапазоне частот $S_{xx}(\omega) = \sigma_x^2 = const$.

Постоянство спектральной плотности белого шума во всем бесконечном диапазоне частот означает, что энергия белого шума распределена по всему спектру равномерно, а суммарная энергия процесса равна бесконечности. Это указывает на физическую нереализуемость случайного процесса типа белого шума. Белый шум является математической идеализацией реального процесса. В действительности частотный спектр $S_{xx}(\omega)$ западает на очень высоких частотах (как показано пунктиром на рис. 1.11,*г*). Если, однако, эти частоты настолько велики, что при рассмотрении какого-либо конкретного устройства они не играют роли (ибо лежат вне полосы частот, пропускаемых этим устройством), то идеализация сигнала в виде белого шума упрощает рассмотрение и поэтому вполне целесообразна.

Происхождение термина «белый шум» объясняется аналогией такого процесса с белым светом, имеющим одинаковые интенсивности всех компонент, и тем, что случайные процессы типа белого шума впервые были выделены при исследовании тепловых флуктуационных шумов в радиотехнических устройствах.

Спектральная плотность постоянного сигнала $x(t) = A_0$ представляет собой δ-функцию, расположенную в начале координат (см. рис. 1.11, *а*), т.е.

$S_{xx}(\omega) = 2\pi A_0^2 \delta(\omega)$. (1.95)

Тот факт, что спектральная плотность представляет собой -функцию при $\omega = 0$, означает, что вся мощность постоянного сигнала сосредоточена на нулевой частоте, что и следовало ожидать.

Спектральная плотность периодического сигнала $x(t)=A\sin(\omega_1 t+\varphi)$ представляет собой две -функции, расположенные симметрично относительно начала координат при $\omega=\omega_1$ и $\omega=-\omega_1$, т.е.

$$S_{xx}(\omega)=2\pi\frac{A^2}{4}\left[\delta(\omega-\omega_1)+\delta(\omega+\omega_1)\right].$$

Тот факт, что спектральная плотность представляет собой две -функции, расположенные при ω_1, и $-\omega_1$, означает, что вся мощность периодического сигнала сосредоточена на двух частотах: , и . Если рассматривать спектральную плотность только в области положительных частот, то получим, что вся мощность периодического сигнала будет сосредоточена на одной частоте .

Спектральная плотность временной функции, разлагаемой в ряд Фурье, $x(t)=A_0+\sum_{k=1}^{n}A_k\sin(\omega_k t+\varphi_k)$ имеет на основании изложенного выше вид

$$S_{xx}(\omega)=2\pi\left\{A_0^2\,\delta(\omega)+\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k^2}{4}\left[\delta(\omega-\omega_k)+\delta(\omega+\omega_k)\right]\right\}.$$

Этой спектральной плотности соответствует линейчатый спектр (рис. 1.14) с -функциями, расположенными на положительных и отрицательных частотах гармоник. На рис. 1.14 -функции условно изображены так, что их высоты показаны пропорциональными коэффициентам при единичной функции, т.е. величинам A_0^2 и $A_k^2/4$.

2.5 Многофакторный эксперимент

Главными компонентами любого эксперимента являются: 1) испытуемый (исследуемый субъект или группа); 2) экспериментатор (исследователь); 3) стимуляция (выбранный экспериментатором раздражитель, направленный на испытуемого); 4) ответ испытуемого на стимуляцию (его психическая реакция); 5) условия опыта (дополнительные к стимуляции воздействия на испытуемого, которые могут влиять на его ответы).

Ответ испытуемого является той внешней реальностью, по которой можно судить о протекающих в его внутреннем субъективном пространстве процессах. Сами эти процессы есть результат воздействий на него стимуляции и условий опыта.

Если ответ испытуемого обозначить символом R (от *лат.* reactio — реакция, противодействие), а воздействия на него экспериментальной ситуации (как совокупности воздействий стимуляции и условий эксперимента) — символом S (от *франц.* situation — ситуация), то их соотношение можно выразить формулой R=f(S). То есть реакция есть функция от ситуации. Но эта

формула верна лишь как первое приближение. Именно ею пользуется бихевиоризм, игнорирующий активную роль психики. В действительности реакция на ситуацию всегда опосредована психикой. В отношении человека лучше говорить об опосредовании ответов его личностью (P — от *лат.* persona). И более того, в понятие «ситуация» необходимо включить и влияние на испытуемого экспериментатора, проводящего опыт. Действительно, отношения, сложившиеся между исследователем и испытуемым, могут в значительной степени влиять на ответы последнего. Об этой специфике эксперимента подробнее поговорим позже, а сейчас зафиксируем соотношение между основными элементами эксперимента: P = f(P, S).

В зависимости от задач исследования различают три классических типа отношений между этими тремя компонентами эксперимента: 1) функциональные отношения, 2) структурные отношения, 3) дифференциальные отношения [388].

Функциональные отношения характеризуются вариативностью ответов (R) испытуемого (P) при систематических качественных 'и количественных изменениях ситуации (S). Различия в реакциях свидетельствуют о различиях в способах взаимодействия объекта и среды. Графически эти отношения можно отразить следующей схемой:

Примеры: изменение величины ощущения (R) от изменения величины стимула (S); эффективность запоминания (R) от объема материала (S) или числа повторений (S); вид и интенсивность эмоционального отклика (R) на действие различных эмоциогенных факторов (S); развитие адаптационных процессов (R) во времени (S) и т. д.

Структурные отношения раскрываются через систему ответов (R1,..., Rn) на различные ситуации (S1,..., Sn). Отношения между отдельными ответами структурируются в систему, отражающую структуру личности (P). Схематически это выглядит так:

S1, S2, S3 – P – R1, R2, R3

Примеры: система эмоциональных реакций на действие стрессоров; семантическое индивидуальное пространство; отношение между уровнями эффективности решения различных интеллектуальных задач и т. п.

Дифференциальные отношения выявляются через анализ реакций (R1..., Rn) разных испытуемых (P1..., Pn) на одну и ту же ситуацию (S). Различия в ответах характеризуют индивидуальные различия испытуемых. Схема этих отношений такова:

Примеры: разница в скорости реакции у разных людей; различия в точности исполнения движений у представителей разных профессий; развитие интеллекта в онтогенезе (когда человек в разные возрастные периоды рассматривается как разные индивиды); национальные различия в проявлении эмоций; половые различия в какой-либо деятельности и т. д.

2.6 Методы описания и анализа особенностей процессов управления в технических системах

Задачи анализа и синтеза ТСУ решаются в процессе реализаций ее жизненного цикла, который представляет собой упорядоченную во времени совокупность состояний системы и работ, обеспечивающих изменение состояний от момента замысла системы до окончания ее существования.

Задачи синтеза решаются в процессе создания новых ТСУ.

Задачи анализа созданной ТСУ решаются главным образом на стадиях ее эксплуатации (ввод в эксплуатацию, техническое обслуживание, ремонт, технические ревизии, надзор), транспортировки, снятия с эксплуатации и списания.

Структурный анализ и синтез ТСУ направлен на исследование и формирование рациональных функциональных и принципиальных схем, реализующих заданный алгоритм функционирования, а также на изучение и поиск конструктивных решений при определении состава, размещения и стыковки конструктивно различных элементов.

Функциональный анализ и синтез ТСУ направлен на исследование и формирование динамических характеристик системы путем определения процессов изменения ее состояния во времени.

Функциональный анализ и синтез направлен на обоснование математических моделей, характеризующих процессы изменения состояний объекта управления под влиянием управляющих воздействий и влияния этих процессов на качество и показатели эффективности управления.

Информационный анализ и синтез ТСУ сводится к исследованию и разработке рациональных способов кодирования, передачи, обработки и представления информации, циркулирующей между элементами системы.

Параметрический анализ и синтез ТСУ осуществляется путем комплексного исследования и определения количественных структурных, функциональных и информационных характеристик системы.

Для ТСУ характерна высокая степень определенности исходных данных и наличие хорошо разработанного математического аппарата, что приводит к следующим *особенностям* их анализа и синтеза:

- высокой точности оценки технических и экономических показателей;
- возможности использования скалярных показателей эффективности;
- относительно небольшим затратам ресурсов на экспериментальную проверку технических расчетов.

2.7 Техника экспериментальных измерений. Оптимизация параметров.

Важнейшей задачей методов обработки полученной в ходе эксперимента информации является задача построения математической модели изучаемого явления, процесса, объекта. Ее можно использовать и при анализе процессов и при проектировании объектов. Можно получить хорошо аппроксимирующую математическую модель, если целенаправленно применяется активный эксперимент. Другой задачей обработки полученной в ходе эксперимента информации является задача оптимизации, т.е. нахождения такой комбинации влияющих независимых переменных, при которой выбранный показатель оптимальности принимает экстремальное значение.

Опыт - это отдельная экспериментальная часть.

План эксперимента - совокупность данных определяющих число, условия и порядок проведения опытов.

Планирование эксперимента - выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям, совокупность действий направленных на разработку стратегии экспериментирования (от получения априорной информации до получения работоспособной математической модели или определения оптимальных условий). Это целенаправленное управление экспериментом, реализуемое в условиях неполного знания механизма изучаемого явления.

В процессе измерений, последующей обработки данных, а также формализации результатов в виде математической модели, возникают погрешности и теряется часть информации, содержащейся в исходных данных. Применение методов планирования эксперимента позволяет определить погрешность математической модели и судить о ее адекватности. Если точность модели оказывается недостаточной, то применение методов планирования эксперимента позволяет модернизировать математическую модель с проведением дополнительных опытов без потери предыдущей информации и с минимальными затратами.

Цель планирования эксперимента - нахождение таких условий и правил проведения опытов при которых удается получить надежную и достоверную информацию об объекте с наименьшей затратой труда, а также представить эту информацию в компактной и удобной форме с количественной оценкой точности.

Пусть интересующее нас свойство (Y) объекта зависит от нескольких (n) независимых переменных $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ и мы хотим выяснить характер этой зависимости - $Y=F(X_1, X_2, \dots, X_n)$, о которой мы имеем лишь общее представление. Величина Y - называется «отклик», а сама зависимость $Y=F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ - «функция отклика».

Отклик должен быть определен количественно. Однако могут встречаться и качественные признаки Y. В этом случае возможно применение рангового подхода.

Пример рангового подхода - оценка на экзамене, когда одним числом оценивается сложный комплекс полученных сведений о знаниях студента.

Независимые переменные $X_1, X_2, \ldots, X_n$ - иначе факторы, также должны иметь количественную оценку. Если используются качественные факторы, то каждому их уровню должно быть присвоено какое-либо число. Важно выбирать в качестве факторов лишь независимые переменные, т.е. только те которые можно изменять, не затрагивая другие факторы. Факторы должны быть однозначными. Для построения эффективной математической модели целесообразно провести предварительный анализ значимости факторов (степени влияния на функцию), их ранжирование и исключить малозначащие факторы.

Диапазоны изменения факторов задают область определения *Y*. Если принять, что каждому фактору соответствует координатная ось, то полученное пространство называется факторным пространством. При n=2 область определения Y представляется собой прямоугольник, при n=3 - куб, при n >3 - гиперкуб.

При выборе диапазонов изменения факторов нужно учитывать их совместимость, т.е. контролировать, чтобы в этих диапазонах любые сочетания факторов были бы реализуемы в опытах и не приводили бы к абсурду. Для каждого из факторов указывают граничные значения

$, i=1,\ldots n.$

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

3.1 ПЗ-1 Общее понятие модели и моделирования. Типы свойства моделей. Общая модель линейного программирования в каноническом и неканоническом представлении. Основные теоремы ЛП. Графический метод решения ЗЛП. Симплекс-метод. Двойственные задачи линейного программирования.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:
- алгоритм перехода от прямой задачи к двойственной, их взаимосвязь;
- программное обеспечение решения задач линейного программирования на ПК;
- алгоритм решения ЗЛП графическим способом, условия его применимости;
- алгоритм решения ЗЛП симплекс-методом.

3.2 ПЗ-2-3 Постановка задач линейного программирования транспортного типа. Базовая транспортная модель. Методы решения задач транспортного типа.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- алгоритм первичного распределения поставок методом северо-западного угла, учета наименьшей стоимости;
- алгоритм перераспределения поставок методом потенциалов, распределительным методом.

3.3 ПЗ-4-6 Методы описания и анализа особенностей процессов управления в технических системах

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты

- классификацию видов связей между величинами, основные задачи корреляционного и регрессионного анализа;
- методику построения модели парной линейной, нелинейной регрессии;
- построение и применение моделей множественной регрессии;

.