

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория механизмов и машин

**Направление подготовки (специальность) 35.03.06 «Агроинженерия»**

**Профиль образовательной программы Технический сервис в АПК**

**Форма обучения очная**

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Конспект лекций.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1 Лекция № 1, 2 Структура механизмов .....</b>	<b>4</b>
<b>1.2 Лекция № 3 Кинематический анализ шарнирно-рычажных механизмов методом планов скоростей и ускорений.....</b>	<b>10</b>
<b>1.3 Лекция № 4 Кинематический анализ шарнирно-рычажных механизмов аналитическим методом.....</b>	<b>18</b>
<b>1.4 Лекция № 5 Кинематический анализ зубчатых механизмов.....</b>	<b>25</b>
<b>1.5 Лекция № 6 Кинематический анализ и синтез кулачковых механизмов.....</b>	<b>31</b>
<b>1.6 Лекция № 7 Определение основных размеров кулачкового механизма .....</b>	<b>43</b>
<b>1.7 Лекция № 8 Проектирование эвольвентных прямозубых колес .....</b>	<b>46</b>
<b>1.8 Лекция № 9 Качественные параметры зацепления. Виды эвольвентных колес...</b>	<b>52</b>
<b>1.9 Лекция № 10, 11 Силовой анализ плоских механизмов.....</b>	<b>62</b>
<b>1.10 Лекция № 12 Динамическая модель механизма. ....</b>	<b>68</b>
<b>1.11 Лекция № 13 Регулирование хода машин.....</b>	<b>72</b>
<b>1.12 Лекция № 14 Коэффициент полезного действия механизмов и машин.....</b>	<b>76</b>
<b>1.13 Лекция № 15 Уравновешивание механизмов на фундаменте .....</b>	<b>82</b>
<b>1.14 Лекция № 16 Уравновешивание вращающихся звеньев. ....</b>	<b>89</b>
<b>1.15 Лекция № 17, 18 Виброактивность и виброзащита механизмов и машин.....</b>	<b>95</b>
 <b>2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ.....</b>	 <b>103</b>
<b>2.1 Лабораторная работа № ЛР-1, 2 Составление структурных и кинематических схем механизмов. Структурный анализ механизмов.....</b>	<b>103</b>
<b>2.2 Лабораторная работа № ЛР-3 Кинематический анализ механизмов с использованием программного модуля <i>APM Slider</i>.....</b>	<b>105</b>
<b>2.3 Лабораторная работа № ЛР-4 Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колес.....</b>	<b>109</b>
<b>2.4 Лабораторная работа № ЛР-5 Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колес.....</b>	<b>110</b>
<b>2.5 Лабораторная работа № ЛР-6 Синтез кулачкового механизма с использованием программного модуля <i>APM Cam</i>.....</b>	<b>106</b>

<b>2.6 Лабораторная работа № ЛР-7 Построение эвольвентных зубьев методом обкатки.....</b>	<b>112</b>
<b>2.7 Лабораторная работа № ЛР-8 Расшифровка зубчатых колес.....</b>	<b>114</b>
<b>2.8 Лабораторная работа № ЛР-9, 10 Кинематический и кинетостатический анализ механизма компрессора экспериментальным методом.....</b>	<b>117</b>
<b>2.9 Лабораторная работа № ЛР-11 Определение приведенных масс и приведенных сил.....</b>	<b>122</b>
<b>2.10 Лабораторная работа № ЛР-12 Определение динамических характеристик механизма.....</b>	<b>123</b>
<b>2.11 Лабораторная работа № ЛР-13 Определение К.П.Д. планетарного редуктора....</b>	<b>127</b>
<b>2.12 Лабораторная работа № ЛР-14 Статическое уравнивание и балансировка ротора.....</b>	<b>131</b>
<b>2.13 Лабораторная работа № ЛР-15 Динамическое уравнивание ротора .....</b>	<b>134</b>
<b>2.14 Лабораторная работа № ЛР-16, 17 Динамическая балансировка ротора.....</b>	<b>137</b>

## 1. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

### 1.1 Лекция № 1, 2 (4 часа).

**Тема:** «Структура механизмов»

#### 1.1.1 Вопросы лекции:

1. Введение. Основные понятия теории механизмов и машин. Кинематическая цепь и ее элементы.
2. Пространственные механизмы. Структурная формула для пространственных механизмов.
3. Плоские механизмы. Структурная формула для плоских механизмов.
4. Синтез плоских механизмов путём присоединения структурных групп (принцип Ассура).
5. Структурный анализ механизмов. Структурная классификация.

#### 1.1.2 Краткое содержание вопросов

##### 1. Введение. Основные понятия теории механизмов и машин. Кинематическая цепь и ее элементы.

ТММ - теория механизмов и машин – это наука, изучающая структуру (строение) механизмов, кинематику и динамику механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

**Механизмом** называется механическая система, предназначенная для преобразования или передачи движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

**Машиной** называется устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда.

Классификация машин показана на диаграмме.

**Технологические машины** используют механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта.

**Транспортные машины** используют механическую энергию для изменения положения объекта (его координат).

**Энергетические машины** преобразуют один вид энергии (электрической, тепловой, сжатого воздуха, пара, воды и т.п.) в другой.

**Информационные машины** облегчают или заменяют логическую деятельность человека по выполнению расчетных операций и операций контроля и управления.

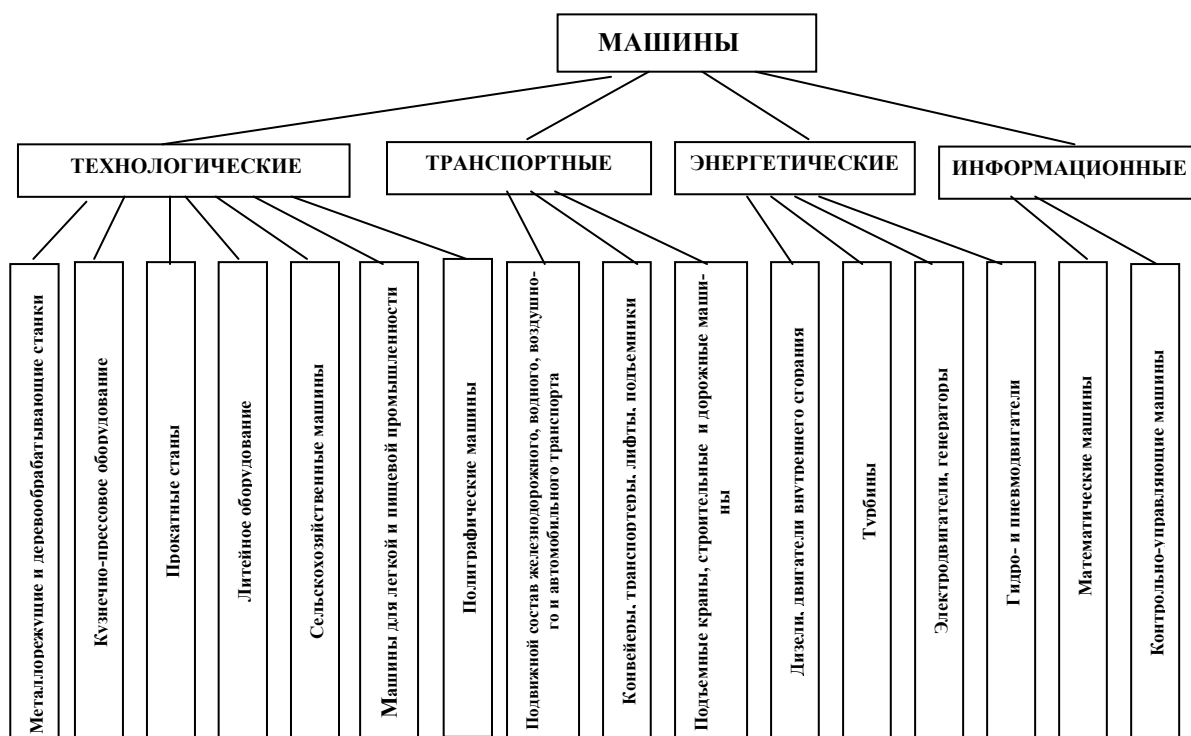
**Кинематической цепью** называется система звеньев, соединенных между собой кинематическими парами.

В кинематической цепи всегда два элемента – звенья и пары.

**Звеном** называется система твердых тел, жестко скрепленных между собой. (Пример: шатун состоит из крышки, винтов, втулки и т.д.).

**Подвижное соединение** двух звеньев называется кинематической парой (кп).

Кинематическая цепь называется **замкнутой**, если каждое ее звено входит **не менее чем в две** кинематические пары.



Кинематическая цепь называется разомкнутой, если в ней есть звенья, входящие *только в одну* кинематическую пару.

Кинематическая цепь называется простой, если в ней звенья входят не более чем в две кинематические пары и называется сложной, если есть звенья, входящие более чем в две кинематические пары.

Кинематических пар различных видов очень много и они имеют несколько классификаций. Машиновед Ф. Рело разделил все пары на два вида. Пары, в которых контакт осуществляется по поверхности, он назвал низшими. Если контакт осуществляется в точке или по линии – высшие.

**Элементом кп** называется поверхность, линия или точка звена, ограничивающая относительное движение звеньев в кинематической паре.

Второй способ классификации кп предложен многими современными учеными, в том числе и Артоболевским И.И. Он в основу положил число условий связи (ограничений).

1 кл. – шар на плоскости (точечная пара). Наложено одно условие связи – центр шара находится на одном и том же расстоянии от поверхности. (Замыкание в паре может быть силовое или геометрическое, см. таблицу видов кинематических пар).

2 кл. – цилиндр на плоскости (линейная пара), 2 условия связи.

- шар - цилиндр, 2 условия связи.

3 кл. – шаровое соединение (сферическая пара), 3 условия связи.

4 кл. – цилиндр в цилиндрическом отверстии (цилиндрическая пара), 4 условия связи

5 кл. – шарнирное соединение (вращательная кп), 5 условий связи, одна степень свободы и т. д.

#### **Изображения кинематических пар**

Изображения кинематических пар обусловлены ГОСТом (ГОСТ 2.770-68). Обычно звено изображают в виде одного или нескольких отрезков. Вращательная кп

изображается окружностью и показывается проекция оси кинематической пары. Все звенья нумеруются арабскими цифрами. Кп обозначаются большими буквами латинского алфавита. Размеры прямоугольника поступательных пар изображают не в масштабе.



## 2. Пространственные механизмы. Структурная формула для пространственных механизмов.

Обозначим  $K$  – число звеньев

$P_1$  – число кинематических пар 1-го класса

$P_5$  – число кинематических пар 5-ого класса

Найдем число степеней свободы этой кинематической цепи

$$H = 6k - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1$$

Обычно одно из звеньев механизма является неподвижным (рама станка, рама трактора и т.д.) и к этому звену привязывается система координат.

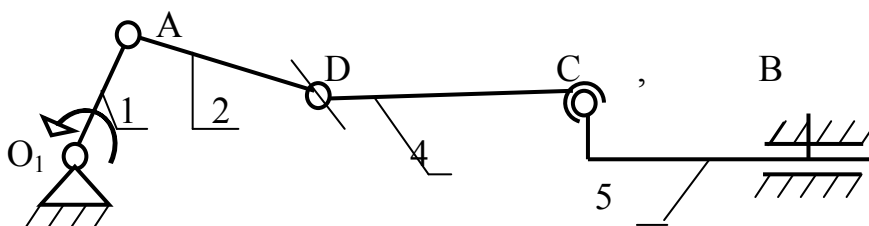
**Число степеней** свободы кинематической цепи относительно звена, принятое за неподвижное, называется степенью подвижности.

$$W = H - 6 = 6(k - 1) - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1$$

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1$$

– формула пространственных механизмов носит название формулы **Сомова-Малышева**.

Изобразим кинематическую цепь привода ножевого аппарата сенокосилки. Неподвижное звено примем за плоскость изображения. Оно обычно не нумеруется и считается нулевым. Тогда наибольший порядковый номер звена будет равен числу подвижных звеньев.



Определим степень подвижности этой кинематической цепи

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 1$$

Обратите внимание, все вычисления производятся единообразно, сначала пишется формула, затем подставляются числа и затем пишется результат и единица измерения. Цифра один означает одну степень подвижности, а это значит, можно одним законом движения распорядиться положением звеньев как угодно.

**Механизмом (с точки зрения структуры)** называется такая кинематическая цепь, в которой степень подвижности соответствует числу заданных законов движения.

Как задать закон движения? Например, присоединить к одному из звеньев электродвигатель.

Звено, закон движения которого задан, называется ведущим или входным звеном. Неподвижное звено – стойка, все остальные звенья называются ведомыми. Ведомое звено, на котором крепится исполнительный орган машины (резец, электрод, шлифовальный камень и т.д.) называется выходным.

Любой механизм состоит из:

а) ведущего звена (звеньев) – закон движения которого задан (известен);

б) стойки (неподвижного звена);

в) ведомых звеньев – звеньев закон движения, которых, определяется законами движения ведущих звеньев.

### 3. Плоские механизмы. Структурная формула для плоских механизмов.

Кроме пространственных механизмов в практике часто встречаются **плоские механизмы** – механизмы, у которых оси вращательных пар параллельны, а движения всех звеньев происходят в параллельных плоскостях.

Структурная формула плоского механизма:

$K$  – число звеньев

$P_4$  – число кп 4-ого класса

$P_5$  – число кп 5-ого класса

Число степеней свободы в плоскости  $H = 3$ , поэтому пар 3 и т.д. кл. не может быть.

$$H = 3K - 2P_5 - P_4$$

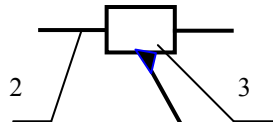
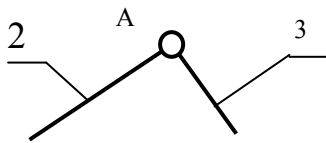
С учетом стойки степень неподвижности

$$W = H - 3 = 3(K - 1) - 2P_5 - P_4$$

$$W = 3n - 2P_5 - P_4$$

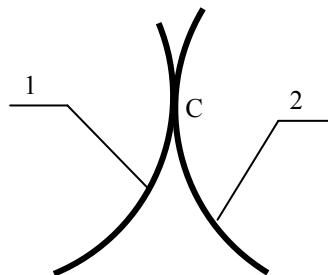
Впервые вывел русский математик и механик Пафнутий Львович Чебышев.

Условное изображение пар в плоских механизмах.



Кинематические пары 5 класса, низшие.

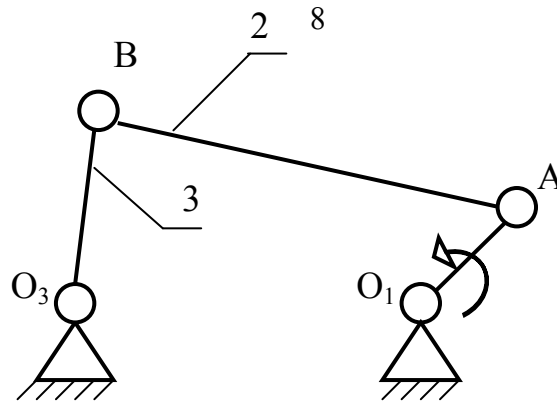
Высшая кинематическая пара 4 кл.



Элементы профилей высших кп изображаются точно в масштабе.

Пара 4 кл так как две степени свободы – проскальзывание и перекатывание.

Вычертим структурную схему плоского механизма шарнирного четырех-звенника.



$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$$

Это означает, что достаточно задать положение одного звена, то все остальные звенья будут в определенном положении.

#### 4. Синтез плоских механизмов путём присоединения структурных групп (принцип Ассура).

В основу структурной классификации положен принцип В.Л.Ассура.

*Любой механизм может быть образован путём последовательного присоединения свободными элементами кп группы Ассура к ведущему звену и к стойке.*

Группы Ассура – группы ведомых звеньев.

*Группой Ассура называется кинематическая цепь, имеющая нулевую степень подвижности после присоединения её к стойке и которая не может быть разделена на группы с меньшим числом звеньев.*

Таким образом, степень подвижности группы

$$W_{гр} = 3 \cdot n - 2P_5 - P_4 = 0$$

Рассмотрим механизм, в котором имеются только низшие кп

$$W_{гр} = 3 \cdot n - 2P_5 = 0$$

Так как  $n$  и  $P_5$  могут быть только целыми числами, можно определить, сколько звеньев и кп может быть в группах

$P_5$	3	6	9	...
$n$	2	4	6	...

По первому столбцу, из 2 звеньев и 3 кп можно создать 5 двухповодковых групп (см. табл.)

Л.В.Ассур предложил классификацию групп, которая потом была усовершенствована Артоболевским И.И.. В основу этой классификации положен класс контура.

*Класс контура определяется числом кп в замкнутом контуре, образованном звеньями группы*

*Класс группы определяется по наивысшему классу контура, образованного звеньями группы.*

*Порядок группы определяется числом свободных элементов в кп группы.*



Класс	Порядок второй				
	Вид				
	первый	Второй	третий	четвертый	пятый
II $n = 2$ $p_5 = 3$					

Двухповодковые группы, в зависимости от числа вращательных и поступательных **кп** и их взаимного расположения в группе подразделяются по видам (см. табл.)

Для второго столбца можно привести группы следующего вида

Класс	Порядок третий
IV $n = 4$ $p_5 = 6$	Порядок второй

## 5. Структурный анализ механизмов. Структурная классификация.

Порядок анализа противоположен порядку синтеза (общий закон)

При структурном анализе механизма следует придерживаться следующего порядка:

1. Определяется степень подвижности механизма и указывается ведущее звено (звенья).
2. В наиболее удаленной от ведущего звена части механизма отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев (предполагаемая группа). Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма. Проверяется выполнение условий.
  - а) степень подвижности отсоединенной части механизма (предполагаемая группа) должна быть равна нулю,  $W_{гр} = 0$ ;
  - б) оставшаяся часть должна быть механизмом с той же степенью подвижности, что и весь механизм до отсоединения группы.

При одновременном выполнении этих двух условий отсоединенная часть механизма является группой.

3. От оставшейся части механизма вновь отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев. Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма, и проверяется выполнение двух условий, указанных выше, и т.д. до тех пор, пока в оставшейся части механизма не останутся только простейший механизм 1-го класса.

4. Указывается порядок присоединения групп при образовании механизма. Он обратен порядку отсоединения.

5. Определяется класс, порядок и вид каждой группы.

6. Определяется класс всего механизма.

Общепринятых классификаций несколько:

- Структурная классификация
- Структурно-конструктивная классификация
- Классификация по функциональному назначению.

**Класс механизма (структурная классификация) определяется по наивысшему классу группы, входящей в состав механизма.**

### 1. 2 Лекция № 3 ( 2 часа).

**Тема:** «Кинематический анализ шарнирно-рычажных механизмов методом планов скоростей и ускорений»

#### 1.2.1. Вопросы лекции:

1. Задачи кинематического анализа.
2. Графические методы кинематического анализа.
3. Следствие из принципа Ассура.
4. Векторные уравнения для групп Ассура. Построение планов скоростей и ускорений.

#### 1.2.2 Краткое содержание вопросов

1. Задачи кинематического анализа.

Основным назначением механизмов является выполнение необходимых движений, которые описываются посредством его кинематических характеристик. К ним относятся траектории движения точек и звеньев механизма, координаты точек, перемещения точек и звеньев, их скорости и ускорения. К числу кинематических параметров относятся также и

такие, которые не зависят от закона движения ведущего звена, а определяются только строением механизма, размерами его звеньев и, в общем случае, зависят от положения ведущего звена. Это аналоги скоростей и ускорений или передаточные функции.

По кинематическим характеристикам можно сделать вывод о том, насколько успешно выполнена одна из основных задач проектирования механизма – выбор структурной схемы и определения размеров звеньев.

Знание кинематических характеристик важно также для динамических расчетов.

Существует несколько методов определения кинематических характеристик:

1. Графические
2. Аналитические
3. Экспериментальные

## 2. Графические методы кинематического анализа.

Графические методы расчетов обладают наглядностью и отличаются удобством контроля. Иногда только графические методы дают наиболее простое решение. Точность графических методов 0,3...0,5% (при большом желании) достаточно для решения многих практических задач. Использование компьютерной графики позволяет повысить точность расчётов на порядок.

К графическим методам относятся метод планов скоростей и ускорений, метод диаграмм.

## 3. Следствие из принципа Ассура.

Если при кинематическом исследовании рассматривать вначале ведущее звено, затем первую присоединенную группу, затем по группам в порядке их присоединения, то в каждой группе будут известными кинематические параметры любой точки, принадлежащей свободным элементам кинематических пар группы.

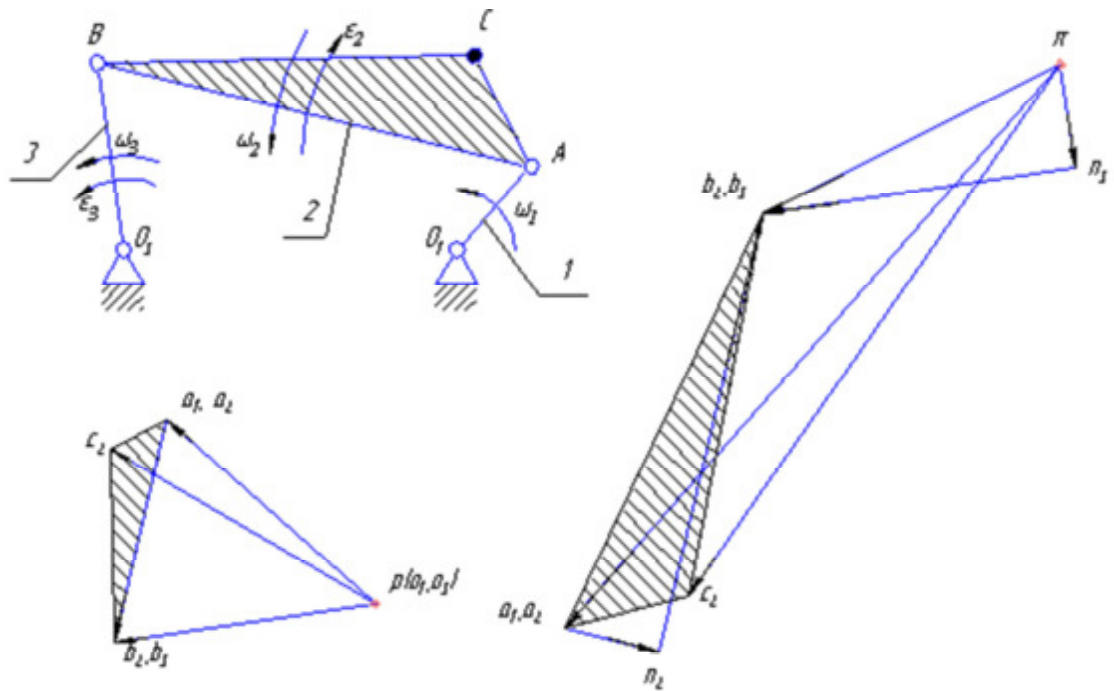
Действительно, по принципу Ассура группы присоединяются свободными элементами кинематических пар к стойке и к ведущему звену, а кинематические параметры стойки и ведущего звена известны. Этим обусловлен порядок кинематического исследования.

## 4. Векторные уравнения для групп Ассура. Построение планов скоростей и ускорений.

***Планом скоростей (ускорений) называется система векторов скоростей (ускорений), характерных точек механизма, отложенных из одной точки (полюса), в данном его положении.***

### 4.1. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 1 вида, 2 кл., 2 пор.

Построение планов скоростей и ускорений, руководствуясь следствием из принципа Ассура, начинаем с ведущего звена. При этом принимаем  $\omega_1 = \text{const}$  (угловая скорость ведущего звена) и, соответственно,  $\varepsilon_1 = 0$ .



Полюс плана скоростей обозначается латинской буквой **p**, а плана ускорений греческой буквой **π**. Концы векторов на планах скоростей и ускорений обозначаются теми же буквами, что и точки, только строчными.

Скорость точки А, принадлежащей первому звену, определяется по выражению  $V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$  и направлена перпендикулярно  $AO_1$ , в сторону вращения ведущего звена.

План скоростей первой присоединённой группы строится по векторным уравнениям

$$\overline{V}_{B_2} = \overline{V}_{A_2} + \overline{V}_{B_2A_2}$$

$$\overline{V}_{B_3} = \overline{V}_{O_3} + \overline{V}_{B_3O_3} :$$

Ускорение точки А, принадлежащей первому звену, определяется по выражению  $a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}}$ , так как  $\varepsilon_1 = 0$  и, следовательно,  $a_{A_1}^t = \varepsilon_1 \cdot l_{AO_1} = 0$  и направлено параллельно  $AO_1$ , в сторону центра вращения ведущего звена.

Векторные уравнения планов ускорений составляются в соответствии с векторными уравнениями планов скоростей.

$$\overline{a}_{B_2} = \overline{a}_{A_2} + \overline{a}_{B_2A_2}^n + \overline{a}_{B_2A_2}^t$$

$$\overline{a}_{B_3} = \overline{a}_{O_3} + \overline{a}_{B_3O_3}^n + \overline{a}_{B_3O_3}^t$$

Планы положений механизма, планы скоростей и ускорений чертятся с определённым масштабным коэффициентом, а не рисуются. При выборе масштабных коэффициентов

тов руководствуются теми же принципами, что и при выполнении любых чертежей – наилучшее использование поля чертежа.

При выполнении планов положений рекомендуется брать стандартный масштаб. При построении планов скоростей и ускорений масштабный коэффициент может быть любой, удобный для пользования.

$$\mu_v = \dots \frac{mc^{-1}}{mm} \quad , \quad \mu_a = \dots \frac{mc^{-2}}{mm}$$

Из плана скоростей можно определить величину и направление угловых скоростей 2-го и 3-го звена.

$$\omega_2 = \frac{V_{B_2A_2}}{l_{AB}} = \frac{\mu_v \cdot (b_2a_2)}{l_{AB}} \quad \omega_3 = \frac{V_{B_3O_3}}{l_{BO_3}} = \frac{\mu_v \cdot (b_3O_3)}{l_{BO_3}}$$

Где  $(b_2a_2)$  и  $(b_3O_3)$  – отрезки, измеряемые на плане скоростей в мм, а  $l_{AB}$  и  $l_{BO_3}$  – действительная длина звеньев.

Направление угловых скоростей можно определить, если вектора относительных скоростей, мысленно, перенести на план положения механизма в точку В.

Зная угловые скорости звеньев, можно определить нормальные ускорения точки В относительно А и  $O_3$ .

$$a_{B_2A_2}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} \quad a_{B_3O_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BO_3}$$

Нормальные ускорения обозначаются буквой **n** с индексом того звена, по которому они направлены (см. рисунок). Тангенциальные (касательные) ускорения не обозначаются.

Из плана ускорений можно найти величину и направление угловых ускорений звеньев.

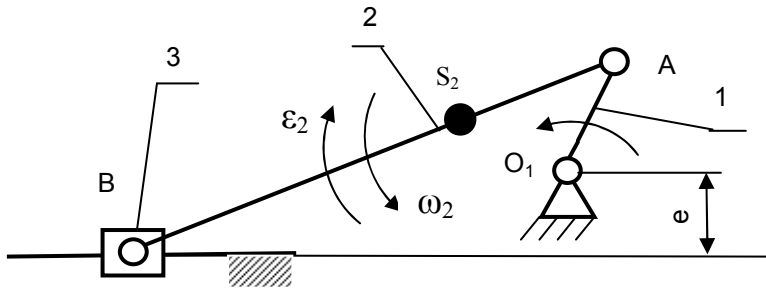
$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B_2A_2}^t}{l_{AB}} = \frac{\mu_a \cdot (n_2b_2)}{l_{AB}} \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{B_3O_3}^t}{l_{BO_3}} = \frac{\mu_a \cdot (n_3b_3)}{l_{BO_3}}$$

Направления угловых ускорений можно определить, если мысленно перенести тангенциальные ускорения на план положения механизма в точку В.

Скорость и ускорение точки С можно построить, используя теорему о конгруэнтности.

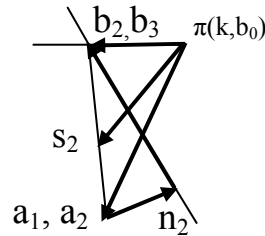
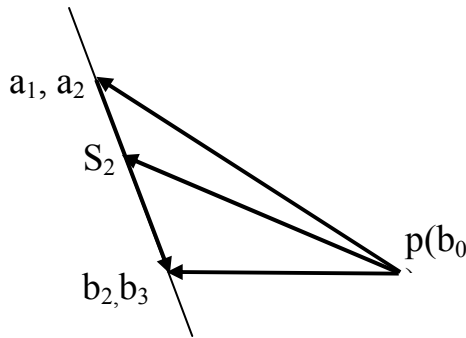
**Теорема:** *Если три точки расположены на одном звене, то концы векторов скоростей и ускорений тех же точек располагаются на вершинах конгруэнтных треугольников (обход вершин совпадает, а одноимённые углы равны).*

4.2. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 2 вида, 2 кл., 2 пор.



$$V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$$

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. \quad a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}} \quad \omega_2 = \frac{V_{B_2A_2}}{l_{AB}} = \frac{\mu_V \cdot (b_2 a_2)}{l_{AB}}$$



$$\bar{V}_{B_2} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{B_2A_2}$$

$$a_{B_2A_2}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$$

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{B_2A_2}^n + \bar{a}_{B_2A_2}^t$$

$$\bar{V}_{B_3} = \bar{V}_{O_3} + \bar{V}_{B_3O_3}$$

$$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{O_3} + \bar{a}_{B_3O_3}^k + \bar{a}_{B_3O_3}^r$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{A_2B_2}^t}{l_{AB}} = \frac{\mu_a \cdot (n_2 b_2)}{l_{AB}}$$

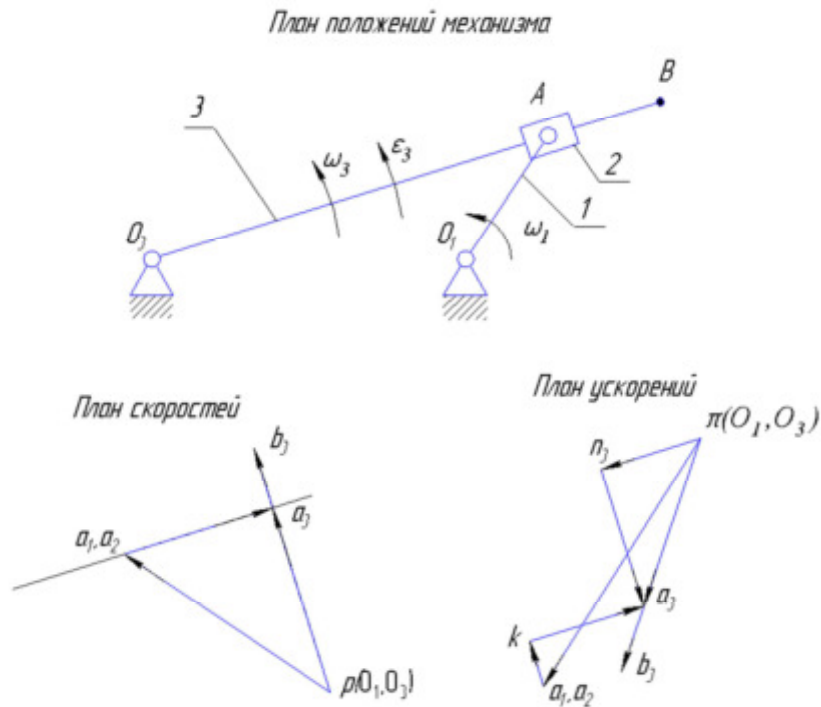
Скорость и ускорение центра масс второго звена ( $S_2$ ) можно определить из конгруэнтных треугольников  $AS_2B$  и  $as_2b$

$$\frac{AS_2}{AB} = \frac{(a_2 s_2)}{(a_2 b_2)}$$

Где длина отрезка ( $ab$ ) измеряется непосредственно на плане скоростей (ускорений).

Направление угловой скорости и углового ускорения шатуна (звено 2) определяется так же, как и в предыдущей группе.

4.3. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 3 вида, 2 кл., 2 пор.



Векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений и формулы для определения промежуточных кинематических параметров

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{A_3A_2}$$

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{O_3} + \bar{V}_{A_3O_3}$$

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. \quad V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1} \quad a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}}$$

$$\omega_3 = \frac{V_{A_3O_3}}{l_{AO_3}} = \frac{\mu_V \cdot (a_3 p)}{AO_3 \cdot \mu_l}$$

$$a_{A_3A_2}^k = 2\omega_3 \cdot V_{A_3A_2} \quad a_{A_3O_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{AO_3} = \frac{V_{A_3O_3}^2}{l_{AO_3}}$$

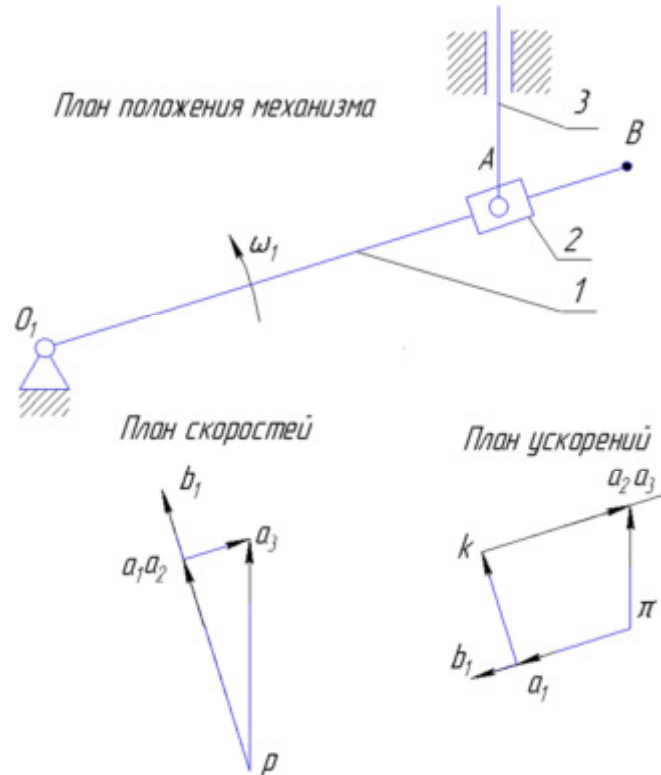
$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3A_2}^k + \bar{a}_{A_3A_2}^r$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{O_3} + \bar{a}_{A_3O_3}^n + \bar{a}_{A_3O_3}^t \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{A_3O_3}^t}{l_{AO_3}} = \frac{\mu_a \cdot (n_3 a_3)}{l_{AO_3}}$$

Скорость и ускорение точки В можно построить, используя теорему о конгруэнтности по которой

$$\frac{BO_3}{AO_3} = \frac{(bo_3)}{(ao_3)}$$

4.4. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 4 вида, 2 кл., 2 пор.



Векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений и формулы для определения промежуточных кинематических параметров

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. \quad V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$$

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1}$$

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_0} + \bar{V}_{A_3A_0}$$

$$a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}}$$

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2A_1}^k + \bar{a}_{A_2A_1}^r$$

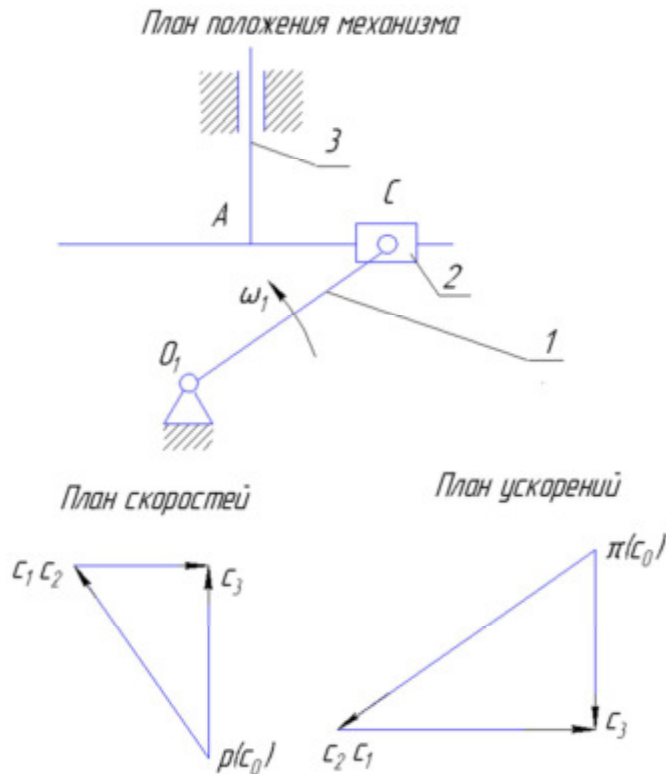
$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_0} + \bar{a}_{A_3A_0}^k + \bar{a}_{A_3A_0}^r$$

$$a_{A_2A_1}^k = 2\omega_1 \cdot V_{A_2A_1}$$

$$a_{A_3A_0}^k = 2\omega_3 \cdot V_{A_3A_0} = 0 \quad \text{так как } \omega_3 = 0$$



4.5. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 5 вида, 2 кл., 2 пор.



Векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений механизма с группой 5 вида и формулы для определения промежуточных кинематических параметров

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. \quad V_{C_1} = \omega_1 \cdot l_{CO_1}$$

$$\bar{V}_{C_3} = \bar{V}_{C_2} + \bar{V}_{C_3C_2}$$

$$\bar{V}_{C_3} = \bar{V}_{C_0} + \bar{V}_{C_3C_0}$$

$$a_{C_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{CO_1} = \frac{V_{C_1}^2}{l_{CO_1}}$$

$$\bar{a}_{C_3} = \bar{a}_{C_2} + \bar{a}_{C_3C_2}^k + \bar{a}_{C_3A_2}^r$$

$$\bar{a}_{C_3} = \bar{a}_{C_0} + \bar{a}_{C_3C_0}^k + \bar{a}_{C_3C_0}^r$$

$$a_{C_3C_2}^k = 2\omega_3 \cdot V_{C_3C_2} = 0 \quad \text{так как } \omega_3 = 0$$

$$a_{C_3C_0}^k = 2\omega_3 \cdot V_{C_3C_0} = 0 \quad \text{так как } \omega_3 = 0$$

Обобщая вышеприведенные построения планов скоростей можно увидеть, что векторные уравнения для планов скоростей составляются для точек, скорости которых неизвестны и обязательно связанных с вращательными кинематическими парами. Векторные

уравнения для планов ускорений составляются по векторным уравнениям для планов скоростей и, как правило, это больших трудностей не вызывает.

Порядок кинематического исследования механизмов методом планов скоростей и ускорений.

1. Построить кинематическую схему механизма для заданного положения ведущего звена (вычертить точно по размерам в каком то масштабе).
2. Провести структурный анализ механизма.
3. Для каждой группы составить векторные уравнения планов скоростей и планов ускорений.
4. Построить план скоростей ведущего звена.
5. По векторным уравнениям построить план скоростей первой присоединённой группы, затем второй и т.д. по группам в порядке их присоединения.
6. Построить план ускорений ведущего звена.
7. По векторным уравнениям построить план ускорений первой присоединённой группы, затем второй и т.д. по группам в порядке их присоединения.
8. Определить кинематические параметры, указанные в задаче.

### 1.3 Лекция № 4 ( 2 часа).

**Тема:** «Кинематический анализ шарнирно-рычажных механизмов аналитическим методом»

#### 1.3.1. Вопросы лекции:

1. Векторные уравнения замкнутых контуров, образованных звеньями. Выбор системы координат.
2. Особенности получения аналитических выражений для разных групп Ассура.
3. Уравнения связи кинематических параметров звеньев, входящих в смежные контуры.

#### 1.3.2. Краткое содержание вопросов

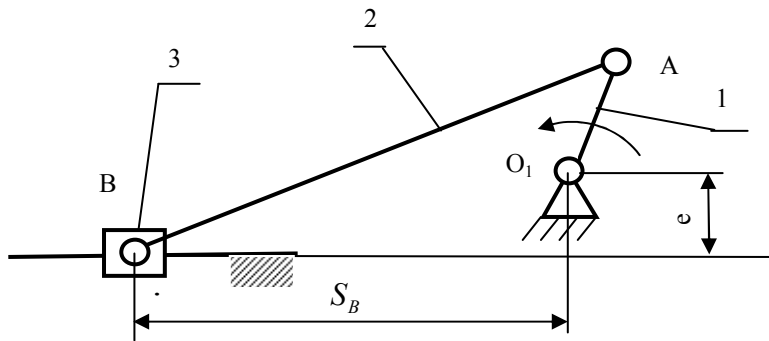
1. Векторные уравнения замкнутых контуров, образованных звеньями. Выбор системы координат

Если достоинством графического метода является абсолютная прозрачность, наглядность, то аналитический метод позволяет более точно определить кинематические параметры.

Впервые аналитические методы стал применять П.Л.Чебышев. Большой вклад в развитие этих методов внёс один из создателей теории точности механизмов, академик, Н.Г.Бруевич.

Сущность данного метода заключается в том, линейные и угловые координаты, скорости и ускорения звеньев определяются в виде аналитических выражений, которые содержат конечное число алгебраических или тригонометрических операций. Аналитические выражения определяют для координат, скоростей и ускорений характерных точек механизма, для которых необходимо количественное описание движения при проектировании и исследовании механизма.

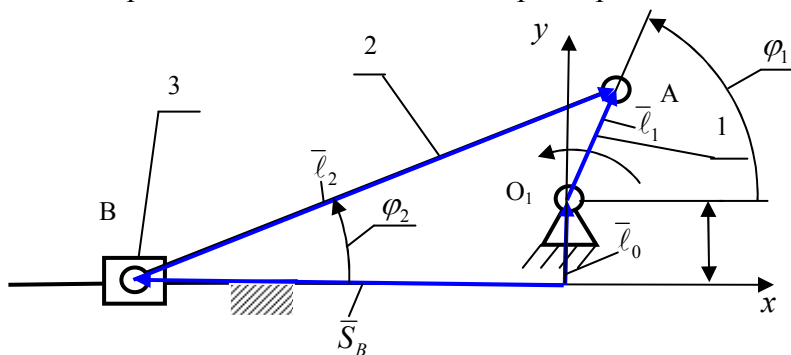
Рассмотрим вначале получение аналитических выражений на примере механизма, в состав которого, входит группа Ассура 2 кл., 2 вида.



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует кривошипно-ползунный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; звено 2 – шатун; звено 3 – ползун;  $e$  – дезаксиал. Если  $e = 0$ , то механизм называется центральным, если  $e \neq 0$ , то механизм называется дезаксиальным.

$S_B$  – перемещение точки В.

Н.Г.Бруевич заметил, что поскольку группа присоединяется к ведущему звену и стойке, то звенья группы вместе с ведущим звеном и стойкой образуют один или несколько замкнутых контуров. Это послужило основой для составления уравнений, позволяющих определить кинематические параметры механизма.



1. Составляем векторное уравнение замкнутости контура.

$$\bar{l}_0 + \bar{l}_1 = \bar{S}_B + \bar{l}_2$$

2. Выбираем систему координат и находим проекции векторов на оси выбранной системы координат.

Ось  $x$  выбирается по оси поступательного движения ползуна в сторону оси вращательной кинематической пары (кп)  $O_1$ . Ось  $y$  направляем так, чтобы проходила через ось вращательной кп  $O_1$ . Принимаем положительное направление углов от оси  $x$  к оси  $y$ . Выбор положения и направление осей системы координат, так же как и выбор направления векторов, произвольное. Но от этого выбора зависит вид и сложность аналитических выражений. Чем они проще, тем легче по ним рассчитать, тем легче составить программу для расчёта.

2. Особенности получения аналитических выражений для разных групп Ассура.

### 2.1 Уравнения кинематических параметров механизма с группой 2-го вида 2-го класса

Для выше приведенной группы проекции векторов на оси системы координат

$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 = S_B + l_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1 = l_2 \cdot \sin \varphi_2$$

из второго уравнения можно определить  $\varphi_2$

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{l_0 + l_1 \sin \varphi_1}{l_2} = \arcsin \frac{\lambda_{01} + \sin \varphi_1}{\lambda_{21}}$$

где

$$\lambda_{21} = \frac{\ell_2}{\ell_1}, \lambda_{01} = \frac{\ell_0}{\ell_1}$$

из первого уравнения определяем  $S_B$

$$S_B = \ell_1 (\lambda_{21} \cdot \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1)$$

3. Полученные проекции векторов, дифференцируем по времени и определяем неизвестные скорости

$$-\ell_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 = V_B - \ell_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2$$

$$\ell_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1 = \ell_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos \varphi_2$$

из второго уравнения выражаем  $\omega_2$  и после преобразования получим

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \varphi_1}{\lambda_{21} \cdot \cos \varphi_2}$$

из первого уравнения после преобразования находим  $V_B$

$$V_B = \omega_1 \cdot \ell_{AO_1} \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2}$$

5. Полученные проекции векторов, дважды дифференцируем по времени и определяем неизвестные ускорения

$$-\ell_1 (\varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1 + \omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1) = a_B - \ell_2 (\varepsilon_2 \cdot \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2)$$

$$\ell_1 (\varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1 - \omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1) = \ell_2 (\varepsilon_2 \cdot \cos \varphi_2 - \omega_2^2 \cdot \sin \varphi_2)$$

из второго уравнения можно определить  $\varepsilon_2$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1^2}{\cos \varphi_2} \left[ \frac{(\omega_2)^2}{(\omega_1)^2} \sin \varphi_2 - \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_{21}} \right]$$

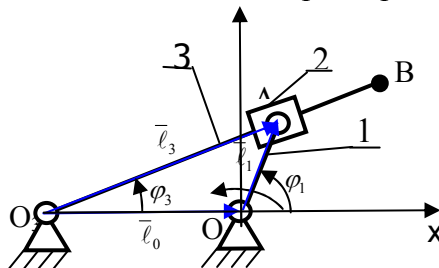
из первого уравнения можно определить  $a_B$

$$a_B = \left( \varepsilon_1 \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2} + \frac{\omega_1^2}{\cos \varphi_2} \left[ \lambda_{21} \frac{(\omega_2)^2}{(\omega_1)^2} - \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right] \right) \cdot (AO_1)$$

**Все знаки угловых и линейных кинематических параметров, полученных в результате решения аналитических выражений, относятся к выбранной системе координат.**

Используя, приведенную выше методику, можно вывести аналитические выражения для кинематических параметров механизмов с другими двухповодковыми группами, из которых состоит подавляющее большинство механизмов.

## 2.2. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 3-го вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует кулисный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; звено 2 – кулисный камень; звено 3 – коромысло (кулиса);  $O_1O_2$  – расстояние между опорами (длина стойки).

В этом механизме, если знать угловые параметры 3-го звена (а оно является выходным), то можно будет определить кинематические параметры любой точки этого звена.

Положения звеньев определяются параметрами.

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$\varphi_3 = \arctg \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_{01} + \cos \varphi_1}$$

Скорости звеньев определяются параметрами.

$\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена (известна).

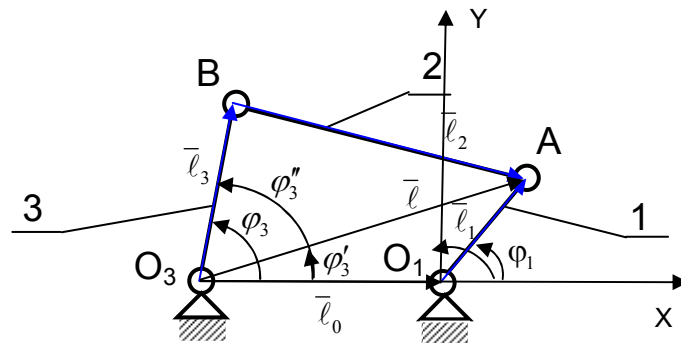
$$\omega_2 = \omega_3 = \omega_1 (1 + \lambda_{01} \cos \varphi_1) \frac{(\sin \varphi_3)^2}{(\sin \varphi_1)^2}$$

Ускорение звеньев определяются параметрами.

$\varepsilon_1$  – ускорение ведущего звена (известно).

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1} + \omega_1^2 \lambda_{01} (1 - \lambda_{01}^2) \frac{(\sin \varphi_3)^4}{(\sin \varphi_1)^4} \sin \varphi_1.$$

### 2.3. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 1-го вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует кривошипно-коромысловый механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; звено 2 – шатун; звено 3 – коромысло;  $O_1O_3$  – расстояние между опорами (длина стойки).

В этом механизме, как и в предыдущем случае, необходимо определить угловые параметры 3-го звена.

Положения звеньев определяются угловыми параметрами

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$\varphi'_3 = \arctg \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_{01} + \cos \varphi_1}$$

$$\varphi_3 = \varphi'_3 + \arccos \left( \frac{\lambda_{31}^2 - \lambda_{21}^2}{\sin \varphi_1} + \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi'_3} \right) \frac{1}{2\lambda_{31}}$$

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{\sin \varphi_1 - \lambda_{31} \sin \varphi_3}{\lambda_{21}}$$

где  $\lambda_{01} = \frac{O_1 O_3}{AO_1}$ ,  $\lambda_{21} = \frac{AB}{AO_1}$ ,  $\lambda_{31} = \frac{BO_3}{AO_1}$

Скорости звеньев определяются параметрами

$\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена (известна).

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

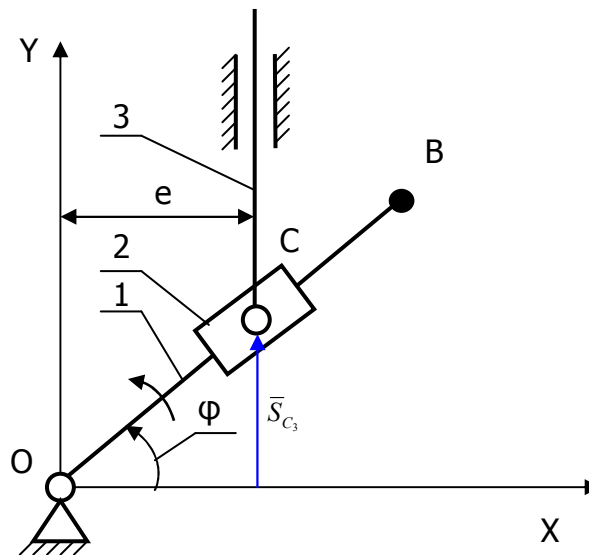
Ускорение звеньев определяются параметрами

$\varepsilon_1$  – угловое ускорение ведущего звена (известно).

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - \omega_3^2 \lambda_{31} - \omega_2^2 \lambda_{21} \cos(\varphi_2 - \varphi_3)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\omega_2^2 \lambda_{21} + \omega_3^2 \lambda_{31} \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

2.4. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 4-го вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образуют тангенсный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее;  $e$  – дезаксиал.

Положения звеньев определяются параметрами.

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$S_{C_3} = e \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$$

Скорости звеньев определяются параметрами.

$\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена (известна).

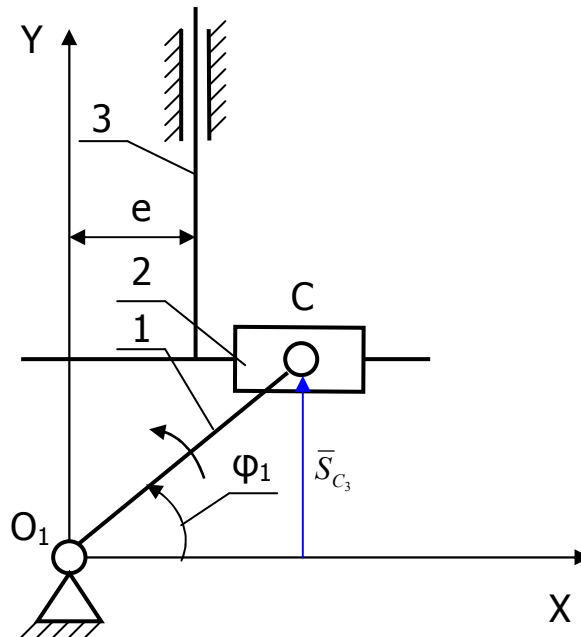
$$V_{C_3} = \omega_1 e \frac{1}{\cos^2 \varphi_1}$$

Ускорение звеньев определяются параметрами.

$\varepsilon_1$  – угловое ускорение ведущего звена (известно).

$$a_{C_3} = (\varepsilon_1 + 2\omega_1^2 \operatorname{tg} \varphi_1) \frac{e}{\cos^2 \varphi_1}$$

## 2.5. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 5-вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует синусный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее;  $e$  – дезаксиал.

Положения звеньев определяются параметрами.

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$S_{B_3} = (BO_1) \sin \varphi_1$$

Скорости звеньев определяются параметрами.

$$V_{B_3} = \omega_1 (BO_1) \cos \varphi_1$$

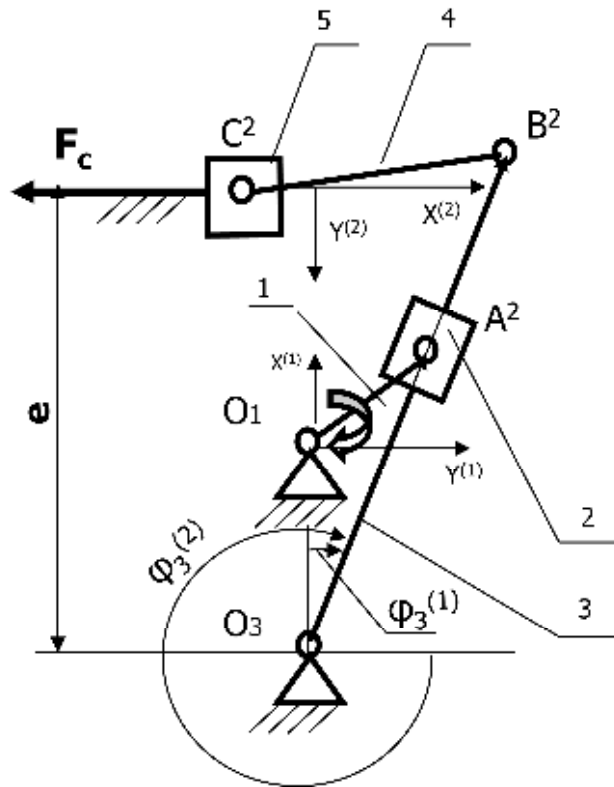
Ускорения звеньев определяются параметрами.

$\varepsilon_1$  – угловое ускорение ведущего звена (известно).

$$a_{B_3} = \varepsilon_1 (BO_1) \cos \varphi_1 - \omega_1^2 (BO_1) \sin \varphi_1$$

3. Уравнения связи кинематических параметров звеньев, входящих в смежные контуры.

Получение уравнения связи кинематических параметров звеньев, входящих в смежные контуры рассмотрим на примере механизма поперечно-строгального станка, состоящего из двух групп 3-го и 2-го вида.



Так как в первом замкнутом контуре угол  $\varphi_3^{(1)}$  измеряется от оси  $x^{(1)}$  в сторону  $y^{(1)}$ , а во втором замкнутом контуре тот же угол измеряется от оси  $x^{(2)}$  в сторону  $y^{(2)}$ , то  $\varphi_3^{(2)}$  связан с  $\varphi_3^{(1)}$  уравнением  $\varphi_3^{(2)} = \varphi_3^{(1)} + 270^\circ$ .

#### 1. 4 Лекция № 5 ( 2 часа).

##### Тема: «Кинематический анализ зубчатых механизмов»

##### 1.4.1. Вопросы лекции:

1. Передаточное отношение в зубчатом механизме.
2. Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колёс.
3. Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колёс.
4. Сложные зубчатые механизмы.

##### 1.4.2. Краткое содержание вопросов



## 1. Передаточное отношение в зубчатом механизме.

Зубчатые механизмы предназначены для преобразования и передачи вращательного движения, следовательно, основными кинематическими параметрами, характеризующие вращательное движение, будут угол поворота ( $\varphi$ ), угловая скорость ( $\omega$ ) и угловое ускорение ( $\varepsilon$ ) звеньев. Эти параметры ведомых звеньев всегда можно будет найти, если будет известно передаточное отношение  $u_{k\ell}$ . Где  $k$  и  $\ell$  - номера подвижных звеньев зубчатого механизма

**Передаточным отношением  $u_{k\ell}$  называется отношение угловой скорости  $k$ -го звена к угловой скорости  $\ell$ -го звена.**

$$u_{k\ell} = \frac{\omega_k}{\omega_\ell} \quad (1)$$

Понятие передаточного отношения относится к любым подвижным звеньям механизма (и не только зубчатого). Если передаточное отношение в зубчатом механизме определено в направлении силового потока, то оно называется **передаточным числом**.

Задачей кинематического анализа зубчатой передачи является нахождение передаточного отношения через отношения размерных параметров её звеньев.

## 2. Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колёс

### 2.1. Передаточное отношение одноступенчатых зубчатых передач

Для передачи с внешним зацеплением зубчатых колёс (условное изображение двумя методами представлено на рисунке 1) передаточное отношение будет равно

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{r_{w_2} \cdot 2\pi / p_w}{r_{w_1} \cdot 2\pi / p_w} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (2)$$

где  $p_w$  – шаг по начальной окружности (у обоих колёс он должен быть одинаковым, иначе их невозможно было бы ввести в зацепление)

Изображенные окружности при вращении колёс в точке касания (полусе зацепления) перекатываются друг по другу без скольжения, т.е. они являются центроидами в относительном движении друг относительно друга. Центроиды в относительном движении называются начальными окружностями с радиусами  $r_{w_1}$  и  $r_{w_2}$

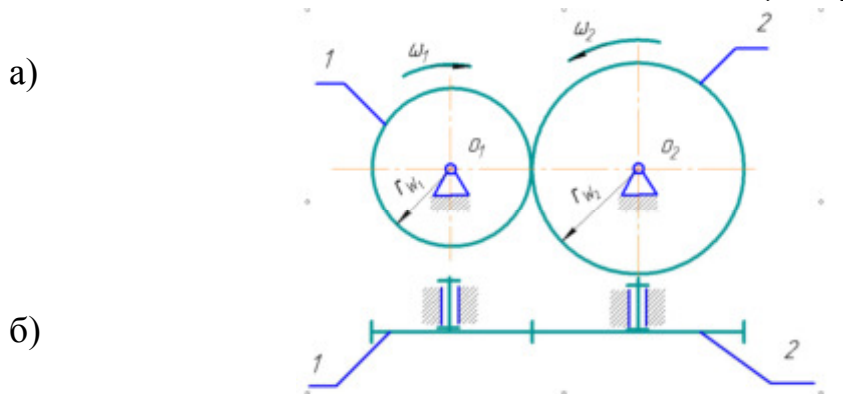


Рисунок 1. Одноступенчатая зубчатая передача с внешним зацеплением

Для передачи с внутренним зацеплением зубчатых колёс (см. рисунок 2)

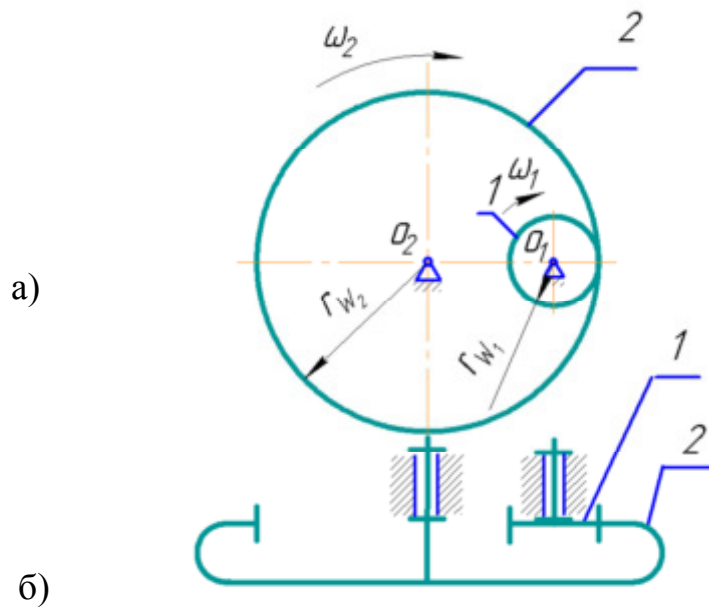


Рисунок 2. Одноступенчатая зубчатая передача с внутренним зацеплением

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_{W_2}}{r_{W_1}} = \frac{z_2}{z_1} \quad (3)$$

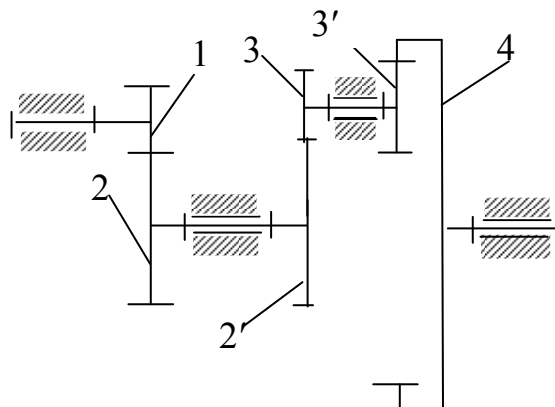
В общем случае можно записать

$$u_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (4)$$

где плюс - для внутреннего зацепления, а минус - для внешнего зацепления.

## 2.2. Передаточное отношение многоступенчатых зубчатых передач

Возьмём какой-то многоступенчатый зубчатый механизм с неподвижными осями колёс и изобразим его только вторым методом (б).



По определению передаточное отношение всего механизма будет равно

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4}$$

Если взять и формально перемножить передаточные отношения каждой ступени мы получим

$$u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = u_{14}$$

Таким образом мы доказали, что передаточное отношение многоступенчатой зубчатой передачи определяется произведением передаточных отношений каждой ступени, образующих эту передачу. Для данного механизма, передаточное отношение через число зубьев будет равно

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z_{2'}}\right) \frac{z_4}{z_3}$$

Или в общем случае

$$u_{1n} = (-1)^k \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_{2'}} \dots \frac{z_n}{z_{(n-1)'}} \quad (5)$$

**Передаточное отношение в многоступенчатом зубчатом механизме определяется по выражению (5) где  $k$  – число внешних зацеплений, а отношения чисел зубьев в этом ряду записаны как отношение числа зубьев последующего колеса к числу зубьев предыдущего колеса, если идти в направлении, указанном в передаточном отношении.**

В нашем примере, при определении передаточного отношения  $u_{14}$  нужно идти от 1-го колеса к 4-му. В этой цепочке два внешних зацепления ( $k=2$ ), так как только внешнее зацепление меняет знак отношения.

### 3. Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колёс

#### 3.1. Дифференциальные зубчатые механизмы

**Дифференциальным зубчатым механизмом будем называть зубчато-рычажный механизм, имеющий две или более степеней подвижности и предназначенный для сложения (разложения) скоростей.**

Схема одного из возможных дифференциальных механизмов изображена на рисунке 1. Звено Н (от немецкого слова Nabel – рычаг), на котором установлены колёса 2 и 2' с подвижной геометрической осью, называется водилом. Звено 2, совершающее сложное движение (вращение вокруг своей оси и вращение вместе с водилом вокруг оси колеса 3), называется сателлитом. Колёса, оси которых совпадают с осью водила, называются центральными.

Для изображённого механизма степень подвижности будет равна

$$W = 3 \cdot n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2$$

Степень подвижности  $W$  механизма показывает, что двум звеньям дифференциала необходимо сообщить независимые движения (задать два закона движения), чтобы получить определённую движение всех остальных звеньев.

Для того, чтобы можно было использовать выражение (5), воспользуемся методом обращённого движения, который позволяет остановить одно звено в механизме, а все остальные звенья изменят свою угловую скорость на одну и ту же величину. При этом относительные скорости звеньев в механизме не изменятся.

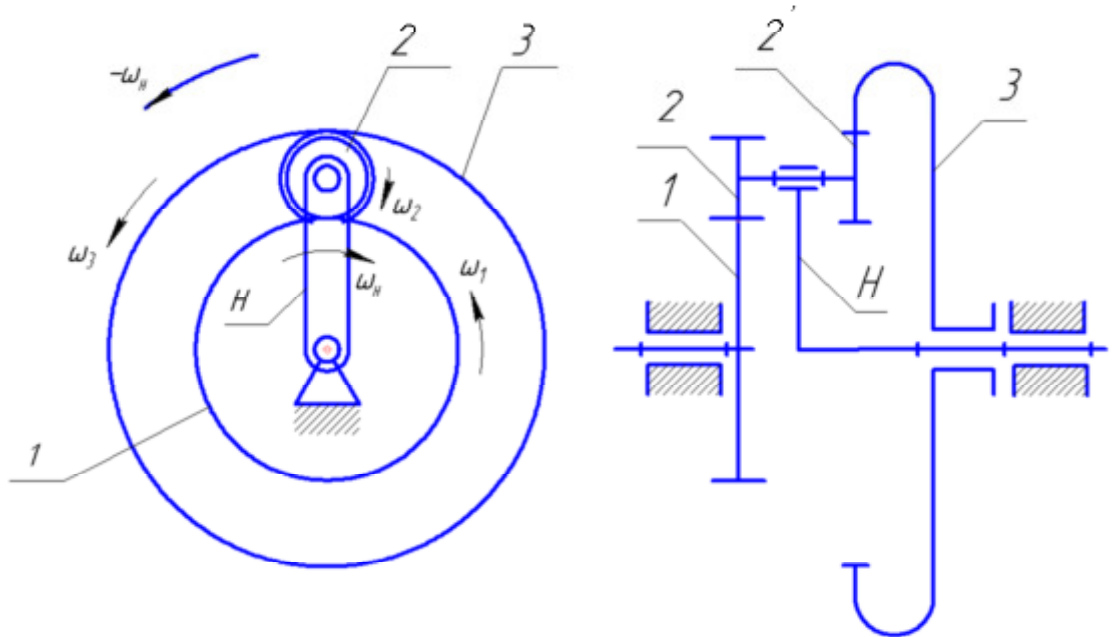


Рисунок 1. Схема дифференциального механизма

Дадим всему механизму (вместе со стойкой) угловую скорость  $-\omega_H$ , тогда угловые скорости звеньев механизма в обращённом движении ( $\omega^H$ ) будут равны

$$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$$

$$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$$

$$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$$

$$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$$

Т.е., водило остановится (фактически будет являться стойкой) и мы получим механизм с неподвижными осями колёс. Теперь можно воспользоваться выражением (5).

$$u_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1)^1 \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'}$$

В общем случае, для любого дифференциального механизма, можно записать (формула Виллиса для дифференциального механизма)

$$u_{kl}^H = \frac{\omega_k - \omega_H}{\omega_l - \omega_H} \quad (6)$$

где  $u_{kl}^H$  - передаточное отношение от k-го звена к l-му в «обращённом» механизме (в предположении, что водило H неподвижно)

### 3.2. Планетарные механизмы

**Планетарным будем называть зубчато-рычажный механизм, имеющий одну степень подвижности.**

Если в предыдущем механизме с  $W=2$  одно из центральных колёс прикрепить к стойке (т.е. сделать неподвижным), то получится планетарный механизм (рисунок 2)

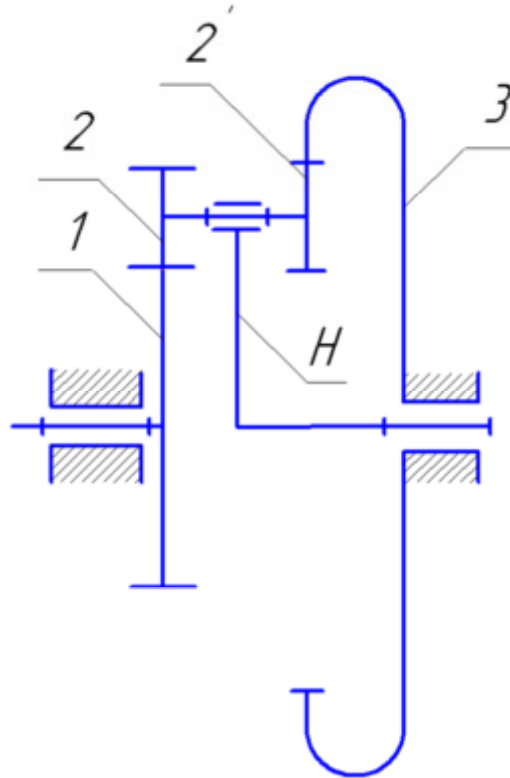


Рисунок 2. Схема планетарного механизма

Степень подвижности этого механизма

$$W = 3 \cdot n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$$

В планетарном механизме  $\omega_3 = 0$ , тогда формула Виллиса (6) будет иметь вид

$$u_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = -1 + u_{1H}$$

или

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H \quad (7)$$

Где  $u_{1H}$  - передаточное отношение от колеса 1 к водилу H.

В общем случае для любого планетарного механизма можно определить передаточное отношение от подвижного колеса к водилу (формула (8)).

$$u_{kH} = 1 - u_{k0}^H \quad (8)$$

Где 0 – номер неподвижного центрального колеса, которое называется опорным.

$u_{k0}^H$  - передаточное отношение от подвижного колеса k к неподвижному O в «обращённом» движении.

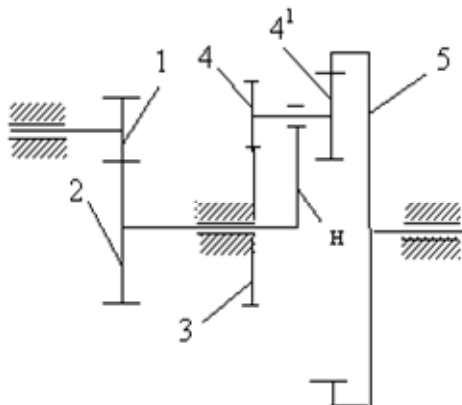
По формуле (8) можно определить любое передаточное отношение между подвижными звеньями в планетарном механизме.

$$\text{- от колеса к колесу } u_{kl} = \frac{\omega_k}{\omega_l} = \frac{\omega_k / \omega_H}{\omega_l / \omega_H} = \frac{u_{kH}}{u_{lH}} \quad (9)$$

$$\text{- от водила к колесу } u_{Hk} = \frac{\omega_H}{\omega_k} = \frac{\omega_H / \omega_H}{\omega_k / \omega_H} = \frac{1}{u_{kH}} \quad (10)$$

#### 4. Сложные зубчатые механизмы.

Сложными будем называть зубчатый механизм, в состав которого входит зубчатый механизм с неподвижными осями колес и зубчато-рычажный механизм с подвижными осями колес. В этом случае общее передаточное отношение будет находиться как произведение передаточных отношений каждого из них. Например для механизма, изображенного на рисунке 3 оно будет равно  $u_{15} = u_{12} \cdot u_{52}$



### 1. 5 Лекция № 6 ( 2 часа).

Тема: «Кинематический анализ и синтез кулачковых механизмов»

#### 1.5.1. Вопросы лекции:

1. Методы кинематического анализа кулачковых механизмов. Метод замены высшей кинематической пары на низшие. Метод диаграмм.
2. Выбор закона движения выходного звена кулачкового механизма. Аналоги скоростей и ускорений. Удары в кулачковом механизме.
3. Профилирование кулачка по заданному закону движения выходного звена. Выбор радиуса ролика и радиуса тарелки.

### 1.5.2. Краткое содержание вопросов

1. Методы кинематического анализа кулачковых механизмов. Метод замены высшей кинематической пары на низшие. Метод диаграмм.

**Кулачковым называется механизм, в составе которого кроме низших кинематических пар входят и высшие кинематические пары.**

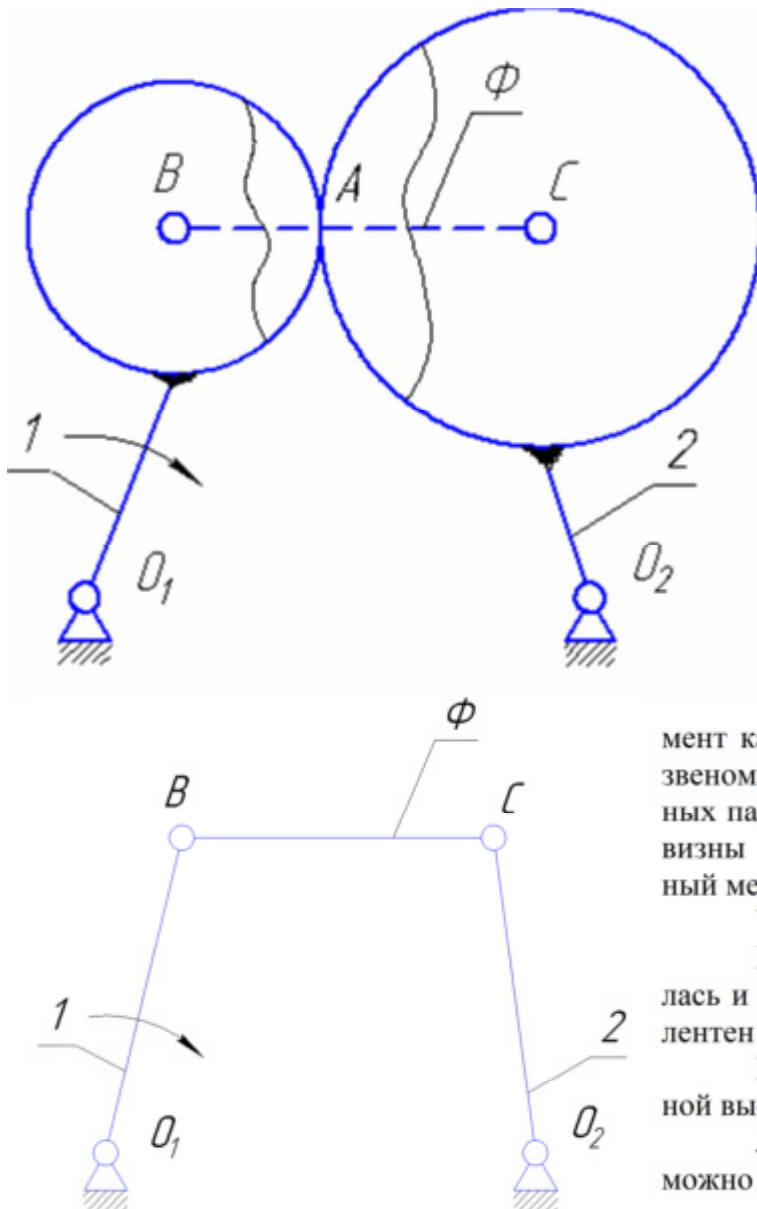
Кулачковые механизмы нашли широкое применение в технике (газораспределительные механизмы, командо-аппараты и т.д.) благодаря своей простоте (всего 2-3 звена) и возможностью выполнить практически любой закон движения.

Рассмотрим несколько методов исследования кулачковых механизмов.

1.1. Исследование кулачковых механизмов методом замены высшей КП низшими парами

Вначале рассмотрим специальный кулачковый механизм, в котором звенья, связанные с элементами высшей КП представляют собой правильные круги (основной случай). Степень подвижности этого механизма

$$W = 3_n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$$



Если двигать первое звено, второе также будет двигаться, но расстояние между центрами кругов В и С в любом случае будет постоянно. Следовательно, если образовать в точках В и С вращательные кинематические пары и соединить их звеном, то оно мешать движению не будет. Это условное звено обычно называют фиктивным звеном. Если выбросить части звеньев в окрестности КП А (на рисунке ограничено плавными тонкими линиями), то, с учетом фиктивного звена, движение первого и второго звена не изменится.

Что мы сделали? Мы образовали вращательные КП в центрах окружностей. Один элемент каждой пары соединили с фиктивным звеном, а второй элемент этих вращательных пар соединили со звеном, в центре кривизны которого образовали КП. Полученный механизм называется заменяющим.

$$W = 3_n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

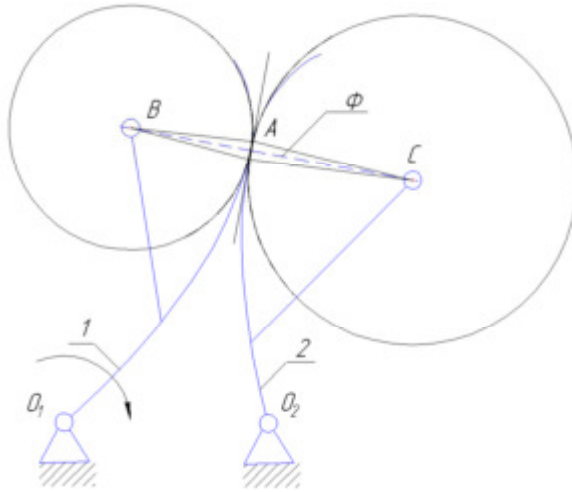
Его степень подвижности не изменилась и в кинематическом смысле он эквивалентен действительному механизму.

Рассмотрим механизм с произвольной высшей КП (общий случай).

Любую кривую в какой-то точке можно заменить другой кривой с разной

степенью точности. Если касательной в точке, то ошибка будет первого порядка. Если кругом кривизны, то ошибка будет третьего и более высоких порядков малости. Следовательно, кривая окружности в точке касания эквивалентна самой кривой до производных второго порядка включительно. И этой ошибкой можно пренебречь.

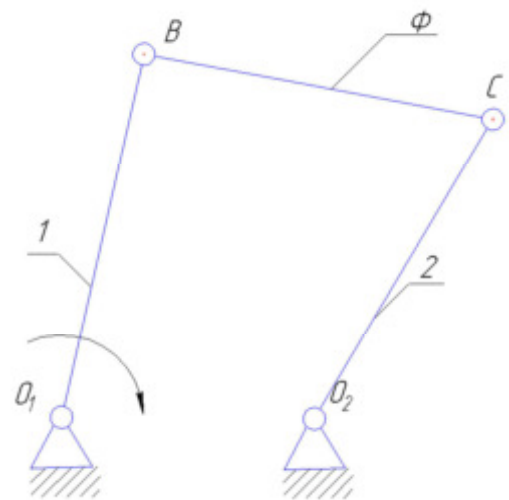
Таким образом, заменяющий механизм будет эквивалентен в кинематическом смысле механизму с высшими парами до производных второго порядка включительно.



Полученный заменяющий механизм будет эквивалентен только для данного положения действительного механизма, так как в общем случае длина фиктивного звена, как и первого и второго звена будут изменяться. Теперь можно проводить кинематическое исследование шарнирно-рычажного механизма известными методами.

Частные случаи замены высшей пары на низшие рассмотрены в литературе.

Как построить эти круги? Для этого необходимо найти центры кривизны звеньев в точке контакта любым методом (в данном случае определены методом хорд), которые и будут являться центрами кругов. Далее все делается, как и в основном случае.



## 1.2. Метод кинематических диаграмм.

Рассмотрим конкретный кулачковый механизм.

**Ведущее звено кулачкового механизма, имеющее криволинейный контур называется кулачком (1). Сопряженное с ним звено называется толкателем (2).** Толкатели могут двигаться поступательно или качаться относительно неподвижной точки.

**Часть толкателя, на которой расположен элемент высшей кинематической пары, называется башмаком.**

Фазовые углы, их типовые названия:

$\varphi_y$  - фазовый угол удаления (подъема) толкателя;

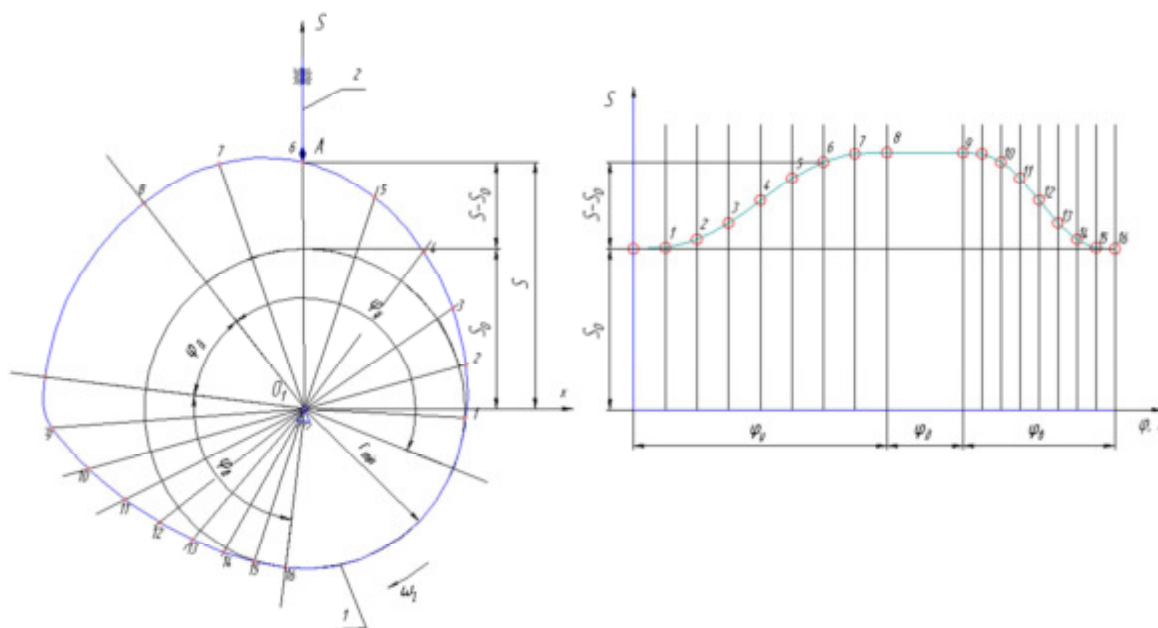
$\varphi_d$  - фазовый угол дальнего стояния толкателя;

$\varphi_v$  - фазовый угол возвращения (опускания) толкателя;

$\varphi_b$  - фазовый угол ближнего стояния толкателя.

В данном случае возьмем копьевидный башмак (наконечник толкателя в виде копы) и хотя он не конструктивен, так как быстро изнашивается, но удобен для теории. В конструкциях кулачковых механизмов чаще используются башмаки в виде ролика или плоской тарелки. Как от копьевидного башмака перейти к ролику или тарелке рассмотрим позднее.





Для построения диаграммы перемещения толкателя (точки  $A_2$ ) выберем оси системы координат. Ось  $X$  перпендикулярна перемещению толкателя, а ось  $S$  перпендикулярна оси  $X$  и проходит через точку  $O_1$ .  $S_0$  – минимальное расстояние толкателя от оси вращения кулачка.

Строим диаграмму перемещений, для этого по оси абсцисс откладываем в масштабе фазовые углы  $\varphi_у$ ,  $\varphi_в$  и  $\varphi_з$  (при постоянной угловой скорости кулачка угол его поворота будет прямо пропорционален времени), а по оси ординат – перемещение точки  $A_2$ . Разбиваем фазовые углы удаления и возвращения, как на кулачковом механизме, так и на диаграмме, на равные части. В данном случае углы разбиты на 8 равных частей, что позволяет получить 9 точек на каждом фазовом угле. Для более точного построения диаграммы количество частей может быть увеличено. На кулачковом механизме проще разделить дуги окружности с радиусом  $r_{\min}$  на фазовых углах удаления и возвращения и провести через полученные точки радиальные лучи, которые имитируют положение оси толкателя в обратном движении. Измеряем расстояние от точки  $O_1$  до точки  $A$  на оси толкателя в каждом его положении и откладываем на диаграмме. Можно измерять от окружности радиусом  $r_{\min}$  до точки  $A$  (значения  $S-S_0$ ) и откладывать на диаграмме от  $S_0$ .

Полученная диаграмма является функцией перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка, а при постоянной угловой скорости кулачка – в зависимости от времени. Для определения скорости и ускорения толкателя необходимо два раза продифференцировать по времени полученную функцию перемещения (графически или аналитически).

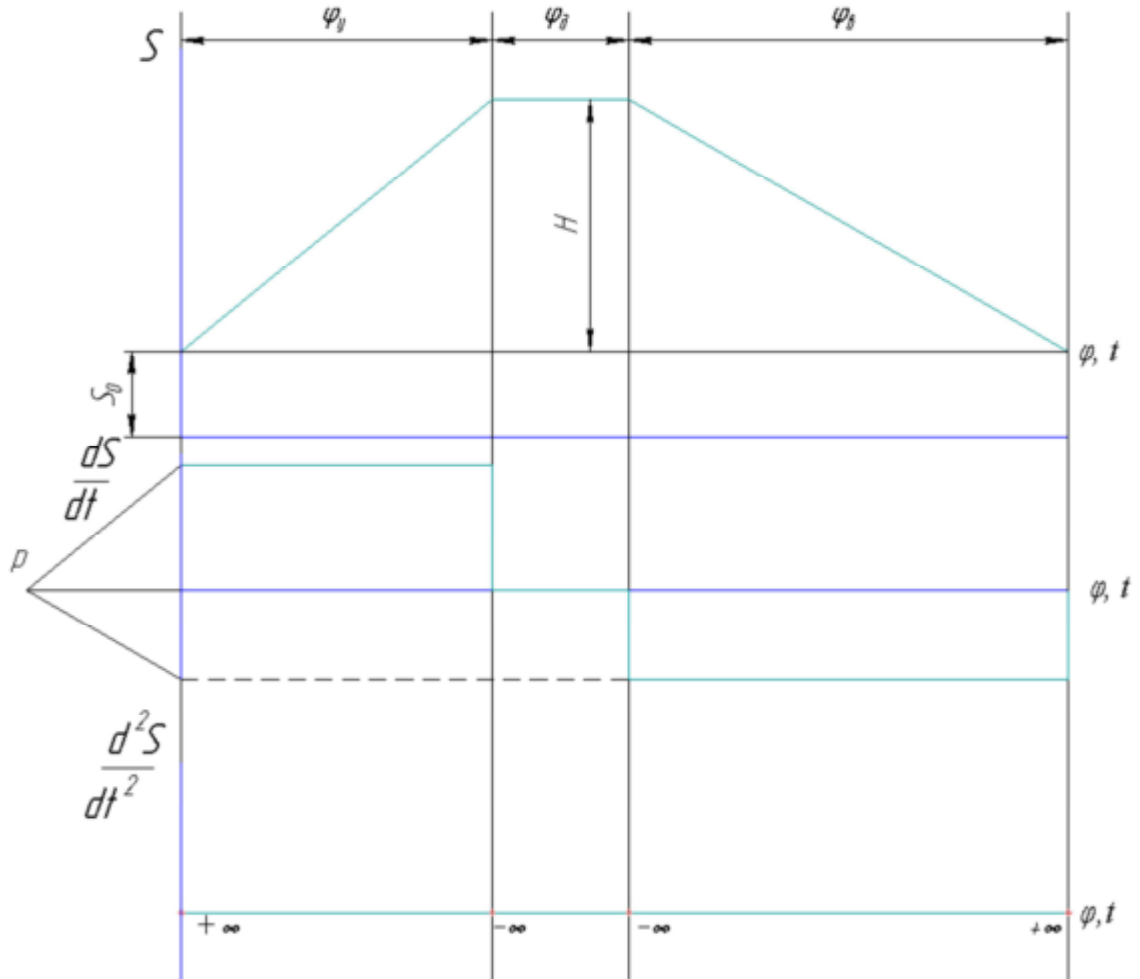
$$V_{A_2} = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \omega_1 \cdot \frac{dS}{d\varphi}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_1 \cdot dS / d\varphi) = \omega_1^2 \cdot \frac{d^2S}{d\varphi^2} \quad (\omega_1 = \text{const})$$

Где  $\frac{dS}{d\varphi}$  и  $\frac{d^2S}{d\varphi^2}$  – аналоги скорости и ускорения толкателя, которые не зависят от закона движения кулачка, а зависят только от его профиля.

## 2. Выбор закона движения выходного звена кулачкового механизма. Аналогии скоростей и ускорений. Удары в кулачковом механизме.

Кулачковый механизм применяется там, где требуется выполнить наперед заданный закон движения толкателя. Из условий технологического процесса определяются необходимая величина хода и фазовые углы движения толкателя. Какой закон движения лучше всего взять? Рассмотрим наиболее простой закон, когда функция перемещения представляет собой прямые отрезки и проанализируем его (см. рисунок).



Из анализа видно, что при постоянных скоростях толкателя на фазовых углах удаления и возвращения на диаграмме ускорения в четырех точках имеются разрывы функции (ускорение равно бесконечности). Так как толкатель имеет массу, то к нему будет мгновенно прикладываться сила инерции.

**Мгновенное приложение силы называется ударом**

**При мгновенном приложении бесконечной по величине силы возникает жесткий удар, если мгновенно приложена конечная сила – мягкий.**

Неприятности выявляются при рассмотрении диаграммы ускорения, поэтому функция перемещения толкателя от углового перемещения кулачка обычно выбирается в виде диаграммы изменения второй производной перемещения по углу поворота кулачка

$\frac{d^2S}{d\varphi^2}$  или  $\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}$  в зависимости от угла поворота кулачка  $\varphi$ .

Этот параметр (аналог ускорения) пропорционален ускорению толкателя и, при постоянной угловой скорости кулачка, равен произведению квадрата угловой скорости на аналог ускорения. Отсутствие разрывов на этой диаграмме обеспечивает безударность при

возникновении инерционной нагрузки передаваемой толкателем кулачку. Нарушение непрерывности приводит к возникновению ударных инерционных нагрузок.

Практика проектирования кулачковых механизмов определила многообразие приемлемых типовых диаграмм изменения второй производной от перемещения толкателя по углу поворота кулачка. Обычно используются, как безударные типы законов движения толкателя, так и законы движения толкателя допускающие «мягкие» удары, когда законы движения толкателя имеют конечные разрывы функции второй производной от перемещения толкателя по углу поворота кулачка.

Типовые законы движения толкателя для краткости дальнейшего изложения обозначим большими буквами русского алфавита как это сделано на рисунке 2.1.

Так как для профилирования кулачка необходимо иметь функцию перемещения толкателя, то выбранный закон движения кулачка в виде функции ускорения (аналога ускорения) необходимо два раза проинтегрировать. При этом нужно иметь ввиду, что при интегрировании мы получим не  $S$ , а  $S-S_0$ . Интегрировать можно графически [1,2..], а можно получить аналитические выражения.

Все функции, показанные на диаграммах (рисунок 2.1), кусочно-непрерывные. Интегрирование каждого непрерывного куса функции и удовлетворение начальным условиям позволяют определить значения постоянных интегрирования. Тогда результаты интегрирования могут быть представлены выражениями (2.1)...(2.4)

Для толкателя с поступательным движением:

$$\left. \begin{aligned} S - S_0 &= kH \\ \frac{dS}{d\varphi} &= k' \frac{H}{\varphi_Y} \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} &= k'' \frac{H}{\varphi_{Y^2}} \end{aligned} \right\} 0 < \varphi < \varphi_Y \quad (2.1),$$

$$\left. \begin{aligned} S - S_0 &= [1 - k]H \\ \frac{dS}{d\varphi} &= -k' \frac{H}{\varphi_B} \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} &= -k'' \frac{H}{\varphi_{B^2}} \end{aligned} \right\} \varphi_Y + \varphi_D < \varphi < \varphi_Y + \varphi_D + \varphi_B \quad (2.2),$$

Для толкателя, имеющего вращательное движение, зависимости параметров закона движения толкателя от угла поворота кулачка можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \beta - \beta_0 &= k\psi \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= k' \frac{\psi}{\varphi_Y} \\ \frac{d^2\beta}{d\varphi^2} &= k'' \frac{\psi}{\varphi_{Y^2}} \end{aligned} \right\} 0 < \varphi < \varphi_Y \quad (2.3),$$

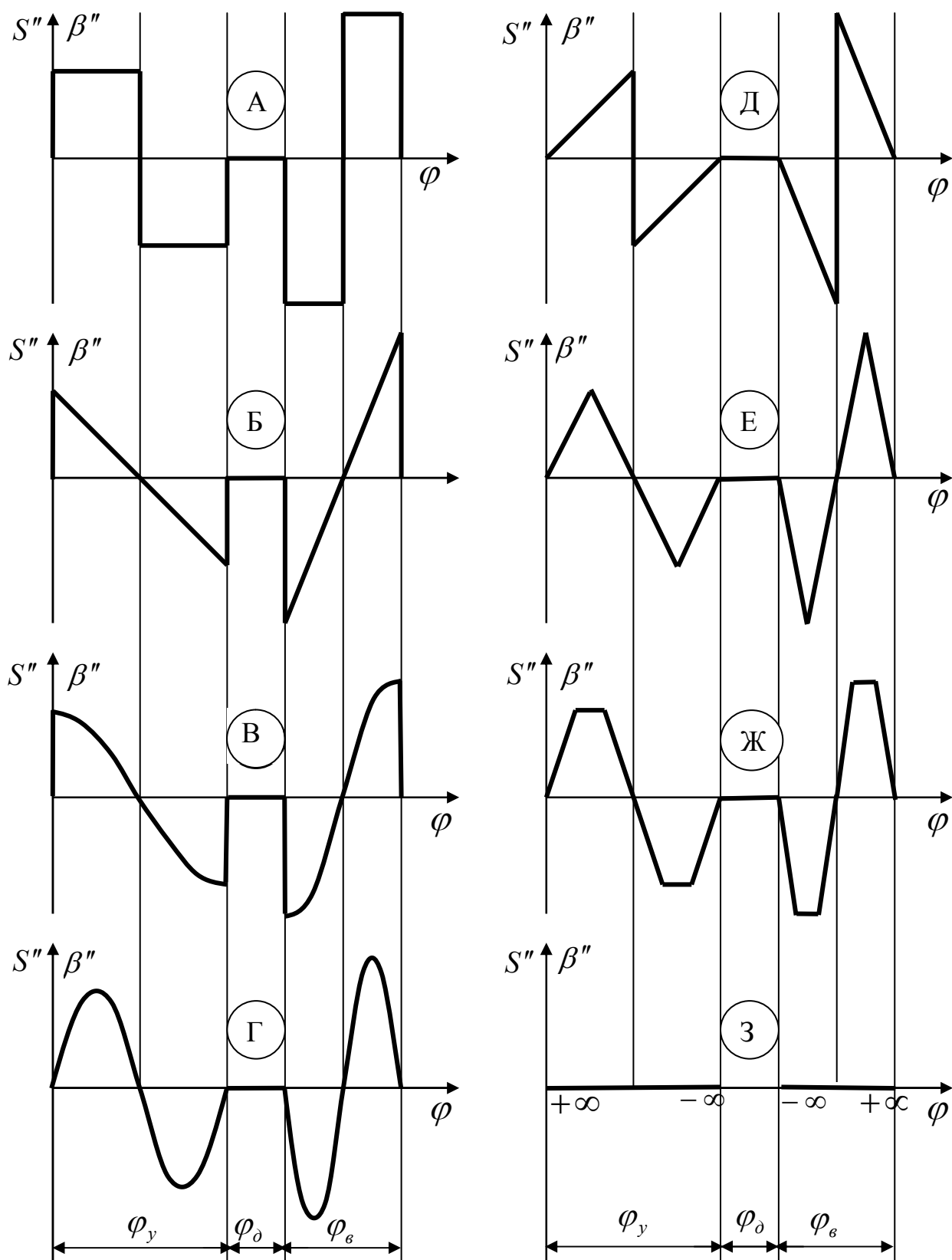


Рисунок 2.1. Типовые законы движения толкателя

$$\left. \begin{aligned} \beta - \beta_0 &= [1 - k] \psi \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= -k' \frac{\psi}{\varphi_B} \\ \frac{d^2\beta}{d\varphi^2} &= -k'' \frac{\psi}{\varphi_{B^2}} \end{aligned} \right\} \varphi_y + \varphi_d < \varphi < \varphi_y + \varphi_d + \varphi_B \quad (2.4),$$

Множители  $k, k', k''$  в правых частях выражений (2.1)...(2.4) являются функциями угла поворота кулачка. Для целей курсового проектирования достаточно определить значение этих функций в ограниченном количестве точек – 9 точках внутри каждого фазового угла. В таблицах 2.1...2.7 приведены значения этих функций для 9-ти равноотстоящих значений поворота кулачка на отрезках фазовых углов удаления и возвращения толкателя.

Для универсального использования функций коэффициенты  $k, k', k''$  приведены для относительных значений угла поворота кулачка к угловой протяженности каждой фазы движения толкателя, то есть в виде

$$\frac{\varphi}{\varphi_y} \text{ и } \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$$

Значения углов в правых частях выражений (2.1)...(2.4) подставляются в радианах.

Таблица 2.1 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа А.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	4,0
1/8	0,03125	0,5	4,0
2/8	0,12500	1,0	4,0
3/8	0,28125	1,5	4,0
4/8	0,50000	2,0	$\pm 4,0$
5/8	0,71875	1,5	$- 4,0$
6/8	0,87500	1,0	$- 4,0$
7/8	0,96875	0,5	$- 4,0$
1,0	1,00000	0	$- 4,0$

Таблица 2.2 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Б.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	6,0
1/8	0,04296875	0,65625	4,5
2/8	0,15662500	1,12500	3,0
3/8	0,31640625	1,40625	1,5
4/8	0,50000000	1,50000	0
5/8	0,68359375	1,40625	$- 1,5$
6/8	0,84375000	1,12500	$- 3,0$
7/8	0,95703125	0,65625	$- 4,5$
1,0	1,00000000	0	$- 6,0$

Таблица 2.3 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа В.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	4,9348020
1/8	0,038006025	0,6011177	4,5591627
2/8	0,146444665	1,1107206	3,4894321
3/8	0,308658300	1,4512266	1,8884669
4/8	0,500000000	1,5707963	0
5/8	0,691341700	1,4512266	– 1,8884669
6/8	0,853553400	1,1107206	– 3,4894321
7/8	0,961939800	0,6011177	– 4,5591627
1,0	1,000000000	0	– 4,9348020

Таблица 2.4 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Г.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0
1/8	0,01246047	0,29289330	4,4428826
2/8	0,09084506	1,00000000	6,2831825
3/8	0,26246047	1,70710675	4,4428826
4/8	0,50000000	2,00000000	0
5/8	0,73753953	1,70710675	– 4,4428826
6/8	0,90915494	1,00000000	– 6,2831825
7/8	0,98753953	0,29289330	– 4,4428826
1,0	1,00000000	0	0

Таблица 2.5 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Д.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0
1/8	0,0078125	0,1875	3,0
2/8	0,0625000	0,7500	6,0
3/8	0,2109375	1,6875	9,0
4/8	0,5000000	3,0000	$\pm 12,0$
5/8	0,7890625	1,6875	– 9,0
6/8	0,9375000	0,7500	– 6,0
7/8	0,9921875	0,1875	– 3,0
1,0	1,0000000	0	0

Таблица 2.6 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Е.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0,0
1/8	0,010416667	0,25	4,0
2/8	0,083333333	1,00	8,0
3/8	0,260416660	1,75	4,0
4/8	0,500000000	2,00	0
5/8	0,739583330	1,75	- 4,0
6/8	0,916666670	1,00	- 8,0
7/8	0,989583330	0,25	- 4,0
1,0	1,000000000	0	0,0

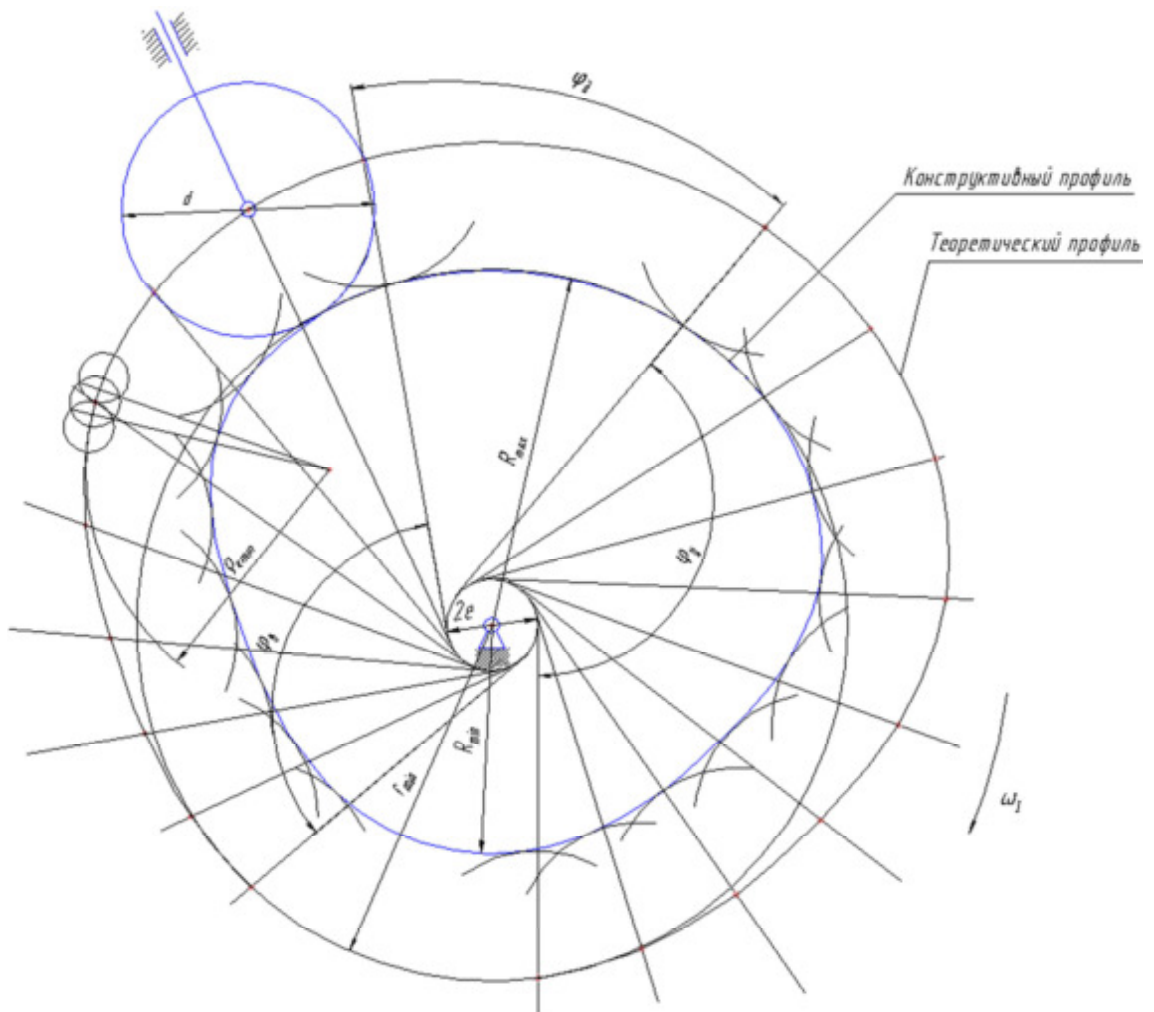
Таблица 2.7 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Ж.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0,0
1/8	0,013888889	0,3333333	5,3333333
2/8	0,097222222	1,0000000	5,3333333
3/8	0,263888889	1,6666667	5,3333333
4/8	0,500000000	2,0000000	0,0
5/8	0,736111111	1,6666667	- 5,3333333
6/8	0,902777778	1,0000000	- 5,3333333
7/8	0,986111111	0,3333333	- 5,3333333
1,0	1,000000000	0	0,0

### 3. Профилирование кулачка по заданному закону движения выходного звена. Выбор радиуса ролика и радиуса тарелки.

Синтез противоположен анализу, поэтому все делается в обратном порядке. Рассмотрим проектирование кулачкового механизма с роликовым толкателем и имеющим дезаксиал (смещение оси поступательной пары толкателя со стойкой относительно оси вращения кулачка).

Порядок профилирования кулачка следующий. Проводим окружности радиусом  $r_{\min}$  и  $e$  и изображаем первое произвольное положение оси толкателя (прямая, касательная к окружности радиусом  $e$ ). Откладываем фазовые углы удаления, дальнего стояния и возвращения в направлении, противоположном вращению кулачка. Делим дуги на фазовых углах удаления и возвращения на равные части (в данном примере дуги разделены на 8 равных частей). Через полученные точки проводим лучи, касательные к окружности радиусом  $e$ , которые имитируют положение оси толкателя в обратном движении механизма. На каждом луче, используя закон движения толкателя (он может быть задан или в виде диаграммы, или в табличной форме, или в виде аналитической функции), откладываем значения  $S-S_0$  от окружности, радиусом  $r_{\min}$ . Соединив полученные точки плавной линией на фазовых углах



удаления и возвращения, мы получим теоретический (центровой) профиль кулачка (для копьевидного башмака толкателя). На фазовых углах дальнего и ближнего стояния этот профиль будет выполнен по дуге окружностей радиусом  $r_{\max}$  (на чертеже не показан) и  $r_{\min}$ .

Для построения конструктивного профиля кулачка необходимо выбрать радиус ролика толкателя ( $r_0$ ). Во избежание пересечения частей профиля кулачка и из условия равной контактной прочности он должен удовлетворять следующим неравенствам [3]

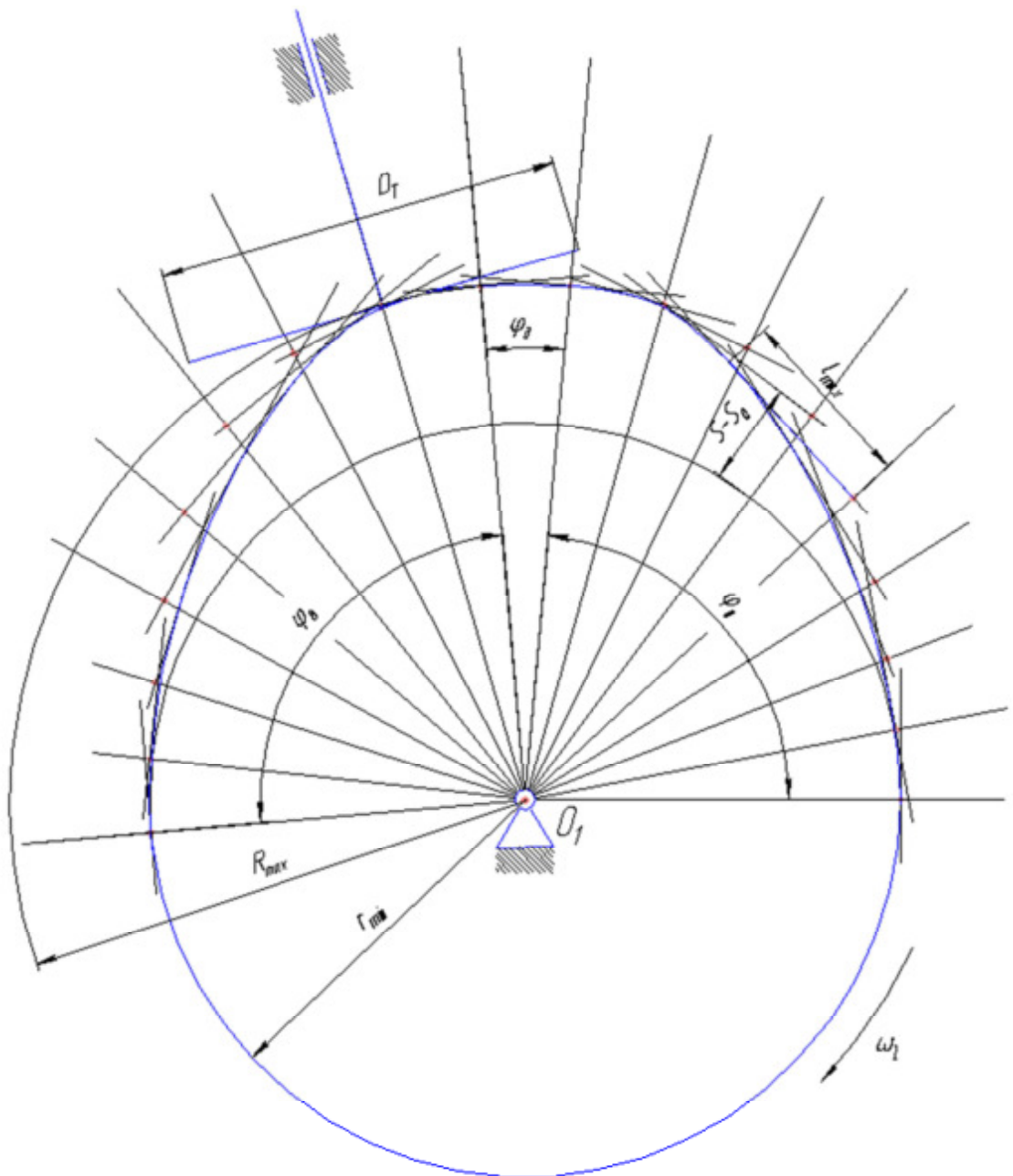
$$\begin{cases} r_0 \leq (0,7 \dots 0,8) \rho_{KP_{\min}} \\ r_0 \leq (0,4 \dots 0,5) \cdot r_{\min} \end{cases}$$

Где  $\rho_{KP_{\min}}$  - минимальный радиус кривизны теоретического профиля кулачка, который определяется любым методом (на данном рисунке он определён методом окружностей) на самом искривленном участке теоретического профиля.

Проектирование кулачкового механизма, в котором башмак толкателя выполнен в виде тарелки, имеет свои особенности. Как правило, в таких кулачковых механизмах дезаксиал в плоскости кулачковой шайбы равен нулю, но он может быть в перпендикулярной плоскости, для того чтобы при работе кулачкового механизма тарелка с толкателем вращалась (уменьшается износ тарелки, увеличивается КПД механизма).

Так же, как и при профилировании кулачкового механизма с роликовым толкателем, проводим окружность радиусом  $r_{\min}$ , откладываем фазовые углы и делим дуги на фазовых углах на равные части. Изображаем положение оси толкателя в виде радиальных лучей и откладываем на них  $S$  (от центра кулачка) или  $S-S_0$  (от окружности радиусом  $r_{\min}$ ).





После нахождения соответствующих точек, проводим через них перпендикуляры относительно лучей, которые имитируют тарелку в обращенном движении. В полученной замкнутой области проводим кривую, касающуюся всех тарелок – это необходимо для передачи непрерывного движения от кулачка к башмаку толкателя по одной линии. Полученный, таким образом, профиль кулачка, является конструктивным профилем.

Радиус тарелки определяем по выражению

$$R_T = \sqrt{l_{\max}^2 + e^2} + 3 \dots 5 \text{ мм},$$

Где:  $l_{\max}$  – максимальное расстояние от оси толкателя до точки касания профиля кулачка тарелкой;

$e$  – дезаксиал толкателя в плоскости, перпендикулярной плоскости кулачковой шайбы.

Для того чтобы спрофилировать кулачок с любым башмаком толкателя, кроме фазовых углов, которые диктуются технологическим процессом, выполняемым кулачком, необходимо выбрать закон движения толкателя и минимальный радиус кулачка.

## 1. 7 Лекция № 7 ( 2 часа).

**Тема:** «Определение основных размеров кулачкового механизма»

### 1.7.1. Вопросы лекции:

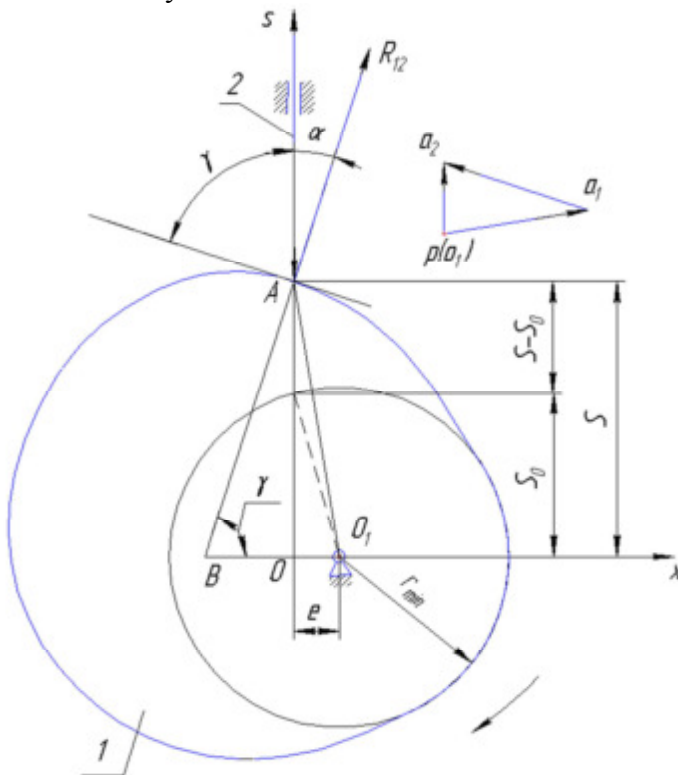
1. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий ограничения угла давления.
2. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий выпуклости профиля кулачка.

### 1.7.2. Краткое содержание вопросов

## 1. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий ограничения угла давления.

Рассмотрим динамику кулачкового механизма с копьевидным башмаком. Как перейти потом к ролику - мы уже знаем. Так как  $r_0 \leq 0,8 \rho_{k.min}$ , то копирование профиля кулачка обеспечено. Следовательно, необходимо выполнить условие не заклинивания толкателя в направляющих.

Рассмотрим дезаксиальный кулачковый механизм.



Углом передачи движения  $\gamma$  называется угол между направлениями векторов относительной и абсолютной скорости толкателя.

$\alpha$  - угол давления.

$$\gamma + \alpha = 90^\circ$$

$\gamma_{\min}$  - предельно допустимый угол передачи движения не вызывающий заклинивание толкателя в направляющих.

Для работоспособности механизма необходимо выполнить условие

$$\gamma \geq \gamma_{\min} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \gamma \geq \operatorname{tg} \gamma_{\min} \quad (2.5)$$

Т.е. в любом положении кулачка, угол передачи движения всегда должен быть больше, в крайнем случае, равен, минимальному углу передачи движения.

Из треугольника АОВ видно

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{S_0 + S - S_0}{BO_1 - e}. \quad (2.6)$$

Используя план скоростей для этого положения механизма, из подобия треугольников  $AO_1B$  и  $ao_1b$  находим

$$\frac{BO_1}{AO_1} = \frac{V_{A_2}}{V_{A_1}} = \frac{\omega_1 \cdot ds/d\varphi}{\omega_1 \cdot AO_1}; \quad BO_1 = ds/d\varphi$$

Тогда

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{S_0 + S - S_0}{ds/d\varphi - e} \quad (2.7)$$

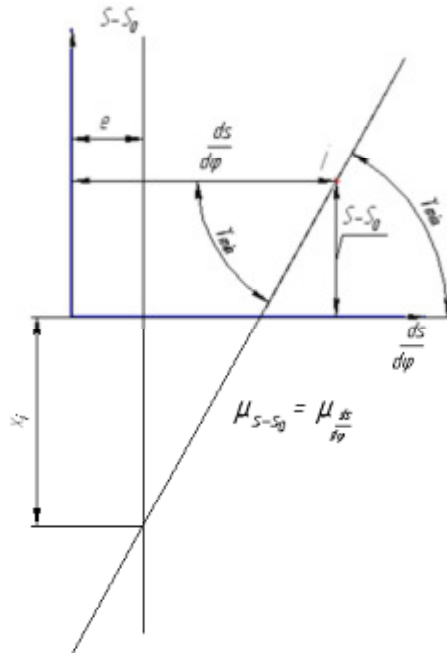


Рисунок 1.1

Из этого выражения видно, что дезаксиал в этом кулачковом механизме, отложенный с плюсом, увеличивает угол передачи движения на рабочем ходу кулачка. Если его отложить в минус, то на рабочем ходу кулачка уменьшится угол передачи движения, т.е. условия работы кулачкового механизма будут хуже, КПД ниже и возможно даже заклинивание толкателя. То же самое произойдет, если кулачек вращать в обратную сторону.

Так как каждому значению  $S-S_0$  соответствует, какое-то значение  $dS/d\varphi$ , то можно построить диаграмму зависимости  $S-S_0 = f(dS/d\varphi)$  (рисунок 1.1)

Через  $i^{10}$  точку в этой системе координат проведем наклонную линию под углом  $\gamma_{\min}$  к оси  $dS/d\varphi$ . На линии дезаксиала эта линия отсечет отрезок  $x_i$ . Из прямоугольного треугольника найдем  $\operatorname{tg} \gamma_{\min}$ .

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{x_i + S - S_0}{ds/d\varphi - e} \quad (2.8)$$

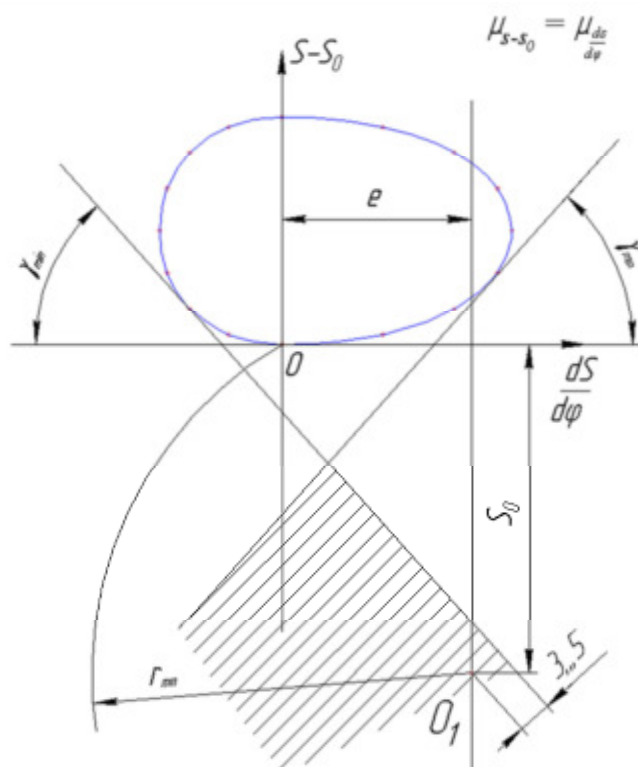


Рисунок 1.2

Сравнивая выражения (2.5), (2.6) и (2.8) можно сделать вывод- для не заклинивания толкателя необходимо выполнить условие, чтобы  $S_0$  было больше любого  $x_i$ . Для того, что бы найти наибольшее значение  $x_i$ , необходимо построить диаграмму  $S_0=f(dS/dφ)$ , и не только для угла удаления, но и для угла возвращения, так как кулачек может провернуться и в противоположную сторону (Рисунок 1.2). Затем провести касательные под углами  $γ_{min}$  и  $180-γ_{min}$  к оси  $dS/dφ$ . При этом масштабные коэффициенты по осям  $dS/dφ$  и  $S-S_0$  должны быть одинаковыми во избежание искажения диаграммы.

## 2. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий выпуклости профиля кулачка.

Кулачковые механизмы с тарельчатым толкателем, как правило, центральные, а дезаксисал  $e$  - это смещение толкателя в плоскости, перпендикулярной плоскости кулачковой шайбы, для вращения и равномерного износа тарелки и повышения КПД кулачкового механизма.

Так как ось толкателя перпендикулярна плоскости тарелки то  $γ = 90^0$  при любом положении кулачка, т.е. условие не заклинивания толкателя в направляющих выполняется.

При плоской тарелке копирование поверхности кулачка возможно только тогда когда он будет выпуклым. Т.е. минимальный радиус кулачка с тарельчатым толкателем определяется из условия копируемости профиля кулачка (условия выпуклости профиля). Для определения минимального размера кулачка рассмотрим положение центра кривизны профиля кулачка в точке контакта тарелки с профилем кулачка (точка В). Радиус кривизны состоит из трёх отрезков -  $S_0$ ,  $S-S_0$  и расстояние от точки В до оси  $x$ . Не сложно доказать, используя план ускорений, что это расстояние численно равно аналогу ускорения толкателя  $d^2S/dφ^2$ .

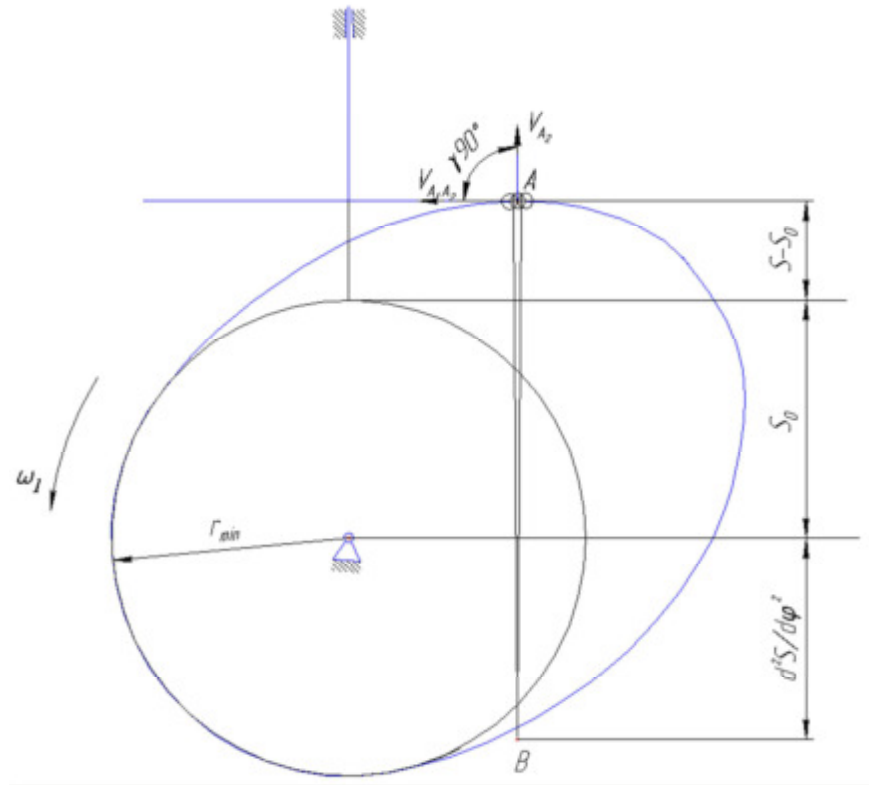


Рисунок 2.1.

план ускорений, что это расстояние численно равно аналогу ускорения толкателя  $d^2S/d\varphi^2$ .

Для того чтобы профиль кулачка в точке контакта был всюду выпуклым, необходимо, чтобы центр кривизны находился ниже точки касания тарелкой профиля кулачка.

$$S_0 + S - S_0 + d^2S/d\varphi^2 > 0$$

Учитывая, что для этого кулачкового механизма  $S_0 = r_{\min}$ , можно определить минимальный радиус кулачка по выражению

$$r_{\min} > -(S - S_0 + d^2S/d\varphi^2)$$

Для определения минимального радиуса кулачка необходимо найти самое большое отрицательное значение скобки и прибавить к нему 7...10 мм, так как профиль кулачка не должен быть плоским. Для этого строим диаграмму  $(S - S_0 + d^2S/d\varphi^2) = f(\varphi, t)$  (рисунок 2.5).

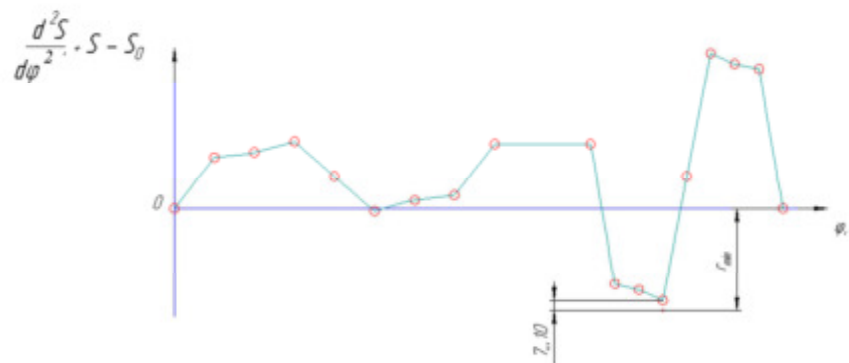


Рисунок 2.2. К определению минимального радиуса кулачка.

## 1. 7 Лекция № 8 (2 часа).

**Тема:** «Проектирование эвольвентных прямозубых колес»

### 1.7.1. Вопросы лекции:

1. Основная теорема зацепления.
2. Эвольвента круга и ее свойства.
3. Геометрические элементы зубчатых колёс.
4. Методы изготовления зубчатых колёс.

### 1.7.2. Краткое содержание вопросов

1. Основная теорема зацепления.

Одно из важнейших кинематических требований – постоянство передаточного отношения

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const}$$

тогда при  $\omega_1 = \text{const}$   $\varepsilon_2 = 0$ , что уменьшает динамические нагрузки на зубья и подшипники, уменьшает шумность передачи.

2<sup>-ое</sup> требование – постоянный контакт пары сопряженных профилей зубьев, что обеспечивает безударность и непрерывность передачи.

Рассмотрим два зуба с произвольным профилем, находящихся в зацеплении (рисунок 1.)

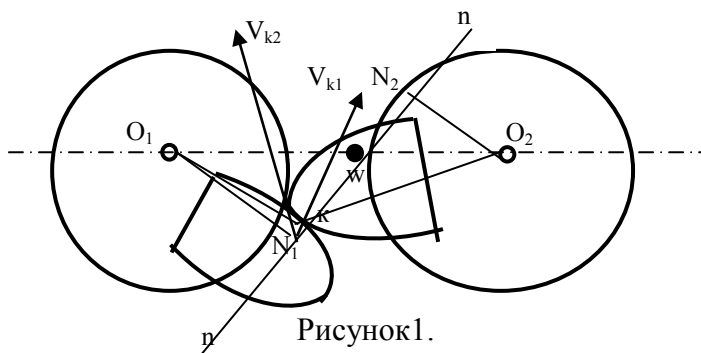


Рисунок 1.

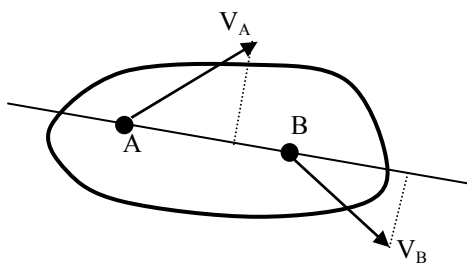


Рисунок 2.

Рассмотрим проекции скоростей  $V_{k1}$  и  $V_{k2}$  на нормаль  $n$ - $n$

$$\text{пр } V_{k1} = \text{пр } V_{k2} \quad (1)$$

иначе произойдет отрыв одного зуба от другого или один контур зуба войдет в другой.

Из теоретической механики известно, что если точки  $A$  и  $B$  принадлежат одному твердому телу (рисунок 2.), то проекции скоростей этих точек на линию их соединяющую, равны. Следовательно  $\text{пр } V_{k1} = \text{пр } V_{N1}$ , а  $\text{пр } V_{k2} = \text{пр } V_{N2}$ , но, следовательно, из условия безударности

$$\begin{aligned} npV_{N_1} &= V_{N_1} = \omega_1 \cdot O_1 N_1 \\ npV_{N_2} &= V_{N_2} = \omega_2 \cdot O_2 N_2 \quad (1) \\ \omega_1 \cdot O_1 N_1 &= \omega_2 \cdot O_2 N_2 \end{aligned}$$

Из подобия треугольников  $O_1 N_1 p$  и  $O_2 N_2 p$

$$\frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 w}{O_1 w} \text{ или } \frac{r_{w_2}}{r_{w_1}}$$

где  $r_{w_1}$ ,  $r_{w_2}$  - радиусы центроид в относительном движении двух колес.

Теорема: Нормаль в точке контакта проходит через полюс зацепления и делит межосевое расстояние обратно пропорционально угловым скоростям.

Так как мы хотим иметь передаточное отношение  $u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = const$ , то радиусы начальных окружностей должны быть постоянны, а это значит, что нормаль в точке контакта зубьев всегда должна проходить через полюс зацепления  $w$ .

Можно брать любые профили зубьев, но они должны удовлетворять основной теореме зацепления.

ГОСТ ограничил количество кривых, по которым описываются профили зубьев. В зубчатых механизмах в качестве профиля используются циклоидальные кривые.

Л.Эйлер занимался изучением профилей зубьев с целью повышения долговечности зубчатых передач и пришел к выводу, что минимальный износ у эвольвентного профиля зуба. В настоящее время, подавляющее большинство зубчатых колес изготавливают с эвольвентным профилем зубьев.

## 2. Эвольвента круга и ее свойства.

Эвольвента круга образуется при перекатывании прямой линии по этому кругу без скольжения (рис.3.), тогда любая точка на этой прямой опишет кривую, которая называется эвольвентой круга.

**Круг, на котором строится эвольвента, называется основным**

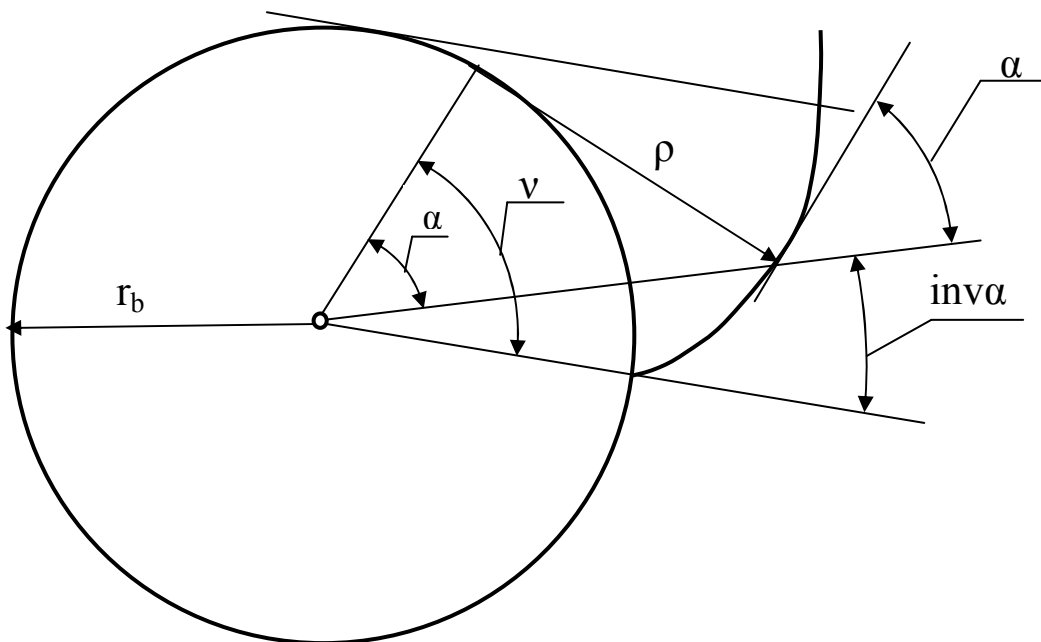


Рисунок 3.

Наиболее важные свойства эвольвенты.

-если провести нормаль в любой точке эвольвенты, то она коснется основной окружности;

-радиус кривизны равен длине дуги основной окружности

-угол  $\alpha$  – называется углом профиля эвольвенты (в частности зуба) в каждой точке.

-  $\text{inv}\alpha$  – эвольвентная функция угла  $\alpha$

$$\rho = r_b \cdot v$$

$$\rho = r_b \cdot \text{tg}\alpha \quad \text{следовательно} \quad v = \text{tg}\alpha$$

$$\text{inv}\alpha = v - \alpha = \text{tg}\alpha - \alpha$$

$\text{inv}\alpha$  - очень часто используется при проектировании зубчатых передач (есть специальные таблицы этой функции).

### 3. Геометрические элементы зубчатых колёс.

Все термины, определения и обозначения стандартизированы и даются по **ГОСТ 16530-83** и **ГОСТ 16531-83**, а расчет геометрии (формулы, порядок расчета) по **ГОСТ 16532-70**.

В основу измерения многих элементов зубчатых колес принята начальная окружность в станочном зацеплении.

***Зацепление проектируемой поверхности зубьев с производящей поверхностью по аналогии с зацеплением нарезаемого колеса с производящей поверхностью режущего инструмента называют станочным зацеплением.***

Если производящее колесо (инструмент) имеет конечное число зубьев, то режущим инструментом может быть долбяк. При бесконечно большом количестве зубьев производящего колеса, оно превращается в рейку.

***Реечный контур, принятый в качестве базового для определения теоретических форм и размеров зубьев, называют исходным контуром.***

Параметры исходного контура также являются стандартными и регламентируются **ГОСТом 13755-81**.

Начальные окружности, которые являются центроидами в относительном движении двух колес, в станочном зацеплении называются делительными окружностями (делят зуб на головку зуба и на ножку зуба).  $d$  – обозначение диаметра делительной окружности ( $r$  – радиуса).

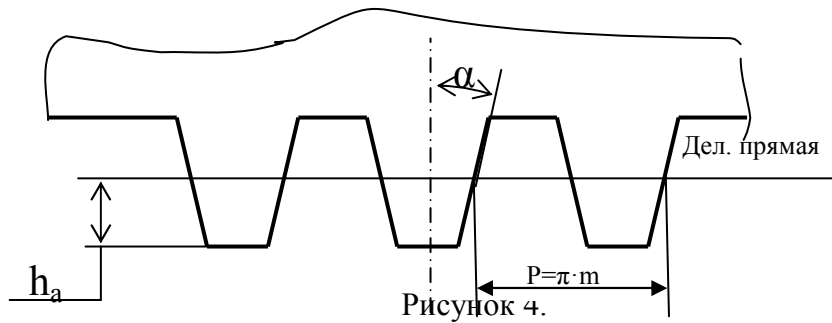
***Расстояние, измеренное по дуге делительной окружности, вмещающее одну ширину впадины и одну толщину зуба, называется шагом зацепления (обозначается –  $p$ ).***

$$\pi d = pz \quad d = (p/\pi)z$$

Если за основу взять шаг зацепления, то точно делительный диаметр посчитать нельзя. Тогда взяли  $p/\pi = m$ . Где  $m$  – назвали модулем и приняли за основу стандартизации в метрической системе мер. Модуль по **ГОСТ 9563-60** измеряется в мм. Таким образом,  $d = mz$ .

Радиальное расстояние от делительной окружности до окружности вершин зубьев называется высотой головки зуба.





В ГОСТе высота исходного контура определяется как  $h_a = h_a^* m$ , где  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба в соответствии с ГОСТ 13755-81 для крупно-

дульных колес ( $m \geq 1 \text{ мм}$ )  $h_a^* = 1$ , для мелкомодульных колес ( $m < 1 \text{ мм}$ )  $h_a^* = 1$ .

Высотой ножки зуба называется радиальное расстояние от окружности впадин до делительной окружности.

$$h_f = m \cdot (h_a^* + c^*)$$

Где  $c^*$  – коэффициент радиального зазора

$c^* = 0,25$  для  $m \geq 1 \text{ мм}$  и  $c^* = 0,35 \dots 0,5$  для  $m < 1 \text{ мм}$

Тогда диаметр вершин зубьев  $d_a$

$$d_a = d + 2h_a$$

По некоторым соображениям, о которых мы поговорим позже, заготовку или зуборезную рейку иногда отодвигают друг от друга на величину  $S = xm$ , где  $x$  – коэффициент смещения.

Тогда  $h_a = m(h_a^* + x - \Delta y)$ , где  $\Delta y$  – коэффициент уравнивающего смещения, который вводится для получения зубчатой передачи без бокового зазора и со стандартной величиной радиального зазора.

Учитывая все выше приведенное, получим

$$d_a = mz + 2m(h_a^* + x - \Delta y)$$

$$d_f = d - 2m(h_a^* + c^* - x)$$

Это все для колес с внешними зубьями. Для колес с внутренними зубьями выражения следующие

$$d_a = mz - 2m(h_a^* + x - 0,2)$$

$$d_f = d + 2m(h_a^* + c^* - x)$$

Для того чтобы получать стандартные колеса, стандартизируют параметры зуборезного инструмента (т.е. параметры исходного контура, а именно  $m, h_a^*, c^*$  и  $\alpha$ ), где  $\alpha = 20^\circ$  – угол профиля зуба исходного контура (рис.4.).

#### 4. Методы изготовления зубчатых колёс.

Обычно используются два способа обработки и получения эвольвентных профилей. Это способ копирования и способ обкатки (огибания).

**При способе копирования боковая поверхность (режущая кромка) инструмента является точной копией боковой поверхности зуба.** За один проход инструмента (модульная пальцевая фреза, модульная дисковая фреза) на заготовке нарезается одна впадина. Затем заготовка поворачивается на угловой шаг (с помощью делительной головки) и снова нарезается одна впадина и т.д. Основным недостаток этого метода – наличие не-

скольких комплектов инструмента для нарезания зубьев одного и того же модуля, так как с изменением числа зубьев на колесе профиль зуба меняется.

Станки и инструменты для нарезания способом копирования:

- а) Станок универсально-фрезерный, инструмент – модульная дисковая фреза.
- б) Станок консольно-фрезерный, инструмент – модульная пальцевая фреза.
- а) Станок протяжный, инструмент – протяжка.
- г) Отливка по готовой модели.

Наиболее часто используется способ обкатки, который заключается в том, что инструмент (в виде колеса, рейки и т.д.) вводят в зацепление с еще не изготовленным колесом (заготовкой) и задают им такие относительные движения, как будто колесо изготовлено. При этом инструмент совершает и технологические ходы. В результате такой обкатки происходит нарезание колеса.

Станки и инструменты для нарезания способом обкатки:

- а) Станок зубодолбежный, инструмент – долбёж.
- б) Станок зубострогальный, инструмент – зуборезная рейка.
- в) Станок зубофрезерный, инструмент – модульная червячная фреза.
- г) Прокатка зубчатых колес в ковочном состоянии между зубчатыми валками.

При проектировании и изготовлении зубчатых колес могут возникнуть явления интерференции, подрезания и заклинивания зубчатых колес.

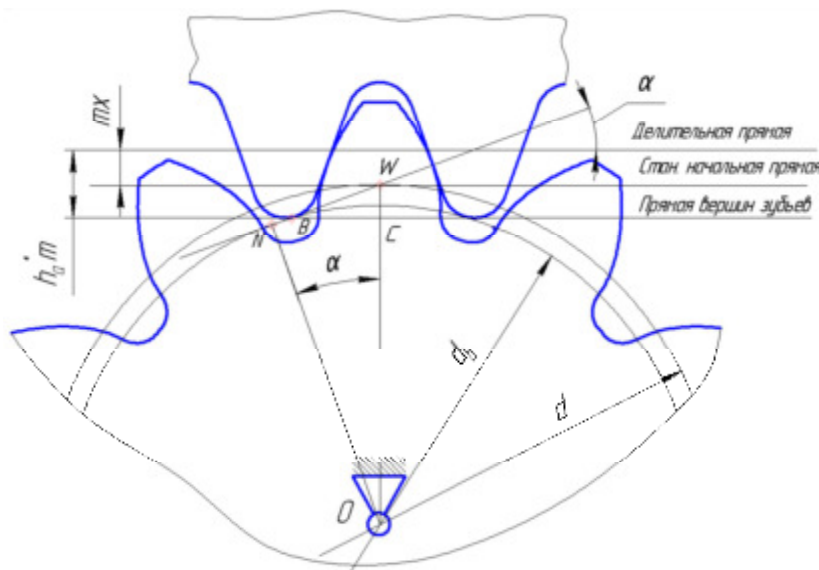
Интерференция - наложение профиля зуба одного колеса на профиль зуба другого при проектировании зацепления.

Подрезание – наложение профиля зуба инструмента на профиль зуба изготавливаемого колеса при нарезании зубьев.

Заклинивание – наложение профилей зубьев, но не при изготовлении, а при зацеплении колес.

Рассмотрим подробнее явление подрезания. Так как параметры зуборезного инструмента стандартны, то при прочих равных условиях возможность подрезания ножки зуба определяется положением точки N, т.е. размерами колеса. Подрезание не происходит, когда точка контакта между производящей поверхностью инструмента и профилем зуба нарезаемого колеса находится правее точки N. Левее точки N эти поверхности будут не касаться друг друга, а пересекаться, что и приводит к подрезанию ножки зуба. Подрезание уменьшает эвольвентную часть профиля зуба колеса, ослабляет прочность зуба в опасном сечении и уменьшает коэффициент перекрытия.

Рассмотрим вопрос о наименьшем числе зубьев  $Z_{\min}$  на колесе, при котором явление подрезания будут отсутствовать при нарезании зубьев рейкой с учетом смещения.



По условию не подрезания, должно выполняться условие  $NW \geq BW$ . Из треугольника ONW можно выразить катет NW, используя модуль и число зубьев

$$NW = r \cdot \sin \alpha = 1/2 m \cdot z \cdot \sin \alpha$$

Из треугольника BWC можно найти гипотенузу BW, используя модуль,

высоту головки зуба и коэффициент смещения

Рисунок 5  
инструмента

$$BW = \frac{h_a^* \cdot m - x \cdot m}{\sin \alpha}$$

Тогда

$$1/2m \cdot z \cdot \sin \alpha \geq \frac{m(h_a^* - x)}{\sin \alpha}$$

Отсюда число зубьев, которое можно нарезать реечным инструментом без подрезания ножки зуба, с учётом смещения будет равно

$$z = \frac{2(h_a^* - x)}{\sin^2 \alpha} \quad (3)$$

Минимальное число зубьев без смещения реечного инструмента и без подрезания ножки зуба, можно нарезать

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} = 17,01 \quad (4)$$

Используя выражение (3) и (4), можно определить минимальный коэффициент смещения, при котором не будет подрезания ножки зуба.

$$x_{\min} \geq \frac{17 - z}{17}$$

Основные способы исправления зубчатых колес (нарезание зубьев без подрезания). Из выражения (4) видно, что можно уменьшить коэффициент высоты головки зуба ( $h_a^* = 0,8$ ,  $z_{\min} = 14$ ) или увеличить угол профиля исходного контура  $\alpha$  ( $\alpha = 25^\circ$ ,  $z_{\min} = 11$ ). В том и другом случае инструмент будет не стандартным.

Смещение зуборезного инструмента меняет не только параметры зубчатых колес, но и зацепления в целом, поэтому при исправлении смещением, рассматривается суммарный коэффициент смещения ( $x_\Sigma$ ).

Нормальное или нулевое зацепление, при котором  $x_\Sigma = 0$ , может быть в двух случаях – когда  $x_1 = x_2 = 0$ , т.е колеса не исправленные, и когда  $x_1 = -x_2$ . И в том и другом случае делительные и начальные окружности будут совпадать, т.е.  $\alpha = \alpha_w$ , а  $a = a_w$  (смотрите выражения (1) и (2)). При исправленных колесах это исправление будет называться высотным, так как изменяется высота головки и ножки зуба.

Положительное зацепление, при котором  $x_\Sigma > 0$ . В этом случае начальные окружности будут больше делительных и  $\alpha < \alpha_w$ , а  $a < a_w$ .

Отрицательное зацепление, при котором  $x_\Sigma < 0$ . В этом случае начальные окружности будут меньше делительных и  $\alpha > \alpha_w$ , а  $a > a_w$ .

В последних двух случаях такое исправление называется угловым.

## 1. 8. Лекция № 9 ( 2 часа).

**Тема:** «Качественные параметры зацепления. Виды эвольвентных колес».

### 1.8.1. Вопросы лекции:

1. Качественные параметры зацепления.
2. Косозубые колеса.
3. Пространственные зубчатые передачи. Дифференциал автомобиля

### 1.8.2. Краткое содержание вопросов

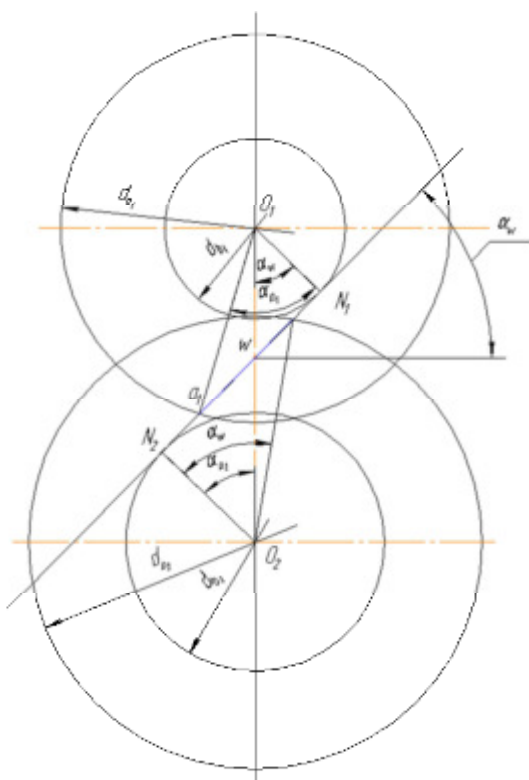
#### 1. Качественные параметры зацепления.

Качественные параметры зацепления дают возможность оценить передачу в отношении плавности и бесшумности зацепления, возможного износа и прочности зубьев и сравнить ряд передач по этим показателям.

#### 1.1. Коэффициент перекрытия при эвольвентном зацеплении прямозубых колес

Коэффициент перекрытия характеризует непрерывность и плавность зацепления. Для того, чтобы передача была плавной и непрерывной, необходимо чтобы работа одной пары зубьев перекрывалась работой следующей пары зубьев.

Коэффициент перекрытия определяется



$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha_1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha_2}}{\tau_2}$$

где  $\varphi_{\alpha_1}$  и  $\varphi_{\alpha_2}$  - угол торцевого перекрытия (угол, на который поворачивается колесо от начала входа в зацепление пары зубьев до выхода из зацепления этой же пары зубьев)

$\tau_1$  и  $\tau_2$  - угловой шаг  $1^{\text{го}}$  и  $2^{\text{го}}$  колеса, соответственно.

$$\varphi_{\alpha_1} = \frac{(a_1 a_2)}{r_{b_1}} \quad \varphi_{\alpha_2} = \frac{(a_1 a_2)}{r_{b_2}}$$

$(a_1 a_2)$  – длина активной линии зацепления.

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{z_1} \quad \tau_2 = \frac{2\pi}{z_2}$$

Выразим длину активной линии зацепления через число зубьев и угол зацепления

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha_1}}{\tau_1} \cdot \frac{r_{b_1}}{r_{b_1}} = \frac{(a_1 a_2)}{p_{b_1}} = \frac{a_1 w + w a_2}{p_{b_1}} = \frac{r_{b_1} (tg \alpha_{a_1} - tg \alpha_w) + r_{b_2} (tg \alpha_{a_2} - tg \alpha_w)}{p_{b_1}} =$$

$$\frac{2\pi z_1 r_{b_1}}{2\pi z_1 p_{b_1}} (tg \alpha_{a_1} - tg \alpha_w) + \frac{2\pi z_2 r_{b_2}}{2\pi z_2 p_{b_2}} (tg \alpha_{a_2} - tg \alpha_w)$$

$p_{b_1}$  во втором слагаемом заменили на  $p_{b_2}$ , так как

$$p_w = \tau_1 \cdot r_{w_1} = \tau_2 \cdot r_{w_2} \quad \text{или} \quad p_w = \frac{\tau_1 \cdot r_{b_1}}{\cos \alpha_w} = \frac{\tau_2 \cdot r_{b_2}}{\cos \alpha_w} \quad \text{или}$$

$$p_w \cdot \cos \alpha_w = p_{b_1} = p_{b_2}$$

Учитывая, что  $\tau_1 = \frac{2\pi}{z_1}$ ;  $\tau_2 = \frac{2\pi}{z_2}$ , а  $p_b = \tau \cdot r_b$  получим аналитическое выражение для коэффициента перекрытия

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_1}{2\pi} (tg \alpha_{a_1} - tg \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (tg \alpha_{a_2} - tg \alpha_w)$$

Как видно из этого выражения  $\varepsilon_{\alpha}$  не зависит от модуля, а зависит от числа зубьев и коэффициентов смещения. С увеличением суммарного положительного смещения коэффициент перекрытия уменьшается.

Из треугольника  $O_1 N_1 a_1$ ,  $\cos \alpha_{a_1} = \frac{r_{b_1}}{r_{a_1}}$ , тогда  $\alpha_{a_1} = \arccos \frac{r_{b_1}}{r_{a_1}}$ , а

$$\alpha_{a_2} = \arccos \frac{r_{b_2}}{r_{a_2}}$$

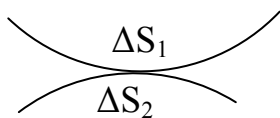
Рекомендуется брать для тихоходных передач  $\varepsilon_{\alpha}$  не менее 1,05, что обеспечивает непрерывность процесса зацепления с 5% запасом. Число 1,05 означает, что в зацеплении будет всегда находится одна пара зубьев, а 5% времени – две пары зубьев. Это происходит тогда, когда одна пара еще не успела выйти из зацепления, а вторая пара вошла в зацепление.

## 1.2. Коэффициент скольжения

Коэффициент скольжения учитывает влияние геометрических и кинематических параметров на величину проскальзывания, а, следовательно, и износа профилей зубьев в процессе зацепления.

При зацеплении двух колес профиль одного зуба перекачивается со скольжением по профилю другого зуба. Наличие скольжения при одновременном нажатии одного профиля на другой приводит к износу профилей.

Величина проскальзывания профилей характеризуется коэффициентом скольжения.



Дуги перекатываются одна по другой со скольжением за время  $\Delta t$ . Эти дуги разные по длине.

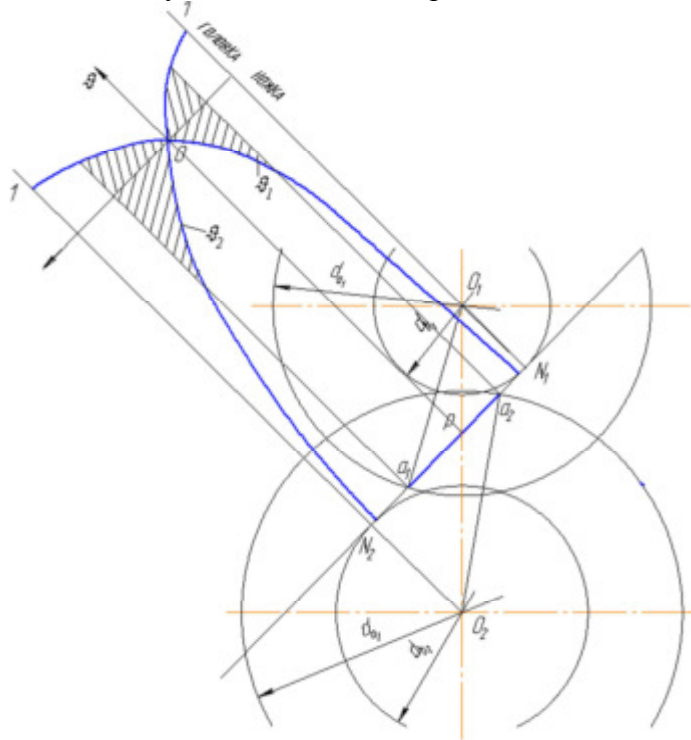
**Разность длин дуг профилей зубьев, находящихся в контакте за малый промежуток времени  $\Delta t$  составляет дугу скольжения.**

Коэффициенты скольжения для шестерни и зубчатого колеса определяются выражениями

$$\mathcal{G}_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S_1 - \Delta S_2}{\Delta S_1} = 1 + u_{21} \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$\mathcal{G}_2 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S_2 - \Delta S_1}{\Delta S_2} = 1 + u_{12} \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  радиусы кривизны в точке контакта (К) профилей зубьев первого и второго колеса. С учётом того, что передаточное отношение можно определить через



радиусы начальных окружностей колёс, а радиусы кривизны профилей зубьев в точке контакта (К) равны расстоянию от этой точки до точки касания основной окружности  $N_1$  и  $N_2$  (по свойству эвольвенты), выражения для определения коэффициентов скольжения можно записать в следующем виде

$$\mathcal{G}_1 = 1 + \frac{r_{w1}}{r_{w2}} \frac{KN_2}{KN_1}$$

$$\mathcal{G}_2 = 1 + \frac{r_{w2}}{r_{w1}} \frac{KN_1}{KN_2}$$

Подставив в полученные выражения граничные положения точки контакта ( $N_1, W$  и  $N_2$ ), можно увидеть (см. рисунок) что, коэффициент скольжения изменяется от +1 у вершины зуба до  $-\infty$  у ножки зуба, проходя через 0 в полюсе зацепления. Но так, как точка контакта при вращении колёс перемещается на линии зацепления от точки  $a_2$ , до точки  $a_1$ , то коэффициент скольжения у ножки зуба имеет конечное значение (см. на рисунке заштрихованную зону), хотя, как правило, большее, чем при вершине зуба. В полюсе зацепления скольжение отсутствует (чистое перекачивание).

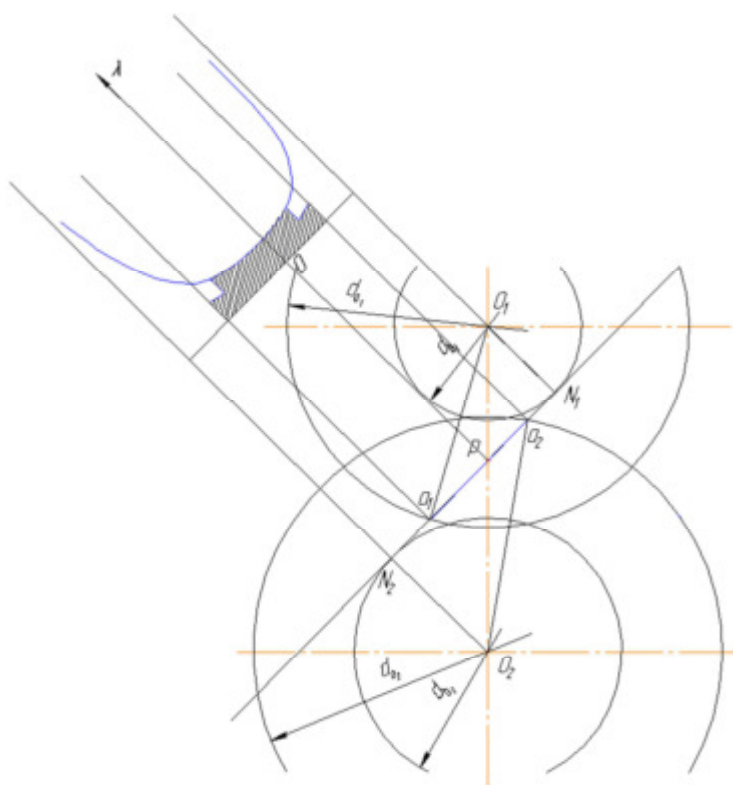
С учетом того, что зуб колеса участвует в зацеплении меньшее число раз, чем зуб шестерни, целесообразно сопоставлять величины  $\mathcal{G}_1$  и  $\mathcal{G}_2$  через  $u_{12}$ . Это имеет особое значение при больших передаточных отношениях.

### 1.3. Коэффициент удельного давления

Этот коэффициент учитывает геометрию профилей зубьев на величину контактных напряжений, которые могут достигать значительной величины и приводить к выкрашиванию материала на рабочей поверхности зубьев.

Контактные напряжения определяются по формуле Герца

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{F}{b \cdot \cos \alpha} \cdot E \frac{1}{\rho}}$$



где  $F$ - окружная сила взаимодействия зубьев;  $b$ - ширина зубчатых колёс;  $E$  – приведенный модуль упругости материалов колёс ( $E = 2E_1E_2/(E_1+E_2)$ );  $\rho$  – приведённый радиус кривизны эвольвентных профилей зубьев в точке контакта ( $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}$  где  $+$  - для внешнего зацепления, а  $-$  для внутреннего зацепления).

Для текущего момента, исходя из свойств эвольвенты, для внешнего зацепления можно записать

$$1/\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2} = \frac{N_1 N_2}{N_1 K \cdot N_2 K}$$

Коэффициентом удельного давления  $\lambda$  называется отношение

$$\lambda = \frac{m}{\rho} = \frac{m \cdot N_1 N_2}{N_1 K \cdot N_2 K}$$

Коэффициент  $\lambda$  не зависит от модуля, так как  $\rho$  пропорционален модулю, зависит от положения точки контакта на линии зацепления и минимален в начале и в конце зацепления за счёт перекрытия в зацеплении.

#### 1.4. Выбор коэффициентов смещения для передач с внешними зубьями. Блокирующие контуры.

При назначении коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$  для любой передачи должны быть выполнены следующие условия:

- 1) Отсутствие подрезания ножки зуба;
- 2) Отсутствие заострения вершины зуба;
- 3) Непрерывность зацепления ( $\epsilon_\alpha > 1$ ).

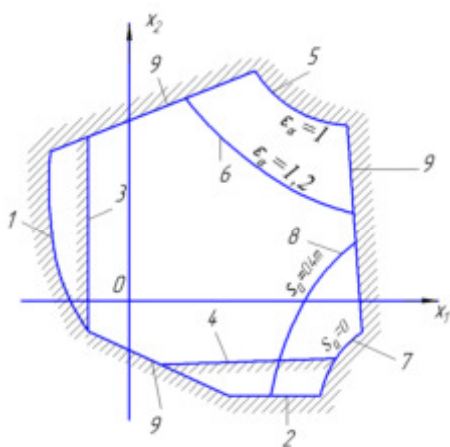
Для передачи с числом зубьев у колёс  $z_1$  и  $z_2$  можно построить в координатах  $x_1$  и  $x_2$  область допустимых значений коэффициентов смещения, удовлетворяющим этим условиям.

*Блокирующим контуром называется совокупность линий в системе координат  $x_1$  и  $x_2$ , ограничивающих зону допустимых значений коэффициентов смещения для передачи с числом зубьев  $z_1$  и  $z_2$ .*

Для каждой зубчатой передачи можно построить свой блокирующий контур. На рисунке 4 представлен один из возможных блокирующих контуров.

Используя блокирующий контур, можно спроектировать зацепление с требуемыми параметрами. Например, для шестерни взять положительный коэффициент смещения, а, для не изменения межосевого расстояния, у зубчатого колеса взять такой же, но отрицательный ( $x_\Sigma = 0$ ).

Блокирующие контуры для разных пар зубчатых колёс приведены в приложении к стандарту на зубчатые передачи (ГОСТ 16530-83, 16531-83 и 16530-70). Здесь же приведены рекомендации по выбору коэффициентов смещения, формулы и порядок расчёта эвольвентой зубчатой передачи внешнего зацепления. Альбом блокирующих контуров можно найти и в справочном руководстве [6].



В данном блокирующем контуре линии означают следующее:

- 1, 2 – подрезание ножки зуба будет, но при этом коэффициент перекрытия будет больше единицы;
- 3, 4 – гарантируют без подрезания;
- 5, 6 – изолинии постоянного коэффициента перекрытия, за 5-ой линией, вне контура,  $\epsilon_\alpha < 1$ . Таких изолиний может быть несколько;
- 7, 8 – изолинии равной толщины зуба по окружности вершин;
- 9 – за этими линиями, внутри контура не будет интерференции зубьев.

#### 2. Косозубые колеса.

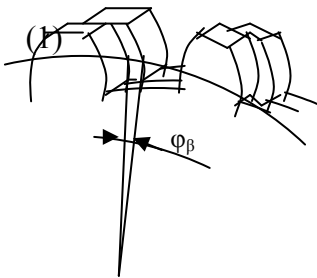
В цилиндрических прямозубых колесах касание двух профилей происходит по прямой линии. Если при изготовлении колёс были допущены какие-либо погрешности, то контакт может быть не по всей длине зуба, а коэффициент перекрытия может изменяться до величин меньше единицы. Это приводит к ухудшению условий работы зубчатой передачи, к увеличению шума. Для улучшения работы необходимо увеличить коэффициент перекрытия.

$$\epsilon_\alpha = \frac{\varphi_\alpha}{\tau}$$



Первый путь – увеличить число зубьев – не желателен, так как ведет к увеличению габаритов передачи.

Второй путь – сделать ступенчатые колеса



$$\varepsilon_\gamma = \frac{\varphi_\alpha}{\tau} + \frac{\varphi_\beta}{\tau_2} = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

Ступенчатые колеса трудно изготовить!

Третий путь – если колесо сделать резиновым, то его можно скрутить и его зубья изогнутся.

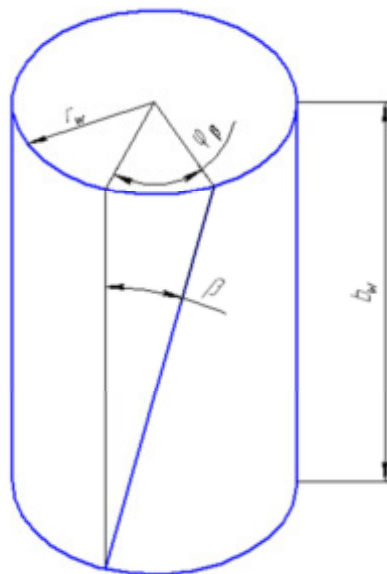
$\beta$  – угол скручивания (один торец будет опережать другой на  $\varphi_\beta$ .)

$\beta$  – угол наклона зубьев на поверхности начального цилиндра.

$b_w$  – ширина зубчатого колеса по начальному цилиндру.

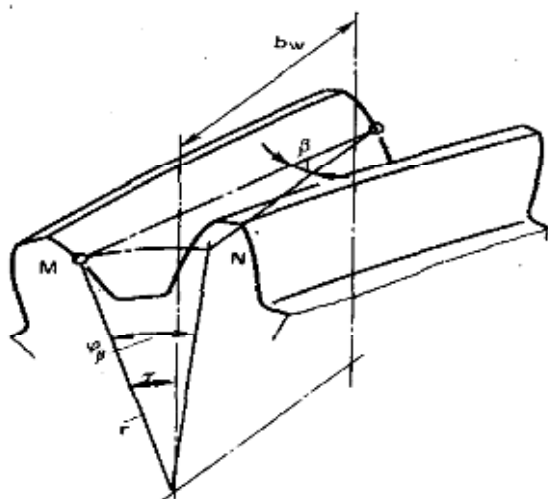
$\varphi_\beta \cdot r_w$  – длина дуги на начальной окружности

$\varphi_\beta \cdot r_w = b_w \cdot \tan \beta$ , отсюда  $\varphi_\beta = b_w \cdot \tan \beta / r_w$

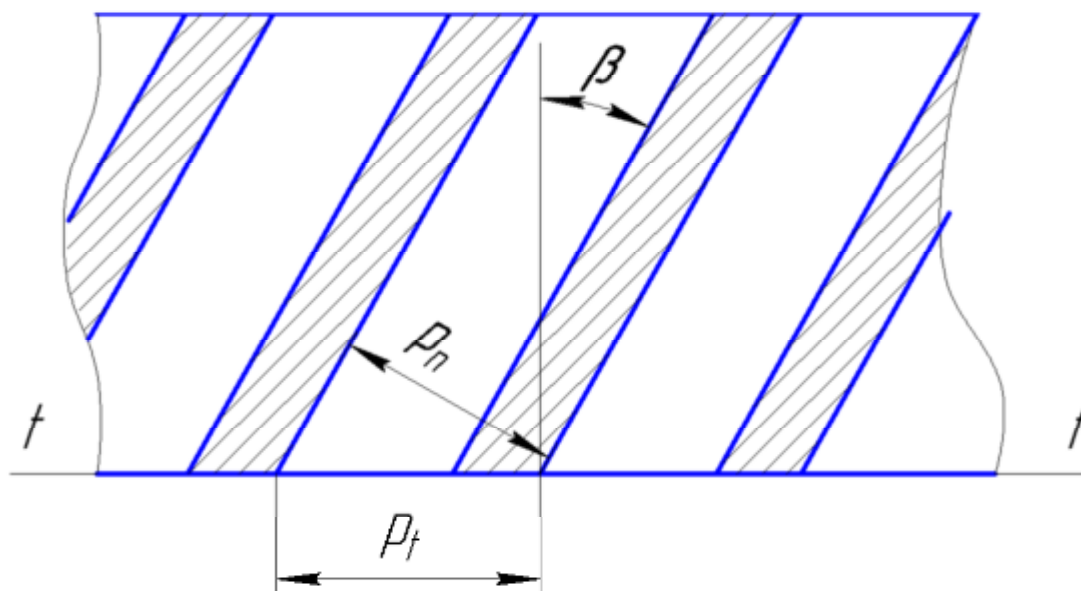


$$\varepsilon_\beta = \frac{\varphi_\beta}{\tau} = \frac{b_w \cdot \tan \beta}{r_w \cdot \tau} = \frac{b_w}{p_t} \cdot \tan \beta \quad (2)$$

где  $p_t$  – торцевой шаг по начальной окружности.



Развернём поверхность по начальной окружности. На ней будут видны следы зубьев (пересечение зубьев с начальным цилиндром).



$p_n = \pi \cdot m$  - так как косозубые колёса изготавливаются стандартным инструментом, только поворачивают плоскость заготовки на угол  $\beta$ .

Используя выражение (2) и рисунок можно получить выражение для дополнительного коэффициента перекрытия косозубого зацепления  $\varepsilon_\beta$ .

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot m}{\cos \beta}$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_w}{p_t} \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\psi \cdot m \cdot \cos \beta}{\pi \cdot m} \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\psi}{\pi} \cdot \sin \beta$$

### **Преимущества косозубых колёс**

1. Увеличивается плавность зацепления
2. Увеличивается прочность зубьев

### **Недостатки**

1. Уменьшается КПД передачи
2. Требуется принимать меры для компенсации осевой нагрузки (радиально-упорные подшипники, шевронные колёса).

### 3. Пространственные зубчатые передачи. Дифференциал автомобиля

#### 3.1 Виды пространственных передач

Зубчатые передачи с непараллельными осями колес являются пространственными. Если у плоской зубчатой передачи (цилиндрической) начальной поверхностью являются цилиндры, то в пространственной зубчатой передаче - однополостные гиперболоиды вращения с прямолинейной образующей, которые катятся друг по другу, касаясь по мгновенной оси вращения, со скольжением вдоль этой оси.

В зависимости от того, какая часть начальной поверхности берется для изготовления колес, различают колеса (смотрите рисунки 1-3):

- Винтовые, начальные поверхности которых, взятых в горловине гиперболоид, заменены на цилиндры;
- Гипоидные, начальные поверхности которых, взятых на периферии гиперболоид, заменены конусами;
- Конические, оси колес пересекаются, и гиперболоиды вращения вырождаются в конусы.
- 

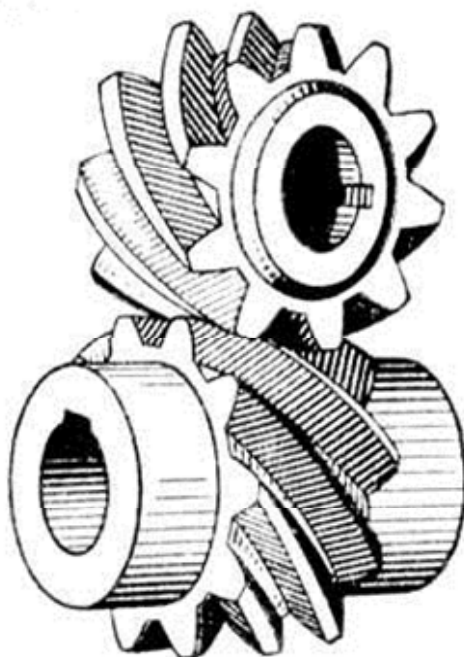


Рисунок 1. Винтовая зубчатая передача

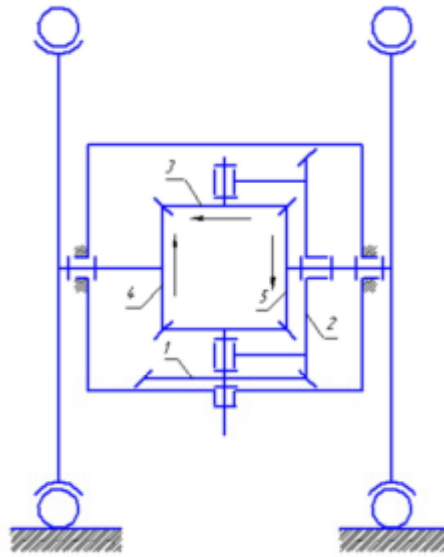


Рисунок 2. Гипоидная зубчатая передача



Рисунок 3. Коническая зубчатая передача

## 3.2 Дифференциал автомобиля



Используя формулу Виллиса для дифференциальных механизмов, мы можем написать

$$u_{45}^H = \frac{n_4 - n_2}{n_5 - n_2} = -\frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_3} = -1$$

Отсюда  $n_2 = \frac{n_4 + n_5}{2}$

При движении автомобиля возможны три ситуации

1) При движении по ровной прямой дороге  $n_4 = n_5$

Тогда  $n_2 = n_4 = n_5$

2) При крутом повороте  $n_4 \approx 0$

Тогда  $n_2 = \frac{n_5}{2}$  или  $n_5 = 2n_2$

3) При торможении центральной передачи (например, двигателем)  $n_2 \approx 0$

Тогда  $n_4 + n_5 = 0$  а это возможно при  $n_4 = n_5 = 0$  или  $n_4 = -n_5$

## 1. 9 Лекция № 10, 11 ( 4 часа).

**Тема: «Силовой анализ плоских механизмов».**

### 1.9.1. Вопросы лекции:

1. Классификация сил, действующих в машине.
2. Условие статической определимости кинематической цепи.
3. Силовой расчет структурных групп 2-го класса.
4. Силовой расчет ведущего звена.

### 1.9.2 Краткое содержание вопросов

1. Классификация сил, действующих в машине.

Силовой расчет механизма заключается в определении всех сил действующих на звенья механизмов при их движении.

Вопрос об определении сил имеет большое практическое значение для расчета на прочность отдельных деталей механизмов, для определения силы трения в кинематических парах выбора подшипников и т.д.

Будем считать, что сила нам известна, когда известны:

1. Длина вектора силы
2. Линия действия силы
3. Точка приложения силы

В ТММ широкое применение получил метод силового расчета механизмов на основе обыкновенных уравнений равновесия твердых тел. Сущность этого метода сводится к применению, при решении задач динамики, уравнений равновесия в форме Даламбера. В применении к механизмам сущность метода может быть сформулирована так: *если ко всем внешним силам, действующим на звено механизма, присоединить силы инерции, то под действием всех этих сил можно звено рассматривать условно находящимся в равновесии.*

**Метод силового расчета механизма с использованием сил инерции носит название кинетостатического расчета механизмов.**

Силы, действующие на звенья механизма, можно классифицировать следующим образом:

1. Внешние силы – силы движущие, силы сопротивления, силы тяжести и др.
2. Силы, возникающие в кинематических парах – силы трения, реакции в КП.
3. Силы инерции.

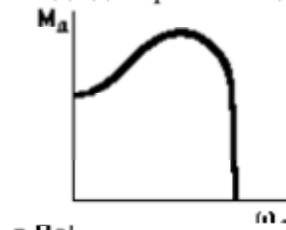
**Движущими силами** ( $F_d$ ) будет считать силы, совершающие положительную работу, т.е. силы, проекция которых на вектор скорости точки приложения силы положительна.

**Силами сопротивления** ( $F_c$ ) будет считать силы, совершающие отрицательную работу, т.е. силы, проекция которых на вектор скорости точки приложения силы отрицательна.

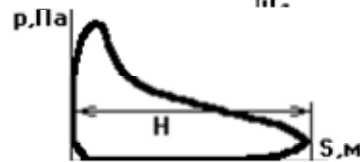
Силой полезного или производственного сопротивления ( $F_{пс}$ ) называется сила сопротивления, для преодоления которой, предназначена машина.

Силы движущие и силы полезного сопротивления определяются методами, разработанными в специальных технических дисциплинах (термодинамика, теория двигателей внутреннего сгорания, электропривод, теория резания металла, теория резания почвы и т.д.)

Эти силы выражаются или в виде аналитической зависимости, или в виде таблицы, или в виде диаграмм и т.д. Например



Механическая характеристика 3-х фазного асинхронного двигателя.



Индикаторная диаграмма ДВС



Индикаторная диаграмма насоса

Все эти характеристики приводятся в технических паспортах, в справочниках и т.д.

**Сила тяжести** определяется как  $G = mg$ , приложена в центре масс и направлена к центру земли. Силы тяжести в течение цикла движения, могут совершать как положительную, так и отрицательную работу, но за цикл движения суммарная работа этой силы равна нулю.

**Сила инерции** – это теоретическая сила, являющаяся реакцией массы тела на сообщаемое ему ускорение. Как правило, силу инерции частиц тела, сводят к главному вектору силы, приложенному в центре масс и к главному моменту силы инерции.

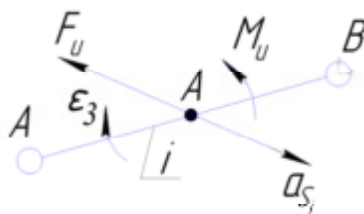
При сложном движении  $i$ -го звена (шатуна) 
$$\bar{F}_u = -m_i \cdot \bar{a}_{S_i}, \text{ а}$$

$$\bar{M}_u = -I_{S_i} \cdot \bar{\varepsilon}_i.$$

Где:  $m_i$  – масса  $i$ -го звена;

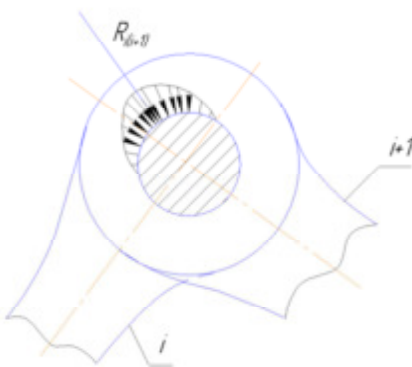
$\bar{a}_{S_i}$  – ускорение центра масс  $i$ -го звена;

$I_{S_i}$  – момент инерции  $i$ -го звена относительно оси, проходящей через центр масс этого звена;



$\bar{\varepsilon}_i$  – угловое ускорение  $i$ -го звена.

При поступательном движении звена, на него при неравномерном движении будет действовать только сила инерции, а при неравномерном вращательном движении, при условии, что центр масс находится на оси вращения, на него будет действовать только момент силы инерции.

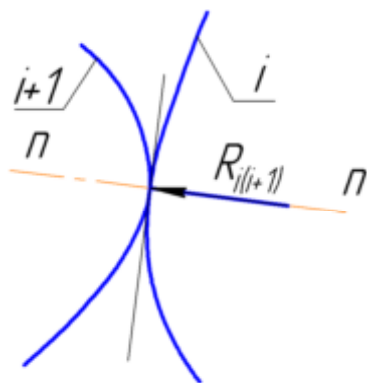
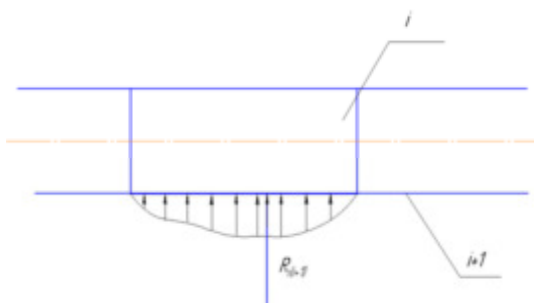


2. Условие статической определимости кинематической цепи.

В плоской кинематической цепи существуют только кинематические пары 5-го и 4-го класса. Рас-

смотрим вращательную кинематическую пару 5-го класса.

В первом приближении будем вести расчёт без учёта сил трения в парах. Во вращательной паре результирующая сила реакции  $R_{i(i+1)}$  проходит через центр шарнира. Величина и направление этой реакции неизвестны, так как они зависят от величины и направления заданных сил, приложенных к звеньям пары. Таким образом, вращательная пара вносит в общее число неизвестных параметров – два, и один параметр здесь известен.



Рассмотрим поступательную кинематическую пару 5-го класса

В поступательной паре 5-го класса реакция перпендикулярна оси поступательной пары, но точка её приложения и величина неизвестны, т.е., как и в предыдущем случае – два параметра неизвестны, а один параметр известен.

Рассмотрим высшую пару 4-го класса.

В высшей паре реакция приложена в точке контакта элементов высшей пары (точка соприкосновения звеньев) и направлена по общей нормали  $n-n$ , проведённой в точке соприкосновения. Неизвестным параметром останется величина реакции, т.е., в высшей паре один параметр неизвестен и два параметра известны.

Составим уравнение статической определимости плоских кинематических цепей. Так как для каждого звена, имеющего плоскопараллельное движение, можно составить три уравнения равновесия, то число уравнений, которое мы можем составить для  $n$  звеньев, будет равно  $3n$ . Число неизвестных, которое необходимо определить, будет равно для пар 5-го класса  $2P_5$  и для пар 4-го класса –

$P_4$ . Следовательно, кинематическая цепь будет статически определима, если удовлетворяется условие  $3n = 2P_5 - P_4$  или  $3n - 2P_5 - P_4 = 0$

Это значит, что любая структурная группа Ассура, сколь бы сложной она не была, обладает замечательным свойством: она статически определима.

После того, как силовой расчёт всех структурных групп проделан, ведущее звено получает статическую определимость, следовательно, статически определим и весь механизм.

На основании выше изложенного можно сформулировать общую методику силового расчёта: **силовой расчёт механизма следует проводить по структурным группам, начиная от группы, наиболее удалённой от первичного механизма и заканчивая расчёт самым первичным механизмом.**

Таким образом, силовой расчёт проводится в порядке, обратному кинематическому расчёту.

### 3. Силовой расчет структурных групп 2-го класса.

Группа 1-го вида.

В примере рассматриваемая группа имеет конкретные номера звеньев, а в общем случае, номера звеньев могут быть любыми, в зависимости от места группы в системе механизма.

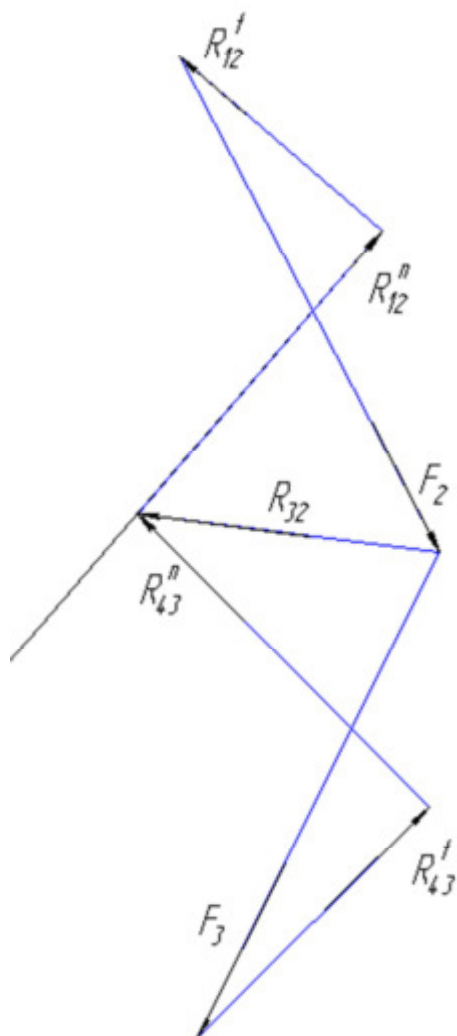
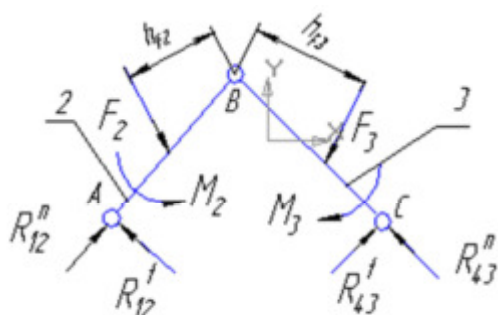
Примем следующие условные обозначения:  $\sum M_B(F_{изр})$  – сумма моментов относительно точки **B** всех сил, действующих на группу;  $h_F$  – плечо силы **F** до точки, относи-



тельно которой определяется момент;  $\sum \bar{F}_{i2}$  - векторная сумма всех сил, действующих на второе звено;  $\sum \bar{F}_{i3}$  - векторная сумма всех сил, действующих на группу;  $R_{12}$  – сила давления в кинематической паре первого звена на второе и т.д. (см. рис.).

Общий порядок определения реакций в кинематических парах следующий

1. Прикладываем к звеньям все внешние силы и силы инерции (для каждого звена свведём их к главному вектору силы и к главному моменту силы)
2. Заменяем отброшенные связи, реакциями этих связей, предварительно разложив их (для вращательных пар) на тангенциальные и нормальные составляющие (см. рисунки).
3. Составляем уравнения равновесия для звеньев или групп и определяем неизвестные параметры.



$$\sum M_B(F_{i2}) = -R_{12}^t \cdot AB + F_2 \cdot h_{F2} + M_2 = 0 \quad (1)$$

Из 1-го уравнения находим величину  $R_{12}^t$

$$\sum M_B(F_{i3}) = R_{43}^t \cdot CB - F_3 \cdot h_{F3} - M_3 = 0 \quad (2)$$

Из 2-го уравнения находим величину  $R_{43}^t$

$$\sum \bar{F}_{i2} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t + \bar{F}_2 + \bar{R}_{43}^t + \bar{R}_{43}^n = 0 \quad (3)$$

Из 3-го векторного уравнения путём графического решения находим величину

$R_{12}^n$  и  $R_{43}^n$

$$\sum \bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t \quad (4)$$

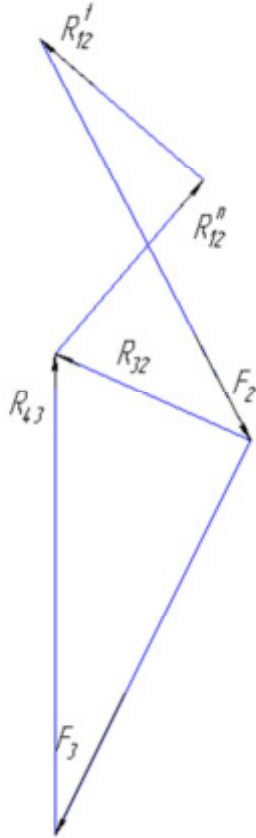
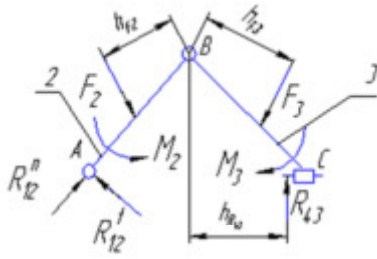
$$\sum \bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^t \quad (5)$$

По 4-му и 5-му уравнению определяем реакции в парах А и С (на рисунке не показано).

$$\sum \bar{F}_{i2} = \bar{R}_{12} + \bar{F}_2 + \bar{R}_{23} = 0 \quad (6)$$

Из 6-го уравнения определяем реакцию в паре В, используя ранее построенный силовой многоугольник.

В уравнениях моментов величина плеч сил подставляется действительная. Если подставлять величину плеча, измеренного на схеме, выполненной с масштабным коэффициентом  $\mu_l$ , то все моменты в этом уравнении необходимо разделить на этот масштабный коэффициент.



При силовом анализе оставшихся групп Ассура, остановимся только на особенностях определения тех или иных параметров.

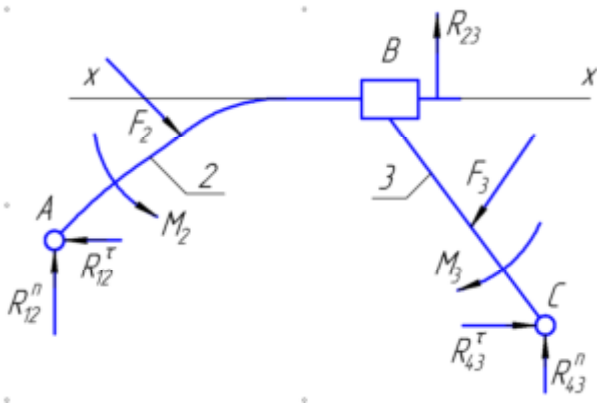
Группа 2-го вида.

При силовом анализе данной группы используем те же уравнения 1-6 за исключением уравнения 2, так, как направление реакции  $R_{43}$  известно (перпендикулярно оси поступательной пары C).

Для определения точки приложения реакции  $R_{43}$  составим ещё одно уравнение равновесия.

$$\sum M_B(F_{i3}) = R_{43} \cdot h_{R_{43}} - F_3 \cdot h_{F_3} - M_3 = 0 \quad (7)$$

Из этого уравнения можно определить плечо силы  $R_{43}$ .



Аналогично определяются реакции в кинематических парах групп 4-го и 5-го вида.

Силовой анализ группы 3-го вида имеет свои особенности, на которых мы и остановимся.

Отброшенные связи разложим на составляющие, перпендикулярные и параллельные оси x-x, совпадающей с осью поступательной пары B. Составляем уравнения равновесия и находим неизвестные параметры.

ры.

$$\sum \Pi p_x F_{i2} = -R_{12}^x + \Pi p_x F_2 = 0 \quad (8)$$

$$\sum \Pi p_x F_{i3} = R_{43}^x - \Pi p_x F_3 = 0 \quad (9)$$

Из этих уравнений находим тангенциальные составляющие  $R_{12}^x, R_{43}^x$ .

$$\sum M_A(F_{i2p}) = 0 \quad (10)$$

$$\sum M_B(F_{i2p}) = 0 \quad (11)$$

Из (10) и (11) уравнений находим нормальные составляющие реакций в паре А и С. Для определения величины реакции в паре В ( $\bar{R}_{23}$ ) воспользуемся следующим уравнением

$$\sum \bar{F}_{i3} = \bar{R}_{43} + \bar{F}_3 + \bar{R}_{23} = 0 \quad (12)$$

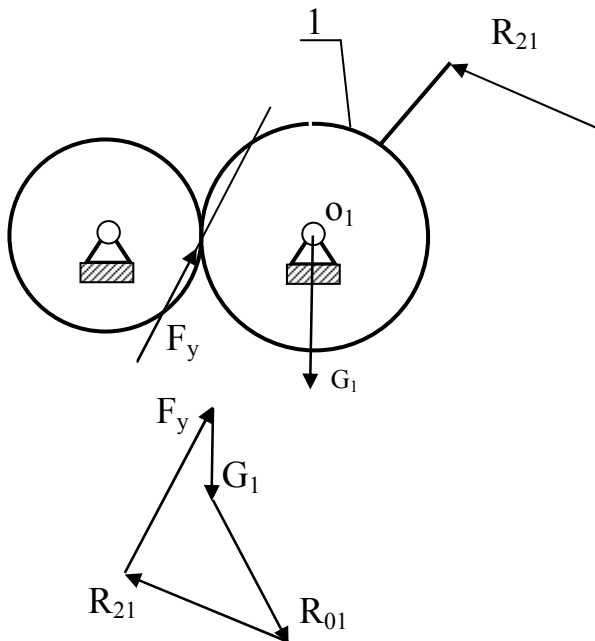
Точку приложения этой реакции, можно найти из уравнения

$$\sum M_B(F_{i3}) = -R_{23} \cdot h_{R_{23}} + F_3 \cdot h_{F_3} - M_3 = 0 \quad (13)$$

#### 4. Силовой расчёт ведущего звена

Особенности силового расчёта ведущего звена зависят от типа привода ведущего звена (зубчатая передача, цепная передача, ремённая передача, привод от какой-либо муфты и т.д.). Рассмотрим несколько примеров.

##### Привод от зубчатого колеса



Реакция  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ , а реакция  $\bar{R}_{12}$  была определена при силовом расчёте первой присоединённой группы. Для определения реакции в опоре ведущего звена вначале определяем уравновешивающую силу  $F_y$ , которая направлена по нормали к поверхности контактирующих зубьев, т.е. по линии зацепления. Уравновешивающую силу  $F_y$  определяем из уравнения (14).

$$\sum M_{O_1}(F_i) = -F_y r_b + R_{21} \cdot h_{R_{21}} = 0 \quad (14)$$

Для определения величины реакции в паре  $O_1$   $R_{01}$  воспользуемся следующим уравнением (15)

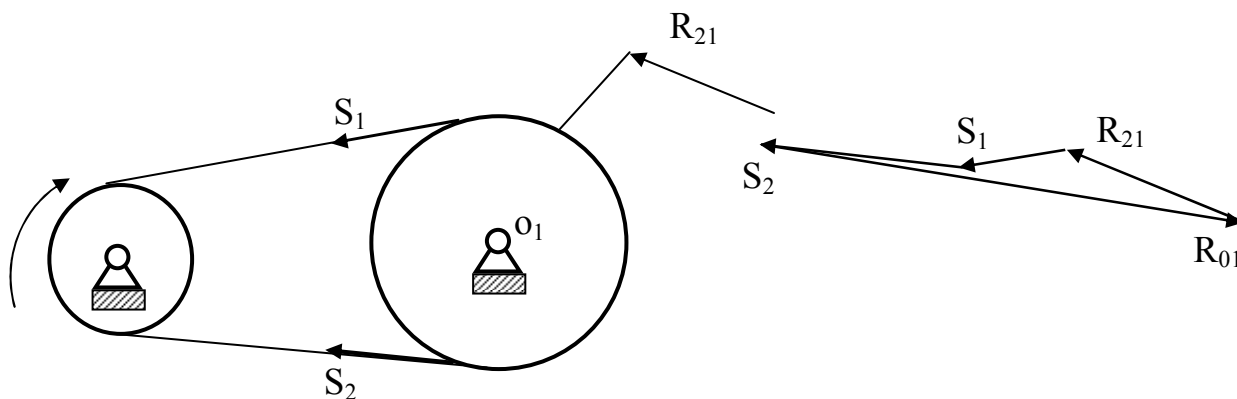
$$\sum \bar{F}_{i1} = \bar{R}_{21} + \bar{F}_y + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0 \quad (15)$$

##### Привод от ремённой передачи

Так как при ремённой передаче существует предварительное натяжение обеих ветвей ремня, то, для определения их величины, составляем уравнение равновесия (16) и записываем уравнение Эйлера (17).

$$\sum M_{O_1}(F_{i1}) = r_1(-S_2 + S_1) + R_{21} \cdot h_{R_{12}} = 0 \quad (16)$$

$$S_2 = S_1 \cdot e^{f\alpha} \quad (17)$$



Для определения реакции в опоре  $O_1$ , графически решаем векторное уравнение (18)

$$\sum \bar{F}_{i1} = \bar{R}_{21} + \bar{F}_k + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0 \quad (18)$$

Если привод ведущего звена осуществляется через муфту или центральное колесо планетарного механизма, то определяется не уравновешивающая сила, а уравновешивающий момент, который на реакцию в опоре  $O_1$  не влияет. Т.е., реакция в опоре будет равна по величине  $R_{21}$  и направлена в противоположную сторону.

## 1. 10 Лекция № 12 ( 2 часа).

**Тема:** «Динамическая модель механизма».

### 1.10.1. Вопросы лекции:

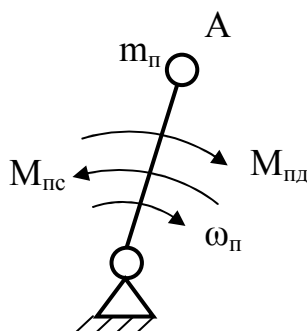
1. Звено приведения.
2. Определение приведенных масс и моментов инерции.
3. Определение приведенных сил и приведенных моментов сил. Рычаг Н.Е.Жуковского.

### 1.10.2. Краткое содержание вопросов

#### 1. Звено приведения.

Механизм машинного агрегата обычно является многозвенной системой, нагруженной силами и моментами сил, приложенными к различным ее звеньям. Определение закона движения такой сложной многозвенной системы представляет собой трудную задачу. Мы с вами рассматриваем чаще всего механизмы, которые имеют одну степень свободы ( $W = 1$ ). Это значит, что, прежде всего надо определить закон движения всего лишь одного из его звеньев, которое тем самым будет являться начальным звеном. Такая постановка задачи приводит к мысли, заменить весь сложный многозвенный механизм условным звеном. *Условное звено, заменяющее весь механизм называется звеном приведения.*

В качестве звена приведения удобней всего взять ведущее звено.



К звену приведения предъявим следующие требования – пусть его момент инерции  $I_n$  и момент сил  $M_n$ , которым оно загружено, будут такими, чтобы закон движения звена приведения получился полностью совпадающим с законом движения ведущего звена, т.е.

$$\omega_n = \omega_1$$

Таким образом, звено приведения будет являться динамической моделью всего механизма.

## 2. Определение приведенных масс и приведенных моментов инерции.

Н.И.Мерцалов, в начале прошлого века, предложил для определения приведенных масс и приведенных моментов инерции, использовать закон сохранения энергии. Запишем уравнение «живых» сил, выражающий закон сохранения энергии.

$$A_d - A_c = E - E_0 = \Delta E$$

где:  $A_d$  - работа всех движущих сил;

$A_c$  - работа всех сил сопротивления;

$E - E_0 = \Delta E$  - приращение кинетической энергии за определенный промежуток времени.

При приведении масс это равенство должно соблюдаться, а это значит должно соблюдаться и равенство кинетических энергий звена приведения и всего механизма

$$E_n = E$$

В общем случае при плоскопараллельном движении звеньев кинетическая энергия механизма будет определяться по выражению

$$E = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \omega_i^2}{2} \right)$$

где:  $m_i$  - масс i-го звена;

$\omega_i$  - угловая скорость i-го звена;

$V_{si}$  - скорость центра тяжести i-го звена;

$I_{si}$  - момент инерции i-го звена относительно центральной оси.

Кинетическая энергия звена приведения с массой  $m_n$  в точке А (см. рис.)

$$E_n = \frac{m_n V_n^2}{2}$$

из этих уравнений следует

$$\frac{m_n V_n^2}{2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i V_{si}^2}{2} + \frac{I_{si} \omega_i^2}{2} \right)$$

$$m_n = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{si}}{V_n} \right)^2 + I_{si} \left( \frac{\omega_i}{\omega_n} \right)^2 \right]$$

В то же время кинетическая энергия звена приведения с моментом инерции  $I_n$

$$E_n = \frac{I_n \omega_n^2}{2}$$

при  $E_n = E$  следует

$$I_n = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{si}}{\omega_n} \right)^2 + I_{si} \left( \frac{\omega_i}{\omega_n} \right)^2 \right]$$

Так как скорости точек и звеньев, стоящие в числителе приведенных выражений, определяются через угловую скорость ведущего звена, стоящую в знаменателе, то можно сделать вывод:

*Приведенная масса и приведенный момент инерции не зависят от закона движения ведущего звена, а зависят от размеров звеньев, массы, размещения масс по звеньям и угла поворота ведущего звена.*

### 3. Определение приведенных сил и приведенных моментов сил. Рычаг Н.Е. Жуковского

Цель – необходимо заменить все силы, действующие на механизм, одной приведенной силой или моментом силы, приложенного к звену приведения такими, чтобы их действие было эквивалентно действию всех приложенных сил.

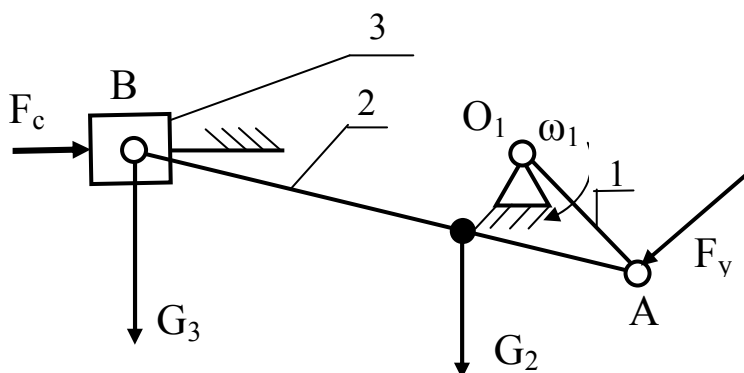
Один из возможных способов определения приведенной силы – провести силовой расчет механизма и сила давления от первой присоединенной группы на ведущее звено и буде приведенной силой, так как она учитывает все силы, действующие на механизм.

Есть более простые методы определения приведенной силы. Рассмотрим графический и аналитический метод.

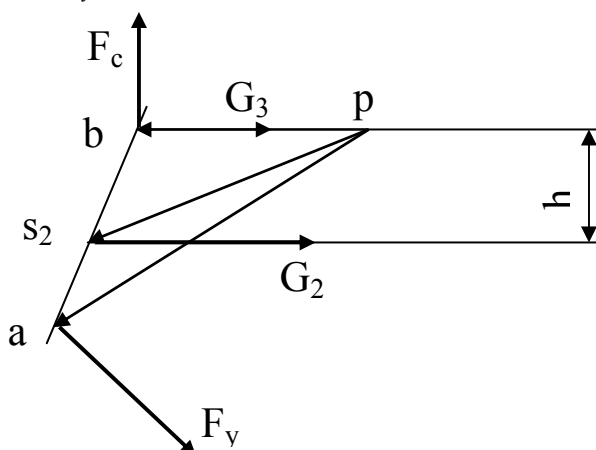
#### 3.1. Метод рычага Н.Е. Жуковского

*Теорема Н.Е. Жуковского: Если система сил, приложенных к механизму, находится в равновесии, то повернутый на  $90^\circ$  в какую либо сторону план скоростей механизма, принимаемый за абсолютно твердое тело, имеющее одну неподвижную точку в полюсе плана, под действием тех же сил, приложенных на плане к концам скоростей тех точек механизма, к которым они действительно приложены, также находится в равновесии. План скоростей можно не поворачивать, а повернуть все действующие силы на  $90^\circ$  в одну сторону.*

Пример



Даны массы  $m_2$ ,  $m_3$  и сила сопротивления  $F_c$ . Требуется определить приведенный к первому звену момент от приложенных сил. Для равновесия механической системы приложим уравнивающую силу  $F_y$ .



Так как план скоростей, принимаемый за абсолютно твердое тело с неподвижной точкой в полюсе, находится в равновесии под действием приложенных сил, составляем уравнение равновесия.

$$\sum_{i=1}^n M_p(F_i) = 0$$

Из этого уравнения можно найти неизвестный параметр  $F_y$ . Тогда

$$M_n = -F_y l_{AO1}$$

### 3.2. Аналитический метод

Используя принцип возможных перемещений, определяется уравновешивающая сила (момент сил), действующая на звено приведения, а равная ей сила направленная противоположно, будет являться приведенной силой (моментом силы).

*Принцип возможных перемещений:* Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее сил при любом возможном перемещении системы была равна нулю.

$$\sum \bar{F}_i \cdot \delta \bar{S}_i = 0$$

В нашем случае механизм представляет собой систему со стационарными связями, поэтому среди возможных там находятся и действительные перемещения, поэтому можно написать

$$\sum \bar{F}_i \cdot d\bar{S}_i = 0$$

$$dS_i = V_i dt$$

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i \cdot dt = 0 \quad \sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i = 0$$

Если из этой суммы выделить уравновешивающую силу, а она равна приведенной и направлена противоположно, то получим

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i + \bar{F}_y \cdot \bar{V}_n$$

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i - \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n$$

Отсюда

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i = \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n$$

$$N_n = \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n \text{ - мощность, развиваемая приведенной силой}$$

$$N_n = M_n \cdot \omega_n \text{ - мощность, развиваемая приведенным моментом}$$

$$\sum N_i = \sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i + \sum M_i \cdot \omega_i$$

- мощность, развиваемая силами и моментами,

приложенными к механизму.

Отсюда

$$F_n = \sum F_i \frac{V_i}{V_n} \cos \overline{F_i V_i} + \sum M_i \frac{\omega_i}{V_n}$$

$$M_n = \sum F_i \frac{V_i}{\omega_n} \cos \overline{F_i V_i} + \sum M_i \frac{\omega_i}{\omega_n}$$

Вывод следует такой же, как и для приведенных масс

*Приведенная сила и приведенный момент силы не зависят от закона движения ведущего звена, а зависят от приложенных сил (моментов сил), от места их приложения и угла поворота ведущего звена.*

### 1. 11 Лекция № 13 ( 2 часа).

**Тема:** «Регулирование хода машин».

#### 1.11.1. Вопросы лекции:

1. Закон движения ведущего звена в интегральной форме. Закон движения ведущего звена в дифференциальной форме.
2. Неравномерность хода машин.
3. Определение момента инерции маховика по методу Н.И.Мерцалова.

#### 1.11.2. Краткое содержание вопросов

1. Закон движения ведущего звена в интегральной форме. Закон движения ведущего звена в дифференциальной форме.

1.1. Закон движения ведущего звена в интегральной форме.

Запишем уравнение энергетического баланса, выражающее закон сохранения энергии

$$A_d - A_c = E - E_0 = \Delta E$$

Где:  $A_d$  – работа движущих сил;

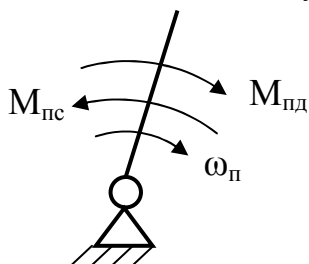
$A_c$  – работа сил сопротивления;

$E$  – кинетическая энергия механизма в конечный момент времени (переменная величина);

$E_0$  – кинетическая энергия механизма в начальный момент времени (постоянная величина);

$\Delta E$  – приращение кинетической энергии за какой-то интервал времени.

Можно записать это уравнение через работу приведенных сил



$$A_{нд} - A_{ср} = \frac{I_n \cdot \omega_n^2}{2} - \frac{I_{n_0} \cdot \omega_{n_0}^2}{2} \quad (1)$$

Выразим работу через приведенные моменты сил движущих и сил сопротивления



$$A_D = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{nD} \cdot d\varphi; \quad A_c = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{nc} \cdot d\varphi;$$

Тогда уравнение (1) можно записать

$$A_{nD} - A_{nc} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_{nD} - M_{nc}) d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi = \frac{I_n \cdot \omega_n^2}{2} - \frac{I_{n_0} \cdot \omega_{n_0}^2}{2} \quad (2)$$

где  $M$  – избыточный момент

Так как  $\omega_n$  есть закон движения ведущего звена механизма, то его можно выразить из уравнения (2)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi}{I_n} + \frac{I_{n_0} \omega_{n_0}^2}{I_n}} \quad (3)$$

Отсюда видно, что угловая скорость ведущего звена не может быть величиной постоянной ( $\omega_n = \text{var}$ ), так как  $M = \text{var}$  и  $I_n = \text{var}$ .

Необходимо отметить, что эта формула имеет смысл только в том случае если избыточный момент зависит только от положения ведущего звена ( $M = f(\varphi)$ ). В этом случае колебания угловой скорости ведущего звена уменьшают за счет увеличения постоянной составляющей  $I_n$ , т.е. ставят на ведущее звено маховик ( $I_m \rightarrow \infty, \omega_n \rightarrow \text{const}$ ).

Если избыточный момент изменяется не периодически (случайно), то угловую скорость ведущего звена регулируют регулятором за счет изменения движущего момента сил или момента сил сопротивления.

## 1.2. Закон движения ведущего звена в дифференциальной форме

Для получения закона движения в дифференциальной форме продифференцируем выражение (2) по координате  $\varphi$

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi = \frac{I_n \cdot \omega_n^2}{2} - \frac{I_{n_0} \cdot \omega_{n_0}^2}{2}$$

Переменная составляющая

постоянная составляющая

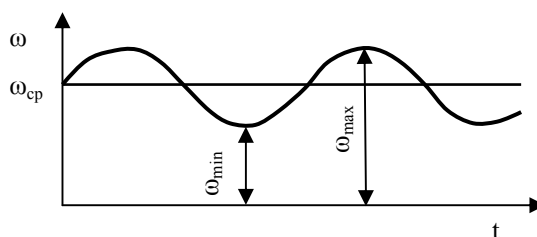
$$\begin{aligned} M &= \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{I_n \omega_n^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{dI_n}{d\varphi} \cdot \omega_n^2 + \frac{1}{2} I_n 2\omega_n \frac{d\omega_n}{d\varphi} = \\ &= \frac{1}{2} \omega_n^2 \frac{dI_n}{d\varphi} + I_n \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d\omega_n}{d\varphi} = \frac{1}{2} \omega_n^2 \frac{dI_n}{d\varphi} + I_n \frac{d\omega_n}{dt} \end{aligned}$$

$$M = \frac{1}{2} \omega_n^2 \frac{dI_n}{d\varphi} + I_n \frac{d\omega_n}{dt} \quad (4)$$

Полученное выражение (4) есть дифференциальное не линейное уравнение с переменными коэффициентами, которое достаточно трудно решается.

## 2. Неравномерность хода машины.

Из выражения (4) мы видим, что угловая скорость ведущего звена есть величина переменная. Как количественно оценить неравномерность хода машины? Неравномерность хода машины оценивается коэффициентом неравномерности хода  $\delta$ .



Тахограмма установившегося движения

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}} \quad (5)$$

$$\text{где } \omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad (6)$$

Например, для кузнечно-прессовых и СХМ  $\delta = 1/5 \dots 1/10$

Для металлообрабатывающих станков  $\delta = 1/30 \dots 1/40$

Для тепловых двигателей  $\delta = 1/100 \dots 1/200$

Для асинхронных двигателей, генерат.  $\delta = 1/1000 \dots$

Преобразуем выражения (5) и (6), освободившись от знаменателей и перемножив, левые и правые части.

$$\omega_{cp} \cdot \delta = \omega_{\max} - \omega_{\min}$$

$$2\omega_{cp} = \omega_{\max} + \omega_{\min}$$

$$2\delta\omega_{cp} = \omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 \quad (7)$$

Используя полученные выражения, можно определить максимальную и минимальную угловые скорости через  $\delta$ .

$$\omega_{\max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$$

$$\omega_{\min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)$$

### 3. Определение момента инерции маховика по методу Н.И.Мерцалова.

Есть точные методы определения момента инерции маховика и приближенные.

Рассмотрим приближенный метод Н.И.Мерцалова, разработанный в начале XX века, так как точные методы (например, метод профессора Виттенбауера) более сложны и связаны с графическим решением, где эта точность теряется.

Рассмотрим разность между максимальной и минимальной кинетической энергии маховика, установленного на ведущем звене.

$$E_{\max} - E_{\min} = \frac{I_{\text{м}} \cdot \omega_{\text{м max}}^2}{2} - \frac{I_{\text{м}} \cdot \omega_{\text{м min}}^2}{2} = \frac{I_{\text{м}}}{2} (\omega_{\text{м max}}^2 - \omega_{\text{м min}}^2)$$

Используя уравнение (7) заменим выражение в скобках и выразим  $I_{\text{м}}$

$$I_{\text{м}} = \frac{E_{\text{м max}} - E_{\text{м min}}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2} - I_{01} \quad (5)$$

где  $\omega_{cp}$  – средняя угловая скорость звена, на котором установлен маховик,  $I_{01}$  – постоянный момент инерции, связанный с ведущим звеном (муфта сцепления, момент инерции ведущего звена и т.д.)

Из закона сохранения энергии

$$E = E_{\text{п}} + E_{\text{м}}$$

или, вычтя из обеих частей уравнения постоянную составляющую, получим

$$\Delta E = \Delta E_{\text{п}} + \Delta E_{\text{м}}$$

Где  $\Delta E$  – приращение кинетической энергии всего механизма

$\Delta E_{\text{п}}$  – приращение кинетической энергии механизма без маховика

$\Delta E_{\text{м}}$  – приращение кинетической энергии маховика

Из уравнения энергетического баланса можно найти  $\Delta E$

$$\Delta E = A_{nd} - A_{nc}$$

Кинетическую энергию всех звеньев механизма без маховика можно определить

$$E_n = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i V_{s_i}^2}{2} + \frac{I_{s_i} \omega_i^2}{2} \right)$$

Или, используя метод замещающих масс

$$E_n = \sum_i \frac{m_i V_i^2}{2}$$

Вычтя из этого выражения постоянную составляющую, найдем  $\Delta E_{\text{п}}$

$$\Delta E_n = \sum_i \frac{m_i V_i^2}{2} - \frac{m_A V_A^2}{2} = \frac{m_B V_B^2}{2} + \frac{m_C V_C^2}{2} + \frac{m_D V_D^2}{2} + \dots$$

Где А – точка, связанная с ведущим звеном, момент инерции, которого постоянен, а точки В, С, D и т.д. – точки на ведомых звеньях механизма, в которых размещена масса звеньев.

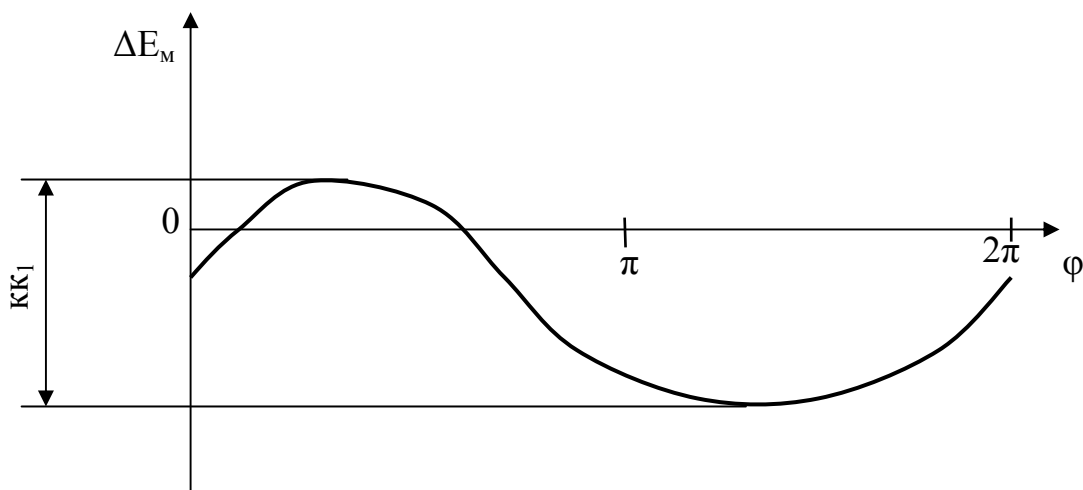
Приращение кинетической энергии маховика

$$\Delta E_M = \Delta E - \Delta E_{\Pi}$$

Тогда выражение (5), с учетом того, что масса в точке А играет роль маховика, преобразуется к виду

$$I_M = \frac{\Delta E_{M \max} - \Delta E_{M \min}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2} - m_A \ell_{AO_1}^2 \quad (6)$$

Для определения числителя в этом выражении необходимо построить диаграмму  $\Delta E_M = f(\varphi)$



Окончательно получаем выражение для определения момента инерции маховика

$$I_M = \frac{(\kappa\kappa_1) \cdot \mu_{\Delta E_M}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2} - m_A \ell_{AO_1}^2$$

где  $\mu_{\Delta E_M}$  - масштабный коэффициент по оси ординат диаграммы  $\Delta E_M = f(\varphi)$ .

## 1. 12 Лекция № 14 ( 2 часа).

**Тема:** «Коэффициент полезного действия механизмов и машин»

### 1.12.1. Вопросы лекции:

1. Режимы движения механизма
2. Силы трения и механический коэффициент полезного действия механизмов. Условие самоторможения.
3. К.П.Д. механизмов при различных способах их соединения в машине.
4. Определение К.П.Д. плоского механизма аналитическим методом.

### 1.12.2. Краткое содержание вопросов

#### 1. Режимы движения механизма

Процесс движения машинного агрегата в общем случае состоит из трех фаз: разбега, установившегося режима и выбега.

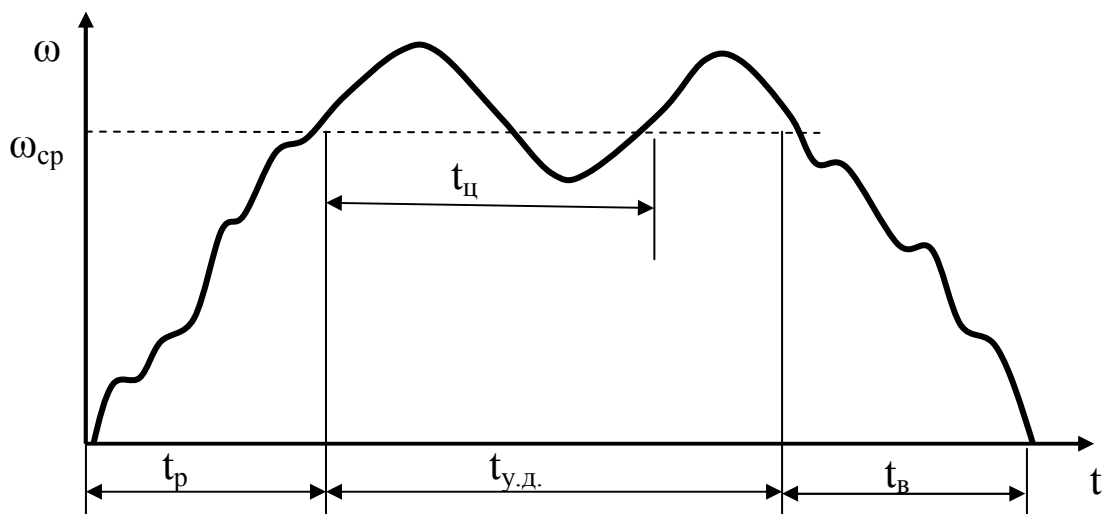


Рис. 1. Тахограмма режимов движения машинного агрегата

$t_p$  – время разбега машины;

$t_{у.д.}$  – время установившегося движения машины;

$t_в$  – время выбега (остановки);

$t_ц$  – время цикла.

$$t_{у.д.} = n \cdot t_ц$$

**Циклом движения называется такой отрезок времени движения, за который все звенья механизма возвращаются в начальное положение, имея начальные скорости и ускорения всех точек.**

Цикл движения зависит от структуры механизма и технологического процесса, выполняемого механизмом.

Запишем уравнение, выражающее закон сохранения энергии

$$A_d - A_c = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n \frac{m_{0i} V_{0i}^2}{2}$$

Для времени разбега  $V_i > V_{0i}$ , а это влечет за собой требование, чтобы работа сил движущих за все это время была больше работы сил сопротивления, т.е.  $A_d > A_c$ .

Для времени установившегося движения за цикл движения  $V_i > V_{0i}$  и работа  $A_d = A_c$ .

Для времени выбега  $V_i < V_{0i}$  и потому должно быть  $A_d < A_c$ .

2. Механический коэффициент полезного действия механизмов. Условие самоторможения.

Рассмотрим отдельно режим установившегося движения. Уравнение энергетического баланса имеет вид  $A_d = A_c = A_{nc} + A_T$  где  $A_T$  – работа сил не полезного сопротивления (обычно сил трения). Следовательно, за полный цикл установившегося движения работа всех движущих сил равна работе всех производственных (полезных) и не производственных сил сопротивления.

**Механическим коэффициентом полезного действия называется отношение абсолютных величин работы сил полезного сопротивления к работе движущих сил за время установившегося движения или за один цикл движения при номинальной нагрузке.**

$$\eta = \frac{A_{nc}}{A_d} < 1 \quad \eta - \text{эта} \quad (1)$$

Как видно, КПД показывает, какая доля механической энергии, подведенной к машине, полезно расходуется на совершение той работы, для которой машина создана.

$$\eta = \frac{A_{nc}}{A_d} = \frac{A_d - A_T}{A_d} = 1 - \frac{A_T}{A_d} = 1 - \varphi \quad \text{где} \quad \varphi = \frac{A_T}{A_d} - \text{коэффициент потерь в}$$

машине. Очевидно, что всегда  $\eta + \varphi = 1$ .

КПД лучших тепловых электростанций – 0,4

- Двигателей внутреннего сгорания – 0,4...0,5

- Электрических генераторов – 0,95

- Зубчатых передач – до 0,99.

В общем случае  $0 < \eta < 1$

$$\frac{A_T}{A_d} > 1$$

КПД не может быть меньше нуля, так как в этом случае  $\frac{A_T}{A_d} > 1$  или  $A_d < A_T$ . Из этих неравенств следует, что если механизм, удовлетворяющий указанному условию, находится в покое, то действительного движения механизма произойти не может, а если он двигался, то он остановится. Это явление носит название «самоторможение механизма». Например, оно может возникнуть при передачи вращения от червячного колеса к червяку или от выходного вала к входному в планетарном редукторе с большим передаточным отношением и т.д.

Рассмотрим ещё раз уравнение энергетического баланса за цикл установившегося движения  $A_d = A_{nc} + A_T$ . Разделим обе части уравнения на время цикла  $t_c$  и получим средние значения мощностей за время цикла.

$$N_d = N_{cn} + N_T$$

$$\eta = \frac{N_{nc}}{N_d} = \frac{N_d - N_T}{N_d} = 1 - \frac{N_T}{N_d} \quad (2)$$

Тогда можно записать

Например, через среднюю мощность можно определить КПД редуктора

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{M_2 \cdot \omega_2}{M_1 \cdot \omega_1} = \frac{M_2}{M_1} \cdot u_{21}$$

### 3. К.П.Д. механизмов при различных способах их соединения в машине.

#### 3.1. Последовательное соединение механизмов.

Пусть имеется  $n$  последовательно связанных между собой механизмов (например,  $n$  ступеней зубчатого механизма с неподвижными осями колес)

$A_d$

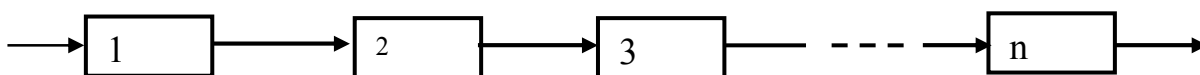
$A_1$

$A_2$

$A_3$

$A_{n-1}$

$A_{nc}$



Первый механизм приводится в движение движущими силами, совершающими работу  $A_d$ . Так как полезная работа каждого предыдущего механизма, затрачиваемая на производственные сопротивления, является работой движущих сил для каждого последующего,

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_d} \quad \text{для второго и т.д.} \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A_1} \quad \dots \quad \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}.$$

то для первого механизма

Общий коэффициент полезного действия системы машин, в соответствии с определением будет

$$\eta_{1n} = \frac{A_{nc}}{A_d}$$

. То же самое можно получить, если перемножить КПД каждого механизма

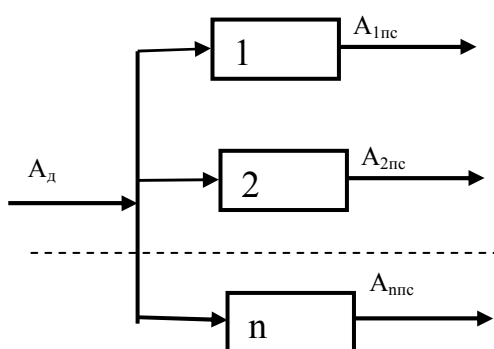
$$\eta_{1n} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_n = \frac{A_1}{A_d} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_{nc}}{A_d}$$

Таким образом, **общий механический КПД последовательно соединённых механизмов равен произведению механических КПД отдельных механизмов, составляющих одну общую систему.**

Из этого вывода следует, что общий КПД системы всегда будет меньше самого маленького КПД механизма, входящего в эту систему.

### 3.2. Параллельное соединение механизмов.

Существует несколько способов параллельного соединения механизмов. Рассмотрим вначале такое параллельное соединение, когда все механизмы приводятся в движение от одного двигателя и совершают разную работу (см. рис.) Например, двигатель комбайна и различные его механизмы (механизм движения, жатки, очистки и т.д.)



КПД всей системы машин по определению,

$$\eta_{1n} = \frac{A_{nc}}{A_d} \quad \text{где работа сил производственного}$$

сопротивления определится как сумма

$$A_{nc} = A_{1nc} + A_{2nc} + \cdots + A_{nnc}$$

Работа  $A_d$  может быть выражена через работы сил производственного сопро-

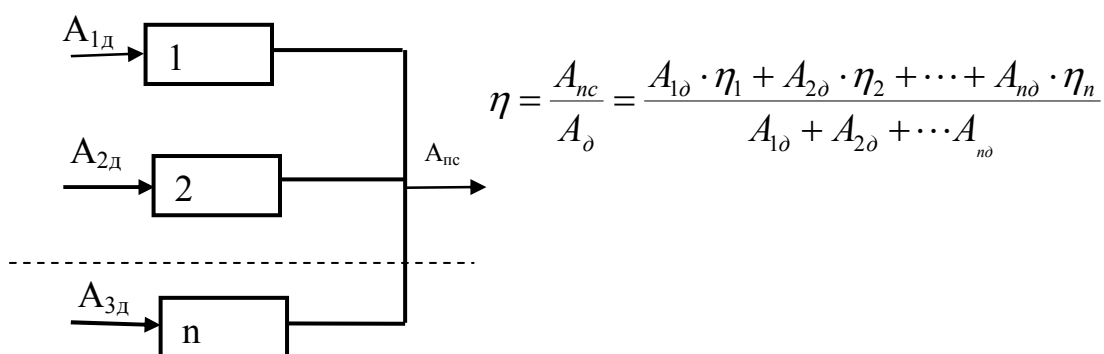
тивления и через КПД отдельных механизмов

$$A_d = \frac{A_{1nc}}{\eta_1} + \frac{A_{2nc}}{\eta_2} + \cdots + \frac{A_{nnc}}{\eta_n}$$

$$\eta_c = \frac{A_{1nc} + A_{2nc} + \cdots + A_{nnc}}{A_{1nc}/\eta_1 + A_{2nc}/\eta_2 + \cdots + A_{nnc}/\eta_n}$$

Тогда КПД всей системы машин

Возможен другой способ соединения механизмов, когда к каждому механизму подводятся движущие силы, а машина производит одну работу сил полезного сопротивления. Например, сложный металлообрабатывающий станок, мехток и т.д.



Из этих формул следует, что общий КПД в значительной степени зависит от той схемы распределения потоков энергии, которая была принята при проектировании общей схемы системы механизмов.

В сложных машинах, чаще всего, используются смешанные схемы соединений. В этом случае всю схему разбивают на простые блоки, в которых или последовательное соединение или параллельное, решают их, постепенно укрупняя до получения КПД всей системы.

#### 4. Определение К.П.Д. плоского механизма аналитическим методом.

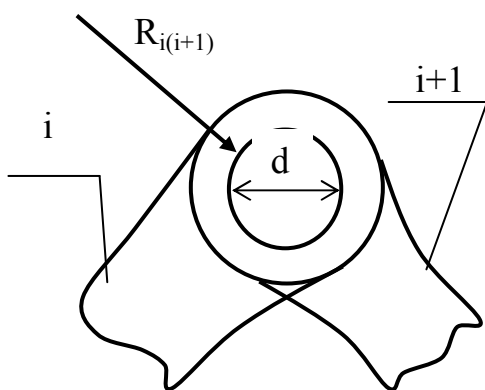
Рассмотрим определение КПД для механизма с низшими парами.

Из формул (1, 2) следует, что для определения КПД механизма необходимо знать работу или мощность, затрачиваемую на преодоление сил не производственного сопротивления за один полный цикл времени установившегося движения.

**Алгоритм определения этой мощности:**

- **Определяются для ряда положений механизма соответствующие силы не производственных сопротивлений (в основном это силы трения)**
- **По известным скоростям движения звеньев механизма определяются мощности, затрачиваемые на преодоление сил трения**
- **Определяется средняя мощность, затрачиваемая на преодоление сил трения за цикл установившегося движения**
- **Определяется КПД механизма (мощность движущих сил или сил полезного сопротивления, как правило, известна)**

а) Потери мощности во вращательной кинематической паре



$$N_T^B = M_{TP} \cdot \omega_{i(i+1)} = F_{TP} \frac{d}{2} \cdot \omega_{i(i+1)} = R_{i(i+1)} f \frac{d}{2} \omega_{i(i+1)}$$



где  $\omega_{i(i+1)}$  - угловая скорость  $i$ -го звена относительно  $i+1$ ,  $f$  – коэффициент трения скольжения в кинематической паре,  $R_{i(i+1)}$  – сила давления  $i$ -го звена на  $i+1$  звено (реакция в кинематической паре),  $d/2$  - радиус цапфы.

б) Потери мощности в поступательной кинематической паре

$$N_T^{\Pi} = F_{TP} \cdot V_{i(i+1)} = R_{i(i+1)} f \cdot V_{i(i+1)}$$

Общая мощность, затрачиваемая на преодоление сил трения, в  $k$ -ом положении механизма равна

$$N_{T_k} = \sum_{i=1}^n N_{T_i}^B + \sum_{g=1}^m N_{T_g}^{\Pi}$$

где  $n$  – число вращательных пар,  $m$  – число поступательных пар.

Средняя мощность за цикл

$$N_{T_{cc}} = \frac{\sum_{k=1}^p N_{T_k}}{p}$$

где  $p$  – число положений механизма за цикл движения, в которых рассчитывались потери мощности на трение.

Затем по формуле (2) рассчитывается КПД механизма.

Потери мощности на трение в высшей кинематической паре рассчитывается аналогично, например, в зубчатой передаче.

$$N_T = N_T^c + N_T^K = R_{i(i+1)} f \cdot V_{ск} + R_{i(i+1)} \cdot k \cdot \omega_{i(i+1)}$$

где  $N_T^c$  - потери мощности на трение скольжения в зубьях,  $N_T^K$  - потери мощности на трение перекачивания зубьев друг по другу,  $f$  - коэффициент трения скольжения,  $k$  – коэффициент трения качения,  $V_{ск}$  – относительная скорость скольжения зубьев друг по другу.

На практике, обычно, КПД определяется экспериментально.

### 1. 13 Лекция № 15 ( 2 часа).

**Тема:** «Уравновешивание механизмов на фундаменте».

#### 1.13.1. Вопросы лекции:

1. Условия уравновешивания механизмов на фундаменте.
2. Частичное уравновешивание шарнирно-рычажных механизмов.
3. Частичное уравновешивание кривошипно-ползунных механизмов.

#### 1.13.2. Краткое содержание вопросов

1. Условия уравновешивания механизмов на фундаменте.

При установившемся движении механизма ускорения центров тяжести звеньев изменяются циклически, как по величине, так и по направлению. Соответственно также изменяются и силы инерции. Если эти силы не уравновешены, то они влияют и на величину давления в кинематических парах и на стойку (раму) и фундамент машины.

**Неуравновешенность машин не желательна по причинам:**

- **Вызывает динамические нагрузки на фундамент**
- **Уменьшает циклическую прочность звеньев**
- **Уменьшает КПД машины**
- **Снижает качество выполнения технологического процесса**
- **Ухудшает условия труда обслуживающего персонала**
- **И т.д.**

По этой причине, при проектировании механизма, ставится задача путем специальных мероприятий обеспечить полное или частичное погашение этих динамических нагрузок. Решение этой задачи называется уравновешивание механизмов (уравновешивание сил инерции механизмов).

Эта задача может быть разделена на две самостоятельные задачи.

1. Уравновешивание динамических нагрузок на фундамент.
2. Уравновешивание динамических нагрузок в кинематических парах.

Как известно, любая система сил, приложенных к твердому телу, может быть приведена к одной силе (главный вектор), приложенной в точке приведения и к одному моменту относительно точки приведения (главный момент).

Для полного уравновешивания сил инерции звеньев необходимо

$$\begin{aligned}\bar{F}_u &= 0 \\ \bar{M}_u &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

Или, если выразить эти равенства через проекции сил инерции и моментов инерции на оси пространственной системы координат

$$F_{ux} = -\sum m_i \ddot{x}_i = 0$$

$$F_{uy} = -\sum m_i \ddot{y}_i = 0$$

$$F_{uz} = -\sum m_i \ddot{z}_i = 0$$

$$M_{ux} = \sum (y_i F_{uz} - z_i F_{uy}) = -\sum (m_i y_i \ddot{z}_i - m_i z_i \ddot{y}_i) = 0$$

$$M_{uy} = \sum (z_i F_{ux} - x_i F_{uz}) = -\sum (m_i z_i \ddot{x}_i - m_i x_i \ddot{z}_i) = 0$$

$$M_{uz} = \sum (x_i F_{iy} - y_i F_{ix}) = -\sum (m_i x_i \ddot{y}_i - m_i y_i \ddot{x}_i) = 0$$

Где:  $m_i$  – масса  $i$ -ой точки звена;

$\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$  – проекции ускорений  $i$ -ой точки на оси  $x, y$  и  $z$ ;

$x_i, y_i, z_i$  – расстояние  $i$ -ой точки по соответствующей оси до начала системы координат.

Рассмотрим плоский механизм на фундаменте (рисунок 1.1).

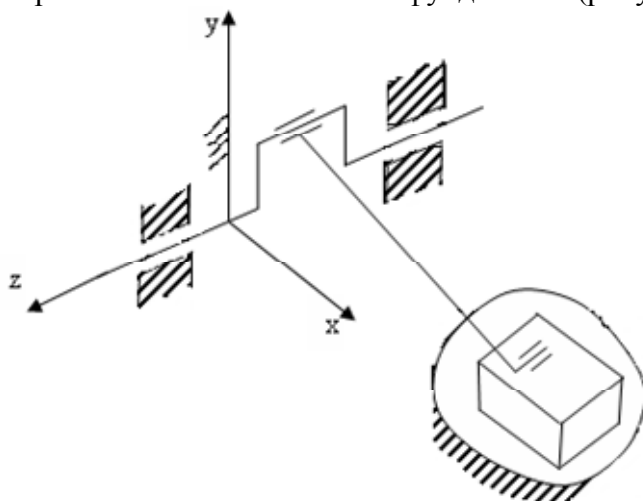


Рисунок 1.1

Будем полагать, что все звенья в механизме абсолютно жёсткие и находятся в плоскопараллельном движении. Система координат жёстко скреплена со стойкой. Удобно начало системы координат выбрать на оси вращения ведущего звена, а ось  $z$  совместить с осью вращения главного вала машины. В связи с этим, координата  $z_i$  любой точки в плоском механизме есть величина постоянная и система уравнений условия уравнивания будет выглядеть следующим образом

$$\sum m_i \ddot{x}_i = 0 \quad \sum m_i z_i \ddot{y}_i = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_i \ddot{y}_i = 0 \quad \sum m_i z_i \ddot{x}_i = 0 \quad (3)$$

$M_{uz} \neq 0$ , так как этот момент инерции должен рассматриваться совместно с приведёнными моментами движущих сил и сил сопротивления, и он всегда уравнивается избыточным моментом  $M$ . Этот вопрос рассматривается в разделе регулирования хода машин.

Рассмотрим проекции ускорений на оси системы координат

$$\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = \frac{dx_i \cdot d\varphi}{dt \cdot d\varphi} = \omega \frac{dx_i}{d\varphi}$$

$$\ddot{x}_i = \frac{d\dot{x}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \omega \frac{dx_i}{d\varphi} \right) = \frac{d\omega}{dt} \frac{dx_i}{d\varphi} + \omega \frac{d \left( \frac{dx_i}{d\varphi} \right)}{dt} = \varepsilon \frac{dx_i}{d\varphi} + \omega^2 \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2}$$

Аналогично

$$\ddot{y}_i = \varepsilon \frac{dy_i}{d\varphi} + \omega^2 \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2}$$

Значения ускорений по осям  $y$  и  $x$  подставим в выражения (2) и (3)

$$\begin{aligned} \varepsilon \sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} + \omega^2 \sum m_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \varepsilon \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} + \omega^2 \sum m_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \varepsilon \sum m_i z_i \frac{dx_i}{d\varphi} + \omega^2 \sum m_i z_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \varepsilon \sum m_i z_i \frac{dy_i}{d\varphi} + \omega^2 \sum m_i z_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} &= 0 \end{aligned}$$

Так как  $\varepsilon$  и  $\omega$  постоянно меняются для выполнения этих равенств необходимо

$$\begin{aligned} \sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} &= 0 & \sum m_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} &= 0 & \sum m_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \sum m_i z_i \frac{dx_i}{d\varphi} &= 0 & \sum m_i z_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} &= 0 \\ \sum m_i z_i \frac{dy_i}{d\varphi} &= 0 & \sum m_i z_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} &= 0 \end{aligned}$$

Если первые уравнения будут выполняться, то вторые, полученные из первых путём дифференцирования по  $d\varphi$ , также будут выполняться автоматически, следовательно, вместо 8 уравнений достаточно выполнить 4 первых.

$$\begin{aligned} \sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} &= 0 & \sum m_i z_i \frac{dx_i}{d\varphi} &= 0 \\ \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} &= 0 & \sum m_i z_i \frac{dy_i}{d\varphi} &= 0 \end{aligned}$$

Рассмотрим статические моменты масс механизма относительно осей  $x$  и  $y$

$$\sum m_i x_i = m x_s \quad \sum m_i y_i = m y_s$$

Где  $m$  – масса всех звеньев механизма, а  $x_s$  и  $y_s$  координаты общего центра масс. Дифференцируя эти выражения по  $\varphi$  получим

$$\sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} = m \frac{dx_s}{d\varphi} = 0 \quad \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} = m \frac{dy_s}{d\varphi} = 0$$

Учитывая, что  $m \neq 0$ , эти уравнения можно записать в следующем виде

$$\frac{dx_s}{d\varphi} = 0 \quad \frac{dy_s}{d\varphi} = 0$$

Таким образом, для уравнивания главного вектора сил инерции необходимо выполнить следующее условие

$$x_s = \text{const}$$

$$y_s = \text{const}$$

Т.е., для уравнивания главного вектора сил инерции плоского механизма необходимо и достаточно так подобрать массы этого механизма, что бы общий центр масс механизма оставался неподвижным.

Рассмотрим выражения для центробежных моментов относительно плоскостей  $xz$  и  $yz$

$$I_{xz} = \sum m_i z_i x_i \quad I_{yz} = \sum m_i z_i y_i$$

Дифференцируем эти выражения по углу поворота ведущего звена  $\varphi$

$$\frac{dI_{xz}}{d\varphi} = \sum m_i z_i \frac{dx_i}{d\varphi} + m_i x_i \frac{dz_i}{d\varphi} = \sum m_i z_i \frac{dx_i}{d\varphi} = 0$$

$$\frac{dI_{yz}}{d\varphi} = \sum m_i z_i \frac{dy_i}{d\varphi} + m_i y_i \frac{dz_i}{d\varphi} = \sum m_i z_i \frac{dy_i}{d\varphi} = 0$$

Так как  $z_i = \text{const}$

Таким образом, для уравнивания главного вектора момента сил инерции необходимо выполнить следующее условие

$$I_{xz} = \text{const} \quad I_{yz} = \text{const}$$

Т.е., для уравнивания главных моментов сил инерции относительно осей  $x$  и  $y$  необходимо и достаточно подобрать массы механизма так, чтобы центробежные моменты инерции масс всех звеньев механизма относительно плоскостей  $xz$  и  $yz$  были постоянными.

Указанные условия обычно выполняются частично, в зависимости от конкретно поставленной задачи.

Частичное и даже полное уравнивание сил инерции можно добиться установкой симметрично расположенных групп.

Например, схема двухпоршневого компрессора (рисунок 1.2)

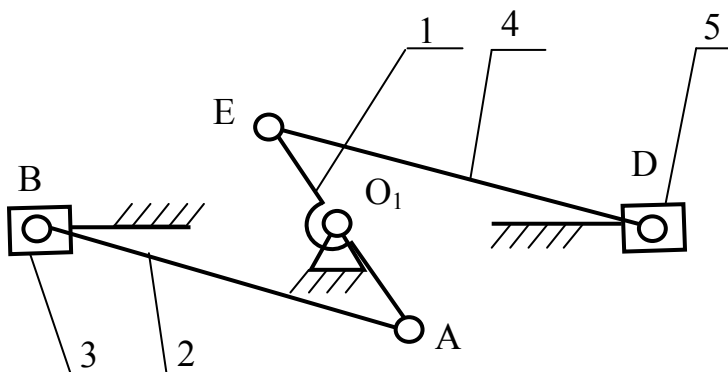


Рисунок 1.2

Здесь первые два условия выполняются, а вторые – нет.

$$x_s = \text{const}$$

$$y_s = \text{const} \quad \text{-статическое уравнивание}$$

$$I_{yz} \neq \text{const}$$

$$I_{xz} \neq \text{const} \quad \text{- момент сил инерции не уравнивается.}$$

Если взять схему механизма кузнечно-прессовой машины (см. рисунок 1.3), то в ней даже статическое уравнивание выполняется частично.

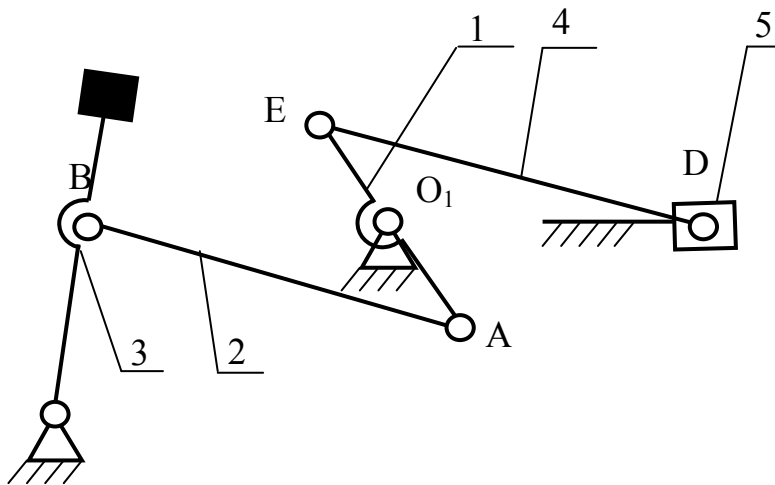


Рисунок 1.3

Простейшие механизмы (когда только одно звено) могут быть полностью уравновешены.

## 2. Частичное уравнивание шарнирно-рычажных механизмов

Достичь статического уравнивания можно методом замещающих масс (замещающих точек).

Возьмём шарнирно-рычажный четырёхзвенник (рисунок 2.1), у которого известны массы звеньев  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и их расположение на звеньях. Общий центр масс механизма

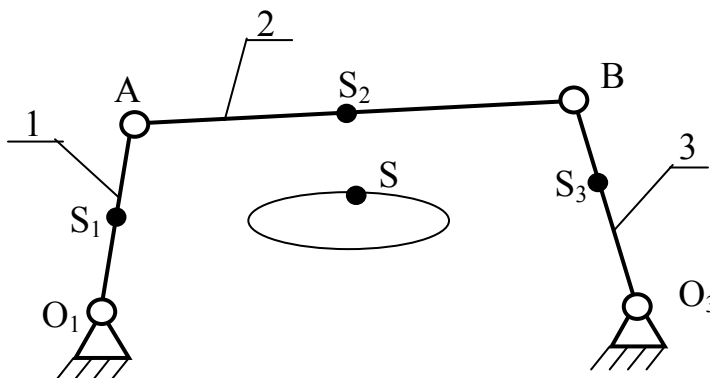


Рисунок 2.1

будет находиться в точке  $S$  и двигаться по какой-то траектории, имея переменную скорость и ускорение, что приведёт к динамической нагрузке на фундамент.

Размещаем массы по точкам звеньев.

$$m_{O_1} = m_1 \cdot \frac{AS_1}{AO_1} \quad m_{A_1} = m_1 \cdot \frac{O_1S_1}{AO_1}$$

$$m_{A_2} = m_2 \cdot \frac{BS_2}{AB} \quad m_{B_2} = m_2 \cdot \frac{AS_2}{AB}$$

$$m_{B_3} = m_3 \cdot \frac{O_3S_3}{BO_3} \quad m_{O_3} = m_3 \cdot \frac{BS_3}{BO_3}$$

Объединяем массы, размещенные в точках А и В.

$$m_A = m_{A_1} + m_{A_2} \quad m_B = m_{B_2} + m_{B_3}$$

Таким образом, массы звеньев механизма окажутся заменёнными четырьмя массами, размещёнными в точках  $O_1$ ,  $A$ ,  $B$  и  $O_3$ , но общий центр масс своего положения не изменит.

Разместим на звеньях 1 и 3 противовесы (корректирующие массы)  $m_{k1}$  и  $m_{k2}$  таким образом, чтобы центр масс полученных звеньев оказался в точках  $O_1$  и  $O_3$  (рисунок 2.2). Для этого необходимо выполнить условие

$$m_{k1} \cdot l_{k1} = m_A \cdot l_{AO_1}$$

$$m_{k2} \cdot l_{k2} = m_B \cdot l_{BO_3}$$

Тогда можно объединить массы, размещённые на звеньях 1 и 3

$$m'_{O_1} = m_{O_1} + m_A + m_{k1}$$

$$m'_{O_3} = m_{O_3} + m_B + m_{k2}$$

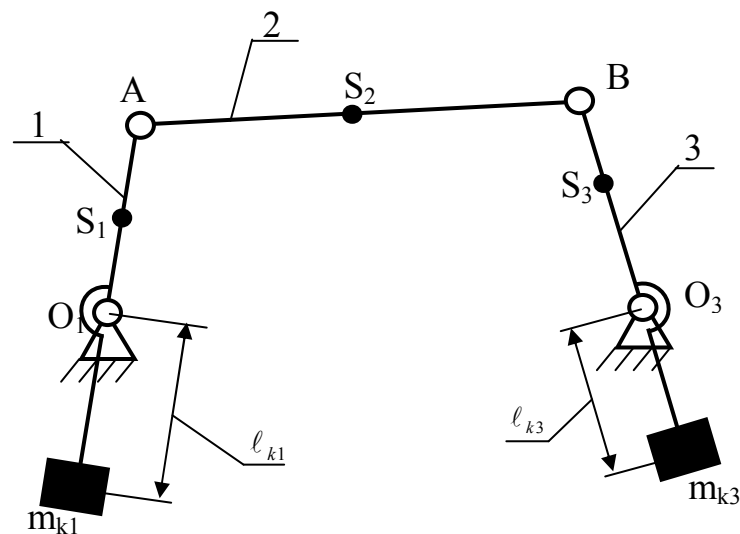


Рисунок 2.2

Таким образом, после добавления противовесов, массы звеньев механизма могут быть заменены системой двух неподвижных масс в точках  $O_1$  и  $O_3$ , следовательно общий центр масс механизма будет неподвижным.

### 3. Частичное уравнивание кривошипно-ползунных механизмов

Кривошипно-ползунный механизм (рисунок 3.1) имеет массы звеньев  $m_1, m_2, m_3$  и известно их расположение на звеньях. Общий центр масс механизма будет находиться в точке  $S$  и двигаться, как и в предыдущем механизме по какой-то траектории, имея переменную скорость и ускорение. Опять воспользуемся методом замещающих масс.

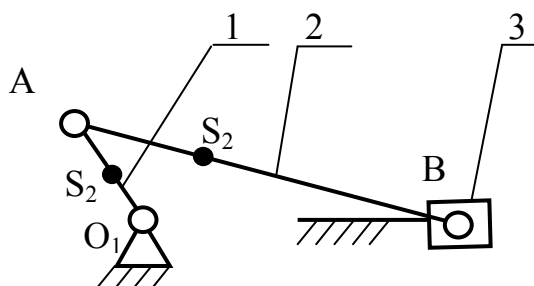


Рисунок 3.1

Размещаем массы по точкам звеньев.

$$\begin{aligned} m_{O_1} &= m_1 \cdot \frac{AS_1}{AO_1} & m_{A_1} &= m_1 \cdot \frac{O_1S_1}{AO_1} \\ m_{A_2} &= m_2 \cdot \frac{BS_2}{AB} & m_{B_2} &= m_2 \cdot \frac{AS_2}{AB} \\ m_{B_3} &= m_3 \end{aligned}$$

Объединяем массы, размещенные в точках A и B.

$$m_A = m_{A_1} + m_{A_2} \quad m_B = m_{B_2} + m_{B_3}$$

Разместим на звене 2 противовес  $m_{k2}$  таким образом, чтобы центр масс второго звена оказался в точке A (рисунок 3.2). Для этого необходимо выполнить условие

$$m_{k2} \cdot l_{k2} = m_B \cdot l_{AB}$$

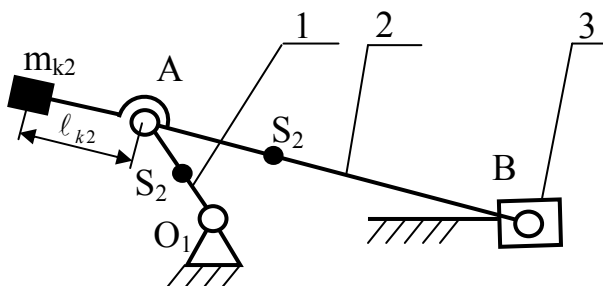


Рисунок 3.2

Тогда можно объединить массы, размещенные на звене 2



$$m'_A = m_{k2} + m_A + m_B$$

Разместим на звене 1 противовес  $m_{k1}$  таким образом, чтобы общий центр масс этого звена, с учётом  $m'_A$ , находился в точке  $O_1$  (рисунок 3.3). Для этого необходимо выполнить условие

$$m'_{O_1} = m_{O_1} + m'_A + m_{k1}$$

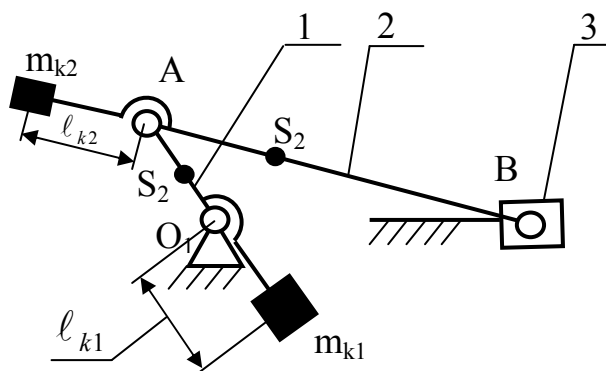


Рисунок 3.3

Тогда можно объединить массы, размещённые на звене 1

$$m'_{O_3} = m_{O_3} + m'_A + m_{k1}$$

Таким образом, после добавления противовесов, массы звеньев механизма могут быть заменены одной неподвижной массы в точке  $O_1$ , следовательно общий центр масс механизма будет неподвижным.

Однако, установка противовеса  $m_{k2}$ , увеличивает длину шатуна и тем самым значительно увеличивает габариты механизма, поэтому на практике чаще всего ограничиваются установкой только противовеса  $m_{k1}$ .

## 1. 14 Лекция № 16 ( 2 часа).

**Тема:** «Уравновешивание вращающихся звеньев».

### 1.14.1. Вопросы лекции:

1. Условия уравновешивания вращающихся звеньев.
2. Виды неуравновешенности ротора.
3. Динамическое уравновешивание ротора.
4. Статическое уравновешивание ротора.

### 1.14.2. Краткое содержание вопросов

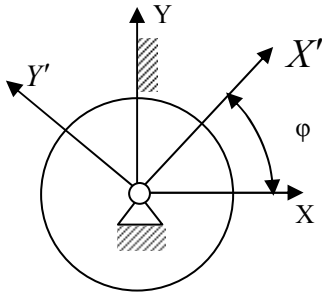
1. Условия уравновешивания вращающихся звеньев.

Из теоретической механики известно, что давление вращающегося тела на его опоры, в общем случае, складывается из двух составляющих: статической, вызванной действием заданных сил (сил тяжести и др.) и динамической, обусловленной ускоренным движением материальных частиц, из которых состоит вращающееся тело.

Если динамическая составляющая не равна нулю, то звено (ротор) в этом случае называется неуравновешенным.

На предыдущей лекции мы вывели условия полной уравновешенности механизма на фундаменте

$$\begin{aligned} X_s &= \text{const} & I_{xz} &= \text{const} \\ Y_s &= \text{const} & I_{yz} &= \text{const} \end{aligned}$$



Рассмотрим вращающееся звено.  $X, Y$  и  $Z$  неподвижная система координат (связана со стойкой). Ось  $Z$  направим по оси вращения.

Возьмём другую систему координат  $X', Y', Z'$ , связанную жёстко с телом вращения. Известно, что координаты точки в неподвижной системе через координаты подвижной определяются

$$X = X' \cdot \cos \varphi - Y' \cdot \sin \varphi$$

$$Y = X' \cdot \sin \varphi + Y' \cdot \cos \varphi$$

Следовательно, и для центра масс можно записать

$$X_s = X'_s \cdot \cos \varphi - Y'_s \cdot \sin \varphi = \text{const}$$

$$Y_s = X'_s \cdot \sin \varphi + Y'_s \cdot \cos \varphi = \text{const}$$

Это возможно только тогда, когда  $X'_s$  и  $Y'_s = 0$ , и, следовательно,  $X_s = 0$  и  $Y_s = 0$ .

Это значит, что для статического уравнивания ротора необходимо и достаточно, чтобы центр масс ротора лежал на оси вращения.

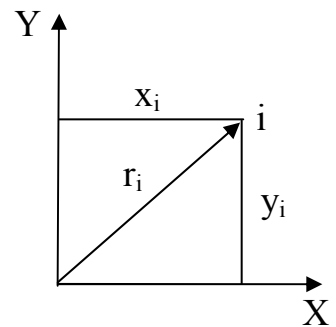
Это условие можно выразить через статические моменты

$$m \cdot X_s = \sum m_i \cdot X_i = 0$$

$$m \cdot Y_s = \sum m_i \cdot Y_i = 0 \quad \text{или} \quad \sum m_i \cdot \bar{r}_i = 0$$

Вектор  $\bar{D}_{cm} = \sum m_i \cdot \bar{r}_i$  называется главным вектором дисбаланса ротора.

Сила инерции, вызванная дисбалансом, будет определяться как



$$\bar{F} = \omega^2 \cdot \bar{r}_s \cdot m = \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot \bar{r}_i = \omega^2 \cdot \bar{D}_{cm}$$

Рассмотрим центробежные моменты инерции

$$I_{xz} = \sum m_i \cdot Z_i \cdot X_i = \sum m_i \cdot Z_i \cdot X'_i \cdot \cos \varphi - \sum m_i \cdot Z_i \cdot Y'_i \cdot \sin \varphi = \text{const}$$

$$I_{yz} = \sum m_i \cdot Z_i \cdot Y_i = \sum m_i \cdot Z_i \cdot X'_i \cdot \sin \varphi + \sum m_i \cdot Z_i \cdot Y'_i \cdot \cos \varphi = \text{const}$$

Это возможно только тогда, когда  $\sum m_i \cdot Z_i \cdot X'_i = 0$  и  $\sum m_i \cdot Z_i \cdot Y'_i = 0$ , следовательно

$$I_{xz} = \sum m_i \cdot Z_i \cdot X_i = 0$$

$$I_{yz} = \sum m_i \cdot Z_i \cdot Y_i = 0$$

или

$$\sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i = 0$$

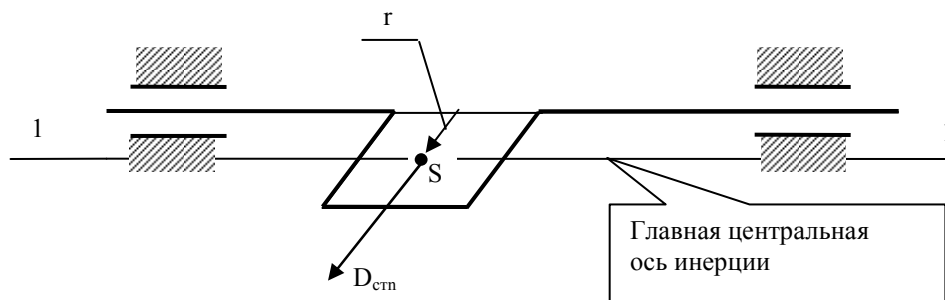
Где  $\bar{M}_D = \sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i$  - главный момент дисбаланса ротора

## 2. Виды неуравновешенности ротора

### Статическая неуравновешенность

Если  $\sum m_i \cdot \bar{r}_i \neq 0$  а  $\sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i = 0$  т.е. центр масс ротора не лежит на оси вращения, то такая неуравновешенность называется статической.

Например:



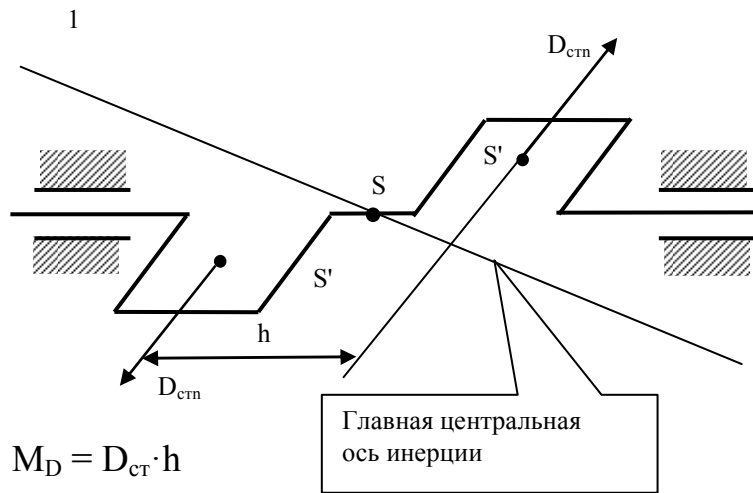
Статическая неуравновешенность может быть устранена добавлением корректирующей массы  $m_k$ , такой что бы  $\sum m_i \cdot \bar{r}_i = -\bar{r}_k \cdot m_k$ .

В зависимости от конструктивных требований может быть две и более корректирующих массы.

### Моментная неуравновешенность

Если  $\sum m_i \cdot \bar{r}_i = 0$  а  $\sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i \neq 0$ , т.е. центр масс лежит на оси вращения, а главный момент дисбалансов не равен 0.

Например:



Так как пара дисбалансов может быть уравновешена только парой, то устранить неуравновешенность можно только не менее чем двумя корректирующими массами.

Динамическая неуравновешенность является совокупностью двух предыдущих, т.е.

$\sum m_i \cdot \bar{r}_i \neq 0$  и  $\sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i \neq 0$  (кулачковые распределительные валы, коленчатые валы многоцилиндровых двигателей и т.д.).

Динамическую неуравновешенность можно устранить двумя корректирующими массами, расположенными в плоскостях коррекции, которые называются плоскостями исправления.

### 3. Динамическое уравнивание ротора

Рассмотрим динамически неуравновешенный ротор (рисунок 3.1). Можно было бы каждой неуравновешенной массе противопоставить свою корректирующую массу. Однако такое решение не является оптимальным, так как в системе ротора почти всегда происходит частичное взаимное уравнивание.

Для уравнивания двумя корректирующими массами, начало системы координат совмещаем с одной из плоскостей исправления, а ось  $Z$  направляем в сторону другой плоскости исправления.

Для устранения моментной неуравновешенности необходимо выполнение условия  $\sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i = 0$ . В эту сумму входит и уравнивающий момент дисбаланса, создаваемый корректирующей массой, которую размещаем во второй плоскости исправления. Величину этого момента можно определить графическим решением векторного уравнения.

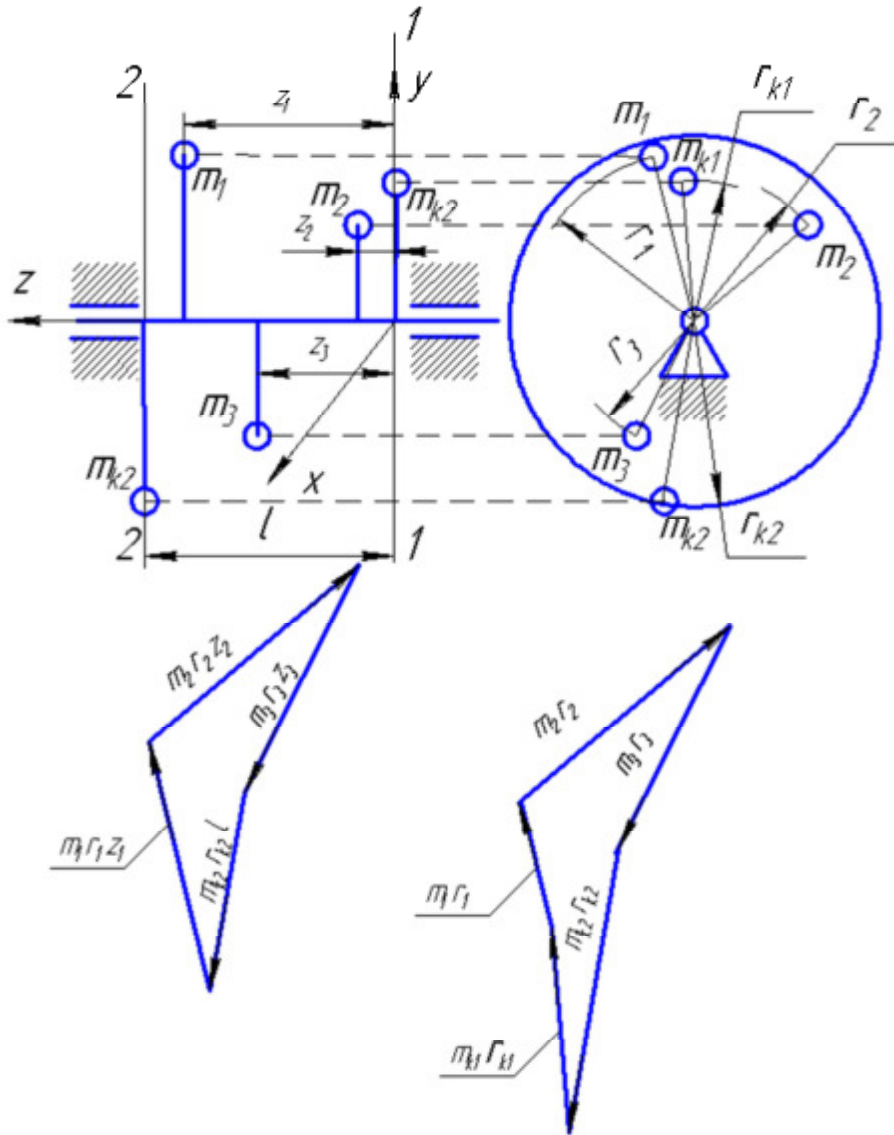


Рисунок 3.1

$$\sum m_i \cdot z_i \cdot \bar{r}_i = m_1 z_1 \bar{r}_1 + m_2 z_2 \bar{r}_2 + m_3 z_3 \bar{r}_3 + m_{k2} l \bar{r}_{k2} = 0$$

Для статического уравновешивания воспользуемся также векторным уравнением, только корректирующую массу будем добавлять в первую плоскость исправления, где координата  $Z=0$  и первое условие уравновешивания не нарушится.

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i = m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_{k2} \bar{r}_{k2} + m_{k1} \bar{r}_{k1} = 0$$

Графически решая это уравнение, находим уравновешивающий дисбаланс в первой плоскости исправления. Зная дисбалансы в плоскостях исправления, задаваясь одним из параметров (массой или радиусом, в зависимости от конструктивных соображений) определяем второй параметр.

#### 4. Статическое уравновешивание ротора

Рассмотрим ротор (рисунок 4.1), размеры которого вдоль оси вращения малы по сравнению с радиальными размерами (шкивы, диски и т.д.).

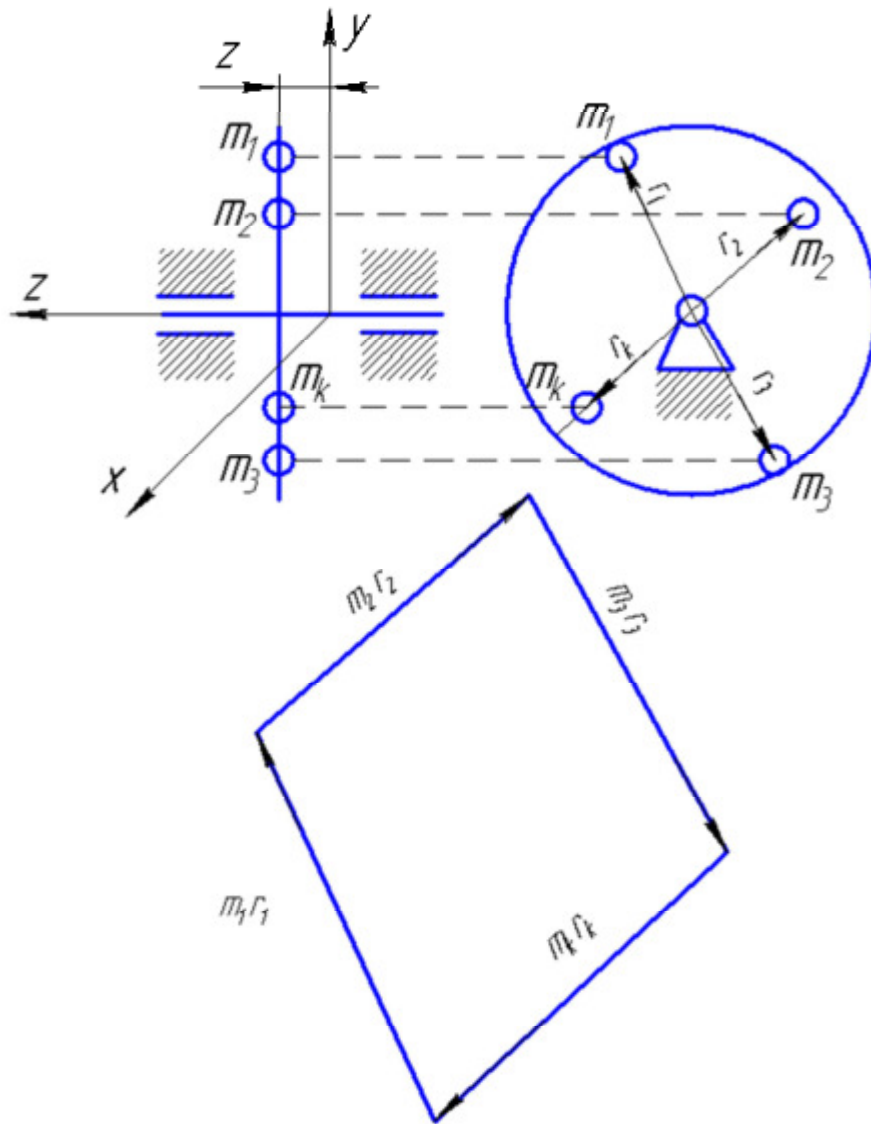


Рисунок 4.1

Для полного устранения неуравновешенности необходимо выполнение двух условий

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i = 0$$

$$\sum m_i \cdot Z_i \cdot \bar{r}_i = 0$$

Но так, как все избыточные массы практически находятся в одной плоскости, координат по оси  $Z$  будет величиной постоянной и её можно вынести за знак суммы

$$Z \cdot \sum m_i \cdot \bar{r}_i = 0$$

А это значит достаточно выполнить только первое условие – второе выполнится автоматически, т.е. для данного ротора нужно решить векторное уравнение

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i = m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3 + m_k \bar{r}_k = 0$$

Зная дисбаланс  $m_k \bar{r}_k$ , задаваясь одним из параметров (массой или радиусом, в зависимости от конструктивных соображений) определяем второй параметр.

Балансировка роторов.

Принято уравнивание на этапе проектирования звена называть уравниванием, а уравнивание после изготовления звена, называть балансировкой.

Полностью уравновешенный ротор при проектировании после его изготовления обладает, тем не менее, некоторой неуравновешенностью, вызванной неоднородностью материала и отклонениями размеров от номинальных.

При балансировке вместо корректирующих масс (противовесов) можно применить «антипротивовесы». Это означает, что в плоскостях исправления вместо добавления  $m_{k1}$  и  $m_{k2}$  с противоположной стороны удаляют такую же массу. Возможность того или иного приёма определяется конструкцией ротора.

Статическую балансировку роторов можно проводить в статическом режиме на опорах с малым коэффициентом трения. Но более точной и перспективной, с точки зрения автоматизации, проводить такую балансировку в динамическом режиме, т.е. раскручивая ротор.

Динамическую балансировку можно провести только в динамическом режиме.

## 1. 15 Лекция № 17, 18 ( 4 часа).

**Тема:** «Виброактивность и виброзащита механизмов и машин».

### 1.15.1. Вопросы лекции:

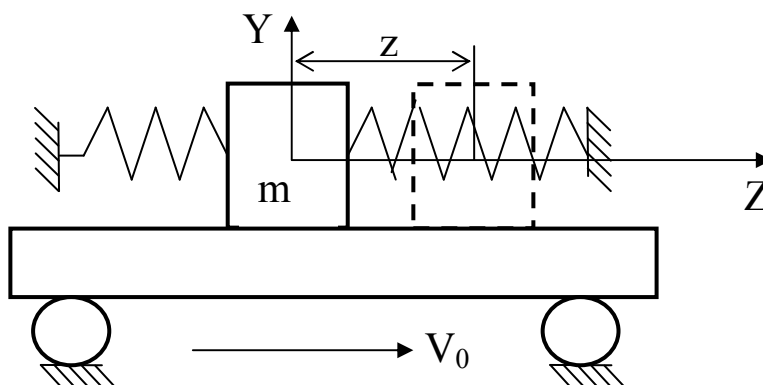
1. Колебания в механизмах.
2. Вибрационные транспортеры.
3. Источники колебаний и объекты виброзащиты.
4. Влияние вибрации на механизмы и организм человека.
5. Методы виброзащиты.

### 1.15.2. Краткое содержание вопросов

1. Колебания в механизмах.

Основой механических колебаний является знакопеременное движение динамических систем.

*Под динамической системой будем понимать совокупность тел (звеньев), обладающих массой и способных совершать относительное движение.*



Например, рассмотрим колебания, возникающие в тормозных механизмах.

$m$  – масса ползуна

$z$  – смещение ползунка от нейтрального положения (пружины не натянуты и не сжаты).

$V_0$  – постоянная скорость движения шероховатой поверхности.

Рис.1. Модель тормозного механизма

$c$  – коэффициент жесткости (суммарный для двух пружин).

$F_{тп}$  – сила трения покоя

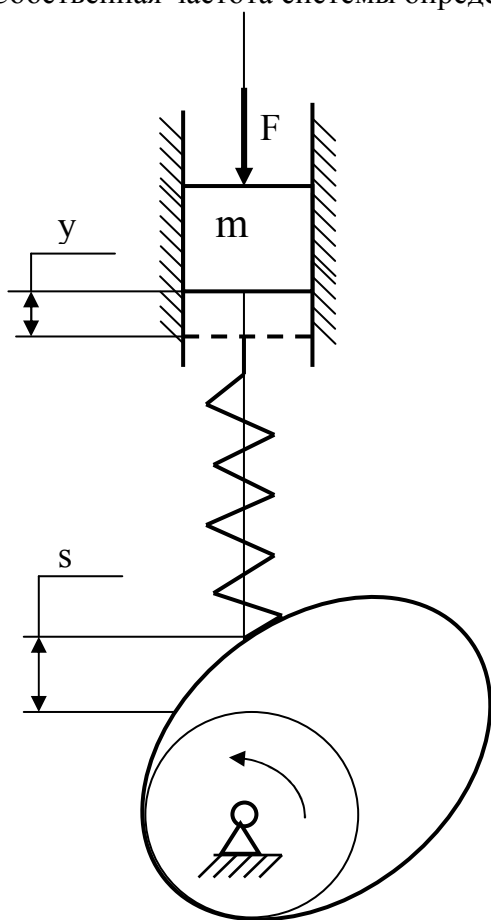
$F_T$  - сила трения скольжения.

До срыва скорость массы  $\dot{z} = V_0$

В момент срыва  $F_{\text{тр}} = c \cdot z$ , и в этот момент сила трения скачком падает на величину  $\Delta F = F_{\text{тр}} - F_T$ . После срыва движение массы будет определяться уравнением  $m \cdot z'' = F_T - c \cdot z$ .

В момент срыва сила пружин становится больше сил трения скольжения, и масса начнет останавливаться, до тех пор, пока эти силы не сравняются (с учетом сил инерции). Затем масса опять начнет двигаться вместе с поверхностью и т.д., т.е. возникают колеба-

ния. Собственная частота системы определяется  $\lambda_c = \sqrt{c/m}$  [с<sup>-1</sup>]



Рассмотрим колебания в кулачковых механизмах

Перемещение верхнего конца толкателя  $y$ , вследствие упругости толкателя, отличается от перемещения  $s$ .

Уравнение движения будет иметь вид

$$m \cdot \ddot{y} = c(s - y) - b\dot{y} - F \quad (1)$$

где:  $c$  – коэффициент жесткости толкателя;  $b$  – коэффициент сопротивления.

После преобразования получим

$$m \cdot \ddot{y} + b\dot{y} + cy = cs - F \quad (2)$$

Величина  $s$  или, точнее  $s(t)$ , определяется профилем кулачка и называется кинематическим возбуждением.

Можно перемещения  $y$  и  $s$  заменить их разностью  $q$ , т.е.  $q = y - s$ , отсюда  $y = q + s$ .

Тогда из выражения 2

$$m\ddot{q} + m\ddot{s} + b\dot{q} + b\dot{s} + cq + cs = cs - F$$

или

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + cq = -m\ddot{s} - b\dot{s} - F$$

или

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \lambda^2 q = -\ddot{s} - 2\gamma\dot{s} - F/m$$

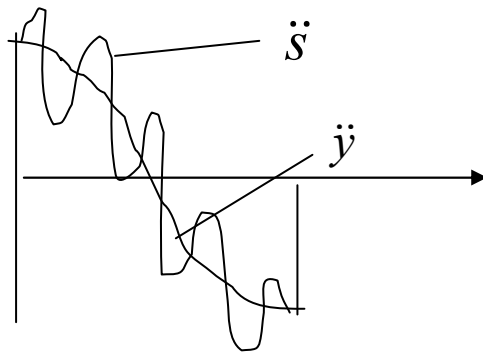
где  $\gamma = b/2m$  – коэффициент демпфирования;  $\lambda_c = \sqrt{c/m}$  – собственная частота системы.

Обычно, для сравнения различных законов движения, принимают  $F = 0$  и  $\gamma = 0$ , т.е. рассматривают чисто инерционные колебания. Тогда

$$\ddot{q} + \lambda^2 q = -\ddot{s}$$



Например, для косинусоидального закона движения



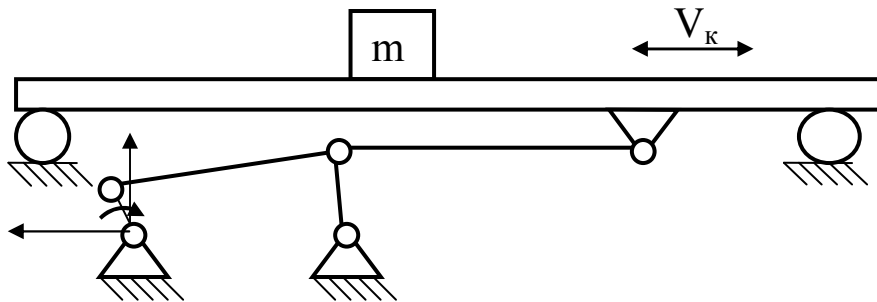
## 2. Вибрационные транспортеры.

Колебания в машинах могут иметь полезное применение в тех случаях, когда колебания (вибрация) используются для выполнения технологического процесса или для его интенсификации или для повышения качества выполняемой работы. Соответственно **вибрационной машиной называется машина, исполнительному органу которой сообщают вибрацию для осуществления или интенсификации выполняемого процесса, или повышения качества выполняемой работы.**

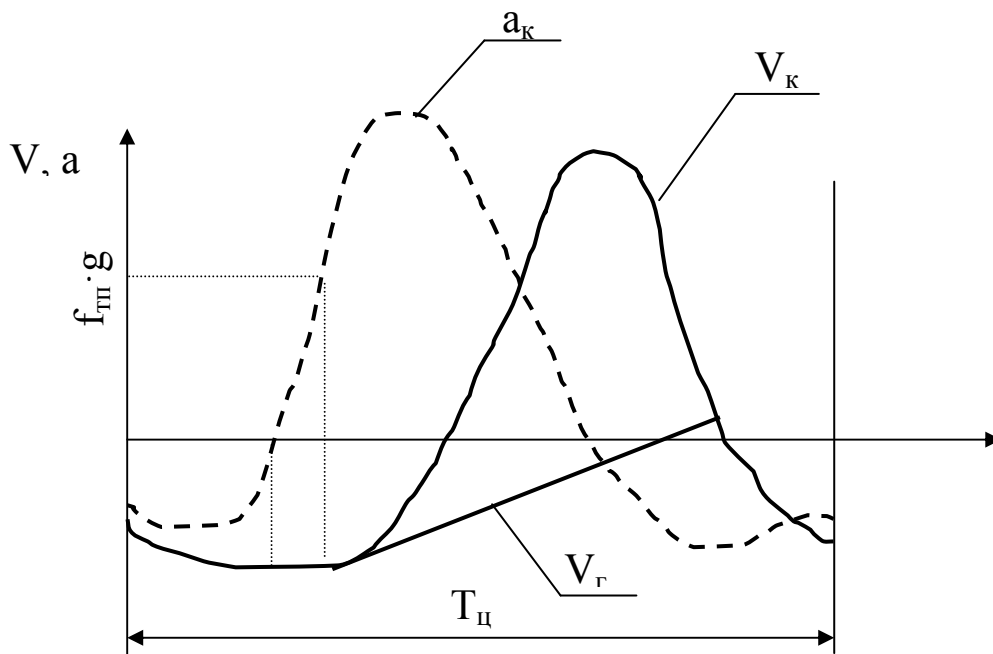
**Вибрационная машина, предназначенная для транспортирования грузов или сыпучих материалов, называется вибрационным транспортером.**

### 2.1. Безударный вибрационный транспортер (качающийся конвейер)

Основные характеристики:  $A = 10 \dots 150$  мм,  $f = 0,6 \dots 6$  Гц.



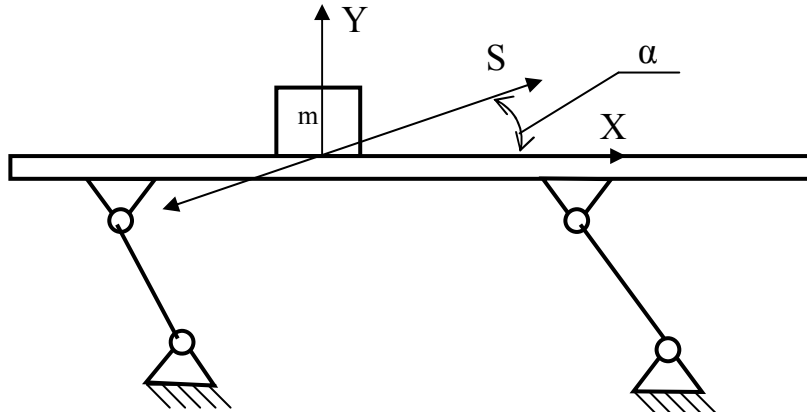
Уравнение движения  $m_z \cdot a_z = f_{mn} \cdot mg$



Для перемещения груза необходимо

$$W_z \succ f_{mn} \cdot g$$

## 2.2. Вибрационные транспортеры с подбрасыванием груза



Основные характеристики:  $A = 0,5 \dots 15$  мм,  $f = 6 \dots 50$  Гц.

Рабочий орган совершает колебания под углом  $\alpha$  к горизонтали по гармоническому закону.

$$S = A \sin \omega t$$

Где:  $A$  – амплитуда;

$\omega$  = угловая частота;

$t$  – время.

Вертикальная и горизонтальная составляющие перемещения

$$Y = A \sin \alpha \sin \omega t, \quad X = A \cos \alpha \sin \omega t$$

Первая и вторая производные по времени перемещения дают

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= A \omega \sin \alpha \cos \omega t, \quad \dot{X} = A \omega \cos \alpha \cos \omega t \\ \ddot{Y} &= -A \omega^2 \sin \alpha \sin \omega t, \quad \ddot{X} = -A \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t \end{aligned}$$

Если  $\ddot{Y} = g$  - происходит отрыв груза от поверхности желоба.

Основным параметром вибрационного транспортера данного типа является безразмерный коэффициент режима вибрации

$$K_{\epsilon} = \frac{A \omega^2 \sin \alpha}{g}$$

Он показывает во сколько раз максимум вертикальной составляющей ускорения рабочего органа  $\ddot{Y}_{\max}$  больше ускорения вызванного силой тяжести.

$$\sin \omega t_1 = \frac{1}{K_{\epsilon}}$$

В момент отрыва

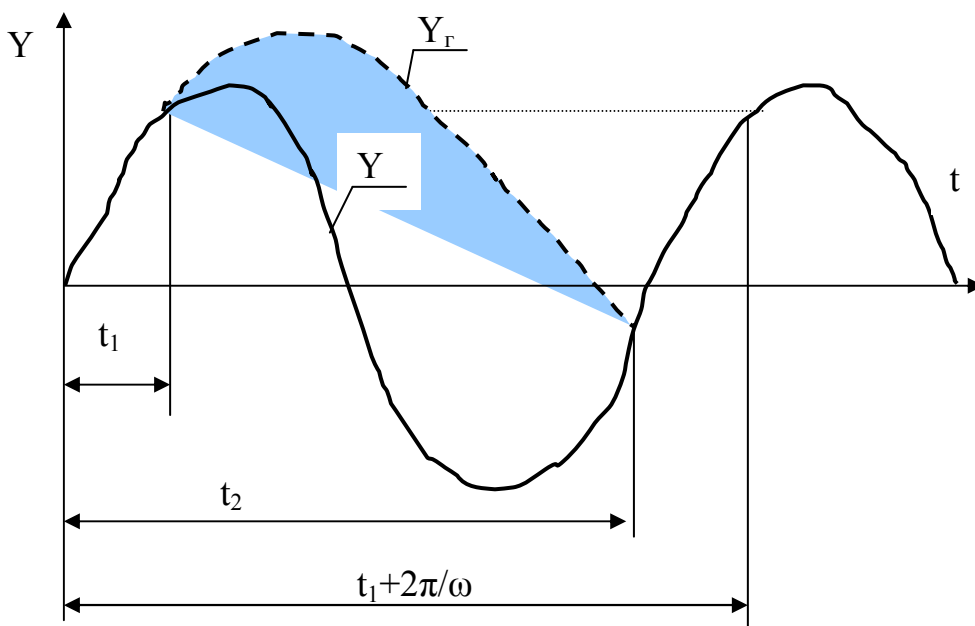
Обычно  $2 \leq K_g \leq 2,8$

Горизонтальная скорость груза в свободном полете считают равной горизонтальной составляющей рабочего органа в момент отрыва груза от желоба

$$V_z = \dot{X} = A\omega \cos \alpha \cos \omega t_1$$

Вследствие кратковременности контакта груза с рабочим органом считают, что можно принять скорость груза постоянной и равной  $V_g$  с поправочным коэффициентом  $b$ , который зависит от вида перемещаемого материала

$$V_z = bA\omega \cos \alpha \cos \omega t_1$$



Если  $t_1 + 2\pi/\omega > t_2$ , то в момент времени  $t_2$  происходит удар и, если нет отскока, то груз движется вместе с желобом до времени  $t_1 + 2\pi/\omega$ , если  $t_2 = t_1 + 2\pi/\omega$ , то наблюдается режим непрерывного подбрасывания. Для непрерывного подбрасывания необходимо, чтобы  $K_g \approx 3,3$ .

### 3. Источники колебаний и объекты виброзащиты.

Повышение производительности новой техники, как правило, связано с повышением скоростей, что неизбежно приводит к повышению вибрации. Этому же способствует применение высокоэффективных машин, работающих на основе вибрационных и виброударных процессов.

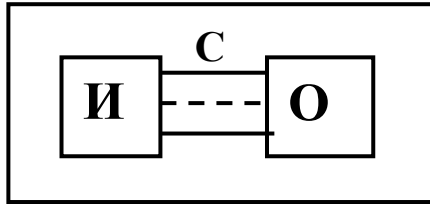
Вибрация по многим причинам не желательна, потому что:

- нарушаются законы движения звеньев и машин;
- порождает неустойчивость рабочих процессов;
- увеличиваются динамические нагрузки в элементах конструкции (появляются трещины, усталостные разрушения).
- порождает шум.

В связи с вышесказанным, необходимо принимать меры по защите от вибрации машин.

Совокупность методов и средств оценки виброактивности и уменьшения уровня вибрации называется *виброзащитой*.

Рассмотрим механическую систему и выделим две подсистемы



И – источник колебаний – часть системы, в которой непосредственно происходят физические процессы, вызывающие колебания.

О – объект виброзащиты – часть системы, колебания в которой требуется уменьшить.

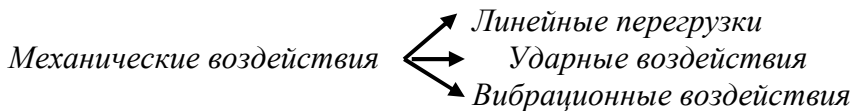
С – связи, соединяющие объект с источником колебания.

Силы, возникающие в связях С, называются *силовыми (динамическими) воздействиями*.

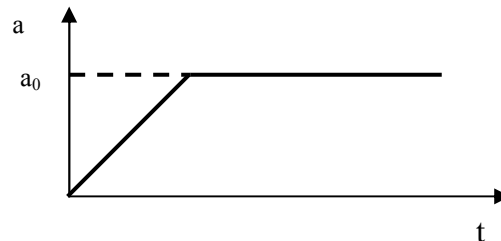
Примеры: ДВС – рама автомобиля, рама- сиденье водителя.

Иногда бывают заданы не динамические воздействия, а перемещения точек крепления связей к источнику – такие воздействия называются *кинематическими* (профиль дороги – колеса автомобиля, кулачек – толкатель).

Силовые и кинематические воздействия объединяются общим термином – *механические воздействия*.



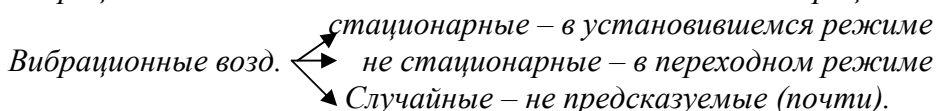
Линейными перегрузками называются кинематические воздействия, возникающие при ускоренном движении источника колебаний (характерны больше для авиации и космонавтики).



Основная характеристика  $a_0$  - постоянное ускорение, и  $da/dt$  – изменение ускорения.

Ударными называют кратковременные механические воздействия (в идеале – это мгновенное приложение силы – классический удар).

Вибрационные воздействия – являются колебательными процессами.



Простейший вид стационарных воздействий – гармонические колебания, которые могут быть описаны функцией времени

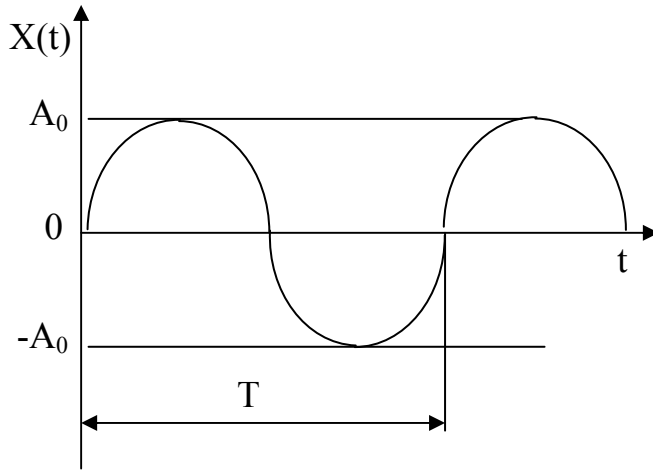
$$X(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \psi)$$

Где:  $A_0$  – амплитуда;  $\omega_0$  – угловая или круговая частота;  $\psi$  – начальная фаза.

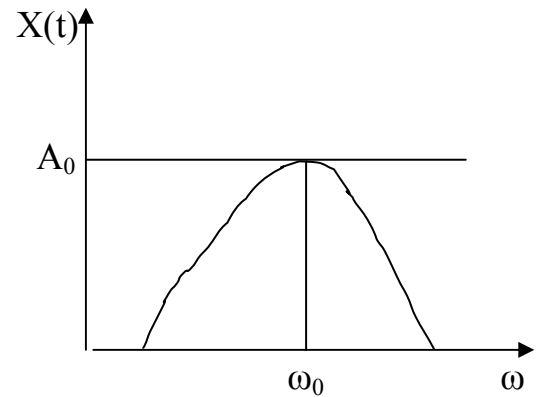
Если  $\psi = 0$  или начальной фазой пренебречь, то

$$X(t) = A_0 \sin \omega_0 t$$

Примеры: неуравновешенный ротор, поршневые механизмы, шарнирно-рычажные механизмы.



Временная характеристика



Амплитудно-частотная характеристика

$$T = 2\pi/\omega_0, T - \text{период} \quad f = 1/T = \omega/2\pi - \text{частота колебаний}$$

Вибрационные возбуждения, с которыми приходится иметь дело, на многих современных технических объектах обычно являются полигармоническими, что вызвано существованием большого числа независимых источников вибрации. Диапазон частот полигармонических воздействий может быть очень широк. При  $\omega_{\max}/\omega_{\min} > 10$  – полигармонические воздействия широкополосные. Если ширина диапазона мала – узкополосные воздействия.

Возможный способ записи полигармонических колебаний

$$X(t) = X_0 + \sum_{k=1}^{\infty} X_k \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

$$X_0 = \frac{a_0}{2}; X_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \psi_k = \arctg(a_k/b_k); k = 1, 2, 3, \dots$$

Где:

При решении задач виброзащиты учет ширины полосы механических воздействий имеет первостепенное значение, так как собственная частота объекта может быть в этой полосе.

Не стационарные воздействия возникают чаще всего в переходном процессе, например при разгоне двигателя с неуравновешенным ротором и могут быть приближенно описаны выражением

$$X(t) = A(\omega) \cos \omega(t)t$$

Где  $\omega(t)$  – закон изменения угловой скорости ротора.

#### 4. Влияние вибрации на механизмы и организм человека.

##### Влияние на механизмы

1) Линейные перегрузки – эквивалентно статическому нагружению объекта.

2) Вибрационные воздействия – наиболее опасные:

- усталостное разрушение материала
- ослабление (разбалтывание) неподвижных соединений
- при подвижном соединении (имеется зазор) соударение сопряженных поверхностей, приводящее к их разрушению и генерированию шума

3) Ударные воздействия – разрушение объектов (как правило, хрупкое разрушение), а при многократных ударах – усталостное разрушение, особенно, если частота будет резонансная.

Вибрация и удары могут привести, не разрушая объекты, к нарушению их нормального функционирования (Вибрация металлорежущих станков и т.д.).

*Способность объекта не разрушаться при механических воздействиях называется вибропрочностью, а способность – виброустойчивостью нормально функционировать.*

*Цель виброзащиты технических объектов – повышение их вибропрочности и виброустойчивости.*

#### Влияние на человека

Вибрация вызывает нарушения физиологического и функционального состояния человека-оператора.

Стойкие физиологические изменения называются вибрационной болезнью.

Функциональные нарушения могут выражаться в ухудшении зрения, нарушения координации движения, быстрая утомляемость и т.д.

Наибольшей опасности подвергаются люди, работающие с виброинструментом, а также водители тракторов, комбайнов и в меньшей степени автомобилей.

Допустимые для человека динамические воздействия регламентируются санитарными нормами и правилами.

#### 5. Методы виброзащиты.

1. Снижение виброактивности источника – факторы, связанные с трением в кинематических парах (применение новых материалов, смазок), связанные с неуравновешенностью движущихся звеньев (уравновешивание, балансировка звеньев).
2. Изменение конструкции объекта – для устранения резонансных явлений путем изменения собственной частоты, увеличение диссипации механической энергии в объекте.
3. Динамическое гашение колебаний – виброгаситель формирует дополнительное динамическое воздействие, которое компенсирует динамические воздействия источника.
4. Виброизоляция – действие виброизоляции сводится к ослаблению связей между источником и объектом

Демпферы, динамические гасители и виброизоляторы образуют в совокупности виброзащитные устройства.

Устройства, состоящие из инерционных, упругих и диссипативных элементов, называются пассивными.

Активные устройства могут, кроме выше перечисленных, содержать элементы не механической природы и, как правило, обладают источником энергии (независимым).

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

### 2.1 Лабораторная работа № 1, 2 ( 4 часа).

**Тема:** «Составление структурных и кинематических схем механизмов. Структурный анализ механизмов».

**2.1.1 Цель работы:** научить студентов строить структурные и кинематические схемы механизмов по реальным механизмам или их моделям. Проводить структурный анализ механизмов.

#### 2.1.2 Задачи работы:

1. Построить кинематическую схему в определенном масштабе с точным соблюдением относительного расположения звеньев и пар; с указанием величины масштаба, размеров звеньев и расстояния между неподвижными точками и линиями

2. На кинематической схеме указать все, что необходимо знать для кинематического исследования механизма. Все лишнее, не имеющее отношения к геометрии движения механизма, на кинематической схеме не показывается.

3. Провести структурный анализ механизма

#### 2.1.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Модели шарнирных механизмов ТММ17.
2. Модели заменяющих механизмов ТММ41.

#### 2.1.4 Описание (ход) работы:

Составление кинематической схемы связано с изучением структуры механизма. Незнание структуры механизма может привести к ошибкам при составлении его кинематической схемы.

Порядок составления кинематической схемы:

1. Имея перед собой машину или ее модель, необходимо, прежде всего, разобраться в характере относительного движения отдельных звеньев, для чего надо медленно поворачивать ведущее звено модели и наблюдать за движением ее отдельных звеньев.
2. Наблюдая за относительным движением звеньев, легко установить, какими кинематическими парами они соединены. При этом надо быть очень внимательным, чтобы не допустить ошибки: относительные перемещения двух звеньев могут остаться незамеченными и кинематическую пару можно принять за жесткое соединение.
3. Разобравшись в относительном движении звеньев, надо составить структурную схему механизма на листке бумаги, от руки, и произвести подсчет звеньев и кинематических пар.

При этом, чтобы не сбиться в подсчете, рекомендуется пронумеровать звенья цифрами, кинематические пары – прописными латинскими буквами.

Выписываем:

$n$  – число подвижных звеньев;

$p_5$  – число кинематических пар пятого класса;

$p_4$  – число кинематических пар четвертого класса.

После этого подсчитываем степень подвижности механизма по формуле П.Л. Чебышева.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

Пассивные звенья и пары, а также звенья с лишней степенью свободы, надо в самом начале изучения структуры механизма выделить и в уравнении для подсчета степени подвижности не включать.

4. Дальнейшая работа по составлению кинематической схемы производится в следующем порядке:

а) определяются размеры звеньев механизма и расстояние между неподвижными точками и линиями;

б) строится на отдельном листе бумаги в масштабе кинематическая схема механизма.

При построении кинематической схемы необходимо придерживаться следующего порядка:

а) выбрать масштаб построения, как указано выше;

б) наметить на листе бумаги все неподвижные точки и линии;

в) построить ведущее звено в определенном положении и от него делать дальнейшее построение. Для обозначения звеньев и кинематических пар применять установленные условные обозначения.

г) когда все построения будут сделаны, надо схему обвести четкими линиями, размеры между неподвижными точками, линиями проставить прямо на чертеже, пронумеровать звенья и обозначить пары. Если в состав механизма входят высшие пары, то надо дополнительно построить схему заменяющего механизма (структурную схему механизма).

Замена высшей кинематической пары производится в следующем порядке:

а) в точке контакта элементов высшей кинематической пары проводится касательная, а затем нормаль;

б) методом хорд или окружностей определяются положения центров кривизны профилей звеньев на нормали;

в) в центрах кривизны образуются вращательные кинематические пары, вращательная пара, расположенная в бесконечности заменяется поступательной с осью на прямолинейной части профиля звена;

г) образованные кинематические пары соединяются между собой фиктивным (условным) звеном;

д) оставшиеся элементы соединяются каждый с тем звеном, в центре кривизны профиля которого образована кинематическая пара.

Полученные, в результате замены, фиктивные звенья проводят пунктиром на кинематической схеме механизма, а затем заменяющий механизм изображается отдельно.

При структурном анализе механизма следует придерживаться следующего порядка:

1. Определяется степень подвижности механизма и указывается ведущее звено (звенья).

2. В наиболее удаленной от ведущего звена части механизма отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев (предполагаемая группа). Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма. Проверяется выполнение условий.

а) степень подвижности отсоединенной части механизма (предполагаемая группа) должна быть равна нулю ( $W_{гр} = 0$ );



б) оставшаяся часть должна быть механизмом с той же степенью подвижности, что и весь механизм до отсоединения группы.

При одновременном выполнении этих двух условий отсоединенная часть механизма является группой.

3. От оставшейся части механизма вновь отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев. Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма, и проверяется выполнение двух условий, указанных выше, и т.д. до тех пор, пока в оставшейся части механизма не останется только простейший механизм 1-го класса.

4. Указывается порядок присоединения групп при образовании механизма. Он обратен порядку отсоединения.

5. Определяется класс, порядок и вид каждой группы.

6. Определяется класс всего механизма.

## 2.2 Лабораторная работа № 3 ( 2 часа).

**Тема:** «Кинематический анализ механизмов с использованием программного модуля *APM Slider*».

**2.2.1 Цель работы:** научить студентов строить кинематические схемы механизмов в модуле *APM Slider* пакета программ *APM WinMachine*

**2.2.2 Задачи работы:**

1. Построить кинематическую схему заданного механизма в модуле *APM Slider*.
2. Рассчитать кинематические параметры механизма модуле *APM Slider*.

**2.2.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. ПК- Intel Celeron программа *APM Slider*

**2.2.4 Описание (ход) работы:**

Работу начинать с клавиш **Пуск | Программы | APM WinMachine | APM Slider**. После запуска программы на монитор будет выведена рабочая область (рис.1), основное меню с панелью инструментов (рис.2) и строка состояния (рис.3).

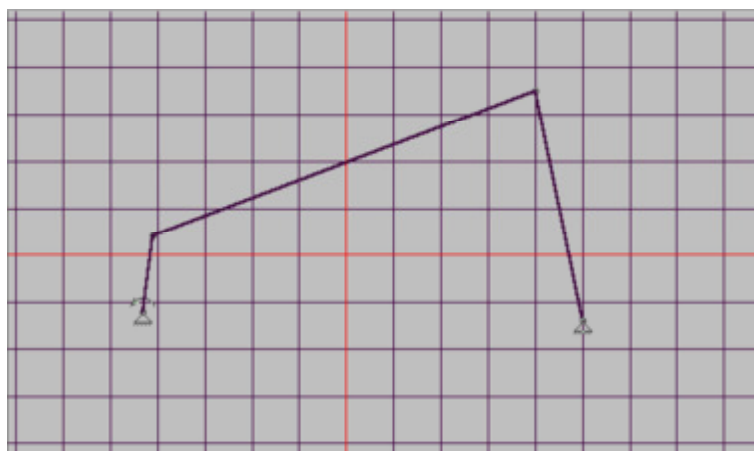


Рис.1. Рабочая область.

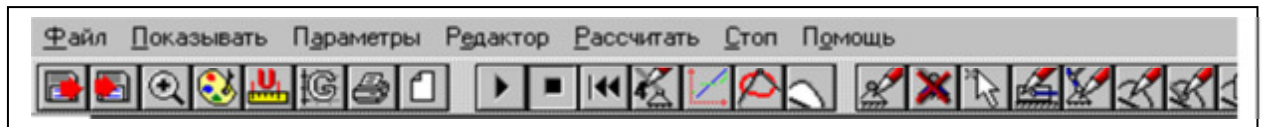


Рис.2. Основное меню и панель инструментов.

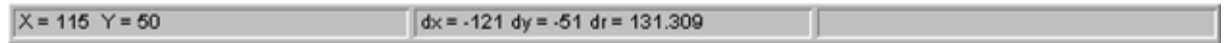


Рис.3. Строка состояния

Собрать кинематическую схему механизма можно, используя команду меню **Механизм** или кнопки инструментальной панели. Кнопки инструментальной панели инициируют команды, показанные на рис.4 (показаны минимально необходимые кнопки). Для выполнения команды с помощью инструментального меню необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши на нужной кнопке. Сборка механизма начинается с команды **Вставить Шарнир**, для этого нужно щелкнуть по соответствующей кнопке (Рис.4), после чего подвести указатель мыши в то место рабочей области где будет

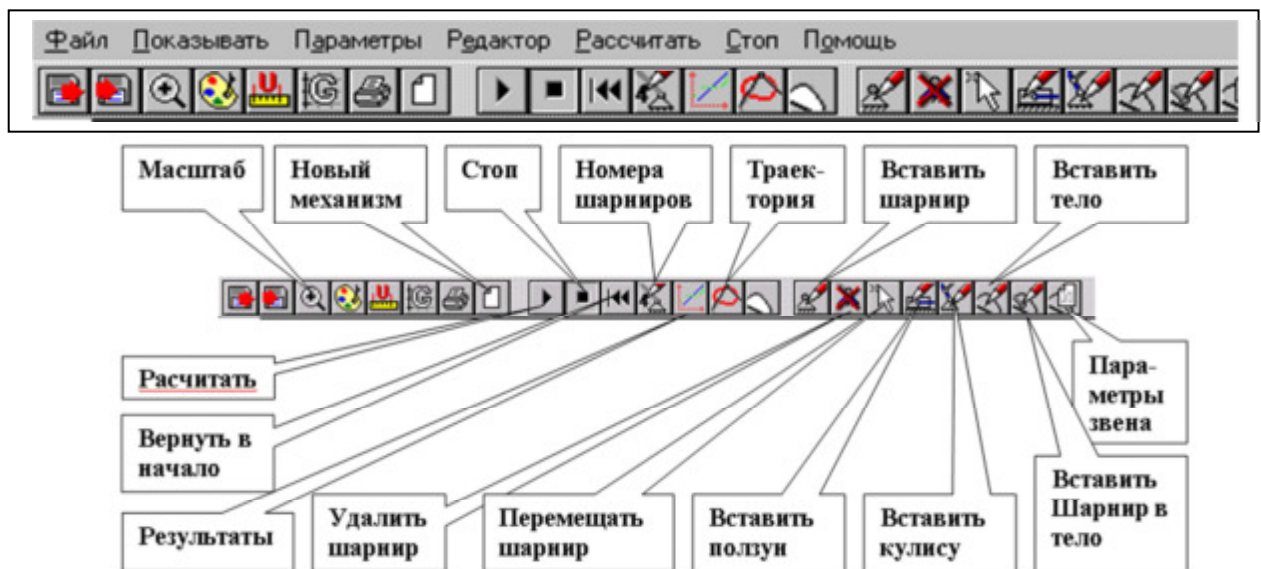
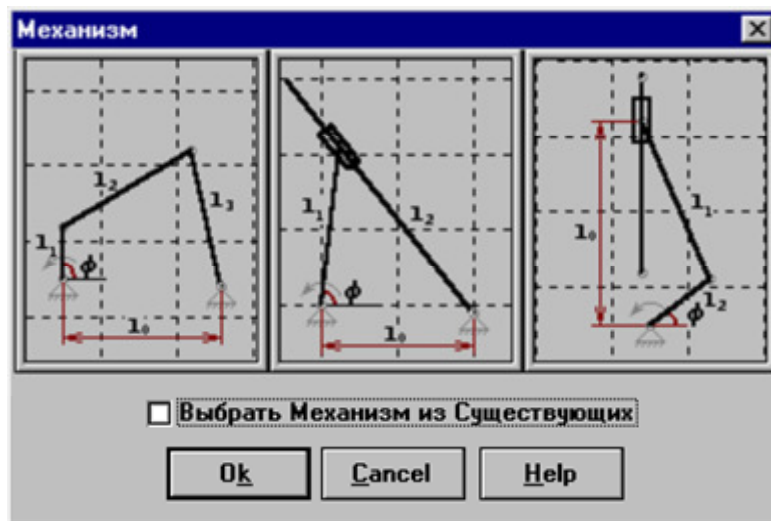


Рис.4. Панель инструментов и команды соответствующих кнопок.

установлена опора ведущего звена (координаты указателя мыши в рабочей области можно наблюдать в строке состояния в левой её части. Эти координаты соответствуют числам на горизонтальных и вертикальных размерных линейках (Рис.5)) и щелкнуть по левой кнопке мыши. Появится окно **Параметры ведущего звена**, в котором нужно задать число расчетных положений (задать 100 положений), начальный угол ведущего звена и нажать кнопку **Выбрать схему**. Появится окно **Выбрать механизм** (Рис.6) в котором нужно найти механизм с первой присоединенной группой (по вашему заданию) и указателем мыши щелчком активировать его. Заполнить в этом окне таблицу с исходными данными, обратив внимание на единицы измерения, щелкнуть по клавише **ОК**.

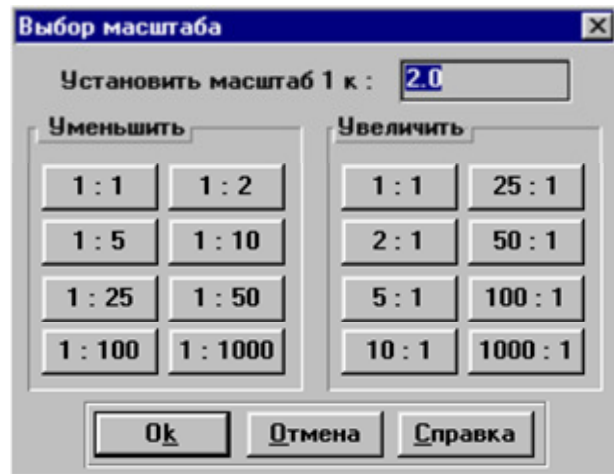


Рис.5. Горизонтальная размерная линейка

Рис.6. Окно **Выбрать механизм.**

Механизм будет изображен в рабочей области в натуральном масштабе и поэтому может не уместиться в рабочей области. С помощью кнопки **Масштаб** (рис.4) и появившегося диалогового окна **Масштаб** (Рис.7), подобрать нужный масштаб. Масштаб может быть подобран заранее.

Для присоединения группы второго вида необходимо нажать кнопку **Вставить ползун** и подведя указатель мыши к шарниру на ведущем звене, нажав левую клавишу и не отпуская её, вести появившейся ползун на его место. Направляющую ползуна можно отредактировать перемещением шарнира на её конце, используя кнопку **Перемещение шарнира** (Рис.4).

Рис.7. Диалоговое окно **Выбор масштаба.**

Если на ведущем звене нет того шарнира, к которому присоединяется группа (ведущим для второй группы может быть любое звено существующего механизма), его можно поставить в любом месте на любом звене, используя кнопку **Вставить шарнир в тело**. Существующие звенья можно нарастить, сделать треугольником, используя кнопку **Вставить тело**, для этого нужно подвести указатель мыши к тому звену, которое вы хотите изменить, нажать левую кнопку мыши и не отпуская её перемещать до получения необходимых размеров звена. Привязка указателя мыши к звену видна по изменению толщины звена, однако она может быть затруднена при масштабе уменьшения.

Любой шарнир в механизме можно перемещать, используя кнопку **Перемещать шарнир**, при этом шарнир будет всегда связан с тем звеном, на котором он находился, даже если визуально он не будет находиться на этом звене. При перемещениях шарниров

(при редактировании), соединяющих звенья, длины звеньев будут меняться, поэтому в программе предусмотрена возможность редактирования их длин. При нажатии кнопки **Параметры звена** у указателя мыши появляется знак вопроса. Подведя указатель мыши к нужному звену (трудности привязки остаются те же) и, нажав левую клавишу, вызываем диалоговое окно редактирования параметров звена (рис.8), где

Параметры Звена	
Первый узел	1 [-]
X	32 [мм]
Y	44 [мм]
Второй узел [-]	2 [-]
X	114 [мм]
Y	68 [мм]
DX	82 [мм]
DY	24 [мм]
Длина звена	85.44 [мм]
Угол наклона	16.3139 [мм]

Рис.8. Окно редактирования параметров звена.

можно не только точно установить длину звена, но и установить угол наклона и ряд других показателей. **Внимание, если в появившемся окне нет никаких цифровых данных, то следует нажать кнопку ОТМЕНА (Cancel), в противном случае программа выполнит не допустимую операцию и компьютер «повиснет».**

Для присоединения группы третьего вида поступают аналогичным образом, но при этом используя кнопку **Вставить кулису (Рис.4)**.

При присоединении к существующему механизму группы первого вида необходимо воспользоваться командой **Вставить шарнир**. Подведя указатель мыши к нужному шарниру, нажать левую кнопку и не отпуская её, рисовать звено до следующего шарнира, затем снова щелкнуть левой кнопкой и дорисовать второе звено группы. При этом в ненужном месте может оказаться стойка, которая при первом расчете исчезнет.

После того, как кинематическая схема механизма будет собрана, можно выполнить расчеты, для чего нужно нажать кнопку **Рассчитать** в главном меню или на панели инструментов (Рис.2, Рис.4). При выполнении расчета в каждом положении механизм будет перерисовываться в рабочей области. Для завершения расчета необходимо нажать кнопку **Стоп** (Рис.2, Рис.4). Для возвращения механизмов в исходное состояние необходимо нажать кнопку **Вернуть в начало** (Рис.4).

Для того, что бы результаты расчетов были доступны, необходимо, что бы в строке состояния в правой части было написано «**Рассчитано: 100%**».

Команда **Результаты** (Рис.2, Рис.4) необходима для просмотра результатов. По этой команде появляется окно параметров результатов (рис9). В этом окне необходимо указать следующие параметры: Начальная угловая скорость ведущего звена, номера шарниров для вывода графиков. Номера шарниров можно увидеть на механизме, если нажать кнопку **Номера шарниров** (Рис.4). Далее следует указать какие параметры необходимо показывать: скорости, ускорения, траектории, перемещения или аналогичные угловые параметры. Нужно указывать, относительно каких узлов вычисляются значения. Причем для каждого узла должен быть указан шарнир, относительно которого он перемещается. Например, для набора узлов 1,2,4,5,8 в блоке **Относительно** можно указать 2,1,3,4,1, тогда угловые перемещения узла 1 будут считаться относительно шарнира 2, шарнира 8 - относительно первого и т.д. Далее необходимо указать, что будет откладываться по оси x: время или угловое перемещение первого звена.

Рис. 9. Окно **Результаты**.

После того, как все параметры заданы, можно нажать **Ок**, после чего программа перейдет в режим просмотра результатов. Результаты выводятся в виде графиков (которые можно вывести на печать), но можно и просмотреть в табличном виде. Знаки всех кинематических параметров, как линейных, так и угловых относятся к системе координат, изображенной на кнопке **Результаты**, поэтому механизм нужно изображать так, чтобы движение выходного звена совпадало с одной из осей (**x** или **y**). Например, V-образный компрессор необходимо повернуть на  $45^\circ$  в любую сторону, тогда направления движений ползунков будут совпадать с осями системы координат.

Кроме, вышеприведенных результатов, также можно посмотреть траектории движения всех узлов, для этого нужно нажать кнопку **Траектория**.

### 2.3 Лабораторная работа № 4 ( 2 часа).

**Тема:** «Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колес».

**2.3.1 Цель работы:** научить студентов определять основные кинематические параметры зубчатых механизмов с неподвижными осями колес.

#### 2.3.2 Задачи работы:

1. Построить структурную схему заданного зубчатого механизма на всех передачах.
2. Определить передаточные отношения по числу зубьев колес для каждой передачи.
3. Проверить найденные передаточные отношения по оборотам входного и выходного звена.

#### 2.3.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

## 1. Многоступенчатые редукторы с неподвижными осями колес

### 2.3.4 Описание (ход) работы:

2.1. Разобраться в коробке передач (при какой передачи, какие колёса передают крутящий момент) и начертить кинематические схемы для каждой передачи вторым способом (рисунок 1 б, и рисунок 2 б). Причём на схеме передачи изображать только те колёса, которые передают крутящий момент на данной передаче. Одновременно с этим пронумеровать колёса.

2.2. Подсчитать число зубьев колёс и результаты занести в таблицу 1 журнала для лабораторных работ.

2.3. Определить передаточное отношение для каждой передачи через число зубьев, для чего написать формулу в буквенном выражении, затем подставить численные значения и привести результаты расчётов (таблица 2 журнала).

2.4. Произвести проверку вычисленных передаточных отношений по числу оборотов  $n$  путём провертывания механизма на той или иной передаче, считая обороты входного и выходного звена.

Например

$$u_{ke} = \frac{\omega_k}{\omega_e} = \frac{n_k}{n_e}$$

где:  $n_k$  – обороты входного звена (вала, колеса);

$n_e$  – обороты выходного звена (вала, колеса).

**Меньшее число оборотов берётся не менее одного!**

### 2.4 Лабораторная работа № 5 ( 2 часа).

**Тема:** «Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колес».

**2.4.1 Цель работы:** научить студентов определять основные кинематические параметры зубчатых механизмов с подвижными осями колес.

#### 2.4.2 Задачи работы:

1. Построить структурную схему заданного зубчатого механизма на всех передачах.
2. Определить передаточные отношения по числу зубьев колес для передачи, указанные преподавателем.
3. Проверить найденные передаточные отношения по оборотам входного и выходного звена.

#### 2.4.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Модели зубчатых механизмов ТММ15.

#### 2.4.4 Описание (ход) работы:

Вычертить кинематическую схему механизма и пронумеровать все звенья. Если механизм дифференциальный, закрепив одно из центральных колёс, сделать его планетарным.

Подсчитать число зубьев колёс и результаты подсчёта занести в табл. 1 журнала.

Определить передаточные отношения в планетарном механизме, указанные преподавателем, через число зубьев, используя формулу Виллиса.

Произвести проверку вычисленных передаточных отношений по числу оборотов  $n$  путём провертывания механизма и считая обороты входного и выходного звена. Считать условно «ведущим» звено, индекс которого у передаточного отношения стоит первым.

Например

$$u_{ke} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_k}{n_e}$$

где:  $n_k$  – обороты ведущего звена

(вала, колеса);

$n_e$  – обороты ведомого звена (вала, колеса).

**Меньшее число оборотов берётся не менее одного!**

**Внимание! Обороты звеньев считать по отношению к стойке (неподвижного звена).**

## 2.5 Лабораторная работа № 6 (2 часа).

**Тема:** «Синтез кулачкового механизма с использованием программного модуля *APM Cam*».

**2.5.1 Цель работы:** научить студентов проектировать кулачковые механизмы с использованием модуля *APM Cam* пакета программ *APM WinMachine*

### 2.5.2 Задачи работы:

1. Выбрать тип кулачкового механизма и закон движения толкателя.
2. В исходных данных выбрать метод задания закона движения толкателя и задать выбранный закон.
2. Рассчитать кулачковый механизм в модуле *APM Cam*.

### 2.5.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. ПК- Intel Celeron программа *APM Cam*.

### 2.5.4 Описание (ход) работы:

1. Ознакомиться с руководством пользователя «Система расчета кулачковых механизмов»
2. Выбрать тип кулачкового механизма
3. Ввести геометрические исходные данные
4. Ввести исходные физические данные
5. Задать закон движения кулачка
6. Выполнить расчет
7. Просмотреть результаты расчета



## 2.6 Лабораторная работа № 7 ( 2 часа).

**Тема:** «Построение эвольвентных зубьев методом обкатки».

**2.6.1 Цель работы:** получить представление о методах изготовления зубчатых колес и определить основные параметры зубчатого зацепления.

### 2.6.2 Задачи работы:

1. Рассчитать основные параметры зацепления по программе tmm-L3.
2. При помощи прибора для построения зубьев методом обкатки инструментальной рейкой построить профили зубьев двух колес.
2. Начертить зацепление этих колес с указанием основных геометрических размеров.
4. Определить коэффициент перекрытия в зацеплении изготовленных колес и сравнить его с теоретическим коэффициентом.

### 2.6.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Приборы для построения зубьев методом обкатки инструментальной рейкой ТММ42.
2. ПК- Intel Celeron.

### 2.6.4 Описание (ход) работы:

Каждый прибор предназначен для построения модели зубчатого колеса с определенным модулем  $m$  и делительным диаметром  $d$ . Значение модуля и делительного диаметра указано на модели зуборезной рейки каждого прибора. На диске из оргстекла, являющегося деталью подвижного патрона этого прибора, указан диаметр бумажного диска, который является моделью заготовки зубчатого колеса.

Модели заготовок имеются в лаборатории ТММ для всех приборов. Выбрав по модулю и делительному диаметру колеса необходимый прибор и нужную модель заготовки колеса, закрепляют ее в патроне прибора. Используя, две миллиметровые шкалы на станине прибора смещают зуборезную рейку на величину сдвига исходного контура  $xm$  (при положительном смещении - от центра заготовки, при отрицательном смещении - к центру).

Для получения профилей зубьев на заготовке зуборезная рейка прибора отводится в крайнее правое положение, для чего, предварительно, поворачивают флажок возле клавиши до вертикального положения. **Не прилагать больших усилий для перемещения рейки!** В случае заклинивания рейки, сообщить об этом преподавателю. После перемещения рейки в крайнее правое положение флажок поворачивают в исходное состояние. Многократным нажатием клавиши прибора зуборезная рейка перемещается в крайнее левое положение, при этом в каждом ее положении, зубья рейки обводятся карандашом. Огибающая всех положений модели зуборезной рейки на модели заготовки является профилями трех зубьев и четырех впадин колеса. Контрольная проверка - окружность впадин (расчетная) должна совпадать с профилями впадин.

Построение зацепления пары зубчатых колес производится на листе формата А4 в натуральном масштабе (рисунок 1). Линия межосевого расстояния колес проводится вертикально по середине листа. На этой линии откладываются центры колес  $O_1$  и  $O_2$ . Из каждого центра колеса на листе и **одновременно** на модели колеса проводятся все окружности, диаметры которых были вычислены ранее.



Контрольная проверка – начальные окружности колес должны касаться в точке, лежащей на линии межосевого расстояния колес, в полюсе зацепления  $w$ .

Через полюс зацепления  $w$  проводятся две прямые – две ветви линии зацепления под углом зацепления  $\alpha_w$  к перпендикуляру, проведенному к линии межосевого расстояния. Для точного определения  $\alpha_w$  (если не использовать графический редактор «Компас») на упомянутом перпендикуляре из полюса  $w$  в любую сторону откладывается отрезок  $(wA)$ . В точке  $A$  восстанавливается перпендикуляр и в обе стороны откладывается отрезок  $(AB) = (wA) \cdot \operatorname{tg} \alpha_w$ , длина которого вычисляется на микрокалькуляторе. Соединяя точки  $B$  с полюсом зацепления, получим отрезки, совпадающие с обеими ветвями линии зацепления.

Контрольная проверка – обе ветви линии зацепления должны касаться обеих основных окружностей.

Установив по центру соответствующего колеса модель каждого зубчатого колеса на чертеже, предварительно тщательно вырезав профили зубьев ножницами, обвести каждый зуб и впадину. Положение одного колеса произвольное. Положение другого колеса должно обеспечивать точечный контакт профилей зубьев.

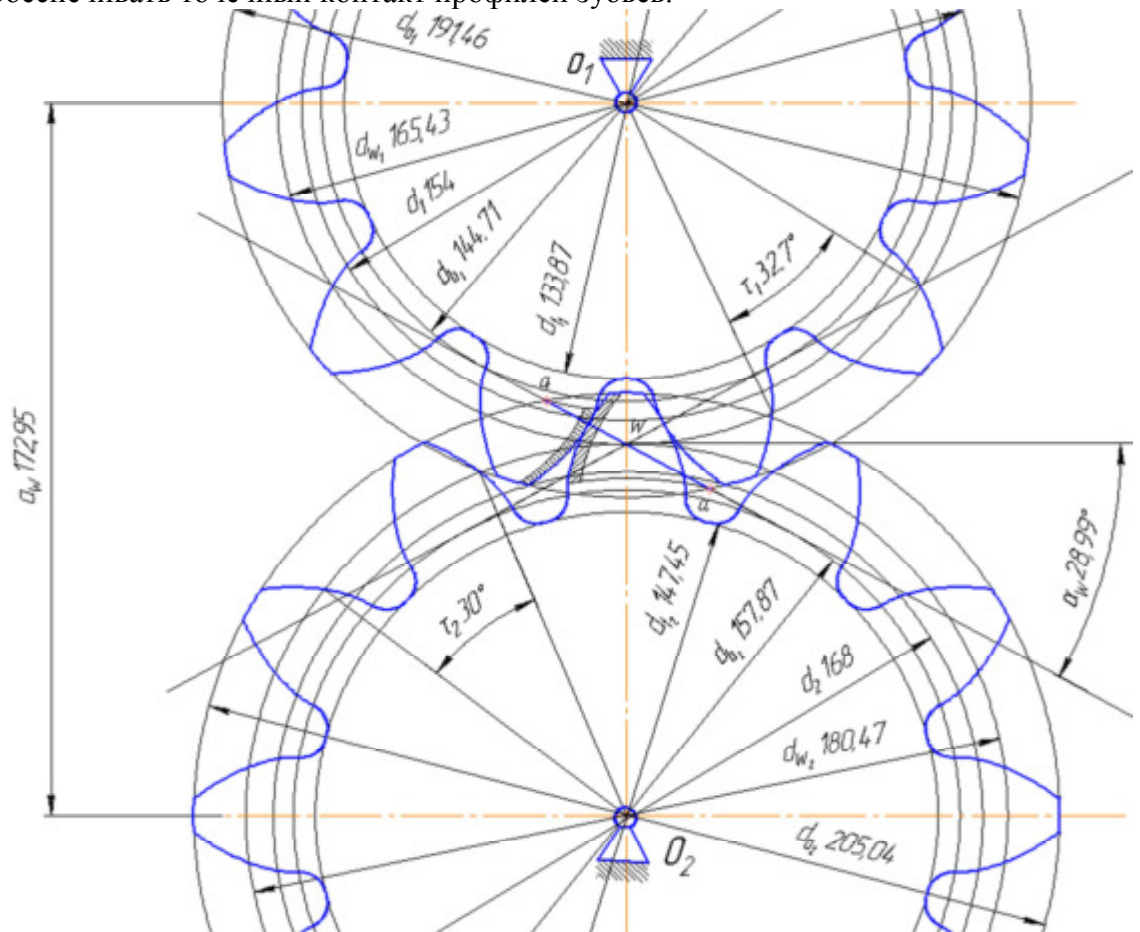


Рисунок 1. Зацепление эвольвентных зубчатых колёс

Центровка модели каждого колеса с чертежом должна производиться до совпадения всех окружностей на чертеже и на модели колеса.

Контрольная проверка – все точки контакта профилей зубьев должны находиться на линии зацепления. Боковой зазор должен отсутствовать, а радиальный зазор равен 0,25 $m$ .

На чертеже необходимо выделить рабочие поверхности профилей зубьев эквидистантной к профилю зуба линией, для чего повернуть модель колеса вокруг центра и про-

вести дуги на расстоянии 1-2 мм от профиля зуба. Нижняя граница рабочей поверхности профиля зуба  $p$  определяется дугой окружности, проведенной из центра колеса через точку пересечения линии зацепления с окружностью вершин зубьев сопряженного колеса.

На чертеже проставить все вычисленные размеры.

Профили зубьев колес и рабочую часть линии зацепления обвести сплошными основными линиями. Окружности, диаметры которых были вычислены, и линии зацепления (кроме рабочей части) провести сплошными тонкими линиями (рисунок 1)

Коэффициент перекрытия определяется по формуле

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha_1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha_2}}{\tau_2}$$

где:  $\tau$  - угловой шаг колеса в радианах  $\tau_1 = \frac{2\pi}{z_1}$ ,  $\tau_2 = \frac{2\pi}{z_2}$

$\angle \varphi_{\alpha}$  - угол торцевого перекрытия зубчатого колеса

$$\varphi_{\alpha_1} = \frac{(a_1 a_2)}{r_{b_1}}, \quad \varphi_{\alpha_2} = \frac{(a_1 a_2)}{r_{b_2}}$$

$(a_1 a_2)$  - длина активной части линии зацепления (измеряется линейкой на чертеже)

$r_b$  - радиус основной окружности

## 2.7 Лабораторная работа № 8 ( 2 часа).

**Тема:** «Расшифровка зубчатых колес».

**2.8.1 Цель работы:** ознакомление студентов с элементарными методами определения параметров цилиндрических зубчатых колес эвольвентного профиля с использованием простых измерительных инструментов – штангенциркуля или штангензубомера.

### 2.8.2 Задачи работы:

1. Провести замеры, необходимые для расчета основных параметров зубчатого колеса.
2. Рассчитать геометрические параметры зубчатого колеса и сделать вывод.

### 2.8.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Зубчатые колеса модулей 4,25 мм, 5 мм, 7 мм.
2. Штангенциркуль.

#### 2.8.4 Описание (ход) работы:

Основными величинами (параметрами), характеризующими зубчатое колесо с эвольвентным профилем зубьев, являются:

- $z$  - число зубьев колеса;
- $m$  - модуль зацепления;
- $\alpha$  - угол профиля исходного контура;
- $x$  - коэффициент смещения исходного контура;
- $d$  - делительный диаметр зубчатого колеса;
- $d_b$  - основной диаметр зубчатого колеса;
- $d_a$  - диаметр вершин зубьев зубчатого колеса;
- $s$  - толщина зуба по делительной окружности.

Число зубьев  $z$  измеряемого зубчатого колеса определяется непосредственно подсчетом.

Для определения модуля зацепления воспользуемся одним из основных свойств эвольвенты круга – нормаль, проведенная в любой точке эвольвентной части профиля, является касательной к основной окружности.

Охватим губками (см. рис 2.1 и образец журнала) штангенциркуля  $i$



Рисунок 2.1.

зубьев колеса так, чтобы плоскости губок касались эвольвентной части профиля и запишем размер  $l_i$ , затем произведем второе измерение, охватывая губками на один зуб больше, и запишем величину  $l_{i+1}$ .

Разность между этими размерами равна расстоянию между профилями соседних зубьев по нормали – оно равно шагу зацепления по основной окружности  $p_b$ , т.е.

$$p_b = l_{i+1} - l_i \quad (1)$$

Это выражение справедливо лишь при условии, что губки штангенциркуля в обоих измерениях охватывают эвольвентную часть профилей зубьев. В зависимости от числа зубьев  $z$  обмеряемого колеса из табл.1 выбирают число зубьев, которое нужно охватить штангенциркулем, чтобы измерение было выполнено в пределах эвольвентной части профиля.

Таблица 1.1-Рекомендуемые значения чисел зубьев, которые следует охватывать штангенциркулем при измерении

Число зубьев на колесе	12-18	19-27	28-36	37-45	46-54	55-63	64-72	73-81
Число обмеряемых зубьев	2	3	4	5	6	7	8	9

Угол  $\alpha$  исходного контура режущего инструмента по ГОСТ 13755-81 20°.

Зная шаг  $p_b$  и пользуясь формулой (2), определяем величину модуля  $m$ , а затем из табл.2 выбираем ближайшее стандартное значение модуля  $m$ .

$$m = \frac{p_b}{\pi \cos \alpha} \quad (2)$$

Делительный диаметр зубчатого колеса определяем по выражению

$$d = m \cdot z \quad (3)$$

Таблица 1.2-Стандарт нормальных модулей по ГОСТ 9563-60

в миллиметрах

0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, 0.75, 0.8, 0.9, 1.00, 1.125, 1.25, 1.375, 1.5, 1.75, 2.00, 2.25, 2.5, 2.75, 3.00, 3.25, 3.75, 3.50, 3.75, 4.00, 4.25, 4.5, 5.00, 5.50, 6.00, 6.5, 7.00, 8.00, 9.00, 10.00, 11.00, 12.00, 14.00, 16.00, 18.00, 20.00, 22.00, 25.00, 28.00, 32.00, 36.00, 40.00, 45.00, 50.00, 55.00, 60.00, 70.00, 80.

Основной диаметр зубчатого колеса

$$d_b = d \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Основная толщина зуба  $s_b$  может быть определена по замерам  $l_i$  и  $l_{i+1}$ , сделанными при определении шага зацепления  $p_b$ .

Из схемы установки штангенциркуля на колесе следует, что

$$s_b = l_{i+1} - i \cdot p_b \quad (5)$$

Подставляя в выражение (5) из выражения (1)  $p_b$  получим искомую величину

$$s_b = i \cdot l_i - (i - 1) \cdot l_{i+1} \quad (6)$$

Если обмеряемое колесо нарезано со смещением исходного производящего контура, то необходимо определить коэффициент смещения  $x$ , который выражает величину смещения исходного контура в долях модуля.

Для определения коэффициента смещения используем выражение для определения толщины зуба по основной окружности

$$s_b = \frac{p_b}{\pi} (2x \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{\pi}{2} + z \cdot \operatorname{inv} \alpha) \quad (7)$$

из которого, при известной толщине зуба, можно определить коэффициент

смещения

$$x = \frac{\frac{s_b}{p_b} \cdot \pi - \frac{\pi}{2} - z \cdot \operatorname{inv} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (8)$$

где  $\operatorname{inv} \alpha$  – угол, зависящий от угла  $\alpha$ , определяется по выражению  $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$  или выбирается из справочной таблицы.

Окружная делительная толщина зуба может быть определена по формуле

$$s = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (9)$$

Измерение диаметров вершин зубьев ( $d_a$ ) и впадин ( $d_f$ ) при четном числе зубьев производится обмером штангенциркуля непосредственно. При не четном числе зубьев предварительно измеряется диаметр отверстия ( $d_{\text{отв}}$ ) втулки колеса, а затем расстояние от отверстия до вершин зубьев ( $H^r$ ) и до окружности впадин ( $H^H$ ). При наличии во втулке колеса шлицов диаметр отверстия измеряется любой, но при этом расстояние до вершин зубьев и до окружности впадин, измеряется от выбранной поверхности.

Очевидно, что

$$d_a = d_{\text{отв}} + 2H^r \quad (10)$$

$$d_f = d_{\text{отв}} + 2H^H \quad (11)$$

Высота делительной головки зуба определяется, как разность радиусов вершин зубьев и делительной окружности

$$h_a = \frac{d_a - d}{2} = m(h_a^* + x - \Delta y) \quad (12)$$

Высота делительной ножки зуба

$$h_f = \frac{d - d_f}{2} = m(h_a^* + c^* - x) \quad (13)$$

## 2.8 Лабораторная работа № 9, 10 ( 4 часа).

**Тема:** «Кинематический и кинетостатический анализ механизма компрессора экспериментальным методом».

**2.8.1 Цель работы:** ознакомить студентов с экспериментальными методами определения кинематических параметров (перемещений, скоростей и ускорений звеньев), с принципом работы измерительных приборов, приобрести некоторые навыки экспериментального исследования машин.

### 2.8.2 Задачи работы:

1. Ознакомиться с оборудованием для снятия и регистрации характеристик компрессора экспериментальным методом.
2. Снять осциллограмму исследуемого процесса и расшифровать ее.

3. Рассчитать масштабные коэффициенты записанных параметров.
4. По заданию преподавателя определить кинематические и динамические параметры компрессора.

### 2.8.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компрессорная установка.
2. Осциллограф N 117.
3. Датчики.

### 2.8.4 Описание (ход) работы:

В данной работе объектом исследования является компрессор (рисунок 1), выходным звеном которого, является поршень.

## 1. Измерение кинематических параметров

В современных приборах кинематические параметры звеньев обычно воспринимаются с помощью чувствительных элементов-датчиков, при помощи которых изменение механических параметров преобразуется в электрические, и записываются шлейфовым осциллографом, магнитографом и т.д. или измеряются каким-либо указывающим электрическим прибором.



Рисунок 1

### 1.1. Измерение перемещений звеньев

Для регистрации перемещения поршня компрессора, установленного на стенде использован потенциометрический датчик, в котором сопротивление электрической схемы изменяется при помощи скользящего контакта, связанного с поршнем.

Подобные системы пригодны для измерения самых низких частот порядка 10(Гц) и ниже, для больших смещений до 10(м) и больше.

В данной работе датчик перемещения, для большей чувствительности, выполнен в виде потенциометрического моста (рисунок 2).

Ток  $I$  в цепи шлейфа с сопротивлением  $r$  выражается через внутреннее сопротивление  $r_{вн}$  источника постоянного тока  $E$  сопротивление  $R$  и  $R_x$  следующим образом:

$$I = \frac{E}{(R + r_{BH})(\rho + R_x) - R_x^2}$$

Прямая пропорциональность тока  $I$  на рабочем участке сопротивления  $R_x$  достаточная, если  $\rho > (8 \dots 10) R$ . Тогда:

$$I = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{R_x}{R}$$

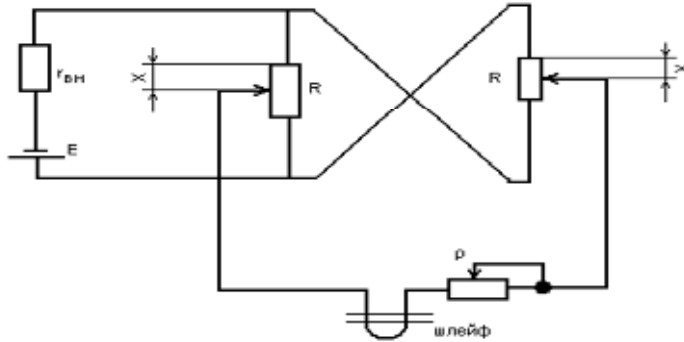


Рисунок 2.

## 1.2. Измерение скорости движения

Измерение скорости прямолинейного поступательного движения обычно производят с помощью индукционных датчиков.

Конструктивная схема такого датчика для небольших перемещений изображена на (рисунок 3) Подвижная катушка 1, связанная со звеном, скорость которого измеряется, движется в поле мощного кольцеобразного магнита 2 со стержнем. Возникающая при этом в катушке ЭДС пропорциональна скорости перемещения.

$$U = kV$$

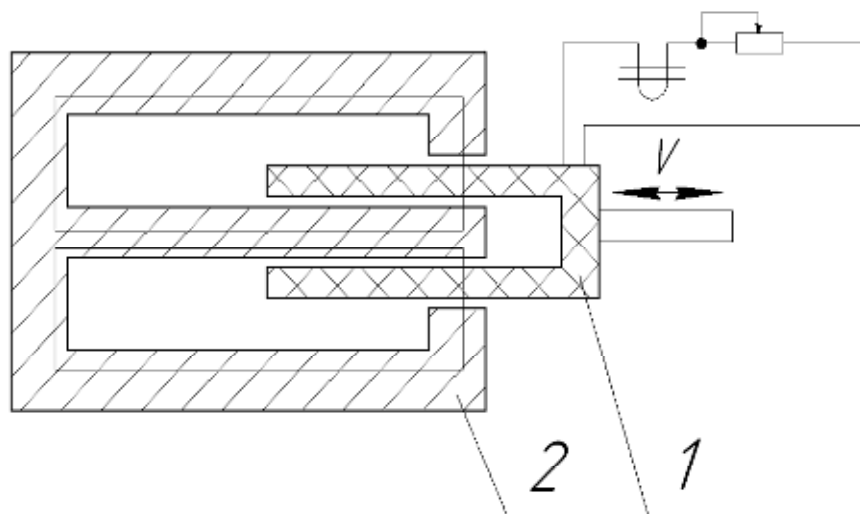


Рисунок 3

### 1.3. Измерение ускорений звеньев

Инерционный измерительный прибор состоит из корпуса и массы, прикрепленный к корпусу при помощи пружины (рисунок 4).

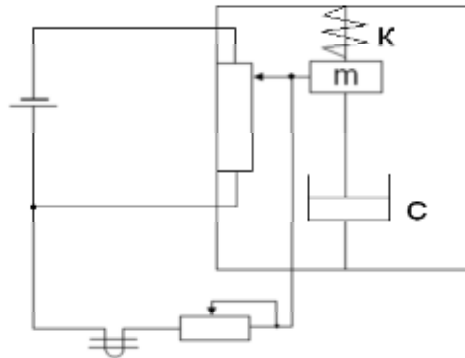


Рисунок 4.

Здесь:  $k$  - пружина с коэффициентом жесткости  $k$ ;  $m$  - груз;  $c$  - демпфер вязкого сопротивления с коэффициентом демпфирования  $C$ .

Масса может двигаться относительно корпуса только в направлении измеряемого ускорения.

Корпус датчика присоединяется к звену механизма, движение которого исследуется.

Конец пружины, заделанный в корпусе, совершает движение вместе с корпусом и вызывает к движению подвешенную на свободном конце пружины массу. Относительное движение массы зависит от движения корпуса, пропорционально ускорению этого движения и измеряется тем или другим способом.

В датчике типа МП—68 относительное движение массы преобразуется с помощью потенциометра, подвижный контакт которого крепится к массе, а сопротивление к корпусу (рис.9.3). Выходной сигнал регистрируется с помощью осциллографа. Датчик этого типа называется сейсмическим.

## 2. Обработка полученных при эксперименте данных

На осциллографе запись кинематических параметров производится в виде диаграмм. При установившемся движении компрессора, диаграммы имеют циклический характер. Обычно цикл завершается за один оборот кривошипа. На рис.9.4 изображены типичные осциллограммы перемещения, скорости и ускорения поршня компрессора.



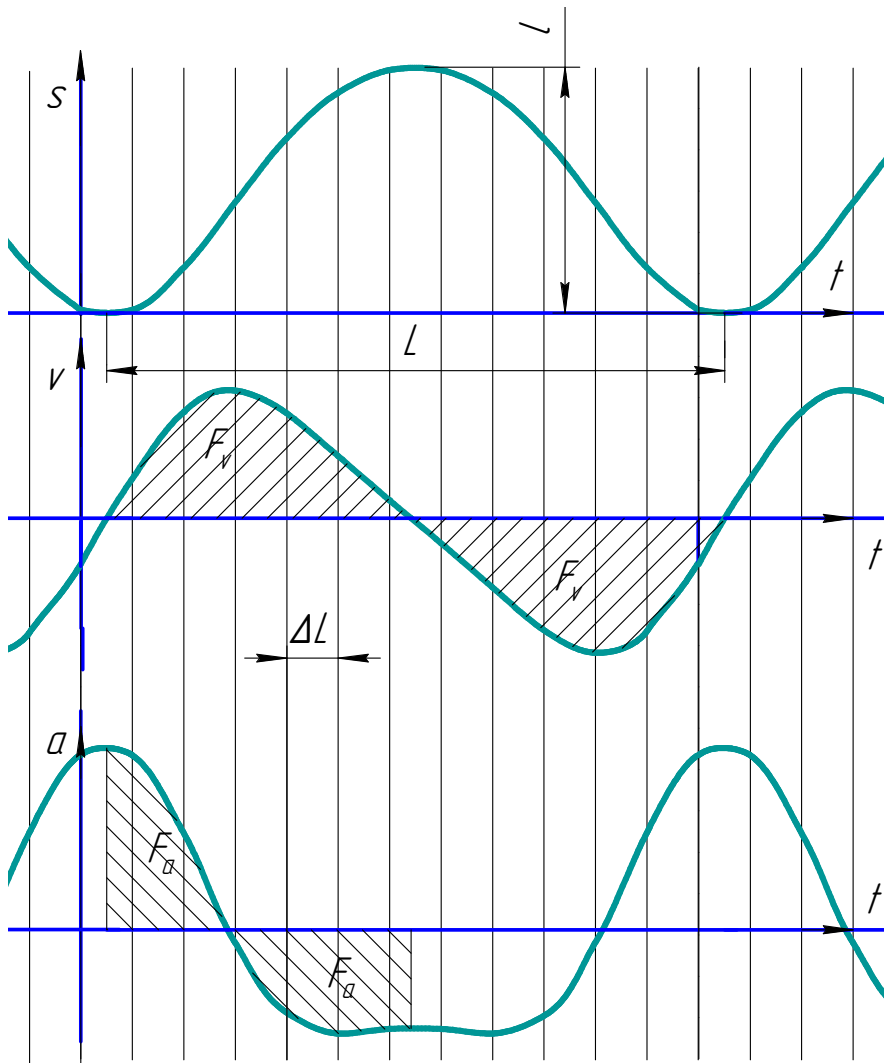


Рисунок 5.

Масштабы по оси абсцисс могут быть определены следующим образом:

а) Масштаб угла поворота кривошипа

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{L} \left[ \frac{1}{\text{мм}} \right]$$

б) Масштаб времени

$$\mu_t = \frac{T}{L} \left[ \frac{\text{с}}{\text{мм}} \right]$$

где:  $T$  - время одного цикла определяется для установившегося движения по замеру тахометром оборотов кривошипа. Если на осциллограмме есть отметки времени, то масштаб времени можно определить:

$$\mu_t = \frac{\Delta T}{\Delta L} \left[ \frac{\text{с}}{\text{мм}} \right]$$

где:  $\Delta T$  - время между отметками времени на осциллограмме (задается на пульте осциллографа совместно со скоростью протяжки фотобумаги);  $L$  - расстояние между отметками времени на осциллограмме.

в) Масштаб диаграммы перемещений

$$\mu_s = \frac{H}{l} \left[ \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right]$$

где:  $H$  - ход ползуна, который можно определить, измерив расстояние от н.м.т., до в.м.т., проворачивая рукой кривошип;  $l$  - расстояние от н.м.т., до в.м.т. ползуна на осциллограмме.

г) Масштаб диаграммы скорости

Ход толкателя и скорость связаны выражением:

$$\int_{t_1}^{t_2} V dt = H$$

где:  $t_1$  и  $t_2$  – время начала и конца перемещения за один ход ползуна.

Отсюда:

$$\mu_v = \frac{H}{F_v \mu_t} \left[ \frac{мс^{-1}}{мм} \right]$$

где:  $F_v$  - площадь ограниченная положительной или отрицательной частью диаграммы скорости. Ось абсцисс проводится на диаграмме из условия равенства нулю скорости при  $\max$  и  $\min$  перемещения (см. рис.4)

д) Масштаб диаграммы ускорений определяется из аналогичных условий

$$\mu_a = \frac{V_{\max}}{F_{a1} \mu_t} = \frac{V_{\min}}{F_{a2} \mu_t} \left[ \frac{мс^{-2}}{мм} \right]$$

где:  $F_{a1}$  и  $F_{a2}$  - площади участков диаграммы ускорений (см. рис.9.4)

$V_{\max}$ ,  $V_{\min}$  - максимальная или минимальная скорость поршня, определенная по осциллограмме.

### 3. Порядок выполнения работы

1. Определить с помощью тахометра угловую скорость вала компрессора (если есть отметчик времени, то записать время между отметками с пульта управления осциллографа).
2. С помощью осциллографа произвести запись перемещения, скорости и ускорения поршня компрессора.
3. Расшифровать осциллограмму и провести оси системы координат.
4. Измерить ход поршня и определить масштаб диаграммы перемещения, скорости и ускорения на осциллограмме.

#### 2.9 Лабораторная работа № 11 ( 2 часа).

**Тема:** «Определение приведенных масс и приведенных сил».

**2.9.1 Цель работы:** научиться определять основные динамические параметры шарнирно-рычажных механизмов.

##### 2.9.2 Задачи работы:

1. Определить, приведенный к ведущему звену, приведенный момент инерции
2. Определить, приведенный к ведущему звену, приведенный момент сил

##### 2.9.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Учебная доска

### 2.9.4 Описание (ход) работы:

1. Для определения приведенного момента инерция из условия закона сохранения энергии определяем величину и направления скорости звена, массу которого приводим к ведущему звену (построить план скоростей).

2. Определяем приведенный к ведущему звену момент инерции по выражению

$$I_n = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{S_i}}{\omega_n} \right)^2 + I_{S_i} \left( \frac{\omega_i}{\omega_n} \right)^2 \right]$$

3. Определяем приведенный к ведущему звену момент силы по выражению

$$M_n = \sum F_i \frac{V_i}{\omega_n} \cos \overline{F_i V_i} + \sum M_i \frac{\omega_i}{\omega_n}$$

4. Используя построенный план скоростей методом рычага Н.Е.Жуковского, определяем приведенный к ведущему звену, момент сил и сравниваем его с приведенным моментом сил, полученным аналитически.

## 2.10 Лабораторная работа № 12 ( 2 часа).

**Тема:** «Определение динамических характеристик механизма».

**2.10.1 Цель работы:** научиться определять основные динамические параметры шарнирно-рычажных механизмов

### 2.10.2 Задачи работы:

1. Методом замещающих масс распределить массы звеньев по точкам механизма, скорости которых известны.
2. В каждом положении механизма определить сумму проекций скоростей на вектор силы.
3. Рассчитать динамические параметры механизма по программе tmm-L4.

### 2.10.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. ПК- Intel Celeron .

### 2.10.4 Описание (ход) работы:

Для определения кинетической энергии звеньев механизма используется метод замещающих точек. При этом методе масса звена, совершающего сложное движение, с целью удобства вычисления размещается в двух точках, для которых известны в любом положении механизма скорости и ускорения. Масса звена, совершающего вращательное движение, размещается в двух, а иногда в трех точках. При поступательном движении

звена масса сосредотачивается в одной точке, где скорость и ускорение определены при кинематическом анализе механизма.

Рассмотрим размещение масс на примере качающегося конвейера (рис.1), для которого известны массы звеньев –  $m_2, m_3, m_4$  и  $m_5$ .

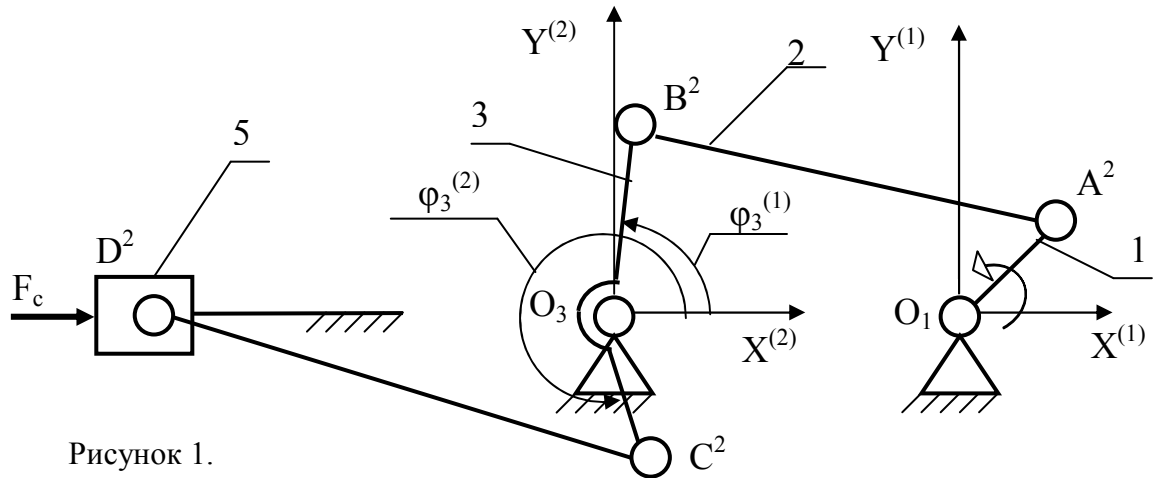


Рисунок 1.

Известно также расположение центра масс 2-го звена ( $S_2$ ), а массы остальных звеньев размещены равномерно по их длине.

Размещение масс производится в следующем порядке:

1) Размещение масс по точкам звеньев

Первое звено. Масса первого звена не задана, следовательно, ею можно пренебречь.

Второе звено. Масса шатуна 2 размещается в точки А и В.

$$m_{2A} = m_2 \frac{BS_2}{AB} = m_2 \left( 1 - \frac{AS_2}{AB} \right)$$

$$m_{2B} = m_2 \frac{BS_2}{AB}$$

Третье звено. Масса коромысла 3 размещается в точках В,  $O_3$  и С. Вначале определяем массу каждого плеча коромысла с учетом равномерности распределения массы по длине звена.

$$m_{BO_3} = m_3 \frac{BO_3}{BO_3 + CO_3}$$

$$m_{CO_3} = m_3 \frac{CO_3}{BO_3 + CO_3}$$

Затем массу плеча  $BO_3$  распределяем по точкам В и  $O_3$ , а плеча  $CO_3$  по точкам С и  $O_3$ .

$$m_{3B} = 0,5m_{BO}$$

$$m_{3O} = 0,5(m_{BO} + m_{CO})$$

$$m_{3C} = 0,5m_{CO}$$

Четвертое звено. Массу шатуна 4 размещаем в точках С и D.

$$m_{4C} = 0,5m_4$$

$$m_{4D} = 0,5m_4$$

Пятое звено. Массу ползуна 5 полагаем размещенной в точке D, так как это звено движется поступательно и скорости и ускорения всех его точек равны между собой.

$$m_{5D} = m_5$$

2) Размещение масс по точкам механизма.

$$m_A = m_{2A}$$

$$m_B = m_{2B} + m_{3B}$$

$$m_C = m_{3C} + m_{4C}$$

$$m_D = m_{4D} + m_5$$

По методу Н.И. Мерцалова момент инерции маховика определяют по разности максимальной и минимальной кинетической энергии маховика [1, 2]

$$J_M = \frac{E_{M \max} - E_{M \min}}{\delta \omega_M^2} \quad (1.1),$$

где  $\omega_M$  – средняя угловая скорость звена, на котором установлен маховик (как правило, маховик устанавливают на ведущем или самом быстроходном звене в целях уменьшения его размеров).

Кинетическая энергия маховика определяется из баланса энергий по формуле

$$E_M = E - E_\Pi \quad (1.2),$$

где:  $E$  – кинетическая энергия всего механизма;

$E_\Pi$  – кинетическая энергия механизма без маховика.

Можно определить приращение кинетической энергии всего механизма через работу всех внешних сил, приложенных к звеньям механизма

$$\Delta E = A_D - A_C \quad (1.3),$$

где:  $A_D$  – работа движущих сил;

$A_C$  – работа сил сопротивления.

Работу внешних сил, приложенных к звеньям механизма, обычно определяют как работу приведенного момента сил на звене приведения, который определяется из условия равенства его мгновенной мощности сумме мощностей всех приложенных сил. Для каждого положения механизма приведенный момент определяется по формуле

$$M_\Pi = \frac{1}{\omega_\Pi} \sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \alpha_i = \frac{1}{\omega_\Pi} \sum_{i=1}^n F_i n p_{Fi} V_i \quad (1.4),$$

где:  $M_\Pi$  – приведенный к звену приведения момент от внешних сил;

$n$  – номер звена приведения;

$\omega_\Pi$  – угловая скорость звена приведения;

$F_i$  – внешние силы, приложенные к каким-либо звеньям механизма;

$V_i$  – скорости точек приложения сил  $F_i$ ;

$\alpha_i$  – угол между вектором силы и вектором скорости точки, к которой приложена эта сила;

$n p_{Fi} V_i$  – проекция скорости  $V_i$  на направление силы  $F_i$ ;

Для сокращения объема вычислений пренебрегаем силам тяжести, когда это обосновано их малостью по сравнению с технологическими силами, а в первом приближении и силами трения в кинематических парах механизма.

В связи с тем, что в заданиях на курсовой проект все заданные силы полезного сопротивления постоянны, формулу (1.4) можно преобразовать к виду

$$M_{\Pi C} = \frac{F_C}{\omega_\Pi} \sum_{i=1}^n n p_{Fi} V_i \quad (1.5),$$

Работа сил полезного сопротивления, приложенных к звеньям механизма, определяется как работа приведенного к ведущему звену момента сил полезного сопротивления  $M_{\text{пс}}$  следующим образом

$$A_c = \int_0^{k\pi} M_{\text{пс}} d\varphi \quad (1.6),$$

предполагая, что цикл работы машины при установившемся движении совершается за  $k$  тактов машины.

Вычисление определенного интеграла (1.6) обычно производится численными методами. При использовании метода трапеций значение работы сил сопротивления в  $j$ -м положении машины определяется зависимостью

$$A_{cj} = A_c(j-1) + (M_c(j-1) + M_{cj}) \frac{\pi}{n} \quad (1.7),$$

где  $n$  – число равных частей, на которое разбит отрезок интегрирования за один оборот ведущего звена.

Для возможности определения  $M_{cj}$  необходимо, чтобы кинематическое исследование было проведено также для  $n$  равноотстоящих положений ведущего звена механизма.

Зависимость приведенного момента движущих сил  $M_d$  от положения звена приведения определяется

$$M_d = \text{const} \quad (1.8),$$

Примем за начальное положение цикла движения машины 12-е положение механизма, тогда работа движущих сил за один оборот ведущего звена будет равна

$$A_d = M_d 2\pi \quad (1.9),$$

Учитывая, что за цикл установившегося движения машины работа движущих сил и работа сил сопротивления равны, можно определить момент движущих сил.

$$M_d = \frac{A_d}{2\pi} \quad (1.10),$$

где:  $A_d$  – работа сил сопротивления за цикл движения машины.

Особенностью сил сопротивления в заданиях на курсовой проект является их постоянная величина при движении точки приложения силы против направления этой силы. Если же направление движения точки приложения силы совпадает с ее направлением, то значение силы сопротивления равно нулю (холостой ход). Таким образом

$$\begin{aligned} np_{Fi} V_i < 0, & \quad F_{ci} = \text{const} \\ np_{Fi} V_i > 0, & \quad F_{ci} = 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

В связи с тем, что проекции скоростей на вектор силы все равно нужно вносить в исходные данные в каждом положении, а величину силы сопротивления можно внести один раз, то для неизменности результата с учетом холостого хода условие (1.11) преобразуется следующим образом

$$\begin{aligned} np_{Fi} V_i < 0, & \quad F_{ci} = \text{const} \\ \text{при } np_{Fi} V_i > 0, & \quad F_{ci} = \text{const}, \text{ а } np_{Fi} V_i = 0 \end{aligned} \quad (1.12),$$

Т.е. при холостом ходе вместо равенства нулю силы берутся равные нулю положительные проекции скорости на вектор силы. Такая условность, не изменяя результата вычислений, упрощает программу и уменьшает время внесения исходных данных. Кинетическая энергия механизма без маховика определяется выражением

$$E_{\Pi} = 0,5(m_A V_A^2 + m_B V_B^2 + m_C V_C^2 + m_D V_D^2) \quad (1.13),$$

где:  $V_A, V_B, V_C, V_D$  – скорости соответственно точек А, В, С, D.

Если замещающих точек в исследуемом механизме меньше, чем предусмотрено формулой (1.13), то в отсутствующих точках масса и скорость полагаются равными нулю.

С учетом того, что скорость точки А, при постоянной угловой скорости ведущего звена, является постоянной, кинетическая энергия массы в точке А также будет величиной постоянной. Тогда приращение кинетической энергии механизма без маховика будет иметь вид

$$\Delta E_{\Pi} = E_{\Pi} - 0,5m_A V_A^2 = 0,5(m_B V_B^2 + m_C V_C^2 + m_D V_D^2) \quad (1.14),$$

Используя выражение (1.2), можно найти приращение кинетической энергии маховика через приращения полной энергии механизма (1.3) и приращения энергии механизма без маховика (1.14).

$$\Delta E_M = \Delta E - \Delta E_{\Pi}$$

## 2.11 Лабораторная работа № 13 ( 2 часа).

**Тема:** «Определение КПД планетарного редуктора».

**2.11.1 Цель работы:** получить представление о способах (экспериментальном, аналитическом) определения КПД механизмов.

### 2.11.2 Задачи работы:

В результате выполнения этой работы необходимо определить КПД планетарного редуктора экспериментально, а затем проверить полученный результат, вычислив его расчетным путем, приняв КПД каждого зацепления  $\eta = 0,96$ . Кроме того, подлежит определению коэффициент трения в паре (тормозной шкив – ремень), для этой цели нужно использовать формулу (7) и результаты проведенного эксперимента.

### 2.11.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Установка для определения КПД планетарного редуктора.

### 2.11.4 Описание (ход) работы:

Установка для экспериментального определения КПД редуктора (рисунок 1 и рисунок 2 ) состоит из электродвигателя 1 и редуктора 2, связанных упругой муфтой. Статор электродвигателя не закреплен и может свободно проворачиваться на валу ротора. Со статором жестко связан рычаг, который опирается на динамометр, как показано на рисунке 3. Динамометр состоит: из стальной пластины 1 и индикатора 2а. К ведомому валу редуктора (рисунок 2) присоединен тормозной механизм 4. Схема этого механизма показана на рисунке 4.

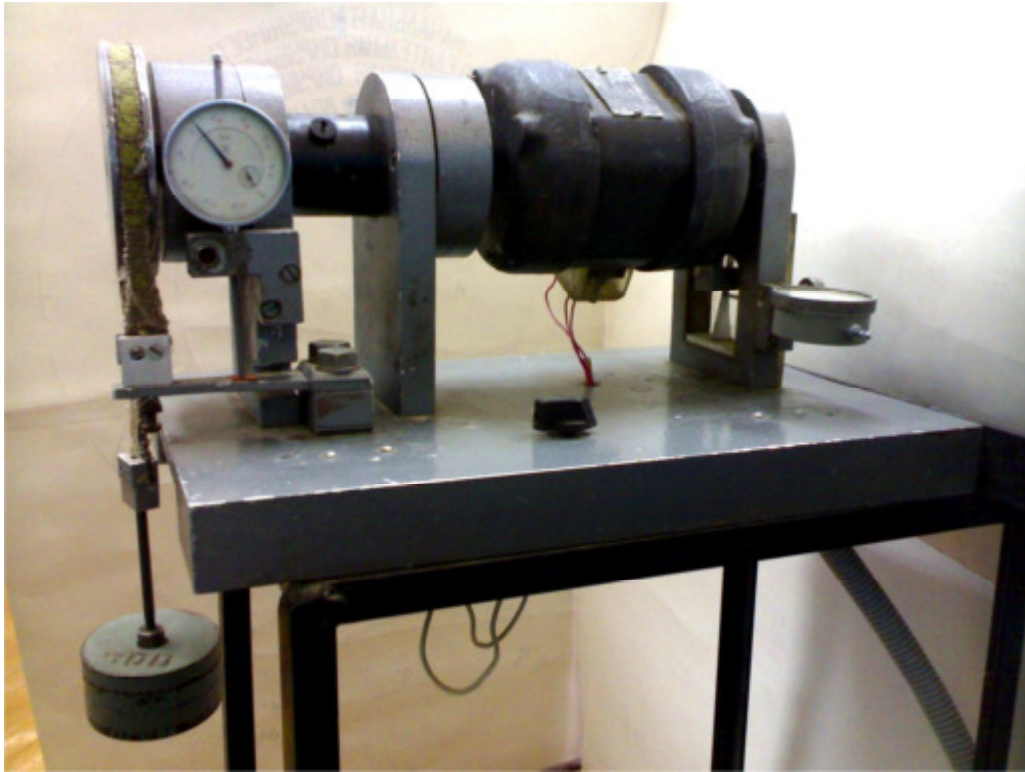


Рисунок 1.

Через тормозной шкив 4 перекинут ремень 5. Натяжение ветвей ремня определяется с одной стороны весом груза и с другой динамометром, состоящим из упругой пластины 1 и индикатора 2б.

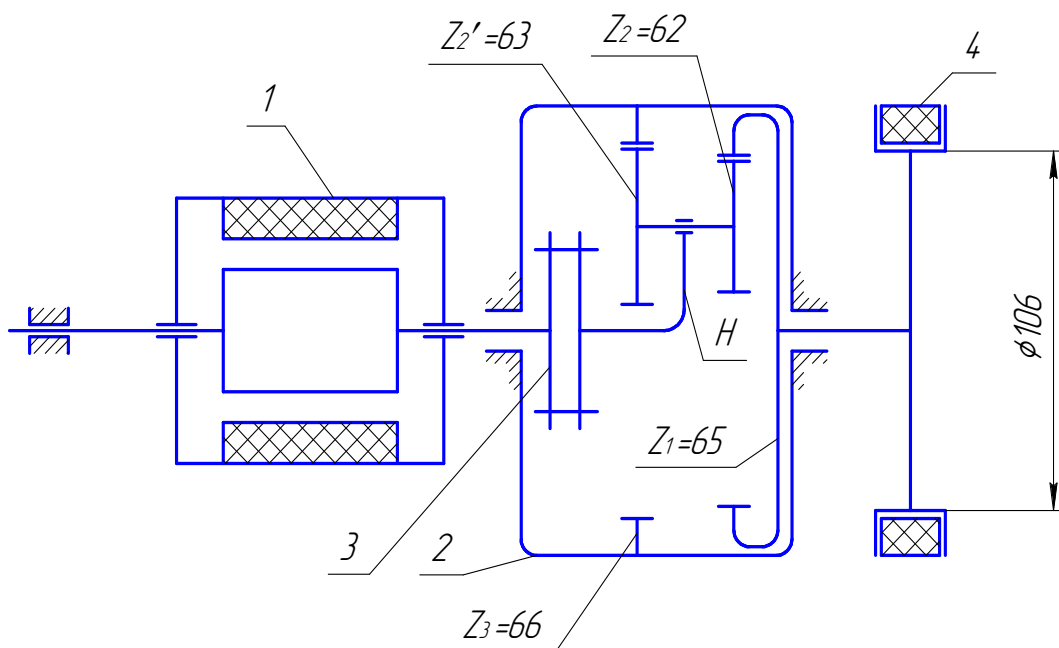


Рисунок 2.



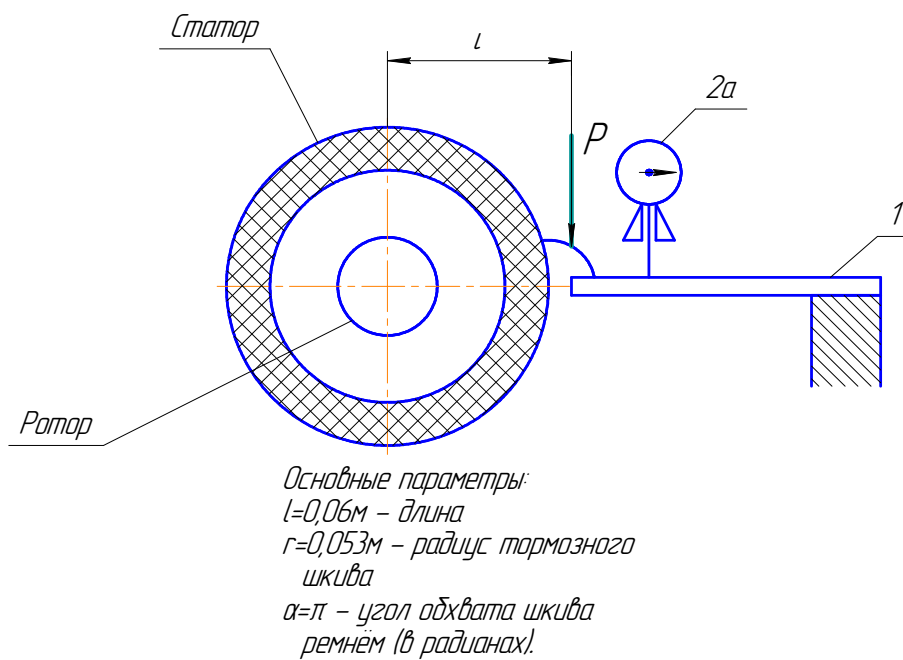


Рисунок 3.

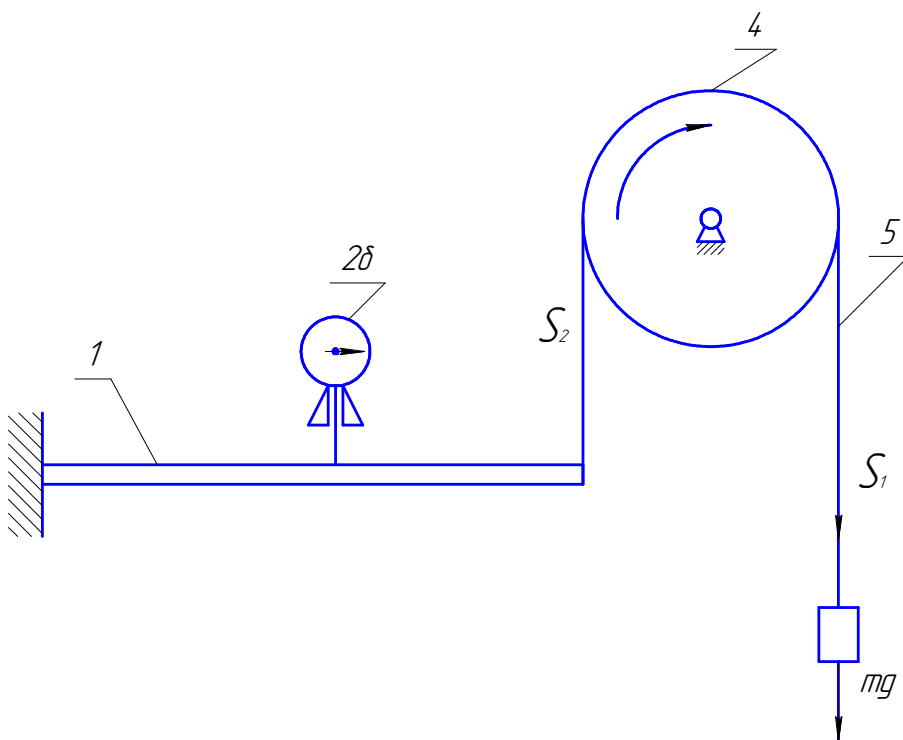


Рисунок 4.

## 2. Методика экспериментального определения КПД редуктора.

Коэффициент полезного действия  $\eta$  для установившегося движения может быть определен как отношение средней мощности сил полезного сопротивления  $N_{nc}$  к средней мощности движущих сил  $N_{\partial}$ .

$$\eta = \frac{N_{nc}}{N_{\partial}} \quad (1)$$

В данном случае мощность движущих сил равна мощности на валу электродвигателя, а мощность сил полезного сопротивления равна мощности сил трения в тормозном механизме.

Мощность движущих сил можно определить следующим образом

$$N_{\delta} = M_{\delta} \cdot \omega_{\delta} \quad (2)$$

где  $M_{\delta}$  - момент на валу двигателя, равный моменту, приложенному к статору;

$\omega_{\delta} = \omega_n$  - угловая скорость электродвигателя равная угловой скорости оси ведущего звена редуктора.

Мощность сил полезного сопротивления:

$$N_{nc} = M_{mp} \cdot \omega_I \quad (3)$$

где  $M_{mp}$  - момент сил трения приложенных к ободу тормозного шкива;

$\omega_I$  - угловая скорость ведомого звена редуктора.

Подставляя в формулу 1 выражения 2 и 3 после преобразования получим :

$$\eta = \frac{M_{mp}}{M_{\delta}} \cdot u_{IH} \quad (4)$$

Из рассмотрения схем изображенных на рис 2 и рис 3 можно заключить, что:

$$M_{\delta} = P \cdot \ell \quad (5)$$

где  $P$  - сила, с которой статор давит на динамометр;

$\ell$  - плечо силы.

$$M_{mp} = F \cdot r = (S_2 - S_1) \cdot r \quad (6)$$

где  $r$  - радиус тормозного шкива;

$S_1$  - натяжение правой ветви ремня, равное весу груза;

$S_2$  - натяжение левой ветви ремня, измеряемое динамометром.

Натяжение ветвей ремня, огибающих тормозной шкив, связаны формулой Эйлера:

$$S_2 = S_1 \cdot e^{f\alpha} \quad (7)$$

где  $e$  - основание натурального логарифма;

$f$  - коэффициент трения;

$\alpha$  - угол обхвата шкива ремнем в рад.

### 3. Определение КПД планетарного редуктора аналитически (расчетным методом).

Величина КПД планетарного редуктора зависит от того, передается движение от центрального подвижного колеса к водилу или наоборот, а также от численного значения передаточного отношения.

В таблице 1 сведены формулы для определения КПД планетарного редуктора.

Таблица 1

	$1 > U_{IH} > 0$	$U_{IH} > 1; U_{IH} < 0$
От колеса к водилу	$\eta_{IH} = \frac{1}{U_{IH}} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\eta_H} \cdot (1 - U_{IH}) \right)$	$\eta_{IH} = \frac{1}{U_{IH}} \cdot (1 - \eta_H \cdot (1 - U_{IH}))$
От водила к колесу	$\eta_{HI} = \frac{U_{IH}}{1 - \eta_H \cdot (1 - U_{IH})}$	$\eta_{HI} = \frac{U_{IH}}{1 - \frac{1}{\eta_H} \cdot (1 - U_{IH})}$

В этих формулах  $\eta_H$  - коэффициент полезного действия при обратном движении планетарной передачи.

Указанные формулы относятся к определению потерь, возникающих вследствие трения между зубьями. Эти формулы приближенные, т.к. при выводе их мощность в зацеплении определялась без учета потерь на трение во вращательных парах.

**Примечания :**

1. КПД редуктора необходимо определять при установившемся режиме (через 3-5 секунд после включения электродвигателя).
2. Показания всех приборов следует наблюдать одновременно.
3. Вычислительные масштабы индикаторов : для 2а  $\mu_p = 20 \text{ }^H/\text{мм}$   
для 2б  $\mu_p = 500 \text{ }^H/\text{мм}$

## 2.12 Лабораторная работа № ЛР-14

**Тема:** «Статическое уравнивание и балансировка ротора».

**2.12.1 Цель работы:** научить студента производить уравнивание роторов на практике.

### 2.12.2 Задачи работы:

1. Определить место расположения центра масс ротора.
2. Сбалансировать ротор статическим методом с использованием противовеса.
3. Определить уравнивающий дисбаланс графическим методом.
4. Определить процент ошибки.

### 2.12.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Стенд для статической балансировки роторов.
2. Неуравновешенный ротор.
3. Аналитические весы.

### 2.12.4 Описание (ход) работы:

Ротором в теории балансировки (уравнивания) называется любое вращающееся тело. Для выполнения работы студент получает задачу на балансировочном станке уравновесить диск, который разбалансирован постановкой в нескольких местах дополнительных масс. Правильность выполнения балансировки проверяется графическим методом. Известно, что для полной динамической уравниваемости вращающейся детали необходимо выполнения двух условий:

1.  $\bar{D}_{cm} = \sum m_i \cdot \bar{r}_i = 0$  - центр масс должен находиться на оси вращения, принятой за ось прямоугольной системы координат.

2.  $\bar{M}_D = \sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot z_i = 0$  - центробежные моменты инерции масс в плоскости, содержащей ось вращения должны быть равны нулю.  
где  $m_i$  - масса  $i$ -той точки;

$\bar{r}_i$  - радиус-вектор расстояния  $i$ -той точки до оси вращения;  
 $z_i$  - координата  $i$ -той точки по оси  $z$  (ось  $z$  совпадает с осью вращения).

Начало системы координат берется на оси вращения произвольно.

Неуравновешенность вращающейся детали, вызванная несовершенством технологического процесса изготовления детали или ее ремонта, устраняется путем добавления или

удаления небольшого количества материала. Исправление такой неуравновешенности называется балансировкой.

Для роторов с малыми размерами вдоль оси вращения (шкивы, диски, маховики и т. д.) допустимо ограничиться только статической балансировкой, так как при практически постоянной координате  $z_i$  второе условие вырождается в первое, что соответствует приведению центра масс ротора на ось вращения. Такая балансировка называется статической.

При динамической балансировке требуется одновременно выполнить два условия.

Статическую и динамическую балансировку производят на различных станках и устройствах.

Схемы некоторых балансировочных станков приведены в литературе

Если не требуется высокая точность, то статическая балансировка проводится в статическом режиме. Более точным и перспективным в отношении автоматизации процесса балансировки является динамический режим, т.е. неуравновешенность ротора определяется в процессе его вращения.

В данной работе требуется сбалансировать ротор в статическом режиме.

Станок для статической балансировки представляет собой станину с двумя парами опорных роликов (рисунок 1.). Деталь, подлежащую балансировке, укрепляют с помощью конусных упоров в патроне. Патрон вместе с деталью устанавливается на опорные ролики.

В качестве детали, подлежащей балансировке, взят неуравновешенный диск с радиальными прорезями. В прорезях установлены грузы, которые подлежат уравниванию.

Балансировка производится в следующем порядке:

1. Устанавливают ротор с патроном на опорные катки. После ряда колебательных движений ротор становится в положение, когда центр тяжести займет наиболее низкое расположение по вертикали, проходящей через ось вращения.

2. В верхней части детали (легком месте) мелом проводят радиальную прямую, совпадающую с вертикалью. На этой прямой выбирают место, удобное для установки уравнивающего груза.

Для того, чтобы учесть трение в опорных роликах и как можно точнее определить вес уравнивающего груза, вначале его определяют с недостатком, а затем с избытком. Для этого, укрепив уравнивающий груз в выбранном месте, устанавливают деталь, так, чтобы отмеченная мелом прямая располагалась горизонтально, и затем отпускают диск. Если уравнивающий груз при движении диска поднимается вверх, то следует добавить пластилин. Добавлять пластилин необходимо понемногу до того момента, когда опущенный диск останется неподвижным. В этом случае момент неуравновешенности



Рисунок 1.

равен моменту уравнивающего груза  $g \cdot m'_y \cdot r_y$  сложенному с моментом сил трения в опорных роликах  $M_{тр}$ :

$$\sum M'(g \cdot m_i) = g \cdot m'_y \cdot r_y + M_{тр} \quad (1)$$

3. К уравнивающему грузу добавляют понемногу пластилин до того момента, когда меловая линия на диске, занимавшая горизонтальное положение, начнет двигаться, опуская уравнивающий груз. В этом случае момент неуравновешенности будет равен моменту уравновешенности груза за вычетом момента сил трения в опорных роликах.

$$\sum M''(g \cdot m_i) = g \cdot m''_y \cdot r_y - M_{тр} \quad (2)$$

4. Из уравнений (1) и (2) после исключения момента сил трения в опорных роликах определяем величину уравнивающего груза следующим образом:

$$m_y = \frac{m'_y + m''_y}{2}$$

5. Величина дисбаланса определяется выражением:

$$\overline{D}_{cm} = \sum m_i \cdot \bar{r}_i = -m_y \cdot r_y$$

Где  $m_i$  -массы  $i$ -х грузов подлежащих уравниванию;  
 $\bar{r}_i$  –расстояния  $i$ -х грузов до оси вращения.

### 3. Порядок выполнения работы

Для диска разбалансированного постановкой нескольких грузов определить неуравновешенность – дисбаланс двумя способами:

а) на станке – практически;

б) зная величину и положение грузов, вызвавших неуравновешенность, определить дисбаланс графически, решив векторное уравнение:

$$\sum m_i \cdot \vec{r}_i + m_y \cdot \vec{r}_y = 0$$

$$\mu_D = \dots \frac{g \cdot \text{см}}{\text{мм}}$$

Для этого подобрать масштабный коэффициент

построить векторный замкнутый многоугольник. Замыкающим будет вектор

$m_y \cdot \vec{r}_y$ . Определить место установки на диске уравнивающего груза.

в) сравнить уравнивающий дисбаланс, полученный в результате эксперимента и в результате графического решения векторного уравнения. Найти ошибку.

#### 2.14. Лабораторная работа № 15 ( 2 часа).

**Тема:** «Динамическое уравнивание ротора».

**2.13.1 Цель работы:** научить студента производить уравнивание роторов одним из методов при известном расположении избыточных масс. Правильность решения определяется в статическом и динамическом режиме на специальном станке.

##### 2.13.2 Задачи работы:

1. Записать исходные данные (масса избыточных грузов, радиус и угол их установки)
2. Графическим методом, используя векторные диаграммы, определить уравнивающие дисбалансы и уравнивающие моменты дисбалансов в плоскостях коррекции.
3. Установить найденные уравнивающие грузы в плоскостях коррекции и проверить в статическом и динамическом режиме уравнишенность ротора.

##### 2.13.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Установка для уравнивания вращающихся масс ТММ35А

##### 2.13.4 Описание (ход) работы:

Ротором в механике принято называть любое вращающееся тело. Из теоретической механики известно, что давление вращающегося тела на его опоры в общем случае складывается из двух составляющих: статической, вызванной действием постоянных сил (сила тяжести тела и др.) и динамической, обусловленной ускоренным движением материальных частиц, из которых состоит ротор. Для полного уравнивания динамической составляющей необходимо выполнение двух условий.

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{r}_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i \cdot \bar{r}_i = 0 \quad (2)$$

где  $m_i$ -масса  $i$ -ой точки;  $\bar{r}_i$ -радиус-вектор расстояния  $i$ -ой точки до оси вращения;  $z_i$ -координата  $i$ -ой точки по оси OZ от начала координат произвольно выбранной на оси вращения ротора.

Или, другими словами, для полного уравнивания необходимо совпадение оси вращения ротора с одной из главных центральных осей инерции.

При выполнении только первого условия будет статическое уравнивание, при выполнении только второго условия будет моментное уравнивание.

Статическую неуравновешенность можно обнаружить в статическом режиме, а моментную и динамическую неуравновешенность можно обнаружить только при вращении ротора, т.е. в динамическом режиме. Для этого используют специальные балансировочные станки.

## 2. Описание установки

Схема установки представлена на рисунке 1, а сама установка на рисунке 2. На валу ротора расположены 5 дисков, которые можно повернуть относительно вала на любой угол, отпустив предварительно крепежные винты и используя градусную шкалу на ступице диска. На крайних дисках крепятся уравнивающие грузы (две плоскости исправления), а на средних - избыточные массы. Шарикоподшипник правого конца вала установлен

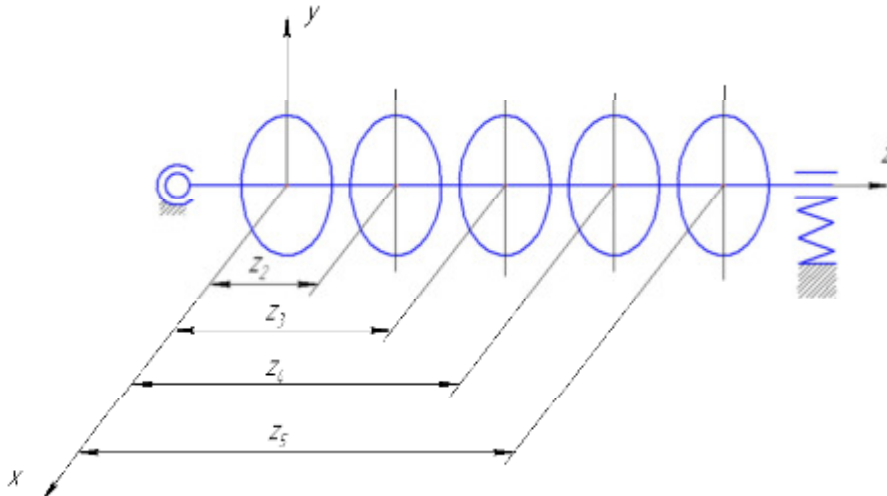


Рисунок 7.1

в корпус, который центрирован пружинами и может перемещаться в горизонтальной плоскости.

Разгон ротора осуществляется электродвигателем, закрепленным на рычаге. При нажатии рычага вниз, последний поднимает двигатель вверх и прижимает обремененный ролик вала к колесу, закрепленному на валу ротора. Одновременно рычаг освобождает кнопочный выключатель и включает двигатель в работу.

## 3. Порядок выполнения работы

-в прорези дисков 2,3,4 (рис.1) установить и закрепить не уравниваемые массы  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$  (массы  $m_i$ , угол поворота  $\alpha_i$ , и радиус-вектор  $\bar{r}_i$  задаются преподавателем).

-сделать необходимые расчеты и заполнить таблицу.

Исходные и вычисленные при уравнивании ротора параметры.

Диск и	$m_i$ (г)	$r_i$ (см)	$\alpha$ (град)	$z_i$ (см)	$m_i r_i$ (г·см)	$m_i z_i r_i$ (г·см <sup>2</sup> )
1				0		0
2						
3						
4						
5						

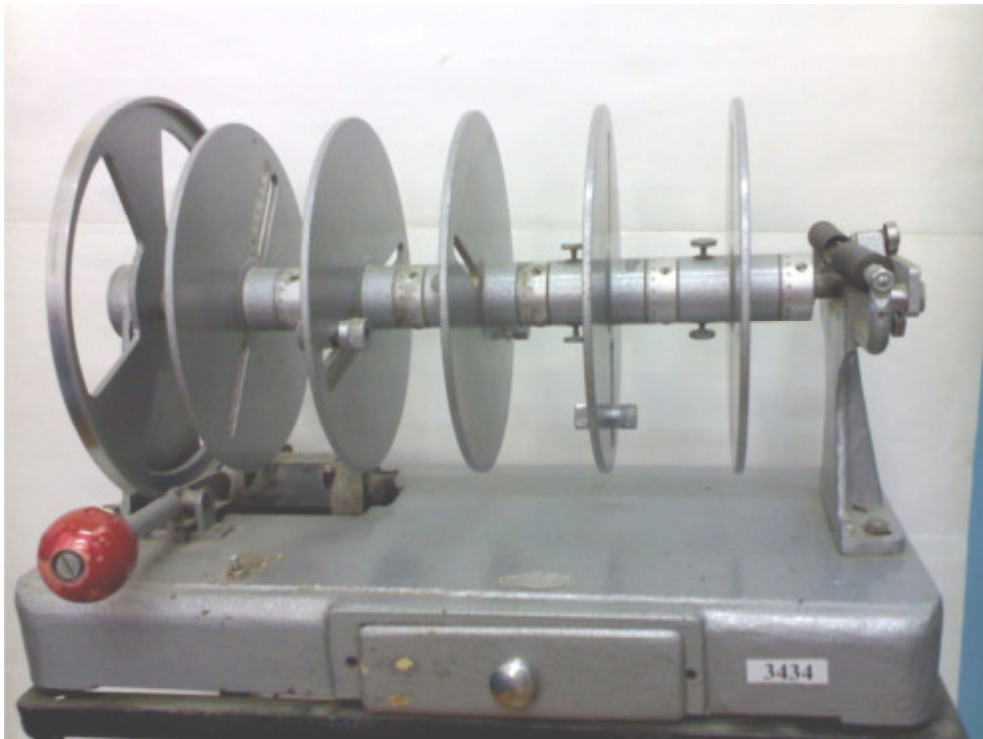


Рисунок 7.2. Установка для динамического уравнивания ротора.

-построить векторный многоугольник по уравнению (2) и определить модуль замыкающего вектора  $m_5 \bar{r}_5 z_5$  (уравнивающий момент дисбаланса) и угол его поворота  $\alpha_5$ .

-построить векторный многоугольник по уравнению (1) с учетом дисбаланса  $m_5 \bar{r}_5$  и определить модуль замыкающего вектора  $m_1 \bar{r}_1$  и угол его поворота  $\alpha_1$ . Так как плоскость исправления 1-1 проходит через начало системы координат, введение дисбаланса  $m_1 \bar{r}_1$  не приведет к нарушению уравнения (2).

-противовесы массой  $m_1$  и  $m_5$  установить на дисках 1 и 5 на расстояние  $r_1$  и  $r_5$  от оси вращения ротора и повернуть диски 1 и 5 на углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_5$ . Массы и расстояния могут быть любыми, но их произведения должны соответствовать модулям векторов, полученных при графическом решении уравнений (1) и (2).

-проверить статическую уравновешенность ротора. Ротор, при повороте на любой угол, должен занимать безразличное положение.

-проверить динамическую уравновешенность ротора, для чего разогнать ротор. Подпружиненная правая опора не должна совершать колебаний.



Если в ходе эксперимента будут обнаружены статическая или динамическая неуравновешенность, эксперимент немедленно приостановить и проверить расчеты. Вращение неуравновешенного ротора может привести к разрушению установки.

Отчет по лабораторной работе должен включать схему установки с расположением масс и плоскостями исправления, графическое решение задачи полного уравнивания ротора с используемыми масштабными коэффициентами

( $\mu_D =$  [г·см/мм] - для дисбалансов и  $\mu_M =$  [г·см<sup>2</sup>/мм] - для момента дисбалансов) и таблицу с исходными и вычисленными результатами.

## 2.14 Лабораторная работа № 16, 17 (4 часа).

**Тема:** «Динамическая балансировка ротора».

**2.14.1 Цель работы:** ознакомить студента с методами динамической балансировки вращающихся звеньев (роторов), с устройством балансировочного станка и приемами работы на нём.

### 2.14.2 Задачи работы:

1. Ознакомиться с балансировочным станком .
2. Определить место расположения уравнивающего груза в плоскостях коррекции.
3. Провести динамическую балансировку ротора.
4. Определить уравнивающие дисбалансы в плоскостях коррекции ротора.

### 2.14.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Станок для динамической балансировки ДБ-34.
2. Неуравновешенный ротор.
3. Аналитические весы.

### 2.14.4 Описание (ход) работы:

Основная цель уравнивания роторов есть уничтожение добавочных инерционных давлений на опоры механизма. Для полного уравнивания детали необходимо выполнение двух условий.

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{r}_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i \cdot \bar{r}_i = 0 \quad (2)$$

где  $m_i$ -масса  $i$ -ой точки;  $\bar{r}_i$  - радиус-вектор расстояния  $i$ -ой точки до оси вращения;  $z_i$ -координата  $i$ -ой точки по оси OZ от начала координат произвольно выбранной на оси вращения ротора.

Или другими словами, для полного уравнивания необходимо совпадение оси вращения ротора с одной из главных центральных осей инерции.

При выполнении только первого условия будет статическое уравнивание, при выполнении только второго условия будет моментное уравнивание.

Статическую неуравновешенность можно обнаружить в статическом режиме, а моментную и динамическую неуравновешенность можно обнаружить только при вращении ротора, т.е. в динамическом режиме. Для этого используют специальные балансировоч-

ные станки. На станке для обнаружения неуравновешенности ротор должен вращаться относительно той оси, которая является его осью вращения в механизме.

## 2. Описание станка ДБ-34 для динамической балансировки

Основными конструктивными частями ДБ-34 являются: тумба, две передвигаемые стойки, осветительная головка, блок коммутации и усиления и индикаторная приставка (Рисунок 1 и 2.).

В тумбе станка помещен электродвигатель и механизм передачи движения от электродвигателя к уравниваемой детали.

Передвигаемые стойки предназначены для монтажа между ними подвижных люлек, на разъемные опоры которых, устанавливается балансируемая деталь (ротор), а также для установки датчиков скорости перемещения опор и гасителей колебаний – демпферов.

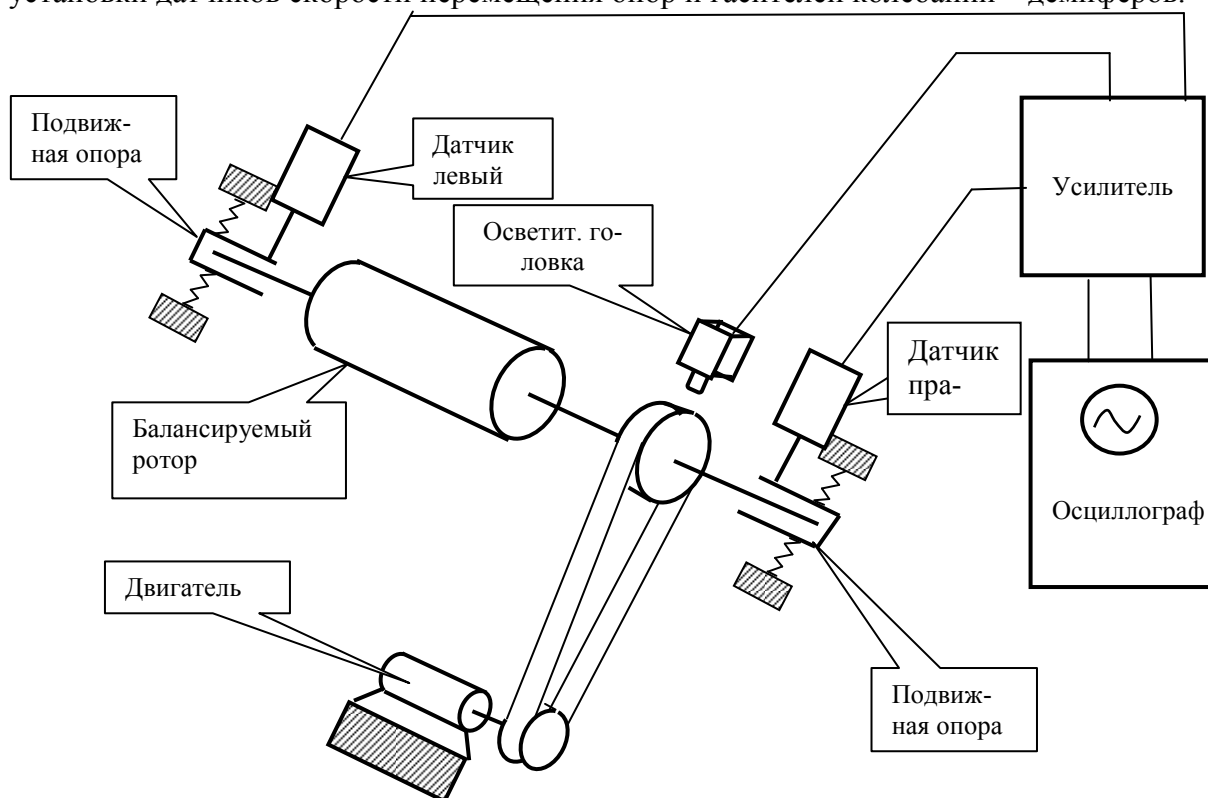


Рисунок 1.

Люльки на пружинах являются подвижной маятниковой опорой. Они, с помощью антимагнитной проволоки, жестко связаны с подвижной катушкой датчиков. Датчик преобразует механические колебания подвижных люлек в электродвижущую силу, пропорциональную скорости перемещения люлек. Он состоит из постоянного магнита цилиндрической формы, образующего мощное магнитное поле и подвижной катушки, находящейся в этом магнитном поле.

Осветительная головка разделена перегородкой: в одной части корпуса находится лампа подсвета с оптической системой, в другой части корпуса закреплён фотоэлемент. Луч света падает на приводной шкив, затем, отражаясь от него, попадает на фотоэлемент.

Блок коммутации и усиления предназначен для выделения ЭДС, наведённой в одной из катушек датчиков, усиления её и подачи на индикаторную приставку, создания фототока, усиления его и подачу также на индикаторную приставку.



Рисунок 2.

Индикаторная приставка предназначена для визуального наблюдения и исследования форм кривой скорости перемещения подвижных опор, получаемых при вращении ротора.

При вращении ротора с постоянной скоростью под действием неуравновешенных сил инерции возникают колебания подвижных люлек. Люльки жёстко связаны с катушками датчиков, вследствие чего их колебанию передаются катушкам, которые перемещаются в поле постоянных магнитов. В обмотках катушек возникает электродвижущая сила, пропорциональная скорости перемещения (пропорциональная дисбалансу), которая от обоих датчиков передается на потенциометрическое устройство, а затем на усилитель и индикаторную приставку поочередно, в зависимости от положения тумблера.

На экране индикаторной приставки, так как процесс периодический, ЭДС фиксируется в виде кривой.

Для того, чтобы динамически сбалансировать ротор, нужно выбрать две плоскости исправления, перпендикулярные оси вращения ротора (рисунок 2).

Путём добавления или удаления массы в этих плоскостях исправления, производится уравнивание, поочередно, в правой и левой плоскости.

Чтобы определить величину дисбаланса в одной из плоскостей исправления, необходимо исключить влияние вибрации в другой плоскости исправления. Это достигается с помощью потенциометрического устройства.

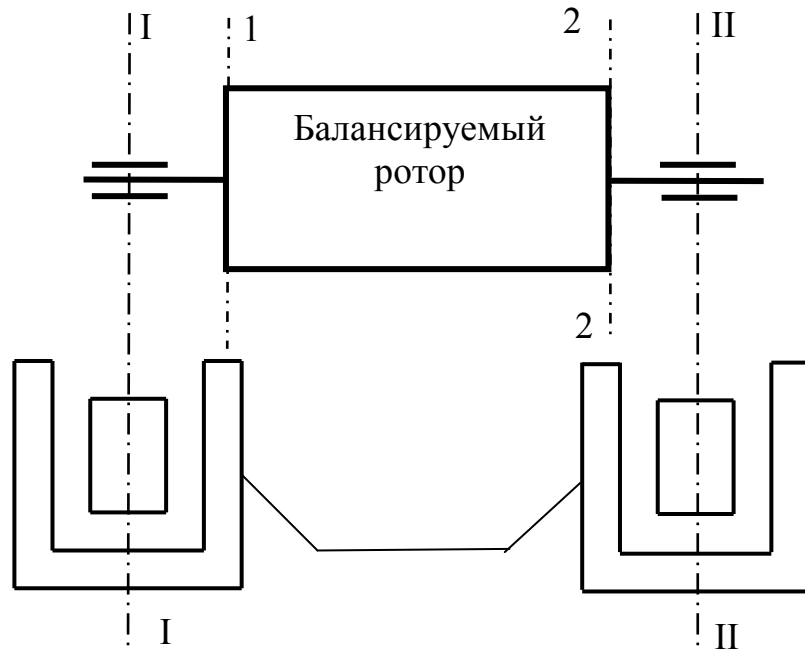


Рис. 1. 1-1 и 2-2 - плоскости измерения, 1-1 и 2-2 - плоскости исправления

Место дисбаланса определяется с помощью осветительной головки с фотоэлементом. Для этого на приводном шкиве нанесены две чёрные риски под углом  $90^\circ$ . В тот момент, когда чёрные риски попадают под луч, вследствие малого коэффициента отражения фототок уменьшается, и на кривой возникают светящиеся точки, смещённые на угол  $90^\circ$ . Так как шкив жёстко связан с ротором, то по расположению этих точек на кривой определяется место дисбаланса.

Наличие дисбаланса на роторе вызывает колебания катушек датчиков в горизонтальной плоскости. В результате колебания катушек датчиков в поле постоянного магнита, в них наводится ЭДС, пропорциональное по величине скорости перемещения опор, следовательно, пропорциональное величине дисбаланса ротора. ЭДС фиксируется на экране индикаторной приставки в виде кривой (рисунок 4), амплитуда которой, также будет пропорциональна величине скорости перемещения опоры и дисбаланса ротора (при постоянной угловой скорости ротора) в этой плоскости.

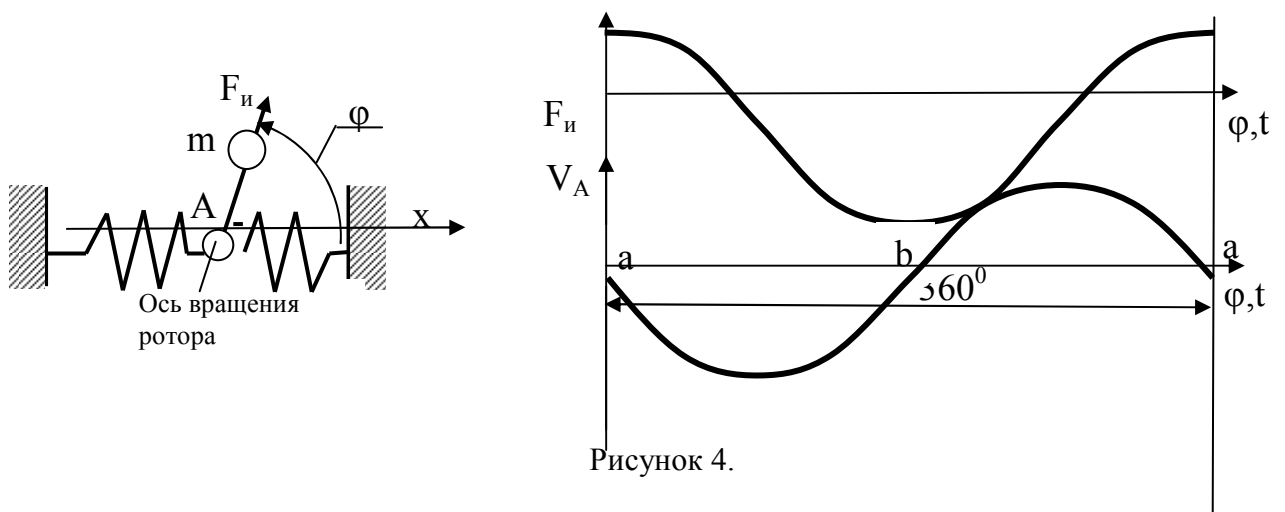


Рисунок 4.

Для приближённой оценки неуравновешенности ротора рассмотрим движение одной подвижной опоры, предполагая, что жёсткость опор в вертикальном направлении велика и

ротор движется в горизонтальной плоскости. Вся неуравновешенность ротора находится в плоскости измерения и представлена в виде массы  $m$  (рисунок 4).

Проекция силы инерции, возникающей при вращении ротора, на ось  $x$   $F_{ix}$  будет определяться по выражению

$$F_{ix} = F_u \cdot \cos \varphi$$

При сделанных предположениях уравнение движения будет иметь вид

$$F_{ix} = m \cdot \ddot{x}$$

Интегрируя это выражение один раз по времени, получим

$$\dot{x} = \frac{F_u}{m \cdot \omega} \sin \varphi$$

На рисунке 4 изображены графики кривых, построенных по выше приведённым выражениям. Очевидно, что при максимальном значении проекции на ось  $x$  силы инерции (это соответствует крайним положениям опоры), скорость перемещения опоры равна нулю (точки **a** и **b**). Следовательно, в этих точках будет тяжёлое или лёгкое место.

Для определения тяжёлого или лёгкого места непосредственно на балансируемом роторе, необходимо найти точку **a** или **b** на роторе относительно черных рисок, нанесённых на приводной шкив под углом  $90^\circ$  друг к другу и определяющих собою положение светящихся точек 1 и 2 на кривой.

Рассмотрим пример.

Пусть расположение точек на кривой соответствует положению на рисунке 5, а

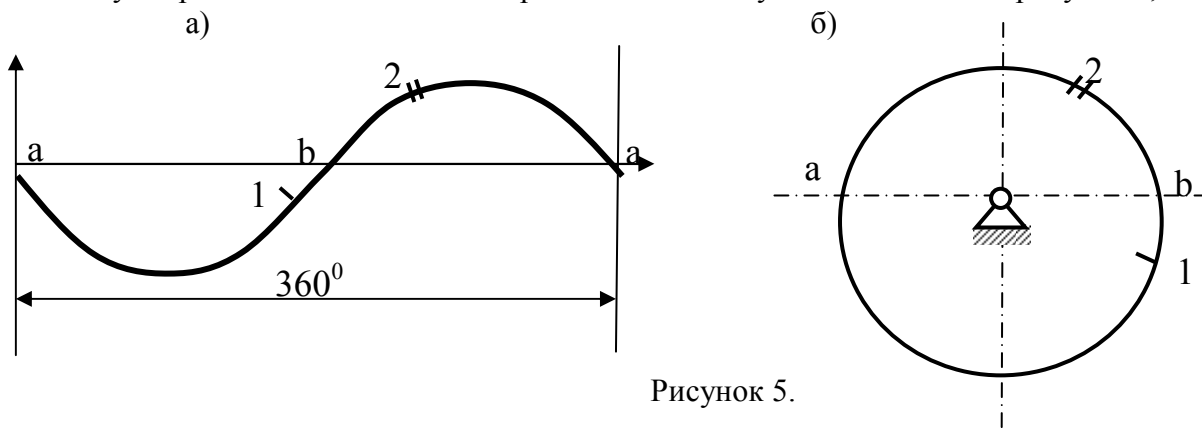


Рисунок 5.

Наблюдая расположение светящихся точек 1 и 2 на кривой, видим, что точка **b** (а это расположение легкого или тяжелого места) на роторе (рисунок 5, б) находится между точками 1 и 2, ближе к точке 1 (примерно  $30^\circ$  от точки 1 и  $60^\circ$  от точки 2). Точка **a** находится с противоположной стороны ротора ( $180^\circ$  от точки **b**). При первой балансировке ротора, для уточнения положения легкого или тяжелого места, в любую из двух точек на роторе в этой плоскости (например, в точку **b**) помещают небольшое количество уравнивающей массы (пластилина) и по изменению амплитуды кривой определяют тяжёлое это место или лёгкое. Если амплитуда увеличилась – тяжёлое, если уменьшилась – лёгкое.

### 3. Порядок выполнения балансировки ротора

1) Переключатель датчиков поставить в положение «левый» и, после включения станка (*станок включается лаборантом или в присутствии преподавателя старшим звена студентом при закрытом ограждении ротора и привода*), начертить в журнале кривую с индикаторной приставки. Нанести на кривой светящиеся точки. Обозначить точки **a** и **b**, 1 и 2 (см. рисунок 5, а).

2) Выключить станок и, сняв ограждение ротора после его остановки, найти на роторе в левой плоскости исправления точки **a** и **b**, ориентируясь на риски на приводном шкиве и на кривой в журнале.

3) В любую точку (**a** или **b**) надёжно прикрепить немного пластилина. Включить станок, предварительно поставив ограждение ротора, по характеру изменения кривой определить, тяжёлое это или лёгкое место (см. раздел 3). Если это лёгкое место, уточнить его положение по точкам на кривой и по рискам на шкиве и добавить ещё пластилина, снова включить станок. Эта процедура выполняется до тех пор, пока кривая на индикаторной приставке не приблизится к прямой (допуск задаётся преподавателем).

4) Переключатель датчиков поставить в положение «правый», при этом пластилин в левой плоскости исправления не снимается, и выполняются пункты 1), 2), 3).

5) После завершения балансировки, уравнивающий пластилин в каждой плоскости взвесить, а результат записать в журнал. Определить уравнивающий дисбаланс в каждой плоскости исправления.