

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория механизмов и машин

**Направление подготовки (специальность) 35.03.06 «Агроинженерия»**

**Профиль образовательной программы Технический сервис в АПК**

**Форма обучения заочная**

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Конспект лекций.....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Лекция № 1 Структура механизмов .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2 Лекция № 2 Кинематический анализ шарнирно-рычажных механизмов.....</b>	<b>9</b>
<b>1.3.Лекция № 3Кинематический анализ и синтез кулачковых механизмов.....</b>	<b>23</b>
<b>1.4. Лекция № 4 Определение основных размеров кулачкового механизма.....</b>	<b>35</b>
<b>1.5. Лекция № 5Регулирование хода машин.....</b>	<b>39</b>
<b>2. Методические указания по выполнению лабораторных работ .....</b>	
<b>2.1.Лабораторная работа № ЛР-1Составление структурных и кинематических схем механизмов. Структурный анализ механизмов.....</b>	<b>47</b>
<b>2.2. Лабораторная работа № ЛР-2Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колес.....</b>	<b>47</b>
<b>2.3. Лабораторная работа № ЛР-3, 4Построение эвольвентных зубьев методом обкатки.....</b>	<b>50</b>
<b>2.4. Лабораторная работа № ЛР-5 Расшифровка зубчатых колес .....</b>	
<b>2.5. Лабораторная работа № ЛР-6Определение динамических характеристик механизма.....</b>	<b>53</b>
<b>2.6. Лабораторная работа № ЛР-7 Динамическое уравнивание ротора.....</b>	<b>59</b>
	<b>62</b>

## 1. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

### 1.1 Лекция № 1 (2 часа).

Тема: «Структура механизмов»

#### 1.1.1 Вопросы лекции:

1. Введение. Основные понятия теории механизмов и машин. Кинематическая цепь и ее элементы.
2. Пространственные механизмы. Структурная формула для пространственных механизмов.
3. Плоские механизмы. Структурная формула для плоских механизмов.
4. Структурный синтез и анализ механизмов

#### 1.1.2 Краткое содержание вопросов

#### 1. Введение. Основные понятия теории механизмов и машин. Кинематическая цепь и ее элементы.

ТММ - теория механизмов и машин – это наука, изучающая структуру (строение) механизмов, кинематику и динамику механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

**Механизмом** называется механическая система, предназначенная для преобразования или передачи движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

**Машиной** называется устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда.

Классификация машин показана на диаграмме.

**Технологические машины** используют механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта.

**Транспортные машины** используют механическую энергию для изменения положения объекта (его координат).

**Энергетические машины** преобразуют один вид энергии (электрической, тепловой, сжатого воздуха, пара, воды и т.п.) в другой.

**Информационные машины** облегчают или заменяют логическую деятельность человека по выполнению расчетных операций и операций контроля и управления.

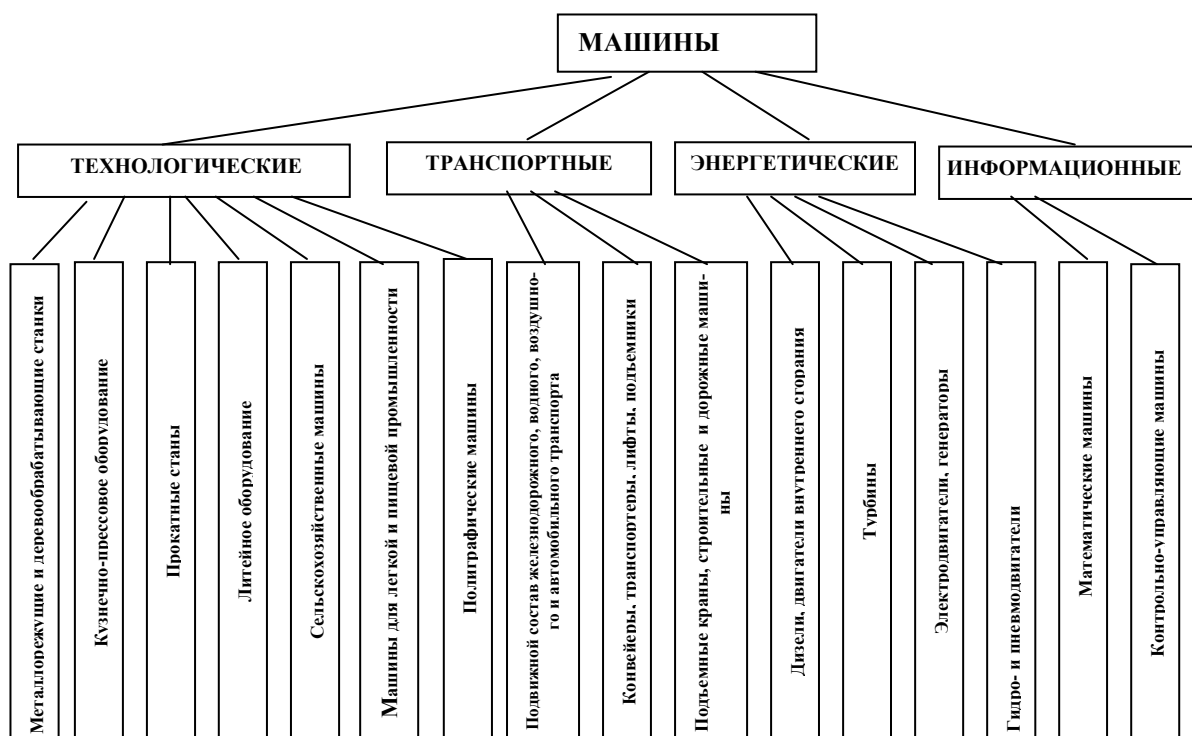
**Кинематической цепью** называется система звеньев, соединенных между собой кинематическими парами.

В кинематической цепи всегда два элемента – звенья и пары.

**Звеном** называется система твердых тел, жестко скрепленных между собой. (Пример: шатун состоит из крышки, винтов, втулки и т.д.).

**Подвижное соединение** двух звеньев называется кинематической парой (кп).

Кинематическая цепь называется **замкнутой**, если каждое ее звено входит **не менее чем в две** кинематические пары.



Кинематическая цепь называется разомкнутой, если в ней есть звенья, входящие *только в одну* кинематическую пару.

Кинематическая цепь называется простой, если в ней звенья входят не более чем в две кинематические пары и называется сложной, если есть звенья, входящие более чем в две кинематические пары.

Кинематических пар различных видов очень много и они имеют несколько классификаций. Машиновед Ф. Рело разделил все пары на два вида. Пары, в которых контакт осуществляется по поверхности, он назвал низшими. Если контакт осуществляется в точке или по линии – высшие.

**Элементом кп** называется поверхность, линия или точка звена, ограничивающая относительное движение звеньев в кинематической паре.

Второй способ классификации кп предложен многими современными учеными, в том числе и Артоболевским И.И. Он в основу положил число условий связи (ограничений).

1 кл. – шар на плоскости (точечная пара). Наложено одно условие связи – центр шара находится на одном и том же расстоянии от поверхности. (Замыкание в паре может быть силовое или геометрическое, см. таблицу видов кинематических пар).

2 кл. – цилиндр на плоскости (линейная пара), 2 условия связи.

- шар - цилиндр, 2 условия связи.

3 кл. – шаровое соединение (сферическая пара), 3 условия связи.

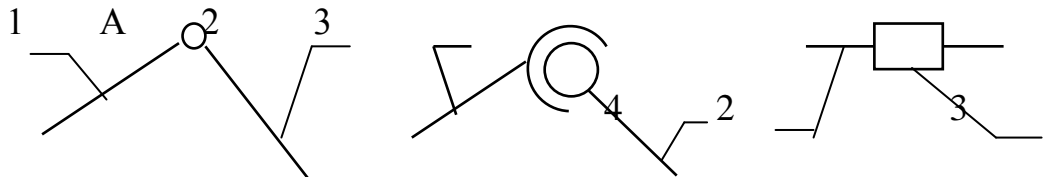
4 кл. – цилиндр в цилиндрическом отверстии (цилиндрическая пара), 4 условия связи

5 кл. – шарнирное соединение (вращательная кп), 5 условий связи, одна степень свободы и т. д.

### **Изображения кинематических пар**

Изображения кинематических пар обусловлены ГОСТом (ГОСТ 2.770-68). Обычно звено изображают в виде одного или нескольких отрезков. Вращательная кп

изображается окружностью и показывается проекция оси кинематической пары. Все звенья нумеруются арабскими цифрами. Кп обозначаются большими буквами латинского алфавита. Размеры прямоугольника поступательных пар изображают не в масштабе.



Вращательная кп 5 кл.

Шаровое соед. 3 кл.

Поступательная кп 5 кл.

## 2. Пространственные механизмы. Структурная формула для пространственных механизмов.

Обозначим  $K$  – число звеньев

$P_1$  – число кинематических пар 1-го класса

$P_5$  – число кинематических пар 5-ого класса

Найдем число степеней свободы этой кинематической цепи

$$H = 6K - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1$$

Обычно одно из звеньев механизма является неподвижным (рама станка, рама трактора и т.д.) и к этому звену привязывается система координат.

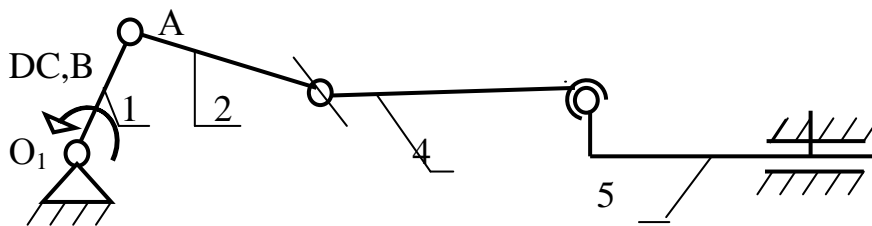
**Число степеней** свободы кинематической цепи относительно звена, принятое за неподвижное, называется степенью подвижности.

$$W = H - 6 = 6(K - 1) - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1$$

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1$$

– формула пространственных механизмов носит название формулы **Сомова-Малышева**.

Изобразим кинематическую цепь привода ножевого аппарата сенокосилки. Неподвижное звено примем за плоскость изображения. Оно обычно не нумеруется и считается нулевым. Тогда наибольший порядковый номер звена будет равен числу подвижных звеньев.



Определим степень подвижности этой кинематической цепи

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 1$$

Обратите внимание, все вычисления производятся единообразно, сначала пишется формула, затем подставляются числа и затем пишется результат и единица измерения. Цифра один означает одну степень подвижности, а это значит, можно одним законом движения распорядиться положением звеньев как угодно.

**Механизмом (с точки зрения структуры)** называется такая кинематическая цепь, в которой степень подвижности соответствует числу заданных законов движения.

Как задать закон движения? Например, присоединить к одному из звеньев электродвигатель.

Звено, закон движения которого задан, называется ведущим или входным звеном. Неподвижное звено – стойка, все остальные звенья называются ведомыми. Ведомое звено, на котором крепится исполнительный орган машины (резец, электрод, шлифовальный камень и т.д.) называется выходным.

Любой механизм состоит из:

а) ведущего звена (звеньев) – закон движения которого задан (известен);

б) стойки (неподвижного звена);

в) ведомых звеньев – звеньев закон движения, которых, определяется законами движения ведущих звеньев.

### 3. Плоские механизмы. Структурная формула для плоских механизмов.

Кроме пространственных механизмов в практике часто встречаются **плоские механизмы** – механизмы, у которых оси вращательных пар параллельны, а движения всех звеньев происходят в параллельных плоскостях.

Структурная формула плоского механизма:

$K$  – число звеньев

$P_4$  – число кп 4-ого класса

$P_5$  – число кп 5-ого класса

Число степеней свободы в плоскости  $H = 3$ , поэтому пар 3 и т.д. кл. не может быть.

$$H = 3K - 2P_5 - P_4$$

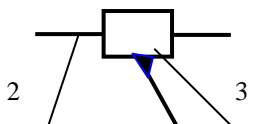
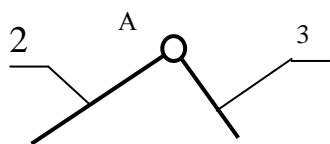
С учетом стойки степень неподвижности

$$W = H - 3 = 3(K - 1) - 2P_5 - P_4$$

$$W = 3n - 2P_5 - P_4$$

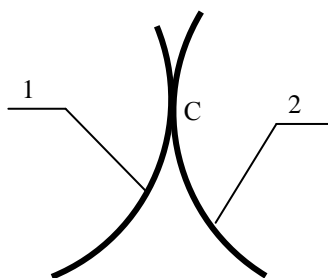
Впервые вывел русский математик и механик Пафнутий Львович Чебышев.

Условное изображение пар в плоских механизмах.



Кинематические пары 5 класса, низшие.

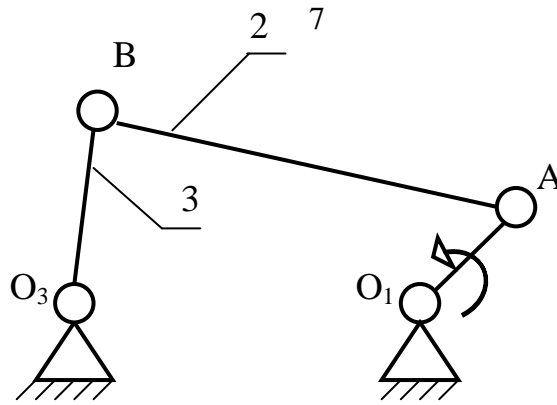
Высшая кинематическая пара 4 кл.



Элементы профилей высших кп изображаются точно в масштабе.

Пара 4 кл так как две степени свободы – проскальзывание и перекатывание.

Вычертим структурную схему плоского механизма шарнирного четырех-звенника.



$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$$

Это означает, что достаточно задать положение одного звена, то все остальные звенья будут в определенном положении.

#### 4. Структурный синтез и анализ механизмов

В основу структурного синтеза положен принцип В.Л.Ассура.

*Любой механизм может быть образован путём последовательного присоединения свободными элементами кп групп Ассура к ведущему звену и к стойке.*

Группы Ассура – группы ведомых звеньев.

*Группой Ассура называется кинематическая цепь, имеющая нулевую степень подвижности после присоединения её к стойке и которая не может быть разделена на группы с меньшим числом звеньев.*

Таким образом, степень подвижности группы

$$W_{гр} = 3 \cdot n - 2P_5 - P_4 = 0$$

Рассмотрим механизм, в котором имеются только низшие кп

$$W_{гр} = 3 \cdot n - 2P_5 = 0$$

Так как  $n$  и  $P_5$  могут быть только целыми числами, можно определить, сколько звеньев и кп может быть в группах

$P_5$	3	6	9	...
$n$	2	4	6	...

По первому столбцу, из 2 звеньев и 3 кп можно создать 5 двухповодковых групп (см. табл.)

Л.В.Ассур предложил классификацию групп, которая потом была усовершенствована Артоболевским И.И.. В основу этой классификации положен класс контура.

*Класс контура определяется числом кп в замкнутом контуре, образованном звеньями группы*

*Класс группы определяется по наивысшему классу контура, образованного звеньями группы.*

*Порядок группы определяется числом свободных элементов в кп группы.*

Класс	Порядок второй				
	Вид				
	первый	Второй	третий	четвертый	пятый
II $n = 2$ $p_5 = 3$					

Двухповодковые группы, в зависимости от числа вращательных и поступательных **кпп** их взаимного расположения в группе подразделяются по видам (см. табл.)

Для второго столбца можно привести группы следующего вида

Класс	Порядок третий
IV $n = 4$ $p_5 = 6$	Порядок второй



### Структурный анализ механизмов. Структурная классификация.

Порядок анализа противоположен порядку синтеза (общий закон)

При структурном анализе механизма следует придерживаться следующего порядка:

1. Определяется степень подвижности механизма и указывается ведущее звено (звенья).
2. В наиболее удаленной от ведущего звена части механизма отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев (предполагаемая группа). Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма. Проверяется выполнение условий.
  - а) степень подвижности отсоединенной части механизма (предполагаемая группа) должна быть равна нулю,  $W_{гр} = 0$ ;
  - б) оставшаяся часть должна быть механизмом с той же степенью подвижности, что и весь механизм до отсоединения группы.

При одновременном выполнении этих двух условий отсоединенная часть механизма является группой.

3. От оставшейся части механизма вновь отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев. Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма, и проверяется выполнение двух условий, указанных выше, и т.д. до тех пор, пока в оставшейся части механизма не останутся только простейший механизм 1-го класса.

4. Указывается порядок присоединения групп при образовании механизма. Он обратен порядку отсоединения.

5. Определяется класс, порядок и вид каждой группы.

6. Определяется класс всего механизма.

Общепринятых классификаций несколько:

- Структурная классификация
- Структурно-конструктивная классификация
- Классификация по функциональному назначению.

**Класс механизма (структурная классификация) определяется по наивысшему классу группы, входящей в состав механизма.**

## **1.2 Лекция №2 (2 часа).**

**Тема: «Кинематический анализ шарнирно-рычажных механизмов»**

### **1.2.1. Вопросы лекции:**

1. Задачи кинематического анализа.
2. Кинематический анализ плоских механизмов методом планов скоростей и ускорений.
3. Кинематический анализ плоских механизмов аналитическим методом.

### **1.2.2. Краткое содержание вопросов**

#### **1. Задачи кинематического анализа.**

Основным назначением механизмов является выполнение необходимых движений, которые описываются посредством его кинематических характеристик. К ним относятся траектории движения точек и звеньев механизма, координаты точек, перемещения точек и звеньев, их скорости и ускорения. К числу кинематических параметров относятся также и такие, которые не зависят от закона движения ведущего звена, а определяются только

строением механизма, размерами его звеньев и, в общем случае, зависят от положения ведущего звена. Это аналоги скоростей и ускорений или передаточные функции.

По кинематическим характеристикам можно сделать вывод о том, насколько успешно выполнена одна из основных задач проектирования механизма – выбор структурной схемы и определения размеров звеньев.

Знание кинематических характеристик важно также для динамических расчетов.

Существует несколько методов определения кинематических характеристик:

1. Графические
2. Аналитические
3. Экспериментальные

## **2. Кинематический анализ плоских механизмов методом планов скоростей и ускорений.**

Графические методы расчетов обладают наглядностью и отличаются удобством контроля. Иногда только графические методы дают наиболее простое решение. Точность графических методов 0,3...0,5% (при большом желании) достаточно для решения многих практических задач. Использование компьютерной графики позволяет повысить точность расчётов на порядок.

К графическим методам относятся метод планов скоростей и ускорений, метод диаграмм.

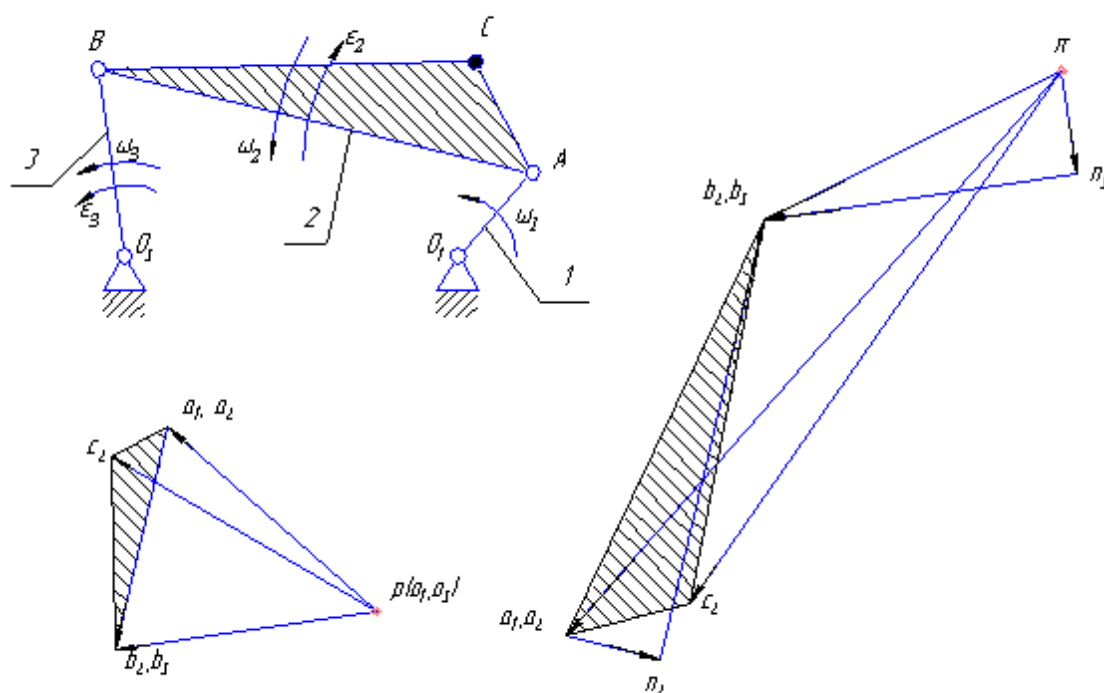
Если при кинематическом исследовании рассматривать вначале ведущее звено, затем первую присоединенную группу, затем по группам в порядке их присоединения, то в каждой группе будут известными кинематические параметры любой точки, принадлежащей свободным элементам кинематических пар группы.

Действительно, по принципу Ассура группы присоединяются свободными элементами кинематических пар к стойке и к ведущему звену, а кинематические параметры стойки и ведущего звена известны. Этим обусловлен порядок кинематического исследования.

***Планом скоростей (ускорений) называется система векторов скоростей (ускорений), характерных точек механизма, отложенных из одной точки (полюса), в данном его положении.***

### **2.1. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 1 вида, 2 кл., 2 пор.**

Построение планов скоростей и ускорений, руководствуясь следствием из принципа Ассура, начинаем с ведущего звена. При этом принимаем  $\omega_1 = \text{const}$  (угловая скорость ведущего звена) и, соответственно,  $\varepsilon_1 = 0$ .



Полус плана скоростей обозначается латинской буквой **p**, а плана ускорений греческой буквой **π**. Концы векторов на планах скоростей и ускорений обозначаются теми же буквами, что и точки, только строчными.

Скорость точки А, принадлежащей первому звену, определяется по выражению  $V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$  и направлена перпендикулярно  $AO_1$ , в сторону вращения ведущего звена.

План скоростей первой присоединённой группы строится по векторным уравнениям

$$\begin{aligned}\bar{V}_{B_2} &= \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{B_2A_2} \\ \bar{V}_{B_3} &= \bar{V}_{O_3} + \bar{V}_{B_3O_3}.\end{aligned}$$

Ускорение точки А, принадлежащей первому звену, определяется по выражению  $a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}}$ , так как  $\varepsilon_1 = 0$  и, следовательно,  $a_{A_1}^t = \varepsilon_1 \cdot l_{AO_1} = 0$  и направлено параллельно  $AO_1$ , в сторону центра вращения ведущего звена.

Векторные уравнения планов ускорений составляются в соответствии с векторными уравнениями планов скоростей.

$$\begin{aligned}\bar{a}_{B_2} &= \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{B_2A_2}^n + \bar{a}_{B_2A_2}^t \\ \bar{a}_{B_3} &= \bar{a}_{O_3} + \bar{a}_{B_3O_3}^n + \bar{a}_{B_3O_3}^t\end{aligned}$$

Планы положений механизма, планы скоростей и ускорений чертятся с определённым масштабным коэффициентом, а не рисуются. При выборе масштабных коэффициентов

тов руководствуются теми же принципами, что и при выполнении любых чертежей – наилучшее использование поля чертежа.

При выполнении планов положений рекомендуется брать стандартный масштаб. При построении планов скоростей и ускорений масштабный коэффициент может быть любой, удобный для пользования.

$$\mu_v = \dots \frac{mc^{-1}}{mm}, \quad \mu_a = \dots \frac{mc^{-2}}{mm}$$

Из плана скоростей можно определить величину и направление угловых скоростей 2-го и 3-го звена.

$$\omega_2 = \frac{V_{B_2A_2}}{l_{AB}} = \frac{\mu_v \cdot (b_2a_2)}{l_{AB}} \quad \omega_3 = \frac{V_{B_3O_3}}{l_{BO_3}} = \frac{\mu_v \cdot (b_3O_3)}{l_{BO_3}}$$

Где  $(b_2a_2)$  и  $(b_3O_3)$  – отрезки, измеряемые на плане скоростей в мм, а  $l_{AB}$  и  $l_{BO_3}$  – действительная длина звеньев.

Направление угловых скоростей можно определить, если вектора относительных скоростей, мысленно, перенести на план положения механизма в точку В.

Зная угловые скорости звеньев, можно определить нормальные ускорения точки В относительно А и  $O_3$ .

$$a_{B_2A_2}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} \quad a_{B_3O_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BO_3}$$

Нормальные ускорения обозначаются буквой **n** индексом того звена, по которому они направлены (см. рисунок). Тангенциальные (касательные) ускорения не обозначаются.

Из плана ускорений можно найти величину и направление угловых ускорений звеньев.

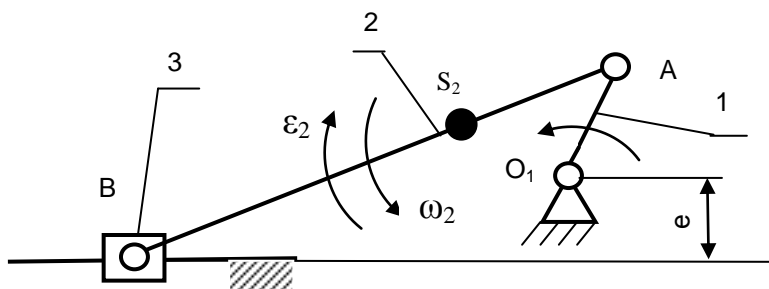
$$\varepsilon_2 = \frac{a_{B_2A_2}^t}{l_{AB}} = \frac{\mu_a \cdot (n_2b_2)}{l_{AB}} \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{B_3O_3}^t}{l_{BO_3}} = \frac{\mu_a \cdot (n_3b_3)}{l_{BO_3}}$$

Направления угловых ускорений можно определить, если мысленно перенести тангенциальные ускорения на план положения механизма в точку В.

Скорость и ускорение точки С можно построить, используя теорему о конгруэнтности.

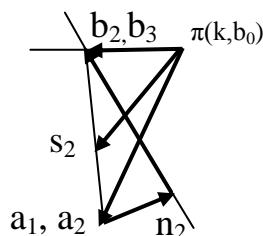
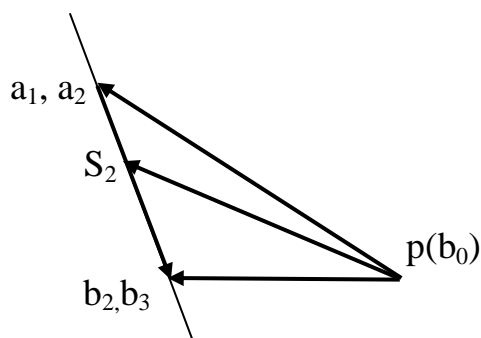
**Теорема:** *Если три точки расположены на одном звене, то концы векторов скоростей и ускорений тех же точек располагаются на вершинах конгруэнтных треугольников (обход вершин совпадает, а одноимённые углы равны).*

## 2.2. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 2 вида, 2 кл., 2 пор.



$$V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$$

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}} \quad \omega_2 = \frac{V_{B_2A_2}}{l_{AB}} = \frac{\mu_v \cdot (b_2 a_2)}{l_{AB}}$$



$$\bar{V}_{B_2} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{B_2A_2}$$

$$a_{B_2A_2}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$$

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{B_2A_2}^n + \bar{a}_{B_2A_2}^t$$

$$\bar{V}_{B_3} = \bar{V}_{O_3} + \bar{V}_{B_3O_3}$$

$$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_{O_3} + \bar{a}_{B_3O_3}^k + \bar{a}_{B_3O_3}^r$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{A_2B_2}^r}{l_{AB}} = \frac{\mu_a \cdot (n_2 b_2)}{l_{AB}}$$

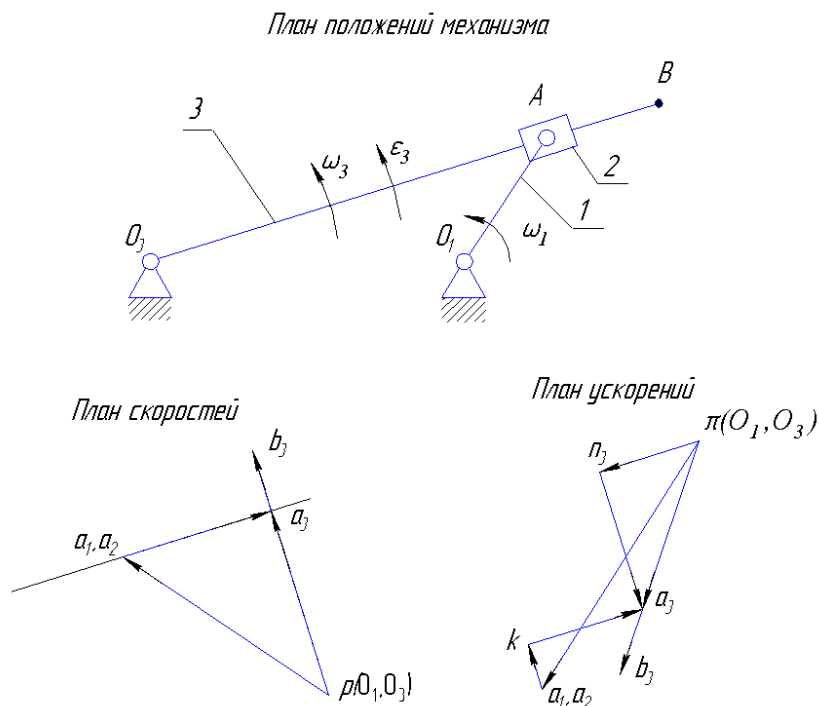
Скорость и ускорение центра масс второго звена ( $S_2$ ) можно определить из конгруэнтных треугольников  $AS_2B$  и  $as_2b$

$$\frac{AS_2}{AB} = \frac{(a_2 s_2)}{(a_2 b_2)}$$

Где длина отрезка  $(ab)$  измеряется непосредственно на плане скоростей (ускорений).

Направление угловой скорости и углового ускорения шатуна (звено 2) определяется так же, как и в предыдущей группе.

### 2.3. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 3 вида, 2 кл., 2 пор.



Векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений и формулы для определения промежуточных кинематических параметров

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{A_3A_2}$$

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{O_3} + \bar{V}_{A_3O_3}$$

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1} \quad a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}}$$

$$\omega_3 = \frac{V_{A_3O_3}}{l_{AO_3}} = \frac{\mu_v \cdot (a_3 p)}{AO_3 \cdot \mu_l}$$

$$a_{A_3A_2}^k = 2\omega_3 \cdot V_{A_3A_2} \quad a_{A_3O_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{AO_3} = \frac{V_{A_3O_3}^2}{l_{AO_3}}$$

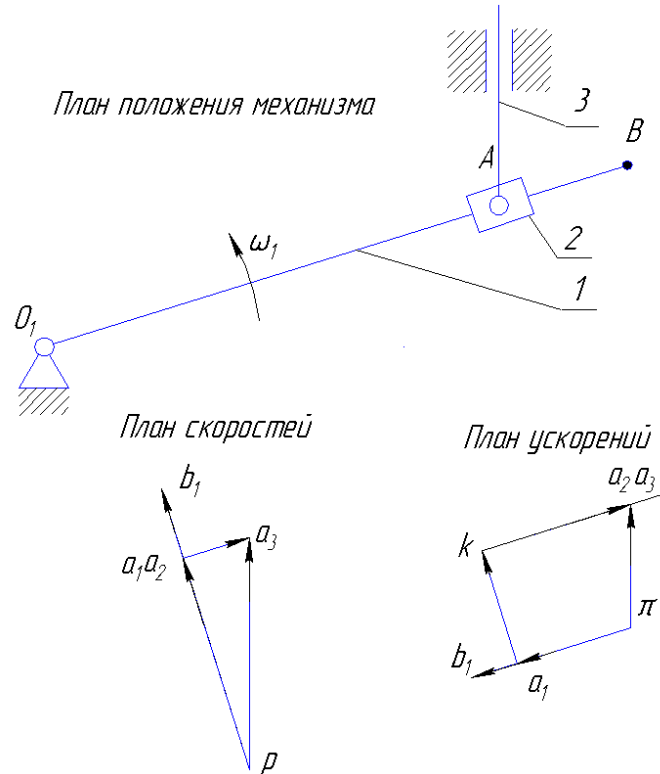
$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3A_2}^k + \bar{a}_{A_3A_2}^r$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{O_3} + \bar{a}_{A_3O_3}^n + \bar{a}_{A_3O_3}^t \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{A_3O_3}^t}{l_{AO_3}} = \frac{\mu_a \cdot (n_3 a_3)}{l_{AO_3}}$$

Скорость и ускорение точки В можно построить, используя теорему о конгруэнтности по которой

$$\frac{BO_3}{AO_3} = \frac{(bo_3)}{(ao_3)}$$

**2.4. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 4 вида, 2 кл., 2 пор.**



Векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений и формулы для определения промежуточных кинематических параметров

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$$

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1}$$

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_0} + \bar{V}_{A_3A_0}$$

$$a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1} = \frac{V_{A_1}^2}{l_{AO_1}}$$

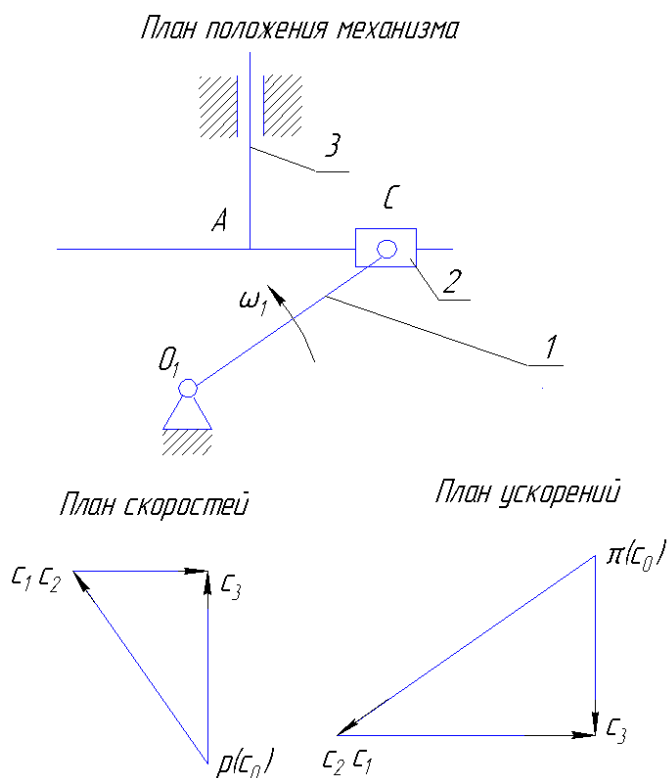
$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2A_1}^k + \bar{a}_{A_2A_1}^r$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_0} + \bar{a}_{A_3A_0}^k + \bar{a}_{A_3A_0}^r$$

$$a_{A_2A_1}^k = 2\omega_1 \cdot V_{A_2A_1}$$

$$a_{A_3A_0}^k = 2\omega_3 \cdot V_{A_3A_0} = 0 \text{ так как } \omega_3 = 0$$

## 2.5. Построение планов скоростей и ускорений для механизмов с группой 5 вида, 2 кл., 2 пор.



Векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений механизма с группой 5 вида и формулы для определения промежуточных кинематических параметров

$$\omega_1 = \text{const}, \varepsilon_1 = 0. V_{C_1} = \omega_1 \cdot l_{CO_1}$$

$$\bar{V}_{C_3} = \bar{V}_{C_2} + \bar{V}_{C_3C_2}$$

$$\bar{V}_{C_3} = \bar{V}_{C_O} + \bar{V}_{C_3C_0}$$

$$a_{C_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{CO_1} = \frac{V_{C_1}^2}{l_{CO_1}}$$

$$\bar{a}_{C_3} = \bar{a}_{C_2} + \bar{a}_{C_3C_2}^k + \bar{a}_{C_3A_2}^r$$

$$\bar{a}_{C_3} = \bar{a}_{C_O} + \bar{a}_{C_3C_0}^k + \bar{a}_{C_3C_0}^r$$

$$a_{C_3C_2}^k = 2\omega_3 \cdot V_{C_3C_2} = 0 \text{ так как } \omega_3 = 0$$

$$a_{C_3C_0}^k = 2\omega_3 \cdot V_{C_3C_0} = 0 \text{ так как } \omega_3 = 0$$

Обобщая вышеприведенные построения планов скоростей можно увидеть, что векторные уравнения для планов скоростей составляются для точек, скорости которых неизвестны и обязательно связанных с вращательными кинематическими парами. Векторные



уравнения для планов ускорений составляются по векторным уравнениям для планов скоростей и, как правило, это больших трудностей не вызывает.

### Порядок кинематического исследования механизмов методом планов скоростей и ускорений.

1. Построить кинематическую схему механизма для заданного положения ведущего звена (вычертить точно по размерам в каком то масштабе).
2. Провести структурный анализ механизма.
3. Для каждой группы составить векторные уравнения планов скоростей и планов ускорений.
4. Построить план скоростей ведущего звена.
5. По векторным уравнениям построить план скоростей первой присоединённой группы, затем второй и т.д. по группам в порядке их присоединения.
6. Построить план ускорений ведущего звена.
7. По векторным уравнениям построить план ускорений первой присоединённой группы, затем второй и т.д. по группам в порядке их присоединения.
8. Определить кинематические параметры, указанные в задаче.

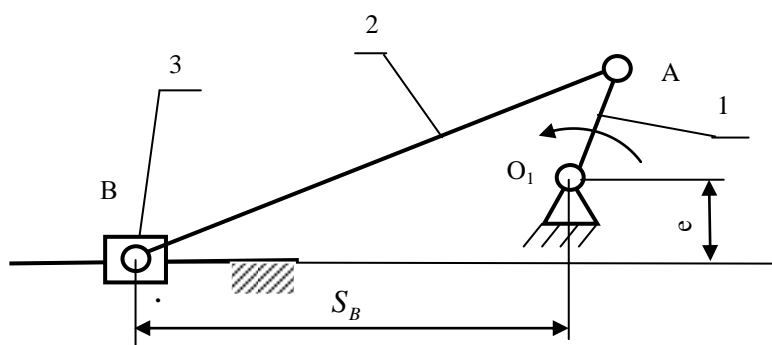
### **3.Кинематический анализ плоских механизмов аналитическим методом.**

Если достоинством графического метода является абсолютная прозрачность, наглядность, то аналитический метод позволяет более точно определить кинематические параметры.

Впервые аналитические методы стал применять П.Л.Чебышев. Большой вклад в развитие этих методов внёс один из создателей теории точности механизмов, академик, Н.Г.Бруевич.

Сущность данного метода заключается в том, линейные и угловые координаты, скорости и ускорения звеньев определяются в виде аналитических выражений, которые содержат конечное число алгебраических или тригонометрических операций. Аналитические выражения определяют для координат, скоростей и ускорений характерных точек механизма, для которых необходимо количественное описание движения при проектировании и исследовании механизма.

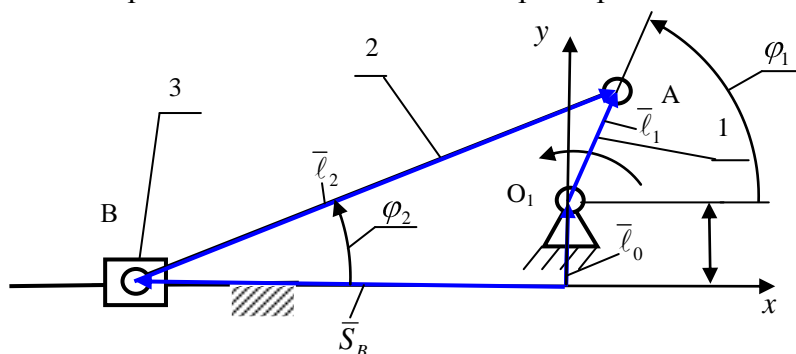
Рассмотрим вначале получение аналитических выражений на примере механизма, в состав которого, входит группа Ассура 2 кл., 2 вида.



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует кривошипно-ползунный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; звено 2 – шатун; звено 3 – ползун;  $e$  – дезаксиал. Если  $e = 0$ , то механизм называется центральным, если  $e \neq 0$ , то механизм называется дезаксиальным.

$S_B$  – перемещение точки B.

Н.Г.Бруевич заметил, что поскольку группа присоединяется к ведущему звену и стойке, то звенья группы вместе с ведущим звеном и стойкой образуют один или несколько замкнутых контуров. Это послужило основой для составления уравнений, позволяющих определить кинематические параметры механизма.



1. Составляем векторное уравнение замкнутости контура.

$$\bar{\ell}_0 + \bar{\ell}_1 = \bar{S}_B + \bar{\ell}_2$$

2. Выбираем систему координат и находим проекции векторов на оси выбранной системы координат.

Ось  $x$  выбирается по оси поступательного движения ползуна в сторону оси вращательной кинематической пары (кп)  $O_1$ . Ось  $y$  направляем так, чтобы проходила через ось вращательной кп  $O_1$ . Принимаем положительное направление углов от оси  $x$  к оси  $y$ . Выбор положения и направление осей системы координат, так же как и выбор направления векторов, произвольное. Но от этого выбора зависит вид и сложность аналитических выражений. Чем они проще, тем легче по ним рассчитать, тем легче составить программу для расчёта.

### 3.1. Особенности получения аналитических выражений для разных групп Ассура.

#### 3.1.1 Уравнения кинематических параметров механизма с группой 2-го вида 2-го класса

Для выше приведенной группы проекции векторов на оси системы координат

$$\ell_1 \cdot \cos \varphi_1 = S_B + \ell_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$\ell_0 + \ell_1 \cdot \sin \varphi_1 = \ell_2 \cdot \sin \varphi_2$$

из второго уравнения можно определить  $\varphi_2$

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{\ell_0 + \ell_1 \sin \varphi_1}{\ell_2} = \arcsin \frac{\lambda_{01} + \sin \varphi_1}{\lambda_{21}}$$

где

$$\lambda_{21} = \frac{\ell_2}{\ell_1}, \lambda_{01} = \frac{\ell_0}{\ell_1}$$

из первого уравнения определяем  $S_B$

$$S_B = \ell_1 (\lambda_{21} \cdot \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1)$$

3. Полученные проекции векторов, дифференцируем по времени и определяем неизвестные скорости

$$-\ell_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 = V_B - \ell_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2$$

$$\ell_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1 = \ell_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos \varphi_2$$

из второго уравнения выражаем  $\omega_2$  и после преобразования получим

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \varphi_1}{\lambda_{21} \cdot \cos \varphi_2}$$

из первого уравнения после преобразования находим  $V_B$

$$V_B = \omega_1 \cdot \ell_{AO_1} \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2}$$

5. Полученные проекции векторов, дважды дифференцируем по времени и определяем неизвестные ускорения

$$-\ell_1(\varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1 + \omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1) = a_B - \ell_2(\varepsilon_2 \cdot \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2)$$

$$\ell_1(\varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1 - \omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1) = \ell_2(\varepsilon_2 \cdot \cos \varphi_2 - \omega_2^2 \cdot \sin \varphi_2)$$

из второго уравнения можно определить  $\varepsilon_2$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1^2}{\cos \varphi_2} \left[ \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} - \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_{21}} \right]$$

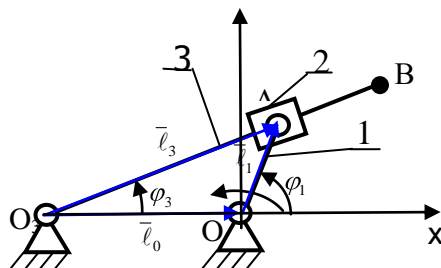
из первого уравнения можно определить  $a_B$

$$a_B = \left( \varepsilon_1 \frac{\sin \varphi_2 - \varphi_1}{\cos \varphi_2} + \frac{\omega_1^2}{\cos \varphi_2} \left[ \lambda_{21} \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} - \cos \varphi_2 - \varphi_1 \right] \right) \cdot \ell_{AO_1}$$

**Все знаки угловых и линейных кинематических параметров, полученных в результате решения аналитических выражений, относятся к выбранной системе координат.**

Используя, приведенную выше методику, можно вывести аналитические выражения для кинематических параметров механизмов с другими двухповодковыми группами, из которых состоит подавляющее большинство механизмов.

### 3.1.2. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 3-го вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует кулисный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; звено 2 – кулисный камень; звено 3 – коромысло (кулиса);  $O_1O_2$  – расстояние между опорами (длина стойки).

В этом механизме, если знать угловые параметры 3-го звена (а оно является выходным), то можно будет определить кинематические параметры любой точки этого звена.

Положения звеньев определяются параметрами.

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$\varphi_3 = \arctg \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_{01} + \cos \varphi_1}$$

Скорости звеньев определяются параметрами.

$\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена (известна).

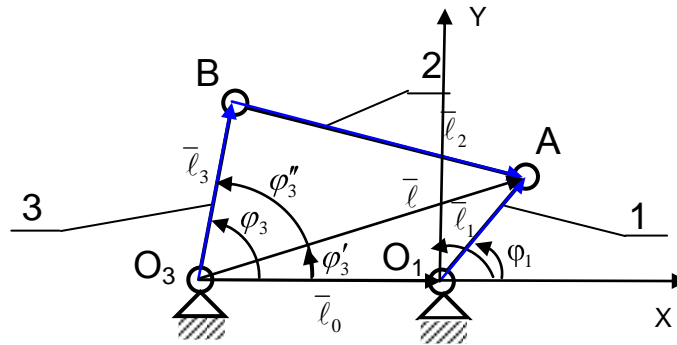
$$\omega_2 = \omega_3 = \omega_1 \left( + \lambda_{01} \cos \varphi_1 \right) \frac{\sin \varphi_3}{\sin \varphi_1}$$

Ускорение звеньев определяются параметрами.

$\varepsilon_1$  – ускорение ведущего звена (известно).

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1} + \omega_1^2 \lambda_{01} \left( -\lambda_{01}^2 \frac{\sin \varphi_3}{\sin \varphi_1} \right) \sin \varphi_1.$$

### 3.1.3. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 1-го вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует кривошипно-коромысловый механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; звено 2 – шатун; звено 3 – коромысло;  $O_1O_3$  – расстояние между опорами (длина стойки).

В этом механизме, как и в предыдущем случае, необходимо определить угловые параметры 3-го звена.

Положения звеньев определяются угловыми параметрами

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$\varphi_3' = \arctg \frac{\sin \varphi_1}{\lambda_{01} + \cos \varphi_1}$$

$$\varphi_3 = \varphi_3' + \arccos \left( \frac{\lambda_{31}^2 - \lambda_{21}^2}{\sin \varphi_1} + \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_3'} \right) \frac{1}{2\lambda_{31}}$$

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{\sin \varphi_1 - \lambda_{31} \sin \varphi_3}{\lambda_{21}}$$

$$\text{где } \lambda_{01} = \frac{O_1O_3}{AO_1}, \lambda_{21} = \frac{AB}{AO_1}, \lambda_{31} = \frac{BO_3}{AO_1}$$

Скорости звеньев определяются параметрами

$\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена (известна).

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\sin \varphi_1 - \varphi_3}{\lambda_{31} \sin \varphi_2 - \varphi_3}$$

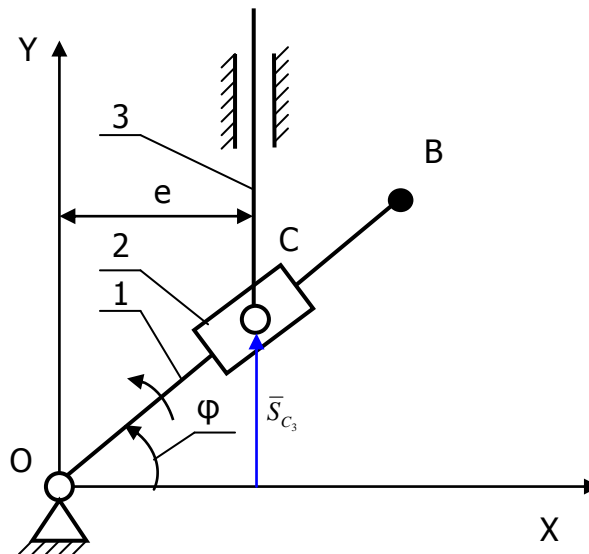
$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\sin \varphi_2 - \varphi_1}{\lambda_{31} \sin \varphi_2 - \varphi_3}$$

Ускорение звеньев определяются параметрами  
 $\varepsilon_1$  – угловое ускорение ведущего звена (известно).

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - \omega_3^2 \lambda_{31} - \omega_2^2 \lambda_{21} \cos(\varphi_2 - \varphi_3)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\omega_2^2 \lambda_{21} + \omega_3^2 \lambda_{31} \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

### 3.1.4. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 4-го вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образуют тангенсный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее; e – дезаксиал.

Положения звеньев определяются параметрами.

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$S_{C_3} = e \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$$

Скорости звеньев определяются параметрами.

$\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена (известна).

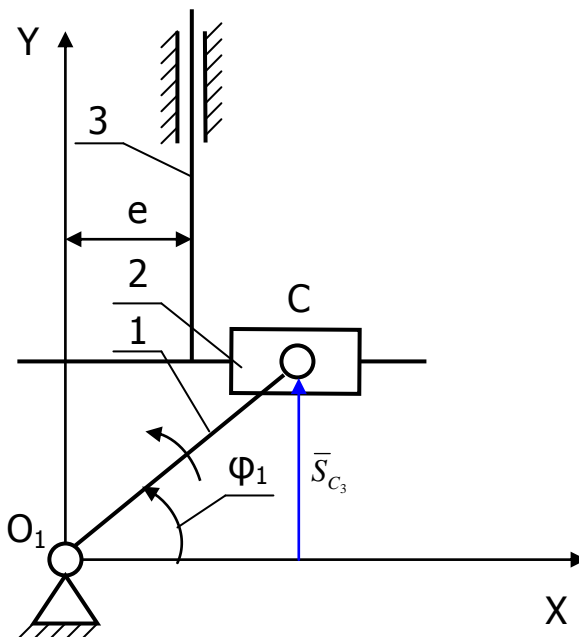
$$V_{C_3} = \omega_1 e \frac{1}{\cos^2 \varphi_1}$$

Ускорение звеньев определяются параметрами .

$\varepsilon_1$  – угловое ускорение ведущего звена (известно).

$$a_{C_3} = \varepsilon_1 + 2\omega_1^2 \operatorname{tg} \varphi_1 \frac{e}{\cos^2 \varphi_1}$$

### 3.1.5. Уравнения кинематических параметров механизма с группой 5-вида 2-го класса



Эта группа вместе с ведущим звеном и стойкой образует синусный механизм. Здесь: звено 1 – ведущее;  $e$  – дезаксиал.

Положения звеньев определяются параметрами.

$\varphi_1$  – угловая координата ведущего звена (известна).

$$S_{B_3} = \overline{BO_1} \sin \varphi_1$$

Скорости звеньев определяются параметрами.

$$V_{B_3} = \omega_1 \overline{BO_1} \cos \varphi_1$$

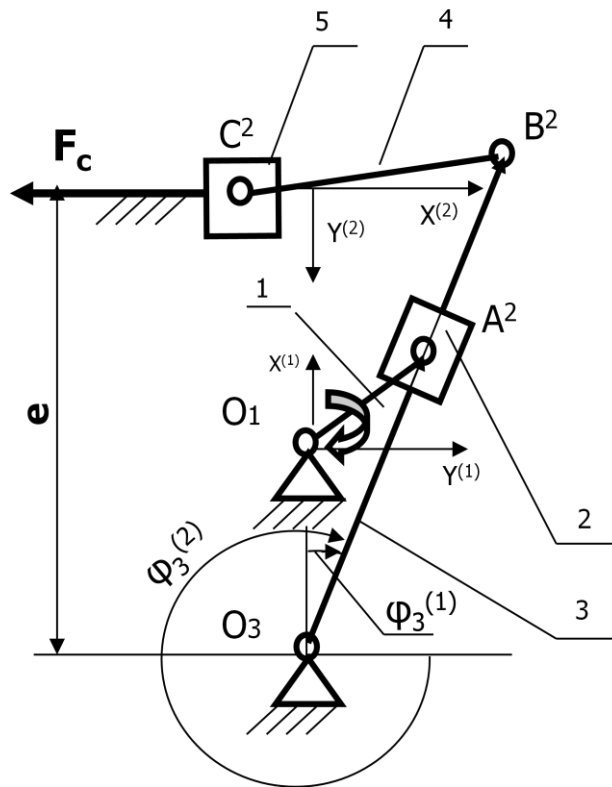
Ускорения звеньев определяются параметрами.

$\varepsilon_1$  – угловое ускорение ведущего звена (известно).

$$a_{B_3} = \varepsilon_1 \overline{BO_1} \cos \varphi_1 - \omega_1^2 \overline{BO_1} \sin \varphi_1$$

### 3.2. Уравнения связи кинематических параметров звеньев, входящих в смежные контуры

Получение уравнения связи кинематических параметров звеньев, входящих в смежные контуры рассмотрим на примере механизма поперечно-строгального станка, состоящего из двух групп 3-го и 2-го вида.



Так как в первом замкнутом контуре угол  $\varphi_3^{(1)}$  измеряется от оси  $x^{(1)}$  в сторону  $y^{(1)}$ , а во втором замкнутом контуре тот же угол измеряется от оси  $x^{(2)}$  в сторону  $y^{(2)}$ , то  $\varphi_3^{(2)}$  связан с  $\varphi_3^{(1)}$  уравнением  $\varphi_3^{(2)} = \varphi_3^{(1)} + 270^\circ$ .

### 1.3 Лекция №3(2 часа).

**Тема: «Кинематический анализ и синтез кулачковых механизмов»**

#### 1.3.1 Вопросы лекции:

1. Методы кинематического анализа кулачковых механизмов. Метод диаграмм. Метод замены высшей кинематической пары на низшие.
2. Выбор закона движения выходного звена кулачкового механизма. Аналоги скоростей и ускорений. Удары в кулачковом механизме.
3. Профилирование кулачка по заданному закону движения выходного звена. Выбор радиуса ролика и радиуса тарелки.

#### 1.3.2. Краткое содержание вопросов

##### 1. Методы кинематического анализа кулачковых механизмов. Метод замены высшей кинематической пары на низшие. Метод диаграмм

**Кулачковым называется механизм, в составе которого кроме низших кинематических пар входят и высшие кинематические пары.**

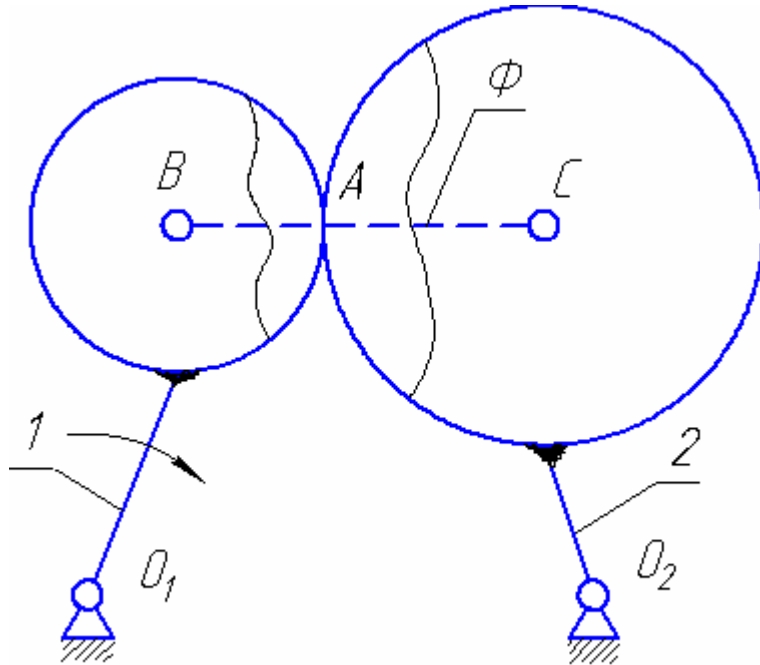
Кулачковые механизмы нашли широкое применение в технике (газораспределительные механизмы, командо-аппараты и т.д.) благодаря своей простоте (всего 2-3 звена) и возможностью выполнить практически любой закон движения.

Рассмотрим несколько методов исследования кулачковых механизмов.

### 1.1. Исследование кулачковых механизмов методом замены высшей КП низшими парами

Вначале рассмотрим специальный кулачковый механизм, в котором звенья, связанные с элементами высшей КП представляют собой правильные круги (основной случай). Степень подвижности этого механизма

$$W = 3_n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$$



Если двигать первое звено, второе также будет двигаться, но расстояние между центрами кругов В и С в любом случае будет постоянно. Следовательно, если образовать в точках В и С вращательные кинематические пары и соединить их звеном, то оно мешать движению не будет. Это условное звено обычно называют фиктивным звеном. Если выбросить части звеньев в окрестности КП А (на рисунке ограничено плавными тонкими линиями), то, с учетом фиктивного звена, движение первого и второго звена не изменится.

Что мы сделали? Мы образовали вращательные КП в центрах окружностей. Один элемент каждой пары соединили с фиктивным звеном, а второй элемент этих вращательных пар соединили со звеном, в центре кривизны которого образовали КП. Полученный механизм называется заменяющим.

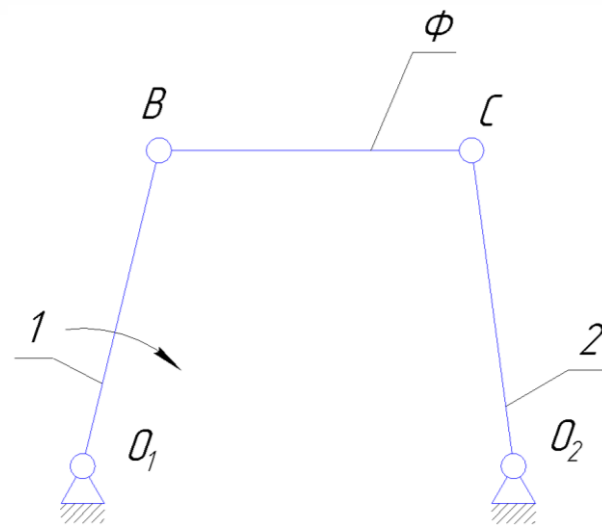
$$W = 3_n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Его степень подвижности не изменилась и в кинематическом смысле он эквивалентен действительному механизму.

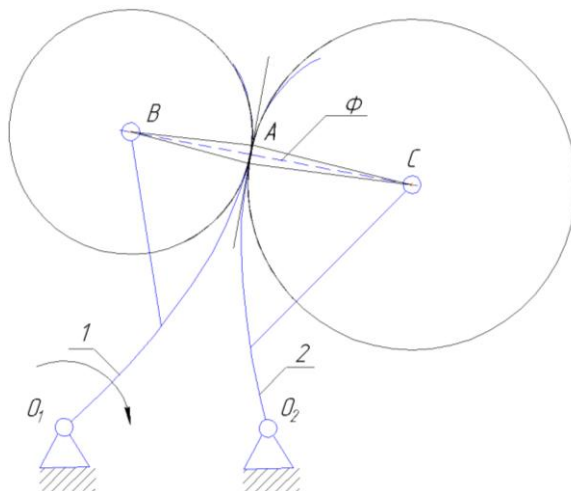
Рассмотрим механизм с произвольной высшей КП (общий случай).

Любую кривую в какой-то точке можно заменить другой кривой с разной степенью точности. Если касательной в точке, то ошибка будет первого порядка. Если кругом кривизны, то ошибка будет третьего и более высоких порядков малости. Следовательно, кривая окружности в точке касания эквивалентна самой кривой до производных второго порядка включительно. И этой ошибкой можно пренебречь.

Таким образом, заменяющий механизм будет эквивалентен в кинематическом смысле механизму с высшими парами до производных второго порядка включительно.



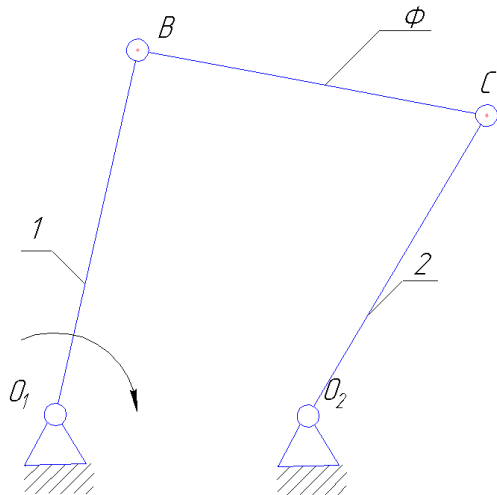
ке, то ошибка будет первого порядка. Если кругом кривизны, то ошибка будет третьего и





Как построить эти круги? Для этого необходимо найти центры кривизны звеньев в точке контакта любым методом (в данном случае определены методом хорд), которые и будут являться центрами кругов. Далее все делается, как и в основном случае.

Полученный заменяющий механизм будет эквивалентен только для данного положения действительного механизма, так как в общем случае длина фиктивного звена, как и первого и второго звена будут изменяться. Теперь можно проводить кинематическое исследование шарнирно-рычажного механизма известными методами.



Частные случаи замены высшей пары на низшие рассмотрены в литературе.

## 1.2. Метод кинематических диаграмм.

Рассмотрим конкретный кулачковый механизм.

**Ведущее звено кулачкового механизма, имеющее криволинейный контур называется кулачком (1). Сопряженное с ним звено называется толкателем (2).** Толкатели могут двигаться поступательно или качаться относительно неподвижной точки.

**Часть толкателя, на которой расположен элемент высшей кинематической пары, называется башмаком.**

Фазовые углы, их типовые названия:

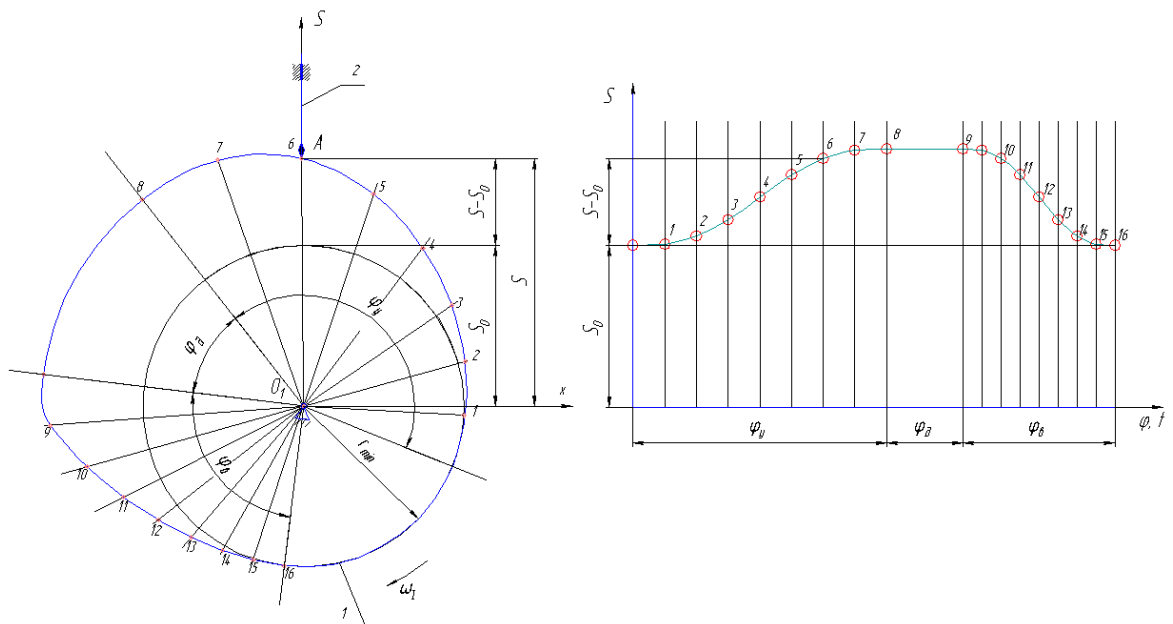
$\varphi_y$  - фазовый угол удаления (подъема) толкателя;

$\varphi_d$  - фазовый угол дальнего стояния толкателя;

$\varphi_v$  - фазовый угол возвращения (опускания) толкателя;

$\varphi_b$  - фазовый угол ближнего стояния толкателя.

В данном случае возьмем копьевидный башмак (наконечник толкателя в виде копия) и хотя он не конструктивен, так как быстро изнашивается, но удобен для теории. В конструкциях кулачковых механизмов чаще используются башмаки в виде ролика или плоской тарелки. Как от копьевидного башмака перейти к ролику или тарелке рассмотрим позднее.



Для построения диаграммы перемещения толкателя (точки  $A_2$ ) выберем оси системы координат. Ось  $X$  перпендикулярна перемещению толкателя, а ось  $S$  перпендикулярна оси  $X$  и проходит через точку  $O_1$ .  $S_0$  – минимальное расстояние толкателя от оси вращения кулачка.

Строим диаграмму перемещений, для этого по оси абсцисс откладываем в масштабе фазовые углы  $\varphi$ ,  $\varphi_{\text{диф}}$  (при постоянной угловой скорости кулачка угол его поворота будет прямо пропорционален времени), а по оси ординат – перемещение точки  $A_2$ . Разбиваем фазовые углы удаления и возвращения, как на кулачковом механизме, так и на диаграмме, на равные части. В данном случае углы разбиты на 8 равных частей, что позволяет получить 9 точек на каждом фазовом угле. Для более точного построения диаграммы количество частей может быть увеличено. На кулачковом механизме проще разделить дуги окружности с радиусом  $r_{\min}$  на фазовых углах удаления и возвращения и провести через полученные точки радиальные лучи, которые имитируют положение оси толкателя в обратном движении. Измеряем расстояние от точки  $O_1$  до точки  $A$  на оси толкателя в каждом его положении и откладываем на диаграмме. Можно измерять от окружности радиусом  $r_{\min}$  до точки  $A$  (значения  $S-S_0$ ) и откладывать на диаграмме от  $S_0$ .

Полученная диаграмма является функцией перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка, а при постоянной угловой скорости кулачка – в зависимости от времени. Для определения скорости и ускорения толкателя необходимо два раза продифференцировать по времени полученную функцию перемещения (графически или аналитически).

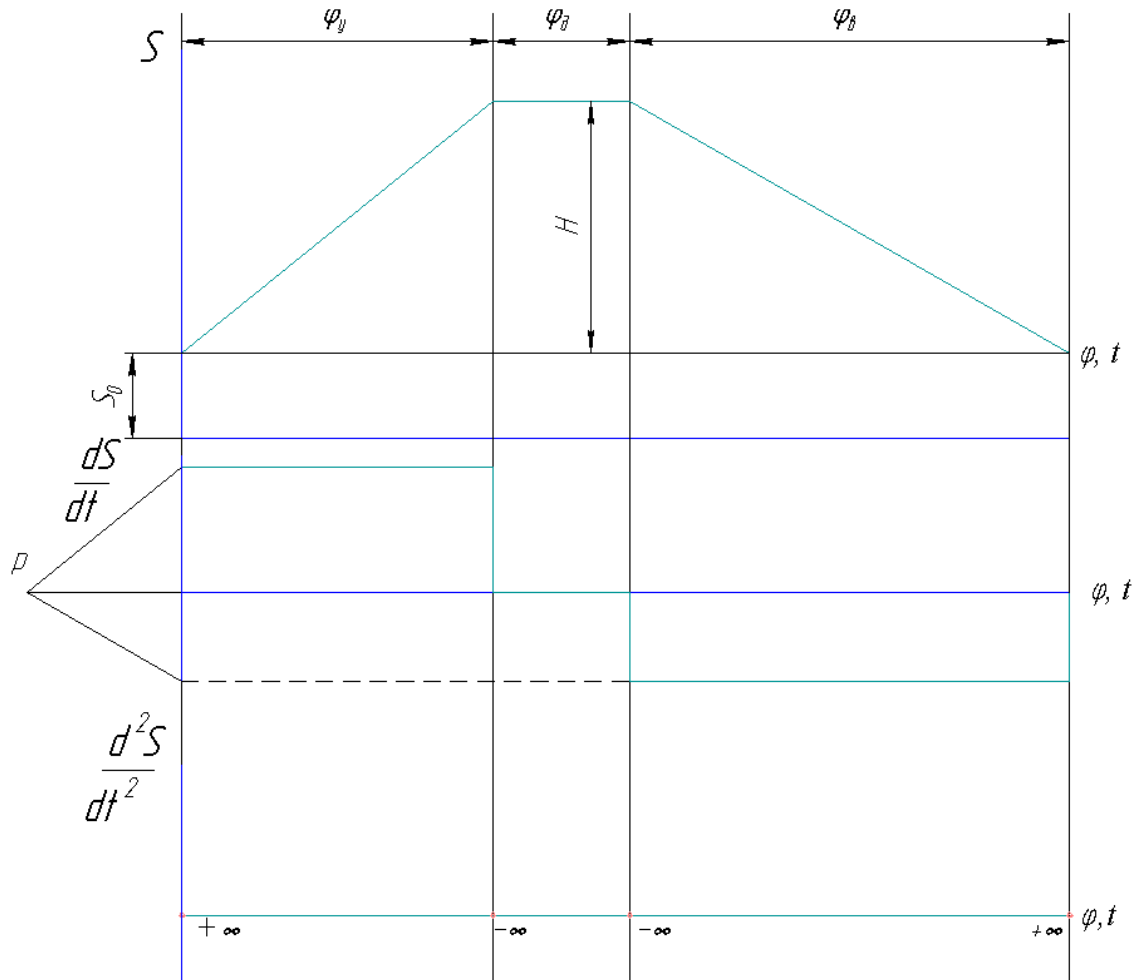
$$V_{A_2} = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \omega_1 \cdot \frac{dS}{d\varphi}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} (\omega_1 \cdot dS / d\varphi) = \omega_1^2 \cdot \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \quad (\omega_1 = \text{const})$$

Где  $\frac{dS}{d\varphi}$  и  $\frac{d^2 S}{d\varphi^2}$  – аналоги скорости и ускорения толкателя, которые не зависят от закона движения кулачка, а зависят только от его профиля.

## 2. Выбор закона движения выходного звена кулачкового механизма. Аналоги скоростей и ускорений. Удары в кулачковом механизме.

Кулачковый механизм применяется там, где требуется выполнить наперед заданный закон движения толкателя. Из условий технологического процесса определяются необходимая величина хода и фазовые углы движения толкателя. Какой закон движения лучше всего взять? Рассмотрим наиболее простой закон, когда функция перемещения представляет собой прямые отрезки и проанализируем его (см. рисунок).



Из анализа видно, что при постоянных скоростях толкателя на фазовых углах удаления и возвращения на диаграмме ускорения в четырех точках имеются разрывы функции (ускорение равно бесконечности). Так как толкатель имеет массу, то к нему будет мгновенно прикладываться сила инерции.

**Мгновенное приложение силы называется ударом**

**При мгновенном приложении бесконечной по величине силы возникает жесткий удар, если мгновенно приложена конечная сила – мягкий.**

Неприятности выявляются при рассмотрении диаграммы ускорения, поэтому функция перемещения толкателя от углового перемещения кулачка обычно выбирается в виде диаграммы изменения второй производной перемещения по углу поворота кулачка

$\frac{d^2S}{d\varphi^2}$  или  $\frac{d^2\beta}{d\varphi^2}$  в зависимости от угла поворота кулачка  $\varphi$ .

Этот параметр (аналог ускорения) пропорционален ускорению толкателя и, при постоянной угловой скорости кулачка, равен произведению квадрата угловой скорости на аналог ускорения. Отсутствие разрывов на этой диаграмме обеспечивает безударность при возникновении инерционной нагрузки передаваемой толкателем кулачку. Нарушение непрерывности приводит к возникновению ударных инерционных нагрузок.

Практика проектирования кулачковых механизмов определила многообразие приемлемых типовых диаграмм изменения второй производной от перемещения толкателя по углу поворота кулачка. Обычно используются, как безударные типы законов движения толкателя, так и законы движения толкателя допускающие «мягкие» удары, когда законы движения толкателя имеют конечные разрывы функции второй производной от перемещения толкателя по углу поворота кулачка.

Типовые законы движения толкателя для краткости дальнейшего изложения обозначим большими буквами русского алфавита как это сделано на рисунке 2.1.

Так как для профилирования кулачка необходимо иметь функцию перемещения толкателя, то выбранный закон движения кулачка в виде функции ускорения (аналога ускорения) необходимо два раза проинтегрировать. При этом нужно иметь ввиду, что при интегрировании мы получим не  $S$ , а  $S-S_0$ . Интегрировать можно графически [1,2..], а можно получить аналитические выражения.

Все функции, показанные на диаграммах (рисунок 2.1), кусочно-непрерывные. Интегрирование каждого непрерывного куска функции и удовлетворение начальным условиям позволяют определить значения постоянных интегрирования. Тогда результаты интегрирования могут быть представлены выражениями (2.1)...(2.4)

Для толкателя с поступательным движением:

$$\left. \begin{aligned} S - S_0 &= kH \\ \frac{dS}{d\varphi} &= k' \frac{H}{\varphi_Y} \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} &= k'' \frac{H}{\varphi_{Y^2}} \end{aligned} \right\} 0 < \varphi < \varphi_Y \quad (2.1),$$

$$\left. \begin{aligned} S - S_0 &= \blacksquare - k \bar{H} \\ \frac{dS}{d\varphi} &= -k' \frac{H}{\varphi_B} \\ \frac{d^2S}{d\varphi^2} &= -k'' \frac{H}{\varphi_{B^2}} \end{aligned} \right\} \varphi_Y + \varphi_D < \varphi < \varphi_Y + \varphi_D + \varphi_B \quad (2.2),$$

Для толкателя, имеющего вращательное движение, зависимости параметров закона движения толкателя от угла поворота кулачка можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \beta - \beta_0 &= k\psi \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= k' \frac{\psi}{\varphi_Y} \\ \frac{d^2\beta}{d\varphi^2} &= k'' \frac{\psi}{\varphi_{Y^2}} \end{aligned} \right\} 0 < \varphi < \varphi_Y \quad (2.3),$$

$$\left. \begin{aligned} \beta - \beta_0 &= \blacksquare - k \bar{\psi} \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= -k' \frac{\psi}{\varphi_B} \\ \frac{d^2\beta}{d\varphi^2} &= -k'' \frac{\psi}{\varphi_{B^2}} \end{aligned} \right\} \varphi_Y + \varphi_D < \varphi < \varphi_Y + \varphi_D + \varphi_B \quad (2.4),$$

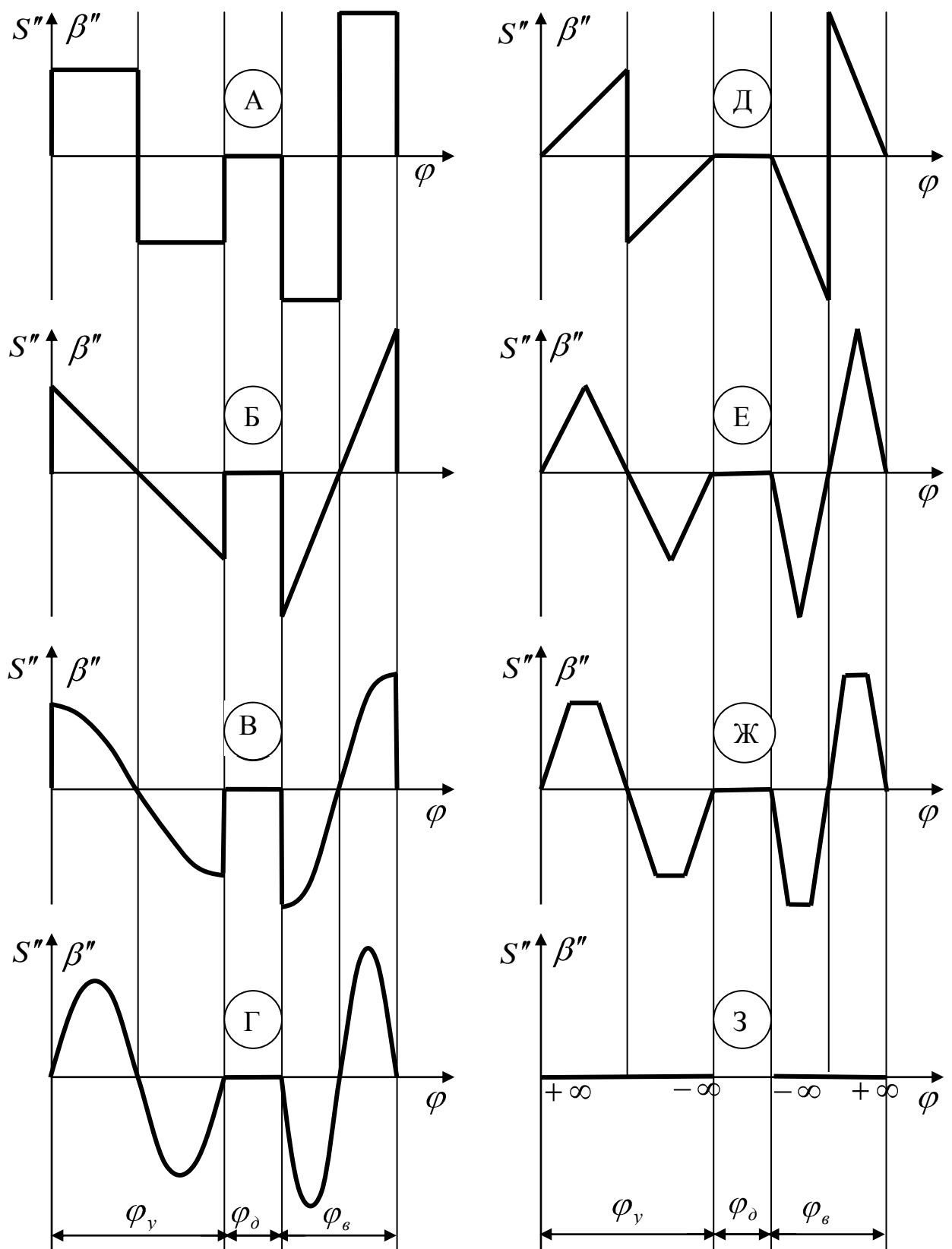


Рисунок 2.1. Типовые законы движения толкателя

Множители  $k, k', k''$  в правых частях выражений (2.1)...(2.4) являются функциями угла поворота кулачка. Для целей курсового проектирования достаточно определить значение этих функций в ограниченном количестве точек – 9 точках внутри каждого фазового угла. В таблицах 2.1...2.7 приведены значения этих функций для 9-ти равноотстоящих значений поворота кулачка на отрезках фазовых углов удаления и возвращения толкателя.

Для универсального использования функций коэффициенты  $k, k', k''$  приведены для относительных значений угла поворота кулачка к угловой протяженности каждой фазы движения толкателя, то есть в виде

$$\frac{\varphi}{\varphi_{\text{в}}} \text{ и } \frac{\varphi - \varphi_{\text{в}} - \varphi_{\text{д}}}{\varphi_{\text{в}}}$$

Значения углов в правых частях выражений (2.1)...(2.4) подставляются в радианах.

Таблица 2.1 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа А.

$\frac{\varphi}{\varphi_{\text{в}}}; \frac{\varphi - \varphi_{\text{в}} - \varphi_{\text{д}}}{\varphi_{\text{в}}}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	4,0
1/8	0,03125	0,5	4,0
2/8	0,12500	1,0	4,0
3/8	0,28125	1,5	4,0
4/8	0,50000	2,0	$\pm 4,0$
5/8	0,71875	1,5	$- 4,0$
6/8	0,87500	1,0	$- 4,0$
7/8	0,96875	0,5	$- 4,0$
1,0	1,00000	0	$- 4,0$

Таблица 2.2 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Б.

$\frac{\varphi}{\varphi_{\text{в}}}; \frac{\varphi - \varphi_{\text{в}} - \varphi_{\text{д}}}{\varphi_{\text{в}}}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	6,0
1/8	0,04296875	0,65625	4,5
2/8	0,15662500	1,12500	3,0
3/8	0,31640625	1,40625	1,5
4/8	0,50000000	1,50000	0
5/8	0,68359375	1,40625	$- 1,5$
6/8	0,84375000	1,12500	$- 3,0$
7/8	0,95703125	0,65625	$- 4,5$
1,0	1,00000000	0	$- 6,0$

Таблица 2.3 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа В.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	4,9348020
1/8	0,038006025	0,6011177	4,5591627
2/8	0,146444665	1,1107206	3,4894321
3/8	0,308658300	1,4512266	1,8884669
4/8	0,500000000	1,5707963	0
5/8	0,691341700	1,4512266	– 1,8884669
6/8	0,853553400	1,1107206	– 3,4894321
7/8	0,961939800	0,6011177	– 4,5591627
1,0	1,000000000	0	– 4,9348020

Таблица 2.4 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Г.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0
1/8	0,01246047	0,29289330	4,4428826
2/8	0,09084506	1,00000000	6,2831825
3/8	0,26246047	1,70710675	4,4428826
4/8	0,500000000	2,00000000	0
5/8	0,73753953	1,70710675	– 4,4428826
6/8	0,90915494	1,00000000	– 6,2831825
7/8	0,98753953	0,29289330	– 4,4428826
1,0	1,000000000	0	0

Таблица 2.5 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Д.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0
1/8	0,0078125	0,1875	3,0
2/8	0,0625000	0,7500	6,0
3/8	0,2109375	1,6875	9,0
4/8	0,5000000	3,0000	$\pm 12,0$
5/8	0,7890625	1,6875	– 9,0
6/8	0,9375000	0,7500	– 6,0
7/8	0,9921875	0,1875	– 3,0
1,0	1,0000000	0	0

Таблица 2.6 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Е.

$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0,0
1/8	0,010416667	0,25	4,0
2/8	0,083333333	1,00	8,0
3/8	0,260416660	1,75	4,0
4/8	0,500000000	2,00	0
5/8	0,739583330	1,75	- 4,0
6/8	0,916666670	1,00	- 8,0
7/8	0,989583330	0,25	- 4,0
1,0	1,000000000	0	0,0

Таблица 2.7 - Значения коэффициентов  $k, k', k''$  параметров закона движения толкателя типа Ж.

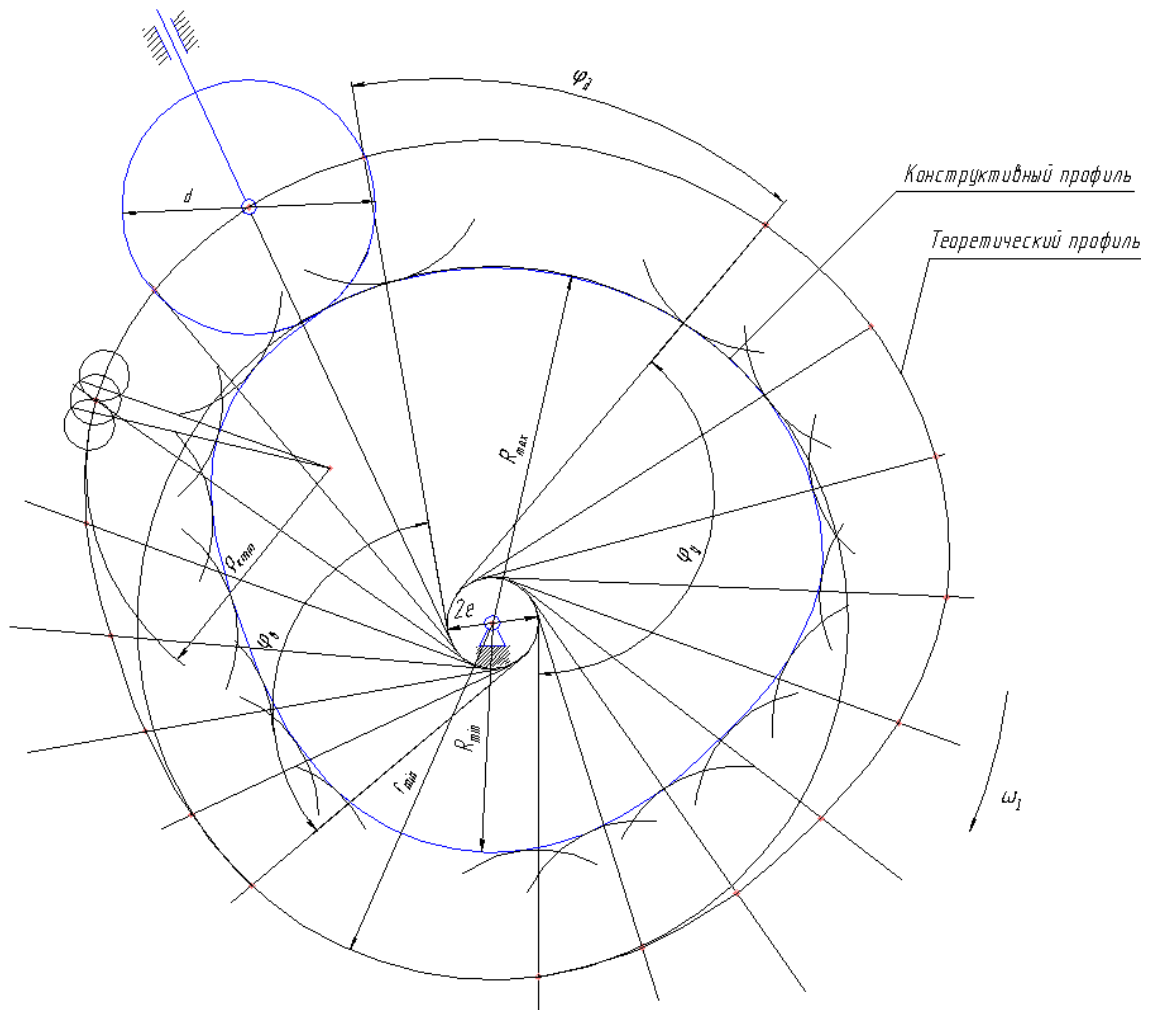
$\frac{\varphi}{\varphi_y}; \frac{\varphi - \varphi_y - \varphi_d}{\varphi_B}$	$k$	$k'$	$k''$
0	0	0	0,0
1/8	0,013888889	0,3333333	5,3333333
2/8	0,097222222	1,0000000	5,3333333
3/8	0,263888889	1,6666667	5,3333333
4/8	0,500000000	2,0000000	0,0
5/8	0,736111111	1,6666667	- 5,3333333
6/8	0,902777778	1,0000000	- 5,3333333
7/8	0,986111111	0,3333333	- 5,3333333
1,0	1,000000000	0	0,0

### 3. Профилирование кулачка по заданному закону движения выходного звена. Выбор радиуса ролика и радиуса тарелки.

Синтез противоположен анализу, поэтому все делается в обратном порядке. Рассмотрим проектирование кулачкового механизма с роликовым толкателем и имеющим дезаксиал (смещение оси поступательной пары толкателя со стойкой относительно оси вращения кулачка).

Порядок профилирования кулачка следующий. Проводим окружности радиусом  $r_{\min}$  и  $e$  и изображаем первое произвольное положение оси толкателя (прямая, касательная к окружности радиусом  $e$ ). Откладываем фазовые углы удаления, дальнего стояния и возвращения в направлении, противоположном вращению кулачка. Делим дуги на фазовых углах удаления и возвращения на равные части (в данном примере дуги разделены на 8 равных частей). Через полученные точки проводим лучи, касательные к окружности радиусом  $e$ , которые имитируют положение оси толкателя в обратном движении механизма. На каждом луче, используя закон движения толкателя (он может быть задан или в виде диаграммы, или в табличной форме, или в виде аналитической функции), откладываем значения  $S-S_0$  от окружности, радиусом  $r_{\min}$ . Соединив полученные точки плавной линией на фазовых углах





удаления и возвращения, мы получим теоретический (центральной) профиль кулачка (для копьевидного башмака толкателя). На фазовых углах дальнего и ближнего стояния этот профиль будет выполнен по дуге окружностей радиусом  $r_{\max}$  (на чертеже не показан) и  $r_{\min}$ .

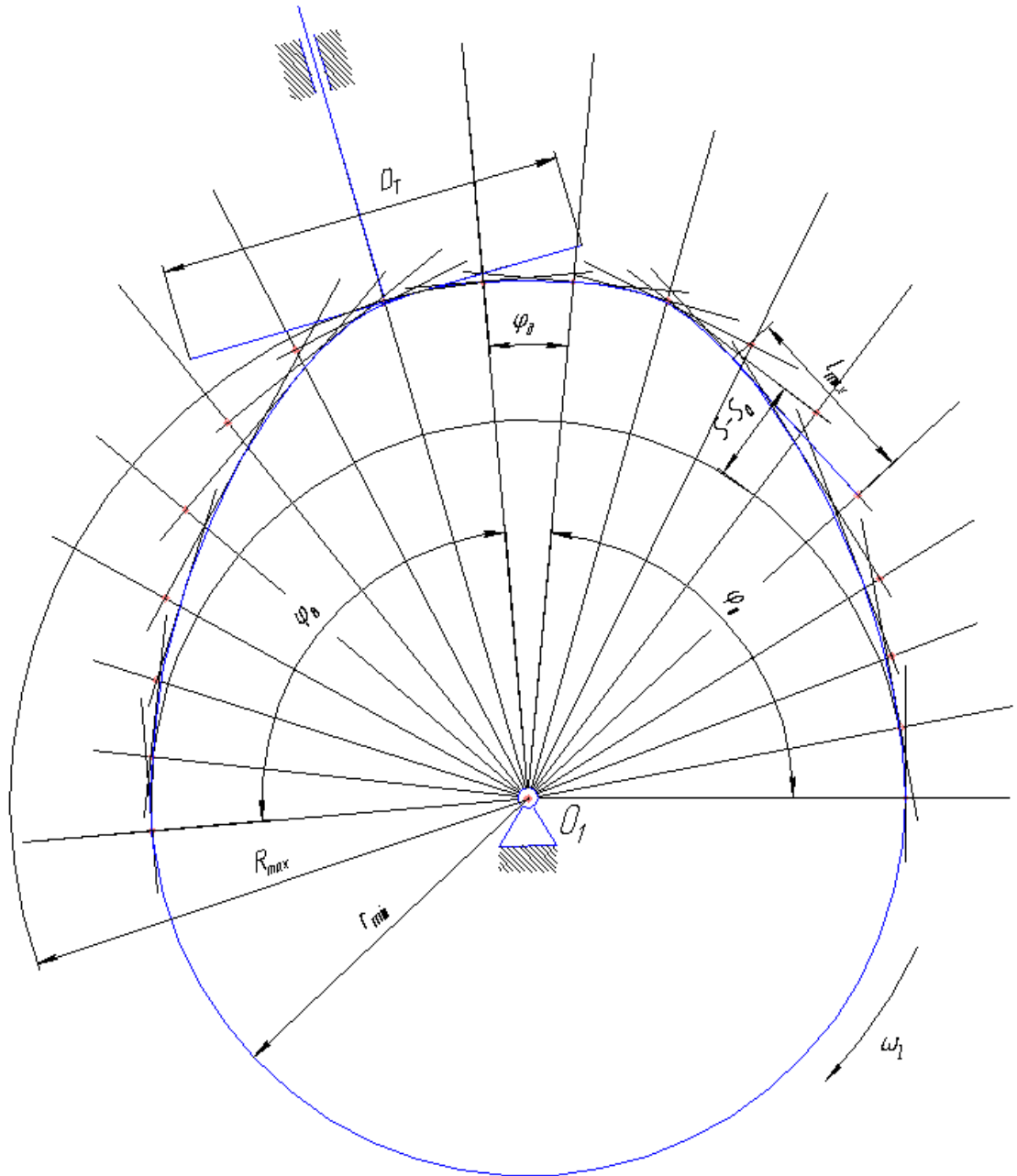
Для построения конструктивного профиля кулачка необходимо выбрать радиус ролика толкателя ( $r_0$ ). Во избежание пересечения частей профиля кулачка и из условия равной контактной прочности он должен удовлетворять следующим неравенствам [3]

$$\begin{cases} r_0 \leq (0,7 \dots 0,8) \rho_{KP_{\min}} \\ r_0 \leq (0,4 \dots 0,5) r_{\min} \end{cases}$$

Где  $\rho_{KP_{\min}}$  - минимальный радиус кривизны теоретического профиля кулачка, который определяется любым методом (на данном рисунке он определен методом окружностей) на самом искривленном участке теоретического профиля.

Проектирование кулачкового механизма, в котором башмак толкателя выполнен в виде тарелки, имеет свои особенности. Как правило, в таких кулачковых механизмах дезаксиал в плоскости кулачковой шайбы равен нулю, но он может быть в перпендикулярной плоскости, для того чтобы при работе кулачкового механизма тарелка с толкателем вращалась (уменьшается износ тарелки, увеличивается КПД механизма).

Так же, как и при профилировании кулачкового механизма с роликовым толкателем, проводим окружность радиусом  $r_{\min}$ , откладываем фазовые углы и делим дуги на фазовых углах на равные части. Изображаем положение оси толкателя в виде радиальных лучей и откладываем на них  $S$  (от центра кулачка) или  $S-S_0$  (от окружности радиусом  $r_{\min}$ ).



После нахождения соответствующих точек, проводим через них перпендикуляры относительно лучей, которые имитируют тарелку в обратном движении. В полученной замкнутой области проводим кривую, касающуюся всех тарелок – это необходимо для передачи непрерывного движения от кулачка к башмаку толкателя по одной линии. Полученный, таким образом, профиль кулачка, является конструктивным профилем.

Радиус тарелки определяем по выражению

$$R_T = \sqrt{l_{\max}^2 + e^2} + 3 \dots 5 \text{ мм},$$

Где:  $l_{\max}$  – максимальное расстояние от оси толкателя до точки касания профиля кулачка тарелкой;

$e$  – дезаксиал толкателя в плоскости, перпендикулярной плоскости кулачковой шайбы.

Для того чтобы спрофилировать кулачок с любым башмаком толкателя, кроме фазовых углов, которые диктуются технологическим процессом, выполняемым кулачком, необходимо выбрать закон движения толкателя и минимальный радиус кулачка.

#### 1.4 Лекция № 4(2 часа).

#### Тема: «Определение основных размеров кулачкового механизма»

##### 1.4.1 Вопросы лекции:

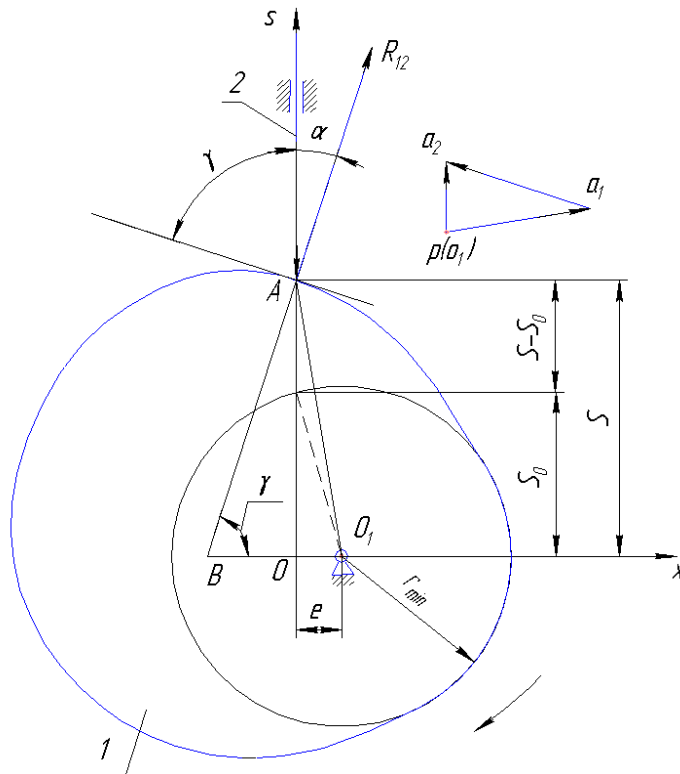
1. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий ограничения угла давления и выпуклости профиля кулачка.
2. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий выпуклости профиля кулачка.

##### 1.4.2. Краткое содержание вопросов

#### 1. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий ограничения угла давления.

Рассмотрим динамику кулачкового механизма с копьевидным башмаком. Как перейти потом к ролику - мы уже знаем. Так как  $r_0 \leq 0,8 \rho_{k.min}$ , то копирование профиля кулачка обеспечено. Следовательно, необходимо выполнить условие не заклинивания толкателя в направляющих.

Рассмотрим дезаксиальный кулачковый механизм.



Углом передачи движения  $\gamma$  называется угол между направлениями векторов относительной и абсолютной скорости толкателя.

$\alpha$  - угол давления.

$$\gamma + \alpha = 90^\circ$$

$\gamma_{min}$  - предельно допустимый угол передачи движения не вызывающий заклинивание толкателя в направляющих.

Для работоспособности механизма необходимо выполнить условие

$$\gamma \geq \gamma_{min} \quad \text{или}$$



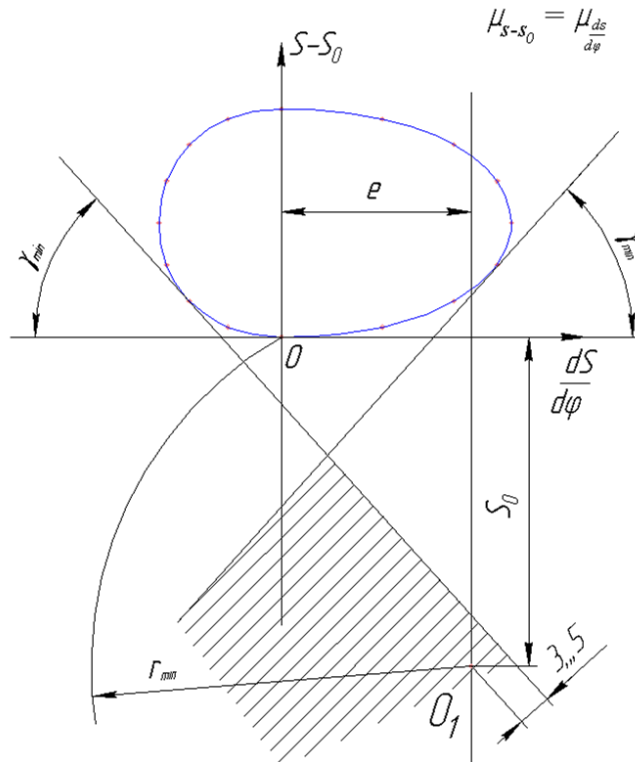


Рисунок 1.2

Сравнивая выражения (2.5), (2.6) и (2.8) можно сделать вывод- для не заклинивания толкателя необходимо выполнить условие, чтобы  $S_0$  было больше любого  $x_i$ . Для того, что бы найти наибольшее значение  $x_i$ , необходимо построить диаграмму  $S_0=f(dS/dφ)$ , и не только для угла удаления, но и для угла возвращения, так как кулачек может провернуться и в противоположную сторону (Рисунок 1.2). Затем провести касательные под углами  $γ_{min}$  и  $180-γ_{min}$  к оси  $dS/dφ$ . При этом масштабные коэффициенты по осям  $dS/dφ$  и  $S-S_0$  должны быть одинаковыми во избежание искажения диаграммы.

## 2. Определение основных размеров кулачкового механизма из условий выпуклости профиля кулачка.

Кулачковые механизмы с тарельчатым толкателем, как правило, центральные, а дезаксиале - это смещение толкателя в плоскости, перпендикулярной плоскости кулачковой шайбы, для вращения и равномерного износа тарелки и повышения КПД кулачкового механизма.

Так как ось толкателя перпендикулярна плоскости тарелки то  $γ = 90^0$  при любом положении кулачка, т.е. условие не заклинивания толкателя в направляющих выполняется.

При плоской тарелке копирование поверхности кулачка возможно только тогда когда он будет выпуклым. Т.е. минимальный радиус кулачка с тарельчатым толкателем определяется из условия копируемости профиля кулачка (условия выпуклости профиля). Для определения минимального размера кулачка рассмотрим положение центра кривизны профиля кулачка в точке контакта тарелки с профилем кулачка (точка В). Радиус кривизны состоит из трёх отрезков -  $S_0$ ,  $S-S_0$  и расстояние от точки В до оси х. Не сложно доказать, используя план ускорений, что это расстояние численно равно аналогу ускорения толкателя  $d^2S/dφ^2$ .

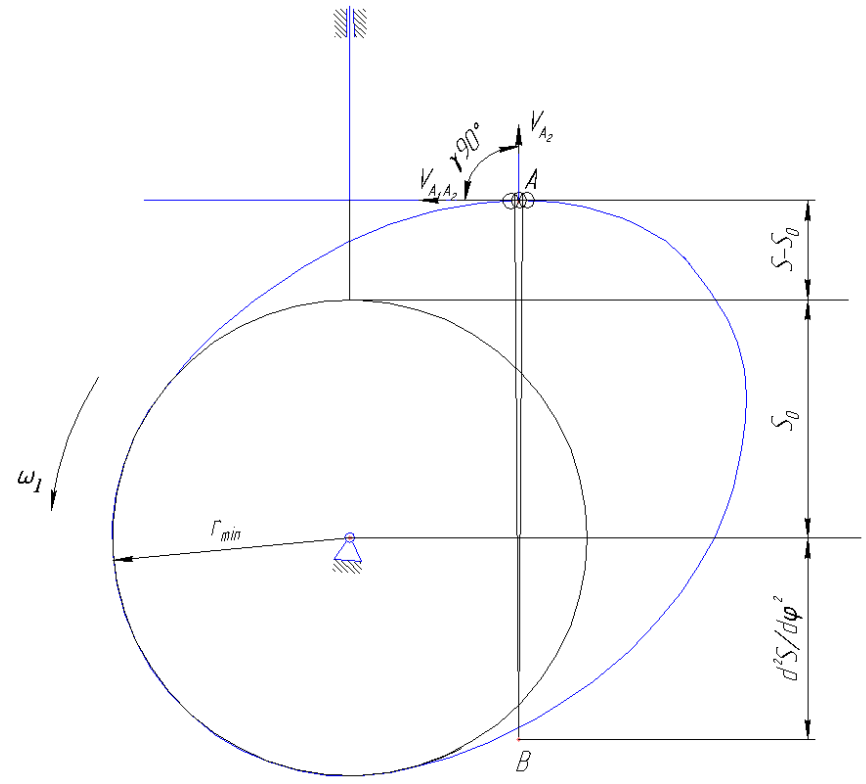


Рисунок 2.1.

план ускорений, что это расстояние численно равно аналогу ускорения толкателя  $d^2S/d\varphi^2$ .

Для того чтобы профиль кулачка в точке контакта был всюду выпуклым, необходимо, чтобы центр кривизны находился ниже точки касания тарелкой профиля кулачка.

$$S_0 + S - S_0 + d^2S/d\varphi^2 > 0$$

Учитывая, что для этого кулачкового механизма  $S_0 = r_{min}$ , можно определить минимальный радиус кулачка по выражению

$$r_{min} > -(S - S_0 + d^2S/d\varphi^2)$$

Для определения минимального радиуса кулачка необходимо найти самое большое отрицательное значение скобки и прибавить к нему 7...10 мм, так как профиль кулачка не должен быть плоским. Для этого строим диаграмму  $(S - S_0 + d^2S/d\varphi^2) = f(\varphi, t)$  (рисунок 2.5).

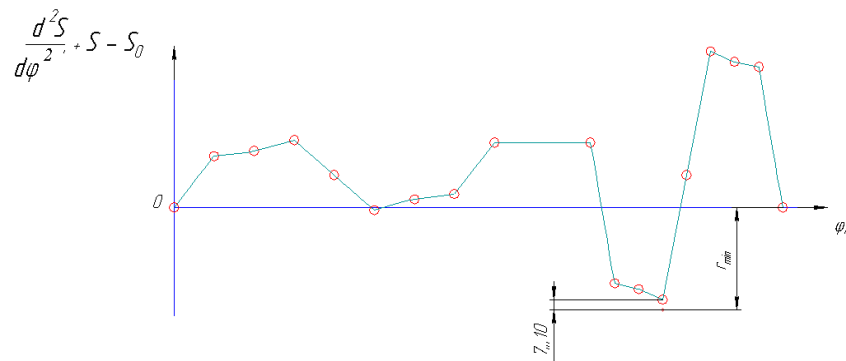


Рисунок 2.2. К определению минимального радиуса кулачка.

## 1.5 Лекция №5(2 часа).

### Тема: «Регулирование хода машин»

#### 1.5.1. Вопросы лекции:

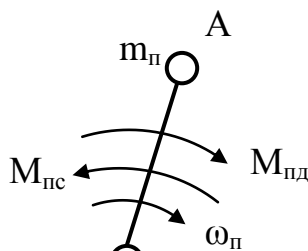
1. Звено приведения.
2. Определение приведенных масс и моментов инерции.
3. Закон движения ведущего звена в интегральной форме.
4. Неравномерность хода машин.
5. Определение момента инерции маховика по методу Н.И.Мерцалова.

#### 1.5.2. Краткое содержание вопросов

##### 1. Звено приведения.

Механизм машинного агрегата обычно является многозвенной системой, нагруженной силами и моментами сил, приложенными к различным ее звеньям. Определение закона движения такой сложной многозвенной системы представляет собой трудную задачу. Мы с вами рассматриваем чаще всего механизмы, которые имеют одну степень свободы ( $W = 1$ ). Это значит, что, прежде всего надо определить закон движения всего лишь одного из его звеньев, которое тем самым будет являться начальным звеном. Такая постановка задачи приводит к мысли, заменить весь сложный многозвенный механизм условным звеном. *Условное звено, заменяющее весь механизм называется звеном приведения.*

В качестве звена приведения удобней всего взять ведущее звено.



К звену приведения предъявим следующие требования – пусть его момент инерции  $I_п$  и момент сил  $M_п$ , которым оно загружено, будут такими, чтобы закон движения звена приведения полностью совпадающим с законом движения ведущего звена, т.е.

$$\omega_п = \omega_1$$

Таким образом, звено приведения будет являться динамической моделью всего механизма.

##### 2. Определение приведенных масс и приведенных моментов инерции.

Н.И.Мерцалов, в начале прошлого века, предложил для определения приведенных масс и приведенных моментов инерции, использовать закон сохранения энергии. Запишем уравнение «живых» сил, выражающий закон сохранения энергии.

$$A_d - A_c = E - E_0 = \Delta E$$

где:  $A_d$  - работа всех движущих сил;

$A_c$  - работа всех сил сопротивления;

$E - E_0 = \Delta E$  - приращение кинетической энергии за определенный промежуток времени.

При приведении масс это равенство должно соблюдаться, а это значит должно соблюдаться и равенство кинетических энергий звена приведения и всего механизма

$$E_n = E$$

В общем случае при плоскопараллельном движении звеньев кинетическая энергия механизма будет определяться по выражению

$$E = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i V_{s_i}^2}{2} + \frac{I_{s_i} \omega_i^2}{2} \right)$$

где:  $m_i$  - масс i-го звена;

$\omega_i$  - угловая скорость i-го звена;

$V_{s_i}$  - скорость центра тяжести i-го звена;

$I_{s_i}$  - момент инерции i-го звена относительно центральной оси.

Кинетическая энергия звена приведения с массой  $m_n$  в точке А (см. рис.)

$$E_n = \frac{m_n V_n^2}{2}$$

из этих уравнений следует

$$\frac{m_n V_n^2}{2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i V_{s_i}^2}{2} + \frac{I_{s_i} \omega_i^2}{2} \right)$$

$$m_n = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{s_i}}{V_n} \right)^2 + I_{s_i} \left( \frac{\omega_i}{\omega_n} \right)^2 \right]$$

В то же время кинетическая энергия звена приведения с моментом инерции  $I_n$

$$E_n = \frac{I_n \omega_n^2}{2}$$

при  $E_n = E$  следует

$$I_n = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{s_i}}{\omega_n} \right)^2 + I_{s_i} \left( \frac{\omega_i}{\omega_n} \right)^2 \right]$$

Так как скорости точек и звеньев, стоящие в числителе приведенных выражений, определяются через угловую скорость ведущего звена, стоящую в знаменателе, то можно сделать вывод:

*Приведенная масса и приведенный момент инерции не зависят от закона движения ведущего звена, а зависят от размеров звеньев, массы, размещения масс по звеньям и угла поворота ведущего звена.*

## 2.1 Определение приведенных сил и приведенных моментов сил.

Цель – необходимо заменить все силы, действующие на механизм, одной приведенной силой или моментом силы, приложенного к звену приведения такими, чтобы их действие было эквивалентно действию всех приложенных сил.

Один из возможных способов определения приведенной силы – провести силовой расчет механизма и сила давления от первой присоединенной группы на ведущее звено и буде приведенной силой, так как она учитывает все силы, действующие на механизм.

Есть более простые методы определения приведенной силы. Рассмотрим графический и аналитический метод.

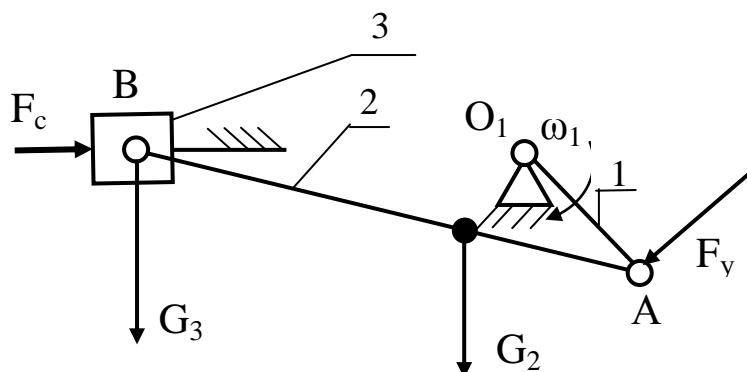
### 2.1.1. Метод рычага Н.Е. Жуковского

*Теорема Н.Е.Жуковского: Если система сил, приложенных к механизму, находится в равновесии, то повернутый на  $90^\circ$  в какую либо сторону план скоростей механизма, при-*

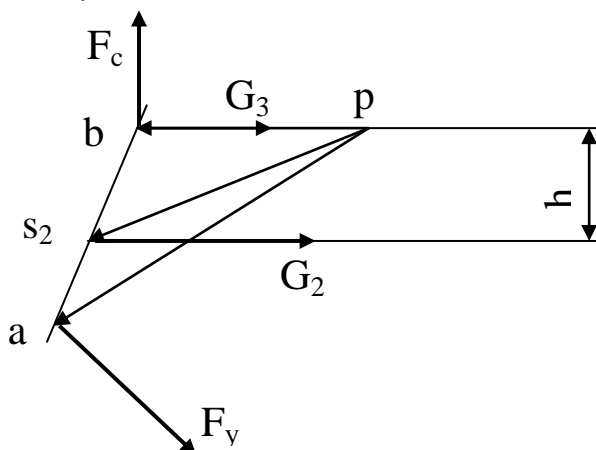


нимаемый за абсолютно твердое тело, имеющее одну неподвижную точку в полюсе плана, под действием тех же сил, приложенных на плане к концам скоростей тех точек механизма, к которым они действительно приложены, также находится в равновесии. План скоростей можно не поворачивать, а повернуть все действующие силы на  $90^\circ$  в одну сторону.

Пример



Даны массы  $m_2, m_3$  и сила сопротивления  $F_c$ . Требуется определить приведенный к первому звену момент от приложенных сил. Для равновесия механической системы приложим уравнивающую силу  $F_y$ .



Так как план скоростей, принимаемый за абсолютно твердое тело с неподвижной точкой в полюсе, находится в равновесии под действием приложенных сил, составляем уравнение равновесия.

$$\sum_{i=1}^n M_p(F_i) = 0$$

Из этого уравнения можно найти неизвестный параметр  $F_y$ . Тогда

$$M_{\Pi} = -F_y l_{AO1}$$

### 2.1.2. Аналитический метод

Используя принцип возможных перемещений, определяется уравнивающая сила (момент сил), действующая на звено приведения, а равная ей сила направленная противоположно, будет являться приведенной силой (моментом силы).

*Принцип возможных перемещений:* Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее сил при любом возможном перемещении системы была равна нулю.

$$\sum \bar{F}_i \cdot \delta_{\bar{S}_i} = 0$$

В нашем случае механизм представляет собой систему со стационарными связями, поэтому среди возможных там находятся и действительные перемещения, поэтому можно написать

$$\sum \bar{F}_i \cdot d\bar{S}_i = 0$$

$$dS_i = V_i dt$$

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i \cdot dt = 0 \quad \sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i = 0$$

Если из этой суммы выделить уравнивающую силу, а она равна приведенной и направлена противоположно, то получим

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i + \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n$$

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i - \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n$$

Отсюда

$$\sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i = \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n$$

$$N_n = \bar{F}_n \cdot \bar{V}_n \text{ - мощность, развиваемая приведенной силой}$$

$$N_n = M_n \cdot \omega_n \text{ - мощность, развиваемая приведенным моментом}$$

$$\sum N_i = \sum \bar{F}_i \cdot \bar{V}_i + \sum M_i \cdot \omega_i$$

- мощность, развиваемая силами и моментами,

приложенными к механизму.

Отсюда

$$F_n = \sum F_i \frac{V_i}{V_n} \cos \bar{F}_i \bar{V}_i + \sum M_i \frac{\omega_i}{V_n}$$

$$M_n = \sum F_i \frac{V_i}{\omega_n} \cos \bar{F}_i \bar{V}_i + \sum M_i \frac{\omega_i}{\omega_n}$$

Вывод следует такой же, как и для приведенных масс

*Приведенная сила и приведенный момент силы не зависят от закона движения ведущего звена, а зависят от приложенных сил (моментов сил), от места их приложения и угла поворота ведущего звена.*

### 3. Закон движения ведущего звена в интегральной форме.

Запишем уравнение энергетического баланса, выражающее закон сохранения энергии

$$A_d - A_c = E - E_0 = \Delta E$$

Где:  $A_d$  – работа движущих сил;

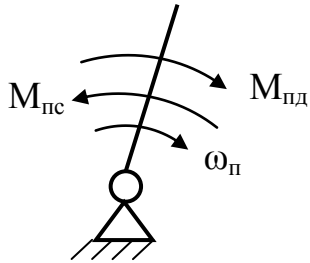
$A_c$  – работа сил сопротивления;

$E$  – кинетическая энергия механизма в конечный момент времени (переменная величина);

$E_0$  – кинетическая энергия механизма в начальный момент времени (постоянная величина);

$\Delta E$  – приращение кинетической энергии за какой-то интервал времени.

Можно записать это уравнение через работу приведенных сил



$$A_{nd} - A_{nc} = \frac{I_n \cdot \omega_n^2}{2} - \frac{I_{n_0} \cdot \omega_{n_0}^2}{2} \quad (1)$$

Выразим работу через приведенные моменты сил движущих и сил сопротивления

$$A_d = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{nd} \cdot d\varphi; \quad A_c = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{nc} \cdot d\varphi;$$

Тогда уравнение (1) можно записать

$$A_{nd} - A_{nc} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_{nd} - M_{nc}) d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi = \frac{I_n \cdot \omega_n^2}{2} - \frac{I_{n_0} \cdot \omega_{n_0}^2}{2} \quad (2)$$

где  $M$  – избыточный момент

Так как  $\omega_n$  есть закон движения ведущего звена механизма, то его можно выразить из уравнения (2)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi}{I_n} + \frac{I_{n_0} \omega_{n_0}^2}{I_n}} \quad (3)$$

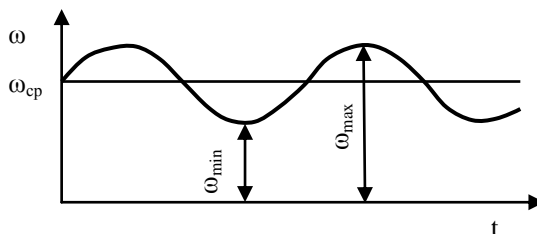
Отсюда видно, что угловая скорость ведущего звена не может быть величиной постоянной ( $\omega_n = \text{var}$ ), так как  $M = \text{var}$  и  $I_n = \text{var}$ .

Необходимо отметить, что эта формула имеет смысл только в том случае если избыточный момент зависит только от положения ведущего звена ( $M = f(\varphi)$ ). В этом случае колебания угловой скорости ведущего звена уменьшают за счет увеличения постоянной составляющей  $I_n$ , т.е. ставят на ведущее звено маховик ( $I_m \rightarrow \infty, \omega_n \rightarrow \text{const}$ ).

Если избыточный момент изменяется не периодически (случайно), то угловую скорость ведущего звена регулируют регулятором за счет изменения движущего момента сил или момента сил сопротивления.

#### 4. Неравномерность хода машины.

Из выражения (4) мы видим, что угловая скорость ведущего звена есть величина переменная. Как количественно оценить неравномерность хода машины? Неравномерность хода машины оценивается коэффициентом неравномерности хода  $\delta$ .



Тахограмма установившегося движения

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}} \quad (5)$$

$$\text{где } \omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad (6)$$

Например, для кузнечно-прессовых и СХМ  $\delta = 1/5 \dots 1/10$

Для металлообрабатывающих станков  $\delta = 1/30 \dots 1/40$

Для тепловых двигателей  $\delta = 1/100 \dots 1/200$

Для асинхронных двигателей, генерат.  $\delta = 1/1000 \dots$

Преобразуем выражения (5) и (6), освободившись от знаменателей и перемножив, левые и правые части.

$$\omega_{cp} \cdot \delta = \omega_{\max} - \omega_{\min}$$

$$2\omega_{cp} = \omega_{\max} + \omega_{\min}$$

$$2\delta\omega_{cp} = \omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 \quad (7)$$

Используя полученные выражения, можно определить максимальную и минимальную угловые скорости через  $\delta$ .

$$\omega_{\max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$$

$$\omega_{\min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)$$

#### 5. Определение момента инерции маховика по методу Н.И.Мерцалова.

Есть точные методы определения момента инерции маховика и приближенные.

Рассмотрим приближенный метод Н.И.Мерцалова, разработанный в начале XX века, так как точные методы (например, метод профессора Виттенбауера) более сложны и связаны с графическим решением, где эта точность теряется.

Рассмотрим разность между максимальной и минимальной кинетической энергии маховика, установленного на ведущем звене.

$$E_{\max} - E_{\min} = \frac{I_{\text{м}} \cdot \omega_{\text{м max}}^2}{2} - \frac{I_{\text{м}} \cdot \omega_{\text{м min}}^2}{2} = \frac{I_{\text{м}}}{2} (\omega_{\text{м max}}^2 - \omega_{\text{м min}}^2)$$

Используя уравнение (7) заменим выражение в скобках и выразим  $I_{\text{м}}$

$$I_{\text{м}} = \frac{E_{\text{м max}} - E_{\text{м min}}}{\delta \cdot \omega_{\text{ср}}^2} - I_{01} \quad (5)$$

где  $\omega_{\text{ср}}$  – средняя угловая скорость звена, на котором установлен маховик,  $I_{01}$  – постоянный момент инерции, связанный с ведущим звеном (муфта сцепления, момент инерции ведущего звена и т.д.)

Из закона сохранения энергии

$$E = E_{\text{п}} + E_{\text{м}}$$

или, вычтя из обеих частей уравнения постоянную составляющую, получим

$$\Delta E = \Delta E_{\text{п}} + \Delta E_{\text{м}}$$

Где  $\Delta E$  – приращение кинетической энергии всего механизма

$\Delta E_{\text{п}}$  – приращение кинетической энергии механизма без маховика

$\Delta E_{\text{м}}$  – приращение кинетической энергии маховика

Из уравнения энергетического баланса можно найти  $\Delta E$

$$\Delta E = A_{\text{нд}} - A_{\text{нс}}$$

Кинетическую энергию всех звеньев механизма без маховика можно определить

$$E_n = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i V_{s_i}^2}{2} + \frac{I_{s_i} \omega_i^2}{2} \right)$$

Или, используя метод замещающих масс

$$E_n = \sum_i \frac{m_i V_i^2}{2}$$

Вычтя из этого выражения постоянную составляющую, найдем  $\Delta E_{\text{п}}$

$$\Delta E_n = \sum_i \frac{m_i V_i^2}{2} - \frac{m_A V_A^2}{2} = \frac{m_B V_B^2}{2} + \frac{m_C V_C^2}{2} + \frac{m_D V_D^2}{2} + \dots$$

Где А – точка, связанная с ведущим звеном, момент инерции, которого постоянен, а точки В, С, D и т.д. – точки на ведомых звеньях механизма, в которых размещена масса звеньев.

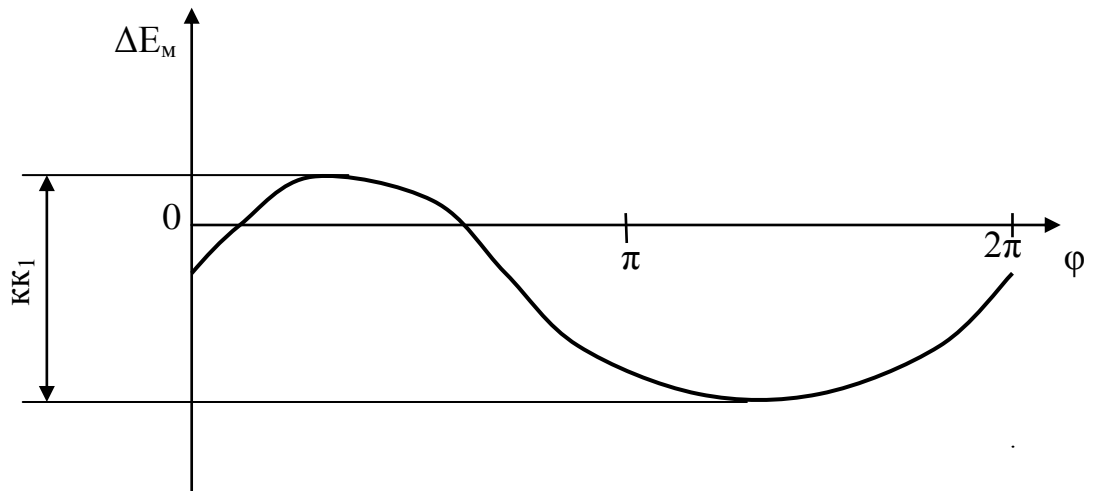
Приращение кинетической энергии маховика

$$\Delta E_{\text{м}} = \Delta E - \Delta E_{\text{п}}$$

Тогда выражение (5), с учетом того, что масса в точке А играет роль маховика, преобразуется к виду

$$I_{\text{м}} = \frac{\Delta E_{\text{м max}} - \Delta E_{\text{м min}}}{\delta \cdot \omega_{\text{ср}}^2} - m_A \ell_{AO_1}^2 \quad (6)$$

Для определения числителя в этом выражении необходимо построить диаграмму  $\Delta E_{\text{м}} = f(\varphi)$



Окончательно получаем выражение для определения момента инерции маховика

$$I_{\text{м}} = \frac{(\kappa\kappa_1) \cdot \mu_{\Delta E_{\text{м}}}}{\delta \cdot \omega_{\text{ср}}^2} - m_A \ell_{AO_1}^2$$

где  $\mu_{\Delta E_{\text{м}}}$  - масштабный коэффициент по оси ординат диаграммы  $\Delta E_{\text{м}} = f(\varphi)$ .

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

### 2.1. Лабораторная работа №1 (2 часа).

**Тема: «Составление кинематических схем и структурный анализ механизмов»**

**2.1.1 Цель работы:** научить студентов строить структурные и кинематические схемы механизмов по реальным механизмам или их моделям. Проводить структурный анализ механизмов.

#### 2.1.2 Задачи работы:

1. Построить кинематическую схему в определенном масштабе с точным соблюдением относительного расположения звеньев и пар; с указанием величины масштаба, размеров звеньев и расстояния между неподвижными точками и линиями

2. На кинематической схеме указать все, что необходимо знать для кинематического исследования механизма. Все лишнее, не имеющее отношения к геометрии движения механизма, на кинематической схеме не показывается.

3. Провести структурный анализ механизма

#### 2.1.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Модели шарнирных механизмов ТММ17.
2. Модели заменяющих механизмов ТММ41.

#### 2.1.4 Описание (ход) работы:

Для кинематического и динамического исследования механизмов пользуются кинематической схемой механизма, под которой понимают такое изображение всего механизма в целом и отдельных его частей, которое отчетливо показывает, из каких звеньев и кинематических пар состоит механизм. Правильно составленная кинематическая схема должна удовлетворять следующим условиям:

1. На кинематической схеме должно быть указано все, что необходимо знать для кинематического исследования механизма. Все лишнее, не имеющее отношения к геометрии движения механизма, на кинематической схеме не показывается.

2. Кинематическая схема должна быть построена в определенном масштабе с точным соблюдением относительного расположения звеньев и пар; с указанием величины масштаба, размеров звеньев и расстояния между неподвижными точками и линиями

**Для целей лабораторной работы достаточно изобразить структурную схему механизма, которая вычерчивается без масштаба, но с соблюдением пропорций длин звеньев.**

#### Условные изображения кинематических пар и звеньев

При составлении кинематических схем пользуются условными изображениями кинематических пар и звеньев.

Условные изображения звеньев должны быть, во-первых, наиболее простыми как по виду, так и по начертанию, во-вторых, они должны обладать достаточной наглядностью. Изображения кинематических пар должны по возможности давать представление о характере относительного движения звеньев, составляющих кинематическую пару.

При изображении звеньев надо от конструктивной формы звена отвлекаться и изображать звено прямой линией, соединяющей центры кинематических пар, которыми данное звено присоединяется к соседним звеньям. Если в звено входит три кинематических пары (вращательные), то оно изображается треугольником, стороны которого прямые, соединяющие центры шарниров. Если в звено входит **К** вращательных пар, то оно изображается **К** –угольником, который заштриховывается целиком. Все описанные случаи показаны на рис. 1 (а, б, в).

Условные обозначения звеньев и кинематических пар можно найти в любом учебнике по ТММ.

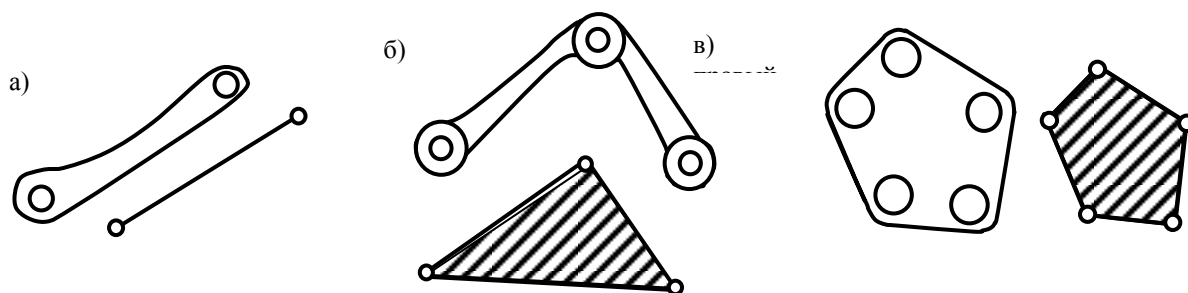


Рисунок 1.1.

#### Методика составления кинематических схем

Составление кинематической схемы связано с изучением структуры механизма. Незнание структуры механизма может привести к ошибкам при составлении его кинематической схемы.

Порядок составления кинематической схемы:

1. Имея перед собой машину или ее модель, необходимо, прежде всего, разобратся в характере относительного движения отдельных звеньев, для чего надо медленно поворачивать ведущее звено модели и наблюдать за движением ее отдельных звеньев.
2. Наблюдая за относительным движением звеньев, легко установить, какими кинематическими парами они соединены. При этом надо быть очень внимательным, чтобы не допустить ошибки: относительные перемещения двух звеньев могут остаться незамеченными и кинематическую пару можно принять за жесткое соединение.
3. Разобравшись в относительном движении звеньев, надо составить структурную схему механизма на листке бумаги, от руки, и произвести подсчет звеньев и кинематических пар.

При этом, чтобы не сбиться в подсчете, рекомендуется пронумеровать звенья цифрами, кинематические пары – прописными латинскими буквами.

Выписываем:

$n$  – число подвижных звеньев;

$p_5$  – число кинематических пар пятого класса;

$p_4$  – число кинематических пар четвертого класса.

После этого подсчитываем степень подвижности механизма по формуле П.Л. Чебышева.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$



Пассивные звенья и пары, а также звенья с лишней степенью свободы, надо в самом начале изучения структуры механизма выделить и в уравнении для подсчета степени подвижности не включать.

4. Дальнейшая работа по составлению кинематической схемы производится в следующем порядке:

- а) определяются размеры звеньев механизма и расстояние между неподвижными точками и линиями;
- б) строится на отдельном листе бумаги в масштабе кинематическая схема механизма.

При построении кинематической схемы необходимо придерживаться следующего порядка:

- а) выбрать масштаб построения, как указано выше;
- б) наметить на листе бумаги все неподвижные точки и линии;
- в) построить ведущее звено в определенном положении и от него делать дальнейшее построение. Для обозначения звеньев и кинематических пар применять установленные условные обозначения.

г) когда все построения будут сделаны, надо схему обвести четкими линиями, размеры между неподвижными точками, линиями проставить прямо на чертеже, пронумеровать звенья и обозначить пары. Если в состав механизма входят высшие пары, то надо дополнительно построить схему заменяющего механизма (структурную схему механизма).

Замена высшей кинематической пары производится в следующем порядке:

- а) в точке контакта элементов высшей кинематической пары проводится касательная, а затем нормаль;
- б) методом хорд или окружностей определяются положения центров кривизны профилей звеньев на нормалях;
- в) в центрах кривизны образуются вращательные кинематические пары, вращательная пара, расположенная в бесконечности заменяется поступательной с осью на прямолинейной части профиля звена;
- г) образованные кинематические пары соединяются между собой фиктивным (условным) звеном;
- д) оставшиеся элементы соединяются каждый с тем звеном, в центре кривизны профиля которого образована кинематическая пара.

Полученные, в результате замены, фиктивные звенья проводят пунктиром на кинематической схеме механизма, а затем заменяющий механизм изображается отдельно. В образце журнала лабораторных работ, в приложении, приведена кинематическая схема механизма привода клапанов двигателя внутреннего сгорания, на которой произведена замена высших пар (показано пунктиром). Ниже, в этом же приложении схема заменяющего механизма изображена отдельно.

### Структурный анализ механизма

При структурном анализе механизма следует придерживаться следующего порядка:

1. Определяется степень подвижности механизма и указывается ведущее звено (звенья).
2. В наиболее удаленной от ведущего звена части механизма отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев (предполагаемая группа). Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма. Проверяется выполнение условий.
  - а) степень подвижности отсоединенной части механизма (предполагаемая группа) должна быть равна нулю ( $W_{гр} = 0$ );

б) оставшаяся часть должна быть механизмом с той же степенью подвижности, что и весь механизм до отсоединения группы.

3. При одновременном выполнении этих двух условий отсоединенная часть механизма является группой.

4. От оставшейся части механизма вновь отсоединяется кинематическая цепь с наименьшим четным числом звеньев. Изображаются отсоединенная и оставшаяся части механизма, и проверяется выполнение двух условий, указанных выше, и т.д. до тех пор, пока в оставшейся части механизма не останется только простейший механизм 1-го класса.

5. Указывается порядок присоединения групп при образовании механизма. Он обратен порядку отсоединения.

6. Определяется класс, порядок и вид каждой группы.

7. Определяется класс всего механизма.

В приложении показано выполнение и оформление структурного анализа на примере механизма привода клапанов двигателя внутреннего сгорания.

## **2.2. Лабораторная работа №2 (2 часа).**

**Тема: «Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колес»**

**2.2.1 Цель работы:** научить студентов определять основные кинематические параметры зубчатых механизмов с подвижными осями колес.

### **2.2.2 Задачи работы:**

1. Построить структурную схему заданного зубчатого механизма на всех передачах.
2. Определить передаточные отношения по числу зубьев колес для передачи, указанные преподавателем.
3. Проверить найденные передаточные отношения по оборотам входного и выходного звена.

### **2.2.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. Модели зубчатых механизмов ТММ15.

### **2.2.4 Описание (ход) работы:**

1. Общие сведения

#### **1.1. Дифференциальные зубчатые механизмы**

Дифференциальным зубчатым механизмом будем называть зубчато-рычажный механизм, имеющий две или более степеней подвижности и предназначенный для сложения (разложения) скоростей.

Схема одного из возможных дифференциальных механизмов изображена на рисунке 1. Звено Н (от немецкого слова *Nebel* – рычаг), на котором установлены колёса 2 и 2' с подвижной геометрической осью, называется водилом. Звено 2, совершающее сложное движение (вращение вокруг своей оси и вращение вместе с водилом вокруг оси колеса 3), называется сателлитом. Колёса, оси которых совпадают с осью водила, называются центральными.

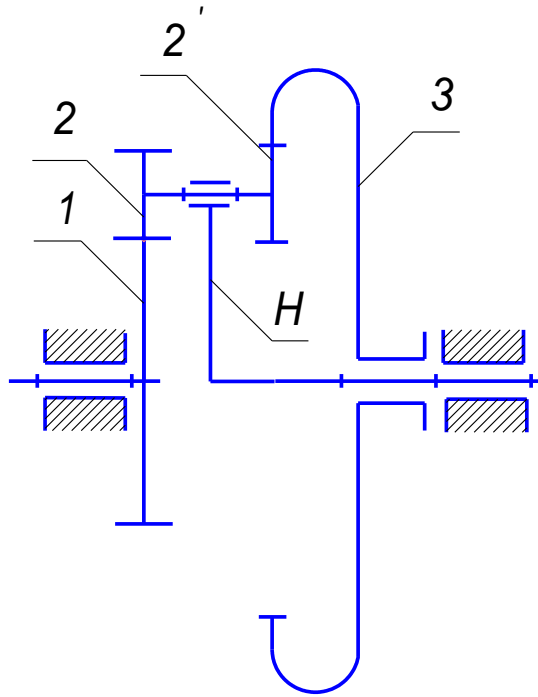


Рисунок 5.1. Схема дифференциального механизма

Для изображённого механизма степень подвижности будет равна

$$W = 3 \cdot n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2$$

Степень подвижности  $W$  механизма показывает, что двум звеньям дифференциала необходимо сообщить независимые движения (задать два закона движения), чтобы получить определённое движение всех остальных звеньев.

Угловые скорости звеньев в механизмах с подвижными осями связаны формулой

$$u_{kl}^H = \frac{\omega_k - \omega_H}{\omega_l - \omega_H} \quad \text{Виллиса} \quad (5)$$

где  $u_{kl}^H$  - передаточное отношение «обращённого» механизма (в предположении, что водило  $H$  неподвижно, т.е. получается механизм с неподвижными осями и можно воспользоваться для определения этого передаточного отношения формулой (4)).

Для нашего примера (рисунок 1)

$$u_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1)^1 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_{2'}} \quad (6)$$

## 1.2. Планетарные механизмы

Планетарным будем называть зубчато-рычажный механизм, имеющий одну степень подвижности.

Если в предыдущем механизме с  $W = 2$  одно из центральных колёс прикрепить к стойке (т.е. сделать неподвижным), то получится планетарный механизм (рисунок 2.)

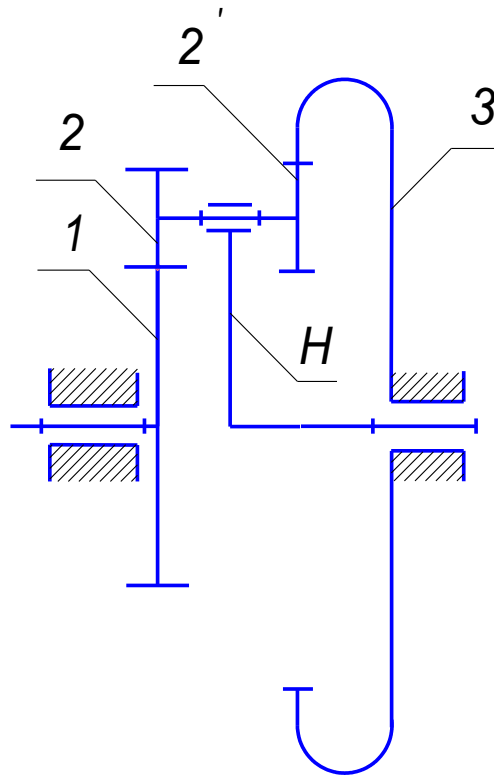


Рисунок 2. Схема планетарного механизма

Степень подвижности этого механизма

$$W = 3 \cdot n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$$

В планетарном механизме  $\omega_3 = 0$ , тогда формула Виллиса (6) будет иметь вид

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H \quad (7)$$

Где  $u_{1H}$  - передаточное отношение от колеса 1 к водилу H.

В общем случае для любого планетарного механизма можно определить передаточное отношение от подвижного колеса к водилу (формула (8)).

$$u_{kH} = 1 - u_{k0}^H \quad (8)$$

Где 0 – номер неподвижного центрального колеса, которое называется опорным.

$u_{k0}^H$  - передаточное отношение от подвижного колеса k к неподвижному O в «обращённом» движении.

По формуле (8) можно определить любое передаточное отношение между подвижными звеньями в планетарном механизме.

$$u_{kl} = \frac{\omega_k}{\omega_l} = \frac{\omega_k / \omega_H}{\omega_l / \omega_H} = \frac{u_{kH}}{u_{lH}} \quad (9)$$

- от колеса к колесу

$$u_{Hk} = \frac{\omega_H}{\omega_k} = \frac{\omega_H / \omega_H}{\omega_k / \omega_H} = \frac{1}{u_{kH}} \quad (10)$$

- от водила к колесу

## 2 Порядок выполнения работы

2.1. Вычертить кинематическую схему механизма и пронумеровать все звенья. Если механизм дифференциальный, закрепив одно из центральных колёс, сделать его планетарным.

2.2. Подсчитать число зубьев колёс и результаты подсчёта занести в табл. 1 журнала.

2.3. Определить передаточные отношения в планетарном механизме, указанные преподавателем, через число зубьев, используя формулу Виллиса.

2.4. . Произвести проверку вычисленных передаточных отношений по числу оборотов  $n$  путём провертывания механизма и считая обороты входного и выходного звена. Считать условно «ведущим» звено, индекс которого у передаточного отношения стоит первым.

Например

$$u_{ke} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_k}{n_e}$$

где:  $n_k$  – обороты ведущего

звена (вала, колеса);

$n_e$  – обороты ведомого звена (вала, колеса).

**Меньшее число оборотов берётся не менее одного!**

**Внимание! Обороты звеньев считать по отношению к стойке (неподвижного звена).**

### 2.3.Лабораторная работа №3,4(2 часа).

**Тема: «Построение эвольвентных зубьев методом обкатки»**

**2.3.1 Цель работы: ознакомление** студентов с элементарными методами определения параметров цилиндрических зубчатых колес эвольвентного профиля с использованием простых измерительных инструментов – штангенциркуля или штангензубомера.

#### 2.3.2 Задачи работы:

1. Провести замеры, необходимые для расчета основных параметров зубчатого колеса.

2. Рассчитать геометрические параметры зубчатого колеса и сделать вывод.

#### 2.3.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Зубчатые колеса модулей 4,25 мм, 5 мм, 7 мм.

2. Штангенциркуль.

#### 2.3.4 Описание (ход) работы:

Основными величинами (параметрами), характеризующими зубчатое колесо с эвольвентным профилем зубьев, являются:

$z$  - число зубьев колеса;

$m$  - модуль зацепления;  
 $\alpha$  - угол профиля исходного контура;  
 $x$  - коэффициент смещения исходного контура;  
 $d$  - делительный диаметр зубчатого колеса;  
 $d_b$  - основной диаметр зубчатого колеса;  
 $d_a$  - диаметр вершин зубьев зубчатого колеса;  
 $s$  - толщина зуба по делительной окружности.

Число зубьев **измеряемого** зубчатого колеса определяется непосредственно подсчетом.

Для определения модуля зацепления воспользуемся одним из основных свойств эвольвенты круга – нормаль, проведенная в любой точке эвольвентной части профиля, является касательной к основной окружности.

Охватим губками (см. рис 2.1 и образец журнала) штангенциркуля  $i$

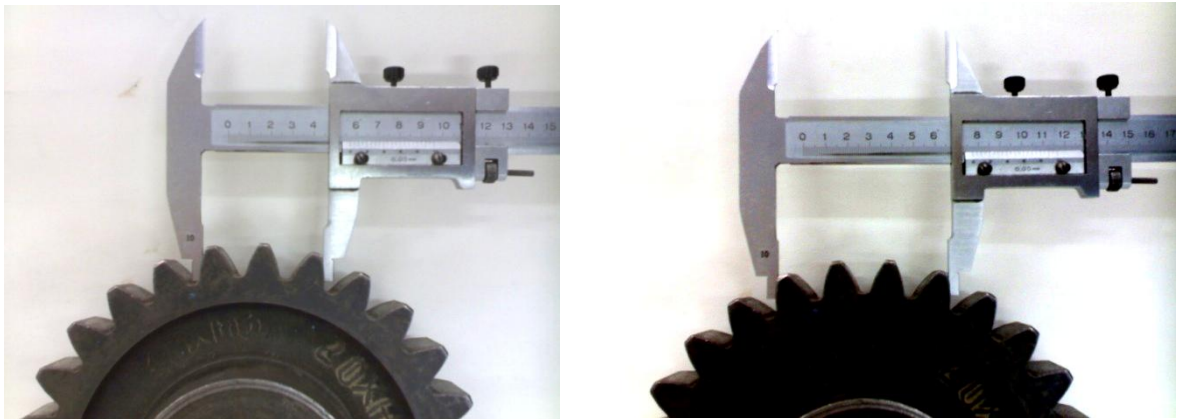


Рисунок 2.1.

зубьев колеса так, чтобы плоскости губок касались эвольвентной части профиля и запишем размер  $l_i$ , затем произведем второе измерение, охватывая губками на один зуб больше, и запишем величину  $l_{i+1}$ .

Разность между этими размерами равна расстоянию между профилями соседних зубьев по нормали – оно равно шагу зацепления по основной окружности  $p_b$ , т.е.

$$p_b = l_{i+1} - l_i \quad (1)$$

Это выражение справедливо лишь при условии, что губки штангенциркуля в обоих измерениях охватывают эвольвентную часть профилей зубьев. В зависимости от числа зубьев **измеряемого** колеса из табл.1 выбирают число зубьев, которое нужно охватить штангенциркулем, чтобы измерение было выполнено в пределах эвольвентной части профиля.

Таблица 1.1-Рекомендуемые значения чисел зубьев, которые следует охватывать штангенциркулем при измерении

Число зубьев на колесе	12-18	19-27	28-36	37-45	46-54	55-63	64-72	73-81
Число обмеряемых зубьев	2	3	4	5	6	7	8	9

Угол  $\alpha$  исходного контура режущего инструмента по ГОСТ 13755-81 20°. Зная шаг  $p_b$  и пользуясь формулой (2), определяем величину модуля  $m$ , а затем из табл.2 выбираем ближайшее стандартное значение модуля  $m$ .

$$m = \frac{p_b}{\pi \cos \alpha} \quad (2)$$

Делительный диаметр зубчатого колеса определяем по выражению

$$d = m \cdot z \quad (3)$$

Таблица 1.2-Стандарт нормальных модулей по ГОСТ 9563-60

в миллиметрах

0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, 0.75, 0.8, 0.9, 1.00, 1.125, 1.25, 1.375, 1.5, 1.75, 2.00, 2.25, 2.5, 2.75, 3.00, 3.25, 3.75, 3.50, 3.75, 4.00, 4.25, 4.5, 5.00, 5.50, 6.00, 6.5, 7.00, 8.00, 9.00, 10.00, 11.00, 12.00, 14.00, 16.00, 18.00, 20.00, 22.00, 25.00, 28.00, 32.00, 36.00, 40.00, 45.00, 50.00, 55.00, 60.00, 70.00, 80.

Основной диаметр зубчатого колеса

$$d_b = d \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Основная толщина зуба  $s_b$  может быть определена по замерам  $l_i$  и  $l_{i+1}$ , сделанными при определении шага зацепления  $p_b$ .

Из схемы установки штангенциркуля на колесе следует, что

$$s_b = l_{i+1} - i \cdot p_b \quad (5)$$

Подставляя в выражение (5) из выражения (1)  $p_b$  получим искомую величину

$$s_b = i \cdot l_i - (i - 1) \cdot l_{i+1} \quad (6)$$

Если обмеряемое колесо нарезано со смещением исходного производящего контура, то необходимо определить коэффициент смещения  $x$ , который выражает величину смещения исходного контура в долях модуля.

Для определения коэффициента смещения используем выражение для определения толщины зуба по основной окружности

$$s_b = \frac{p_b}{\pi} \left( 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{\pi}{2} + z \cdot \operatorname{inv} \alpha \right) \quad (7)$$

из которого, при известной толщине зуба, можно определить коэффициент смещения

$$x = \frac{\frac{s_b}{p_b} \cdot \pi - \frac{\pi}{2} - z \cdot \text{inv} \alpha}{2 \text{tg} \alpha} \quad (8)$$

где  $\text{inv} \alpha$  – угол, зависящий от угла  $\alpha$ , определяется по выражению  $\text{inv} \alpha = \text{tg} \alpha - \alpha$  или выбирается из справочной таблицы.

Окружная делительная толщина зуба может быть определена по формуле

$$s = m \left( \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \text{tg} \alpha \right) \quad (9)$$

Измерение диаметров вершин зубьев ( $d_a$ ) и впадин ( $d_f$ ) при четном числе зубьев производится обмером штангенциркуля непосредственно. При не четном числе зубьев предварительно измеряется диаметр отверстия ( $d_{\text{отв}}$ ) втулки колеса, а затем расстояние от отверстия до вершин зубьев ( $H^r$ ) и до окружности впадин ( $H^H$ ). При наличии во втулке колеса шлицов диаметр отверстия измеряется любой, но при этом расстояние до вершин зубьев и до окружности впадин, измеряется от выбранной поверхности.

Очевидно, что

$$d_a = d_{\text{отв}} + 2H^r \quad (10)$$

$$d_f = d_{\text{отв}} + 2H^H \quad (11)$$

Высота делительной головки зуба определяется, как разность радиусов вершин зубьев и делительной окружности

$$h_a = \frac{d_a - d}{2} = m(h_a^* + x - \Delta y) \quad (12)$$

Высота делительной ножки зуба

$$h_f = \frac{d - d_f}{2} = m(h_a^* + c^* - x) \quad (13)$$

## 2.6. Лабораторная работа №6 (2 часа).

**Тема:** «Определение динамических характеристик механизма»

**2.6.1 Цель работы:** научиться определять основные динамические параметры шарнирно-рычажных механизмов

### 2.6.2 Задачи работы:

1. Методом замещающих масс распределить массы звеньев по точкам механизма, скорости которых известны.
2. В каждом положении механизма определить сумму проекций скоростей на вектор силы.
3. Рассчитать динамические параметры механизма по программе tmm-L4.

### 2.6.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. ПК- Intel Celeron, программа tmm-L4



### 2.6.4 Описание (ход) работы:

Для определения кинетической энергии звеньев механизма используется метод замещающих точек. При этом методе масса звена, совершающего сложное движение, с целью удобства вычисления размещается в двух точках, для которых известны в любом положении механизма скорости и ускорения. Масса звена, совершающего вращательное движение, размещается в двух, а иногда в трех точках. При поступательном движении звена масса сосредотачивается в одной точке, где скорость и ускорение определены при кинематическом анализе механизма.

Рассмотрим размещение масс на примере качающегося конвейера (рис.1), для которого известны массы звеньев –  $m_2, m_3, m_4$  и  $m_5$ .

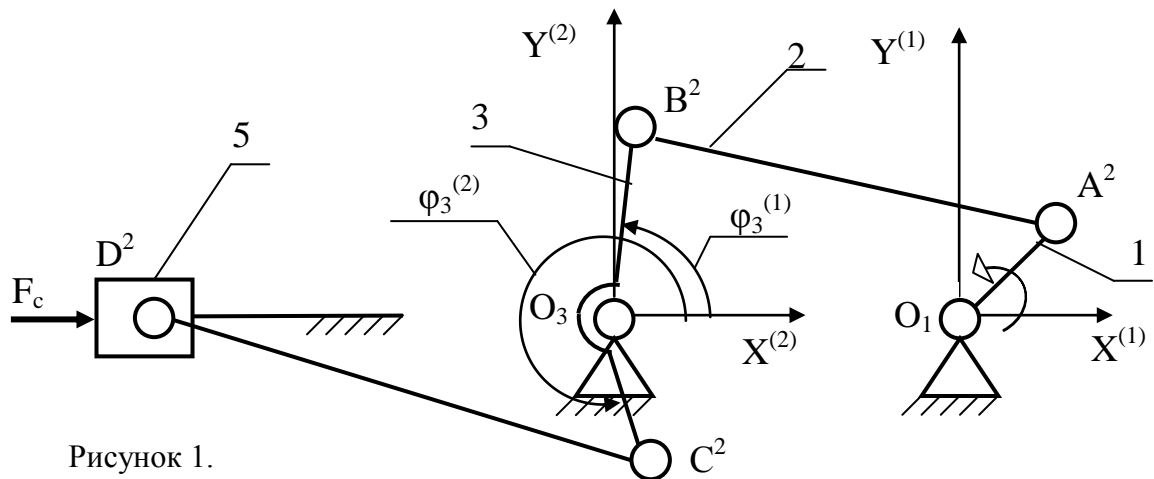


Рисунок 1.

Известно также расположение центра масс 2-го звена ( $S_2$ ), а массы остальных звеньев размещены равномерно по их длине.

Размещение масс производится в следующем порядке:

1) Размещение масс по точкам звеньев

Первое звено. Масса первого звена не задана, следовательно, ею можно пренебречь.

Второе звено. Масса шатуна 2 размещается в точки A и B.

$$m_{2A} = m_2 \frac{BS_2}{AB} = m_2 \left( 1 - \frac{AS_2}{AB} \right)$$

$$m_{2B} = m_2 \frac{BS_2}{AB}$$

Третье звено. Масса коромысла 3 размещается в точках B,  $O_3$  и C. Вначале определяем массу каждого плеча коромысла с учетом равномерности распределения массы по длине звена.

$$m_{BO_3} = m_3 \frac{BO_3}{BO_3 + CO_3}$$

$$m_{CO_3} = m_3 \frac{CO_3}{BO_3 + CO_3}$$

Затем массу плеча  $BO_3$  распределяем по точкам B и  $O_3$ , а плеча  $CO_3$  по точкам C и  $O_3$ .

$$m_{3B} = 0,5m_{BO}$$

$$m_{3O} = 0,5m_{BO} + m_{CO}$$

$$m_{3C} = 0,5m_{CO}$$

Четвертое звено. Массу шатуна 4 размещаем в точках С и D.

$$m_{4C} = 0,5m_4$$

$$m_{4D} = 0,5m_4$$

Пятое звено. Массу ползуна 5 полагаем размещенной в точке D, так как это звено движется поступательно и скорости и ускорения всех его точек равны между собой.

$$m_{5D} = m_5$$

2) Размещение масс по точкам механизма.

$$m_A = m_{2A}$$

$$m_B = m_{2B} + m_{3B}$$

$$m_C = m_{3C} + m_{4C}$$

$$m_D = m_{4D} + m_5$$

По методу Н.И. Мерцалова момент инерции маховика определяют по разности максимальной и минимальной кинетической энергии маховика [1, 2]

$$J_M = \frac{E_{M \max} - E_{M \min}}{\delta \omega_{M^2}} \quad (1.1),$$

где  $\omega_M$  – средняя угловая скорость звена, на котором установлен маховик (как правило, маховик устанавливают на ведущем или самом быстроходном звене в целях уменьшения его размеров).

Кинетическая энергия маховика определяется из баланса энергий по формуле

$$E_M = E - E_{\Pi} \quad (1.2),$$

где:  $E$  – кинетическая энергия всего механизма;

$E_{\Pi}$  – кинетическая энергия механизма без маховика.

Можно определить приращение кинетической энергии всего механизма через работу всех внешних сил, приложенных к звеньям механизма

$$\Delta E = A_D - A_C \quad (1.3),$$

где:  $A_D$  – работа движущих сил;

$A_C$  – работа сил сопротивления.

Работу внешних сил, приложенных к звеньям механизма, обычно определяют как работу приведенного момента сил на звене приведения, который определяется из условия равенства его мгновенной мощности сумме мощностей всех приложенных сил. Для каждого положения механизма приведенный момент определяется по формуле

$$M_{\Pi} = \frac{1}{\omega_{\Pi}} \sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \alpha_i = \frac{1}{\omega_{\Pi}} \sum_{i=1}^n F_i n p_{Fi} V_i \quad (1.4),$$

где:  $M_{\Pi}$  – приведенный к звену приведения момент от внешних сил;  
 $n$  – номер звена приведения;

$\omega_{\Pi}$  – угловая скорость звена приведения;

$F_i$  – внешние силы, приложенные к каким-либо звеньям механизма;

$V_i$  – скорости точек приложения сил  $F_i$ ;

$\alpha_i$  – угол между вектором силы и вектором скорости точки, к которой приложена эта сила;

$n p_{Fi} V_i$  – проекция скорости  $V_i$  на направление силы  $F_i$ ;

Для сокращения объема вычислений пренебрегаем силам тяжести, когда это обосновано их малостью по сравнению с технологическими силами, а в первом приближении и силами трения в кинематических парах механизма.

В связи с тем, что в заданиях на курсовой проект все заданные силы полезного сопротивления постоянны, формулу (1.4) можно преобразовать к виду

$$M_{\text{пс}} = \frac{F_c}{\omega_{\text{п}}} \sum_{i=1}^n n p_{Fi} V_i \quad (1.5),$$

Работа сил полезного сопротивления, приложенных к звеньям механизма, определяется как работа приведенного к ведущему звену момента сил полезного сопротивления  $M_{\text{пс}}$  следующим образом

$$A_c = \int_0^{k\pi} M_{\text{пс}} d\varphi \quad (1.6),$$

предполагая, что цикл работы машины при установившемся движении совершается за  $k$  тактов машины.

Вычисление определенного интеграла (1.6) обычно производится численными методами. При использовании метода трапеций значение работы сил сопротивления в  $j$ -м положении машины определяется зависимостью

$$A_{cj} = A_c \left[ \frac{j-1}{n} \right] + M_{cj} \left[ \frac{j-1}{n} \right] + M_{cj} \frac{\pi}{n} \quad (1.7),$$

где  $n$  – число равных частей, на которое разбит отрезок интегрирования за один оборот ведущего звена.

Для возможности определения  $M_{cj}$  необходимо, чтобы кинематическое исследование было проведено также для  $n$  равноотстоящих положений ведущего звена механизма.

Зависимость приведенного момента движущих сил  $M_d$  от положения звена приведения определяется

$$M_d = \text{const} \quad (1.8),$$

Примем за начальное положение цикла движения машины 12-е положение механизма, тогда работа движущих сил за один оборот ведущего звена будет равна

$$A_d = M_d 2\pi \quad (1.9),$$

Учитывая, что за цикл установившегося движения машины работа движущих сил и работа сил сопротивления равны, можно определить момент движущих сил.

$$M_d = \frac{A_d}{2\pi} \quad (1.10),$$

где:  $A_d$  – работа сил сопротивления за цикл движения машины.

Особенностью сил сопротивления в заданиях на курсовой проект является их постоянная величина при движении точки приложения силы против направления этой силы.

Если же направление движения точки приложения силы совпадает с ее направлением, то значение силы сопротивления равно нулю (холостой ход). Таким образом

$$\begin{aligned} n p_{Fi} V_i < 0, & \quad F_{ci} = \text{const} \\ n p_{Fi} V_i > 0, & \quad F_{ci} = 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

В связи с тем, что проекции скоростей на вектор силы все равно нужно вносить в исходные данные в каждом положении, а величину силы сопротивления можно внести один раз, то для неизменности результата с учетом холостого хода условие (1.11) преобразуется следующим образом

$$\begin{aligned} n p_{Fi} V_i < 0, & \quad F_{ci} = \text{const} \\ \text{при } n p_{Fi} V_i > 0, & \quad F_{ci} = \text{const}, \text{ а } n p_{Fi} V_i = 0 \end{aligned} \quad (1.12),$$

Т.е. при холостом ходе вместо равенства нулю силы берутся равные нулю положительные проекции скорости на вектор силы. Такая условность, не изменяя результата вычислений, упрощает программу и уменьшает время внесения исходных данных. Кинетическая энергия механизма без маховика определяется выражением

$$E_{\Pi} = 0,5 (m_A V_A^2 + m_B V_B^2 + m_C V_C^2 + m_D V_D^2) \quad (1.13),$$

где:  $V_A, V_B, V_C, V_D$  – скорости соответственно точек А, В, С, D.

Если замещающих точек в исследуемом механизме меньше, чем предусмотрено формулой (1.13), то в отсутствующих точках масса и скорость полагаются равными нулю.

С учетом того, что скорость точки А, при постоянной угловой скорости ведущего звена, является постоянной, кинетическая энергия массы в точке А также будет величиной постоянной. Тогда приращение кинетической энергии механизма без маховика будет иметь вид

$$\Delta E_{\Pi} = E_{\Pi} - 0,5 m_A V_A^2 = 0,5 (m_B V_B^2 + m_C V_C^2 + m_D V_D^2) \quad (1.14),$$

Используя выражение (1.2), можно найти приращение кинетической энергии маховика через приращения полной энергии механизма (1.3) и приращения энергии механизма без маховика (1.14).

$$\Delta E_M = \Delta E - \Delta E_{\Pi}$$

## 2.7. Лабораторная работа №7 (2 часа).

**Тема:** «Динамическое уравнивание ротора»

**2.7.1 Цель работы:** научить студента производить уравнивание роторов одним из методов при известном расположении избыточных масс. Правильность решения определяется в статическом и динамическом режиме на специальном станке.

### 2.7.2 Задачи работы:

1. Записать исходные данные (масса избыточных грузов, радиус и угол их установки)
2. Графическим методом, используя векторные диаграммы, определить уравнивающие дисбалансы и уравнивающие моменты дисбалансов в плоскостях коррекции.
3. Установить найденные уравнивающие грузы в плоскостях коррекции и проверить в статическом и динамическом режиме уравнишенность ротора.

### 2.7.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Установка для уравнивания вращающихся масс ТММ35А

### 2.7.4 Описание (ход) работы:

Ротором в механике принято называть любое вращающееся тело. Из теоретической механики известно, что давление вращающегося тела на его опоры в общем случае складывается из двух составляющих: статической, вызванной действием постоянных сил (сила тяжести тела и др.) и динамической, обусловленной ускоренным движением материальных частиц, из которых состоит ротор.

Для полного уравнивания динамической составляющей необходимо выполнение двух условий.

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{z}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}_i = \mathbf{0} \quad (2)$$

где  $\mathbf{m}_i$  - масса  $i$ -ой точки;  $\bar{\mathbf{r}}_i$  - радиус-вектор расстояния  $i$ -ой точки до оси вращения;  $\mathbf{z}_i$  - координата  $i$ -ой точки по оси OZ от начала координат произвольно выбранной на оси вращения ротора.

Или, другими словами, для полного уравнивания необходимо совпадение оси вращения ротора с одной из главных центральных осей инерции.

При выполнении только первого условия будет статическое уравнивание, при выполнении только второго условия будет моментное уравнивание.

Статическую неуравновешенность можно обнаружить в статическом режиме, а моментную и динамическую неуравновешенность можно обнаружить только при вращении ротора, т.е. в динамическом режиме. Для этого используют специальные балансировочные станки.

## 2. Описание установки

Схема установки представлена на рисунке 1, а сама установка на рисунке 2. На валу ротора расположены 5 дисков, которые можно повернуть относительно вала на любой угол, отпустив предварительно крепежные винты и используя градусную шкалу на ступице диска. На крайних дисках крепятся уравнивающие грузы (две плоскости исправления), а на средних - избыточные массы. Шарикоподшипник правого конца вала установлен в корпус, который центрирован пружинами и может перемещаться в горизонтальной плоскости.

Разгон ротора осуществляется электродвигателем, закрепленным на рычаге. При нажатии рычага вниз, последний поднимает двигатель вверх и прижимает обрезиненный ролик вала к колесу, закрепленному на валу ротора. Одновременно рычаг освобождает кнопочный выключатель и включает двигатель в работу.

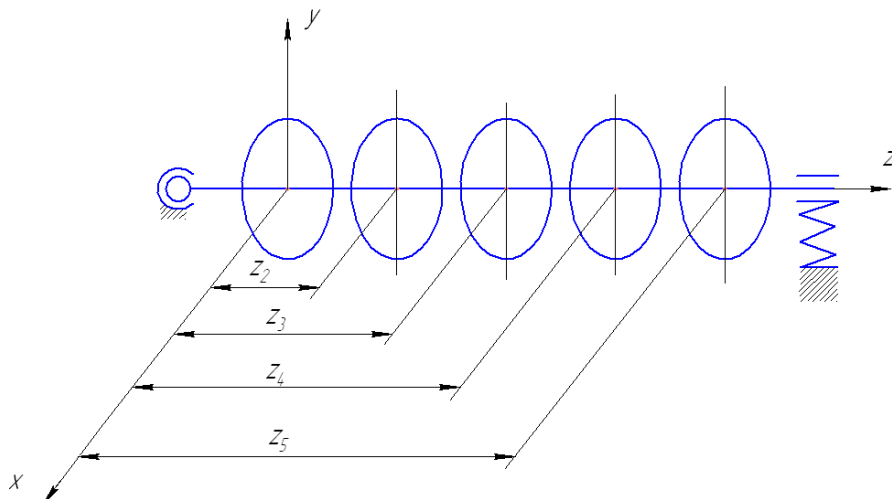


Рисунок 7.1

## 3. Порядок выполнения работы

- в прорези дисков 2,3,4 (рис.1) установить и закрепить не уравновешенные массы  $\mathbf{m}_2$ ,  $\mathbf{m}_3$ ,  $\mathbf{m}_4$  (массы  $\mathbf{m}_i$ , угол поворота  $\alpha_i$ , и радиус-вектор  $\bar{\mathbf{r}}_i$  задаются преподавателем).

-сделать необходимые расчеты и заполнить таблицу.

Исходные и вычисленные при уравнивании ротора параметры.

Диски	$m_i$ (г)	$r_i$ (см)	$\alpha$ (град)	$z_i$ (см)	$m_i r_i$ (г·см)	$m_i z_i r_i$ (г·см <sup>2</sup> )
1				0		0
2						
3						
4						
5						

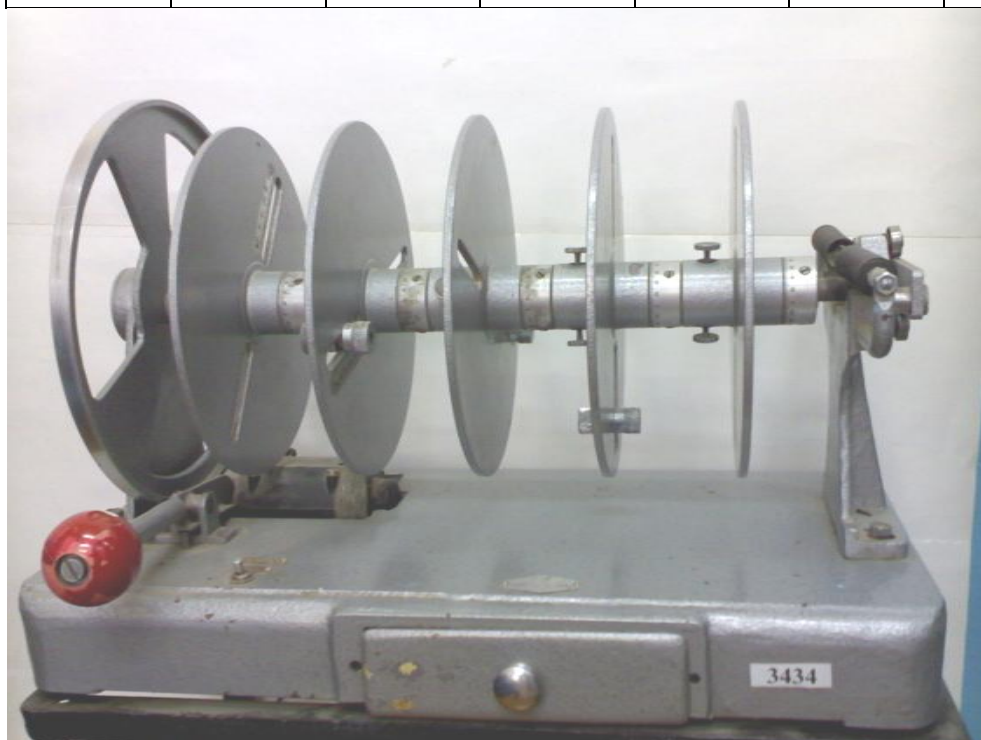


Рисунок 7.2. Установка для динамического уравнивания ротора.

-построить векторный многоугольник по уравнению (2) и определить модуль замы-  
кающего вектора  $m_5 \bar{r}_5 z_5$  (уравнивающий момент дисбаланса) и угол его поворота  $\alpha_5$ .

-построить векторный многоугольник по уравнению (1) с учетом дисбаланса  $m_5 \bar{r}_5$  и  
определить модуль замыкающего вектора  $m_1 \bar{r}_1$  и угол его поворота  $\alpha_1$ . Так как плоскость  
исправления 1-1 проходит через начало системы координат, введение дисбаланса  $m_1 \bar{r}_1$  не  
приведет к нарушению уравнения (2).

-противовесы массой  $m_1$  и  $m_5$  установить на дисках 1 и 5 на расстояние  $r_1$  и  $r_5$  от оси  
вращения ротора и повернуть диски 1 и 5 на углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_5$ . Массы и расстояния могут быть  
любыми, но их произведения должны соответствовать модулям векторов, полученных при  
графическом решении уравнений (1) и (2).

-проверить статическую уравновешенность ротора. Ротор, при повороте на любой угол, должен занимать безразличное положение.

-проверить динамическую уравновешенность ротора, для чего разогнать ротор. Подпружиненная правая опора не должна совершать колебаний.

Если в ходе эксперимента будут обнаружены статическая или динамическая неуравновешенность, эксперимент немедленно приостановить и проверить расчеты. Вращение неуравновешенного ротора может привести к разрушению установки.

Отчет по лабораторной работе должен включать схему установки с расположением масс и плоскостями исправления, графическое решение задачи полного уравновешивания ротора с используемыми масштабными коэффициентами

( $\mu_D =$  [г·см/мм] - для дисбалансов и  $\mu_M =$  [г·см<sup>2</sup>/мм] - для момента дисбалансов) и таблицу с исходными и вычисленными результатами.