

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Методические рекомендации для  
самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

**Б1.В.14 Сопротивление материалов**

**Направление подготовки 35.03.06 Агроинженерия**

**Профиль образовательной программы Технический сервис в АПК**

**Форма обучения заочная**

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Организация самостоятельной работы.....</b>	<b>3</b>
1.1 Организационно-методические данные дисциплины.....	3
<b>2. Методические рекомендации по выполнению индивидуальных до- машних заданий .....</b>	<b>5</b>
2.1 Темы индивидуальных домашних заданий.....	5
2.2 Содержание индивидуальных домашних заданий .....	3
2.3 Порядок выполнения заданий.....	15
2.4 Пример выполнения задания.....	17
<b>3. Методические рекомендации по самостоятельному изучению вопро- сов.....</b>	<b>37</b>

# 1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

## 1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п .	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы				
		подготов- ка курсо- вого про- екта (ра- боты)	подготовка рефера- та/эссе	индивидуаль- ные домашние задания (ИДЗ)	самостоятель- ное изучение вопросов (СИВ)	подготов- ка к заня- тиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	
1	<b>Тема 1</b> Введение. Основные понятия и определения.					
2	<b>Тема 2</b> Подбор сечений. Условия прочности.				4	
3	<b>Тема 3</b> Основные механические характеристики материала.				4	
4	<b>Тема 4</b> Постоянные упругие материала (модуль упругости)				2	
5	<b>Тема 5</b> Анализ напряженного состояния.				4	
6	<b>Тема 6</b> Анализ деформированного состояния.				4	
7	<b>Тема 7</b> Теории прочности				4	
8	<b>Тема 8</b> Геометрические характеристики плоских сечений				2	
9	<b>Тема 9</b> Кручение. Условие прочности. Подбор сечений			20	2	
10	<b>Тема 10</b> Постоянные упру-					

	гие материала (модуль сдвига)					
11	<b>Тема 11</b> Прямой изгиб. Условие прочности. Подбор сечений			20	2	
12	<b>Тема 12</b> Метод начальных параметров				4	
13	<b>Тема 13</b> Энергетические методы определения перемещений.				2	
14	<b>Тема 14</b> Статически неопределенные системы при растяжении и сжатии				4	
15	<b>Тема 15</b> Статически неопределенные системы при изгибе				4	
16	<b>Тема 16</b> Косой изгиб			20	2	
17	<b>Тема 17</b> Совместное действие изгиба и осевого растяжения (сжатия)					
18	<b>Тема 18</b> Внекентренное растяжение (сжатие)				4	
19	<b>Тема 19</b> Совместное действие изгиба и кручения				2	
20	<b>Тема 20</b> Продольный изгиб			20	4	
21	<b>Тема 21</b> Напряжения при ударе, равноускоренном движении, во вращающемся кольце.				2	
22	<b>Тема 22</b> Напряжения при колебаниях.				2	

23	Тема 23 Повторно- переменные нагрузки.				2	
----	---	--	--	--	---	--

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ (контрольная работа)

### 2.1 Темы индивидуальных домашних заданий

Тема №1. **Кручение. Подбор сечений**

Тема №2. **Прямой изгиб. Подбор сечений**

Тема №3. **Косой изгиб. Подбор сечений**

Тема №4. **Устойчивость (продольный изгиб). Подбор сечений**

### 2.2 Содержание индивидуальных домашних заданий

#### 1. Кручение. Подбор сечений

Для стального круглого вала *AB* (рис.1.) требуется:

- 1) определить величины скручающих моментов, приложенных к шкивам, принимая за ведущий шкив I;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) при заданном значении  $[\tau]$  определить диаметр вала из расчета на прочность для круглого вала диаметром  $d$  и кольцевого сечения, с отношением внутреннего диаметра к наружному:

$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,7$$

- 4) определить, на сколько процентов полый вал легче сплошного;
- 5) построить эпюру углов закручивания, производя отсчет величин углов от ведущего шкива; (для сплошного вала)
- 6) найти наибольший относительный угол закручивания.

Данные взять из таблицы 1

Таблица 1

№ строки	Схема рис.2	Расстояние, м				Мощность, кВт			$n$ , об\мин	[ $\tau$ ], МПа
		$a$	$b$	$c$	$e$	$P_2$	$P_3$	$P_4$		
1	I	0,7	0,4	0,5	0,7	40	40	10	100	35
2	II	0,6	0,3	0,2	0,9	50	60	20	200	40
3	III	0,4	0,4	0,5	0,7	30	40	30	300	45
4	IV	0,4	0,5	0,7	0,4	40	50	40	400	50
5	V	0,5	0,6	0,3	0,6	50	30	50	500	55
6	VI	0,8	0,7	0,2	0,3	30	20	60	600	60
7	VII	0,6	0,8	0,5	0,5	20	80	70	700	65
8	VIII	0,7	0,9	0,4	0,2	60	70	80	800	70
9	IX	0,3	1,0	0,5	0,4	70	40	90	900	75
0	X	1	2	1	2	80	70	100	1000	80
	$e$	$\sigma$	$\varrho$	$\delta$	$\sigma$	$\sigma$	$\varrho$	$\delta$	$e$	$\sigma$

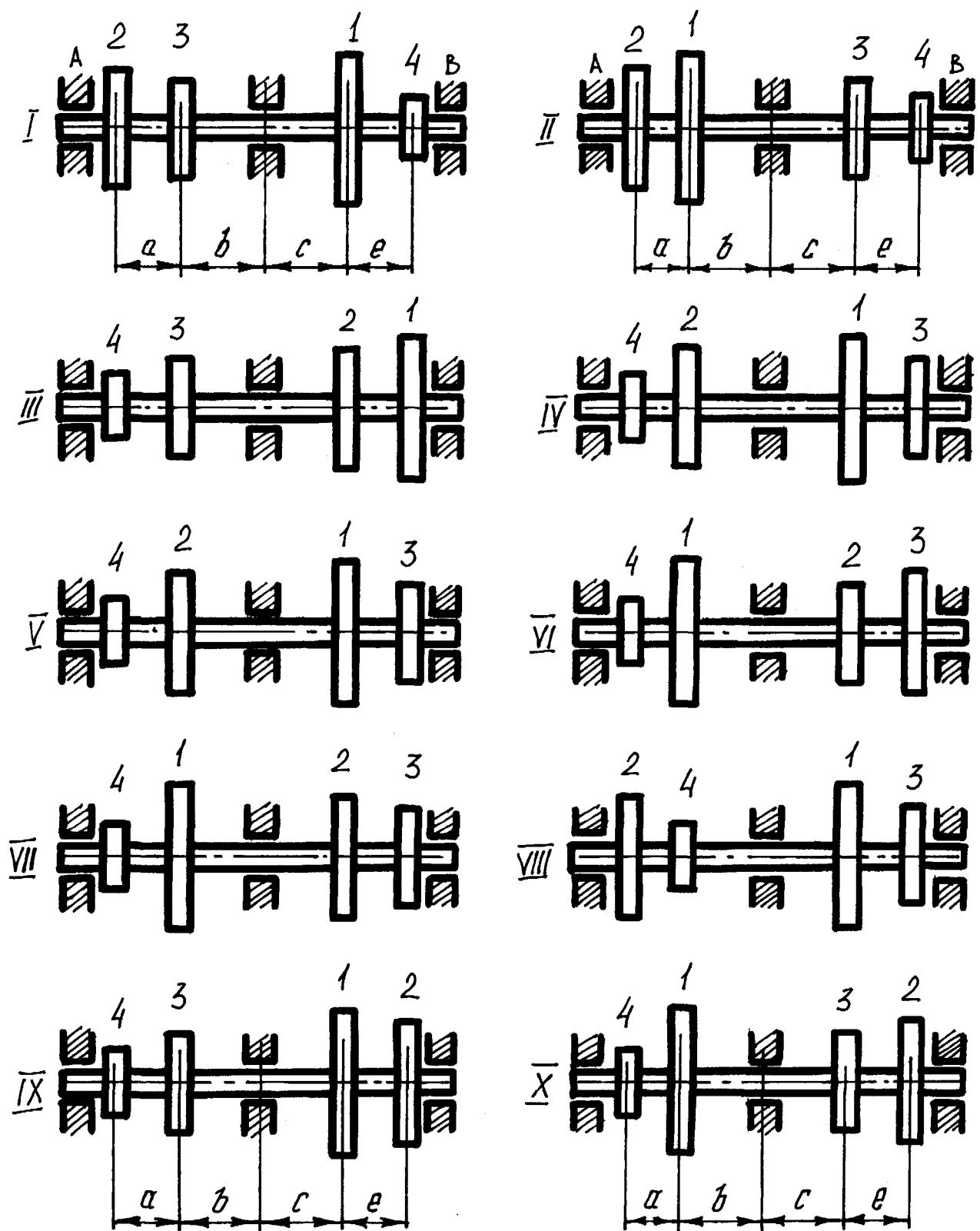


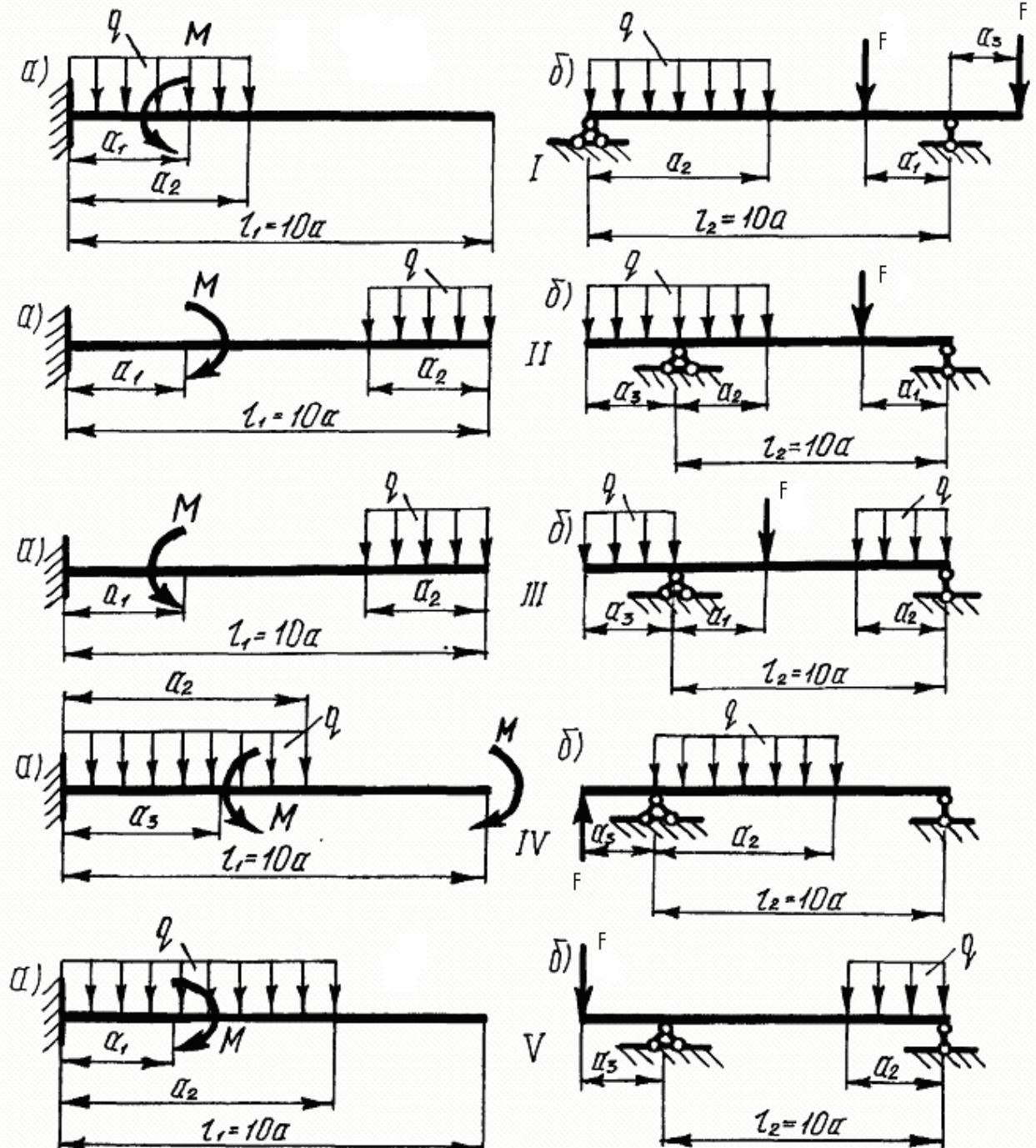
Рис. 1

## 2. Прямой изгиб. Подбор сечений

Для заданных двух схем балок (рис.2.) требуется написать выражения  $Q_y$  и  $M_x$  для каждого участка в общем виде, построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ , найти  $M_{max}$  и подобрать: а) для схемы (а) деревянную балку круглого поперечного сечения при  $[\sigma] = 8$  МПа; б) для схемы (б) стальную балку двутаврового поперечного сечения при  $[\sigma] = 160$  МПа. Кроме того, следует определить прогиб свободного конца балки, изображенной на схеме (а). Данные взять из таблицы 2.

Таблица 2

№ стро- ки	Схема рис.4	$\ell_1$	$\ell_2$	Расстояние в до- лях пролета			$M$ , кН·м	Сосредото- ченная си- ла $F$ , кН	$q$ , кН\м
		м		$\frac{a_1}{a}$		$\frac{a_2}{a}$			
1	I	1,1	6	1	9	1	10	10	10
2	II	1,2	7	2	8	2	20	20	20
3	III	1,3	3	3	7	3	3	3	3
4	IV	1,4	4	4	6	4	4	4	4
5	V	1,5	5	5	5	5	5	5	5
6	VI	1,6	6	6	6	1	6	6	6
7	VII	1,7	7	7	7	2	7	7	7
8	VIII	1,8	8	8	8	3	8	8	8
9	IX	1,9	9	9	9	4	9	9	9
0	X	2,0	10	10	10	5	10	10	10
	$e$	$\partial$	$e$	$\varepsilon$	$e$	$\varepsilon$	$\varepsilon$	$\partial$	$e$



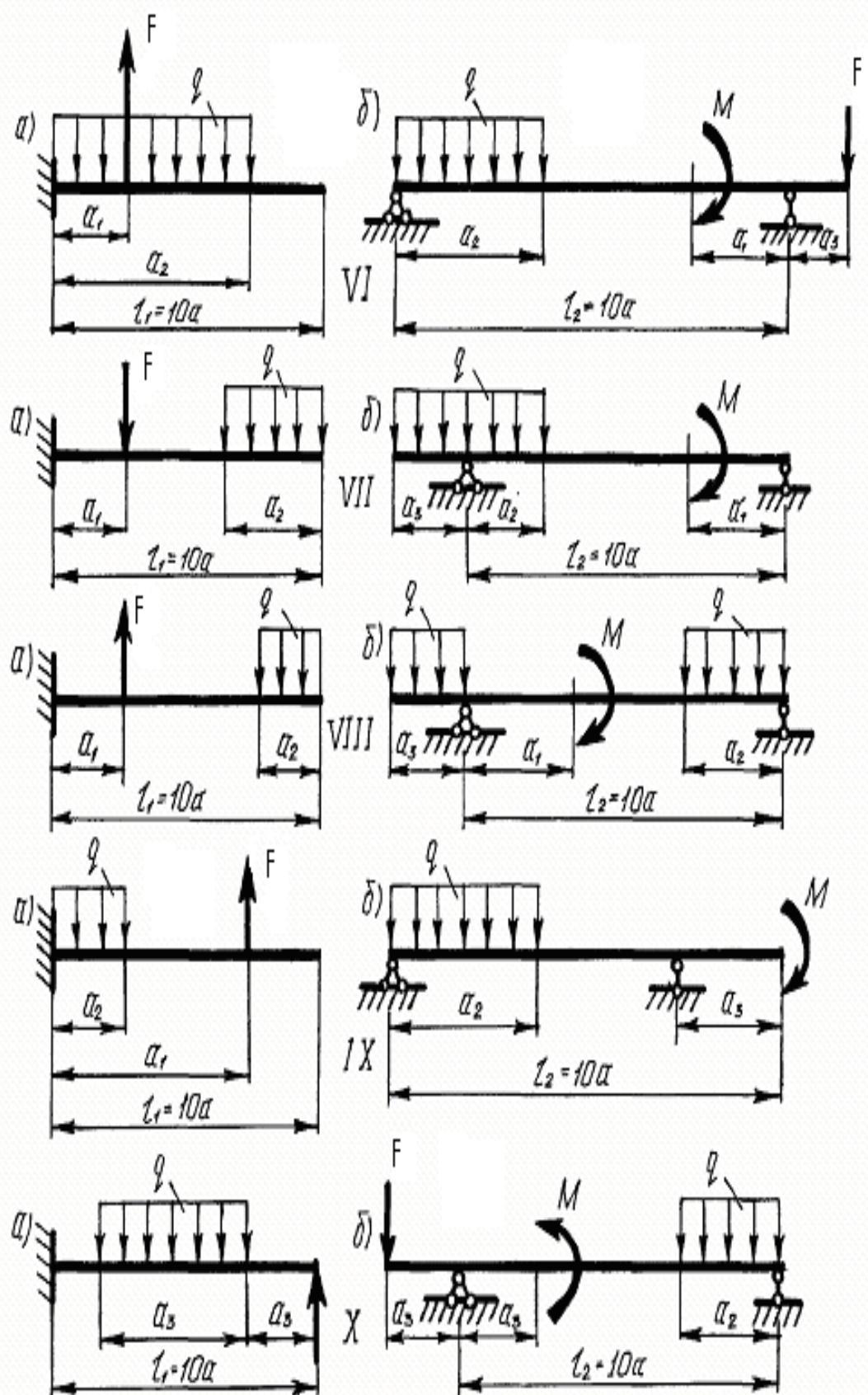


Рис. 2

### 3. Косой изгиб. Подбор сечений

Деревянная балка (рис. 3) прямоугольного поперечного сечения нагружена вертикальной силой  $F$  в точке  $A$  и горизонтальной силой  $F$  в точке  $B$  (обе точки расположены на оси балки). На опорах балки могут возникнуть как вертикальные реакции, так и горизонтальные реакции, направленные перпендикулярно плоскости чертежа. Требуется:

- 1) построить эпюры  $M_{\text{верт}}$  и  $M_{\text{гор}}$  и установить положение опасного сечения;
- 2) подобрать размеры поперечного сечения  $h$  и  $b$  при допускаемом напряжении  $[\sigma] = 8 \text{ МПа}$ ;
- 3) определить положение нейтральной линии в опасном сечении балки и построить для этого сечения эпюру нормальных напряжений в аксонометрии. Данные взять из таблицы 3.

Таблица 3.

Номер строки	Схема по рис.5	$F, \text{ кН}$	$\ell, \text{ м}$	$h \setminus b$
1	I	1	1,1	1,1
2	II	2	1,2	1,2
3	III	3	1,3	1,3
4	IV	4	1,4	1,4
5	V	5	1,5	1,5
6	VI	6	1,6	1,6
7	VII	7	1,7	1,7
8	VIII	8	1,8	1,8
9	IX	9	1,9	1,9
0	X	10	2,0	2,0

	$e$	$e$	$\partial$	$e$
--	-----	-----	------------	-----

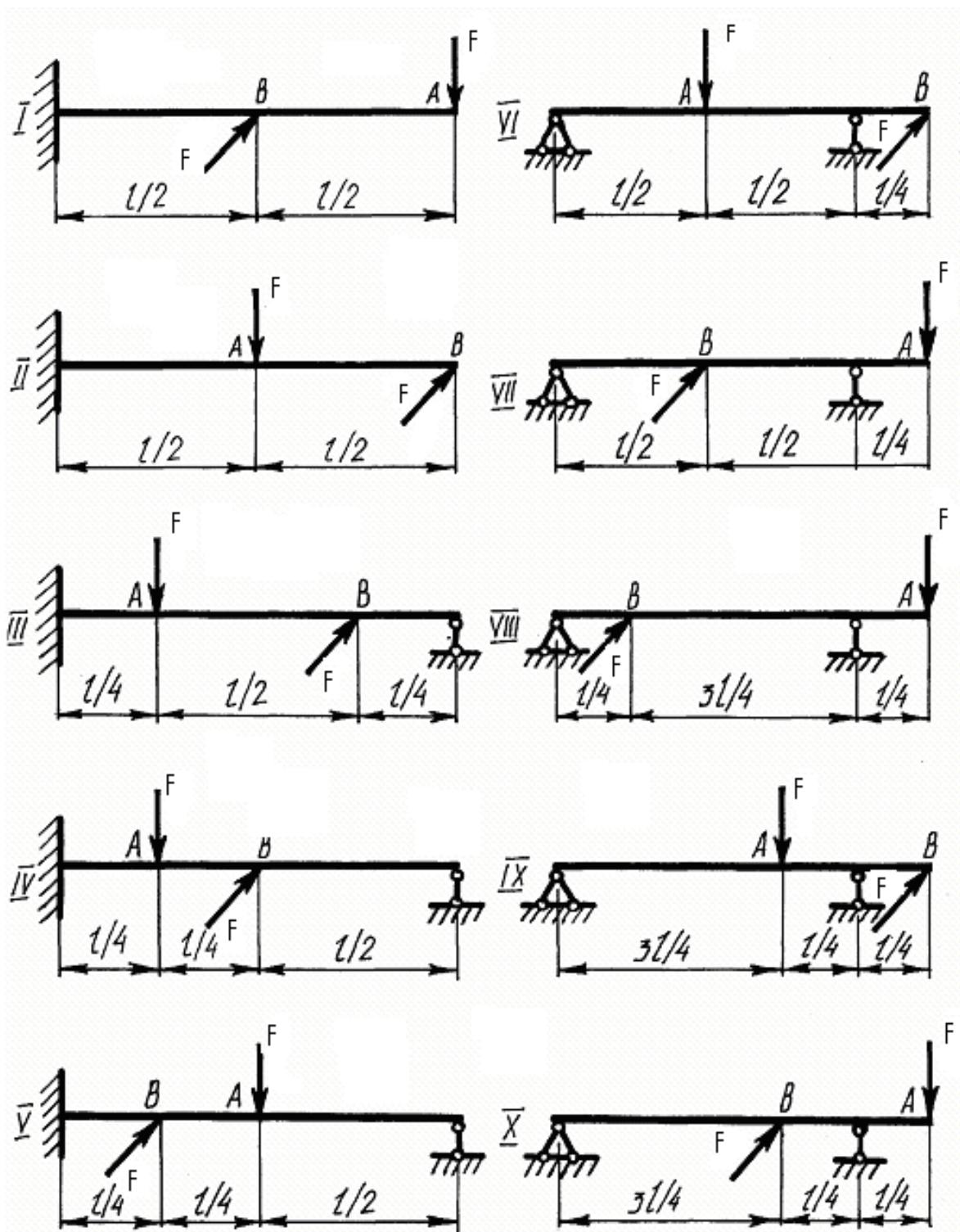


Рис. 3

#### 4. Устойчивость (продольный изгиб). Подбор сечений

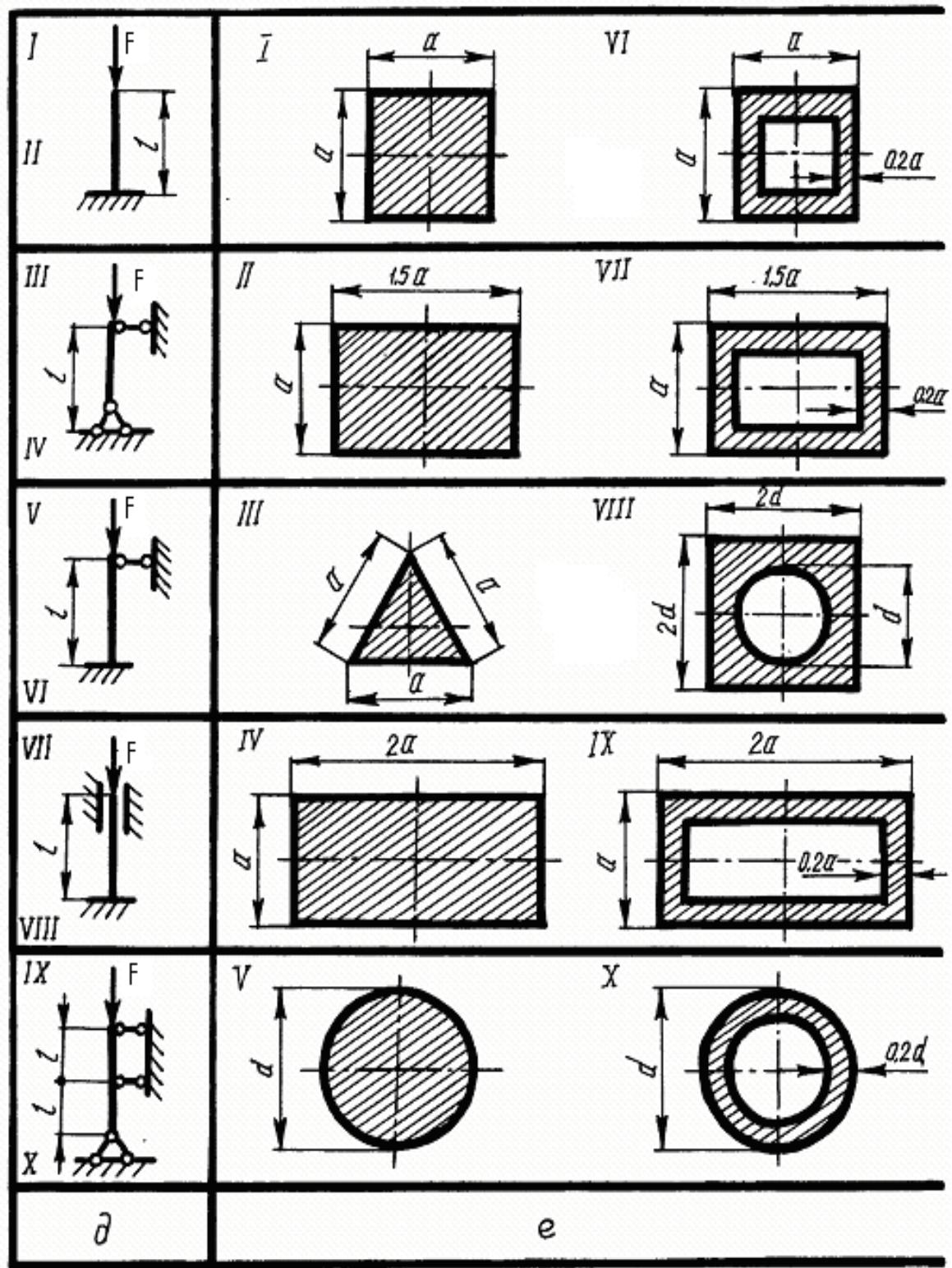
Стальной стержень длиной  $\ell$  сжимается силой  $F$ . Требуется:

- 1) найти размеры поперечного сечения при допускаемом напряжении на простое сжатие  $[\sigma] = 160$  МПа (расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом  $\varphi_1 = 0,5$ );
- 2) найти критическую силу и коэффициент запаса устойчивости.

Данные взять из таблицы 4

Таблица 4

№ стро- ки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
$F$ , кН	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	$\varepsilon$
$\ell$ , м	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	$\delta$



## 2.3 Порядок выполнения заданий

Указания о порядке выполнения контрольных работ

Студент – заочник выполняет одну контрольную работу. В контрольную работу входят задачи 2, 4 $a$ , 4 $b$ , 5, 7. При выполнении этой работы студент обязан взять из таблицы, прилагаемой к условию задачи, данные в соответствии со своим личным номером (шифром) и четырьмя буквами русского алфавита, которые следует расположить под последними цифрами шифра, например:

### Шифр 3 0 5 2

Буквы *в г д е*

Из таблицы берутся данные, находящиеся на пересечении вертикальных столбцов, обозначенных буквами, и горизонтальных строк, обозначенных цифрами, стоящими над соответствующими буквами. Для нашего примера это будут данные, находящиеся на пересечении вертикального столбца «*в*» и горизонтальной строки 3, вертикального столбца «*г*» и горизонтальной строки 0, вертикального столбца «*д*» и горизонтальной строки 5, вертикального столбца «*е*» и горизонтальной строки 2. Например, для задачи № 1 этому согласно таблице 1 соответствуют следующие данные:  $F=13 \text{ см}^2$ ,  $a=3 \text{ м}$ ,  $d=2,5 \text{ м}$ ,  $c=1,2 \text{ м}$ , схема 2.

Работы, выполненные с нарушением этих указаний, возвращаются студенту без рассмотрения. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради с полями в 5 см (для замечаний рецензента), чернилами (кроме красных и зеленых), четким почерком. Чертежи выполняются карандашом или шариковой ручкой.

Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз в масштабе и указать на нем в числах все величины, необходимые для расчета.

Во все расчетные формулы следует подставлять значения всех величин в системе СИ, т.е. в Н, мм, МПа и их комбинациях (Н·мм, мм<sup>2</sup> и т.д.). Все вычисления производятся с точностью до трех значащих цифр (например, 0,00354 или 2,89 и т.д.). Само решение должно сопровождаться краткими последовательными и грамотными пояснениями.

## **2.4 Пример выполнения задания**

## Задача № 2

Стальной вал совершают  $n = 300 \text{ об/мин}$ .

Со второго шкива снимается мощность  $N_2 = 80 \text{ кВт}$ ,

с третьего -  $N_3 = 50 \text{ кВт}$ , с четвертого -  $N_4 = 100 \text{ кВт}$ ;

допускаемое касательное напряжение для материала вала  $[\tau] = 80 \text{ МПа}$ .

Определить диаметр вала, если

а) вал сплошной -  $d_1$

б) вал полый -  $d$  и  $D$ , если  $\frac{d}{D} = \alpha = 0,7$

Сравнить вес валов  $Q_{спл.}$  и  $Q_{пол.}$

1. Определим мощность на первом шкиве:

$$N_1 = N_2 + N_3 + N_4 = 80 + 50 + 100 = 230 \text{ кВт}$$

2. Определим крутящие моменты на шкивах:

$$M_{K1} = 9550 \cdot \frac{N_1}{n} = 9550 \cdot \frac{230}{300} = 7322 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{K2} = 9550 \cdot \frac{N_2}{n} = 9550 \cdot \frac{80}{300} = 2547 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{K3} = 9550 \cdot \frac{N_3}{n} = 9550 \cdot \frac{50}{300} = 1592 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{K4} = 9550 \cdot \frac{N_4}{n} = 9550 \cdot \frac{100}{300} = 3183 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

3. Построим эпюру крутящих моментов:

$$M_{z1} = 0;$$

$$M_{z2} = -(-M_{K4}) = M_{K4} = 3183 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{z3} = -(-M_{K4} - M_{K3}) = M_{K4} + M_{K3} = 3183 + 1592 = 4775 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{z4} = -(-M_{K4} - M_{K3} - M_{K2}) = M_{K4} + M_{K3} + M_{K2} = 4775 + 2547 = 7322 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{z5} = 0.$$

4. Определим диаметры валов из условия прочности при кручении

$$|M_{z_{max}}| = 7322 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

а) Сплошной вал

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{Z_{max}}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 7322 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80}} = 77,5 \text{ mm}$$

Принимаем  $d_1 = 80 \text{ mm}$

б) Полый вал

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{Z_{max}}}{\pi[\tau] \cdot (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 7322 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot (1 - 0,7^4)}} = 84,98 \text{ mm}$$

Принимаем  $D = 85 \text{ mm}$

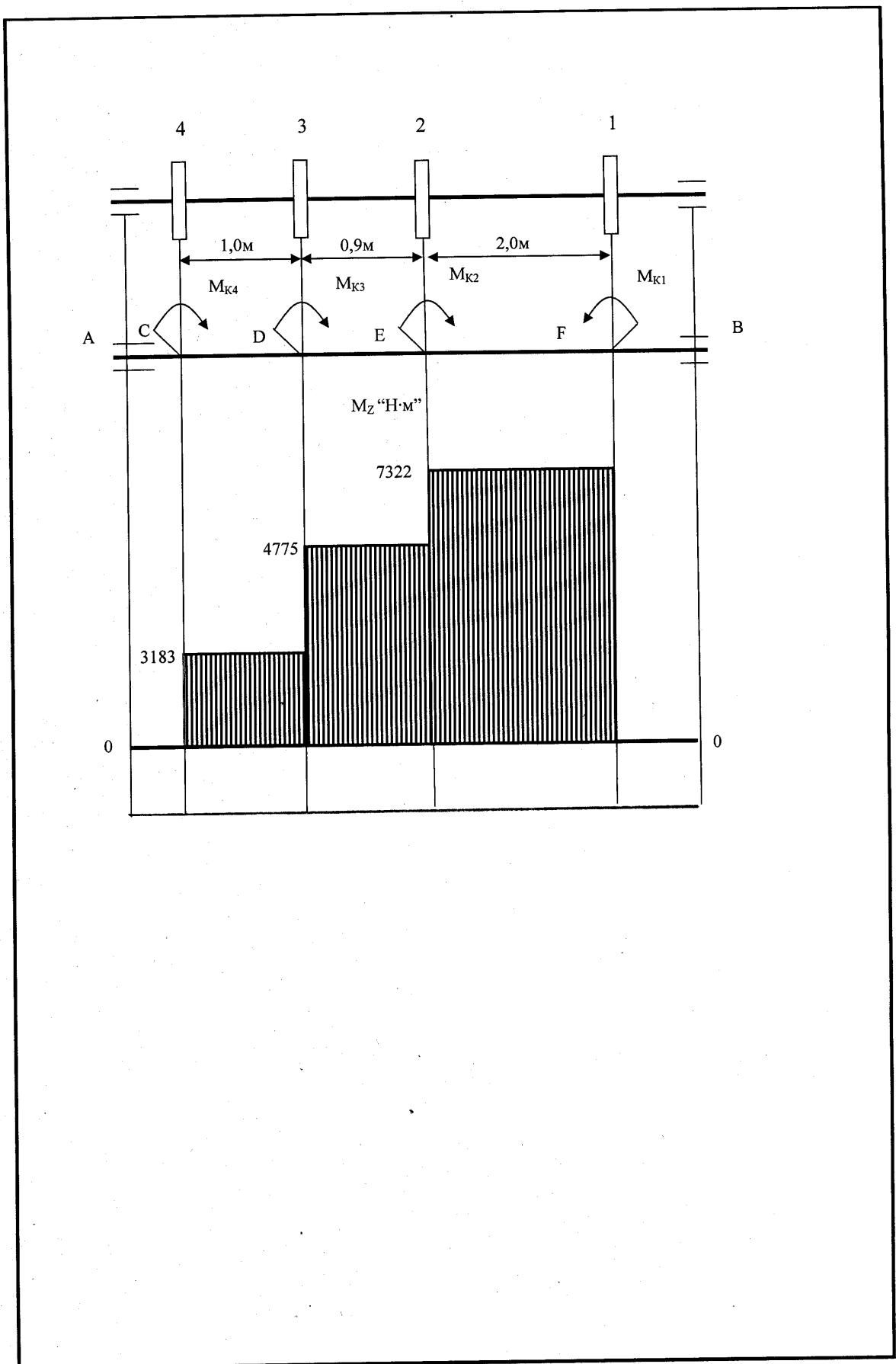
$$d = \alpha \cdot D = 0,7 \cdot 85 = 59,5 \text{ mm}$$

Принимаем  $d = 55 \text{ mm}$

Сравним вес валов  $Q_{cнл.}$  и  $Q_{нол.}$

$$\frac{Q_{cнл.}}{Q_{нол.}} = \frac{d_1^2}{D^2 \cdot (1 - \alpha^2)} = \frac{80^2}{85^2 \left(1 - \frac{55^2}{85^2}\right)} = 1,52$$

Сплошной вал на 52% тяжелее полого.



### Задача № 4а

Для балки построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ . Определить диаметр балки, если

$$[\sigma] = 8 \text{ МПа}; q = 3 \text{ кН/м}; M = 10 \text{ кН·м}; \ell_1 = 10a = 2,0 \text{ м}.$$

$$\frac{a_1}{a} = 4 \quad a_1 = 0,80 \text{ м}$$

$$\frac{a_2}{a} = 7 \quad a_2 = 1,40 \text{ м}$$

$$1 \text{ участок} \quad 0 \leq u_1 \leq 1,20 \text{ м}$$

$$Q_{y1} = -(-qu_1) = qu_1 = 3u_1$$

$$u_1 = 0 \quad Q_{y1} = 0$$

$$u_1 = 1,20 \text{ м} \quad Q_{y1} = 3,60 \text{ кН}$$

$$M_{x1} = -\left( qu_1 \cdot \frac{u_1}{2} \right) = -q \frac{u_1^2}{2} = -1,5u_1^2$$

$$M'_{x1} = -3u_1; \quad -3u_1 = 0; \quad u_1 = 0$$

$$M''_{x1} = -3 < 0 \quad \cap \text{ max при } u_1 = 0$$

$$u_1 = 0 \quad M_{x1} = 0$$

$$u_1 = 1,20 \text{ м} \quad M_{x1} = -2,16 \text{ кН·м}$$

$$2 \text{ участок} \quad 0 \leq u_2 \leq 0,20 \text{ м}$$

$$Q_{y2} = -(-q \cdot (1,2 + u_2)) = q \cdot (1,2 + u_2) = 3 \cdot (1,2 + u_2)$$

$$u_1 = 0 \quad Q_{y1} = 3,60 \text{ кН}$$

$$u_1 = 0,20 \text{ м} \quad Q_{y1} = 4,20 \text{ кН}$$

$$M_{x2} = -\left( q \cdot 0,5(1,20 + u_2)^2 + M \right) = -\left( q \cdot 0,5(1,20 + u_2)^2 + 10 \right) = -1,5 \cdot (1,2 + u_2)^2 + 10$$

$$M'_{x2} = -3(u_2 + 1,2); \quad -3(u_2 + 1,2) = 0; \quad u_2 = -1,2 \text{ м} \text{ не входит в пределы участка}$$

стка

$$u_2 = 0 \quad M_{x2} = 1,84 \text{ кН·м}$$

$$u_2 = 0,20 \text{ м} \quad M_{x2} = 1,06 \text{ кН·м}$$

$$3 \text{ участок} \quad 0 \leq u_3 \leq 0,60 \text{ м}$$

$$Q_{y3} = -(-q \cdot 1,40) = q \cdot 1,40 = 3 \cdot 1,40 = 4,20 \text{ кН}$$

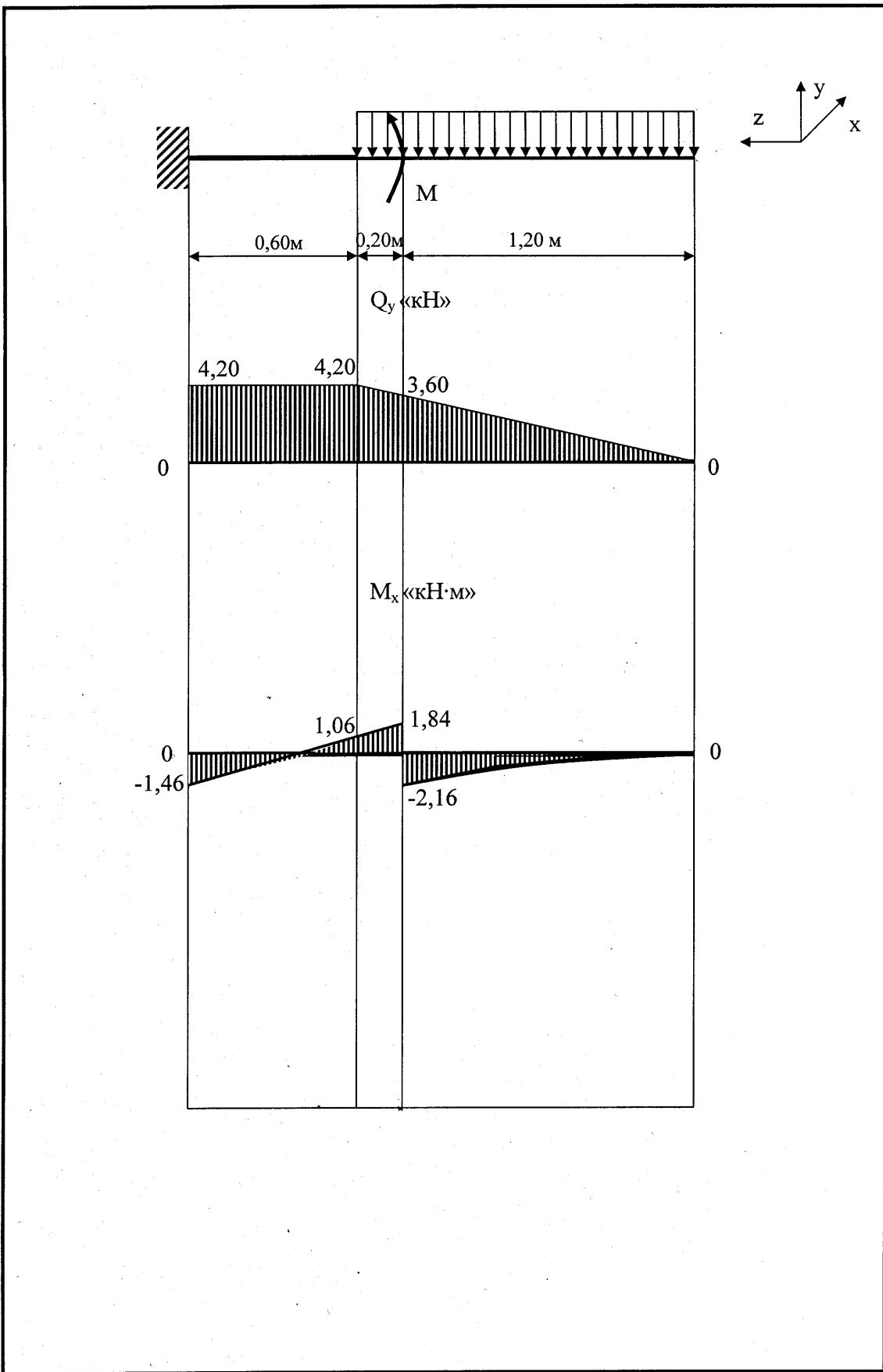
$$M_{x3} = -(-M + q \cdot 1,40(0,7 + u_3)) = M - q \cdot 1,40(0,7 + u_3) = 4 - 4,20 \cdot (0,70 + u_3)$$
$$u_3 = 0 \quad M_{x3} = 1,06 \text{ кН} \cdot \text{м}$$
$$u_3 = 0,60 \text{ м} \quad M_{x3} = -1,46 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Диаметр балки определим из условия прочности при изгибе

$$|M_{x_{max}}| = 2,16 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot |M_{x_{max}}|}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2,16 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 8}} = 140 \text{ мм}$$

Принимаем  $d = 140 \text{ мм}$



### Задача № 46

Для балки построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ . Подобрать номер двутавра, если

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}; q = 3 \text{ кН/м}; F = 10 \text{ кН}; \ell_2 = 10a = 3 \text{ м}.$$

$$\frac{a_1}{a} = 1 \quad a_1 = 0,3 \text{ м}$$

$$\frac{a_2}{a} = 7 \quad a_2 = 2,1 \text{ м}$$

$$\frac{a_3}{a} = 1 \quad a_3 = 0,3 \text{ м}$$

Определим опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$

$$\Sigma mom_A F_i = 0;$$

$$-F \cdot 0,3 + q \cdot 0,3 \cdot 0,15 - q \cdot 2,1 \cdot (1,05 + 0,9) + R_B \cdot 3,0 = 0$$

$$R_B = \frac{q \cdot 2,1 \cdot 1,95 + F \cdot 0,3 - q \cdot 0,3 \cdot 0,15}{3,0} = \frac{3 \cdot 2,1 \cdot 1,95 + 10 \cdot 0,3 - 3 \cdot 0,3 \cdot 0,15}{3,0} = 5,05 \text{ кН}$$

$$\Sigma mom_B F_i = 0;$$

$$q \cdot 0,3 \cdot 3,15 - R_A \cdot 3,0 + F \cdot 2,7 + q \cdot 2,1 \cdot 1,05 = 0$$

$$R_A = \frac{q \cdot 0,3 \cdot 3,15 + F \cdot 2,7 + q \cdot 2,1 \cdot 1,05}{3,0} = \frac{3 \cdot 0,3 \cdot 3,15 + 10 \cdot 2,7 + 3 \cdot 2,1 \cdot 1,05}{3,0} = 12,15 \text{ кН}$$

$$\text{Проверка: } R_A + R_B - F - q \cdot 2,4 = 0$$

$$12,15 + 5,05 - 10 - 3 \cdot 2,4 = 0$$

$$17,2 - 17,2 = 0 \text{ (верно)}$$

$$1 \text{ участок} \quad 0 \leq u_1 \leq 0,3 \text{ м}$$

$$Q_{y1} = -(qu_1) = -qu_1 = -3u_1$$

$$u_1 = 0 \quad Q_{y1} = 0$$

$$u_1 = 0,3 \text{ м} \quad Q_{y1} = -0,9 \text{ кН}$$

$$M_{x1} = -\left( qu_1 \frac{u_1}{2} \right) = -q \frac{u_1^2}{2} = -1,5u_1^2$$

$$M'_{x1} = -3,0 u_1; \quad -3,0 u_1 = 0; \quad u_1 = 0$$

$$M''_{x1} = -3,0 < 0 \quad \cap \quad \max \text{ при } u_1 = 0$$

$$u_1 = 0 \quad M_{x1} = 0$$

$$u_1 = 0,3 \text{ м} \quad M_{x1} = -0,135 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

2 участок  $0 \leq u_2 \leq 0,3 \text{ м}$

$$Q_{y2} = -(q \cdot 0,3 - R_A) = -q \cdot 0,3 + R_A = -3 \cdot 0,3 + 12,15 = 11,25 \text{ кН}$$

$$M_{x2} = -(-R_A \cdot u_2 + q \cdot 0,3(0,15 + u_2)) = R_A \cdot u_2 - q \cdot 0,3(0,15 + u_2) = 12,15u_2 - 0,9(0,15 + u_2)$$

$$u_2 = 0 \quad M_{x2} = -0,135 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$u_2 = 0,3 \text{ м} \quad M_{x2} = 3,24 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 участок  $0 \leq u_3 \leq 0,6 \text{ м}$

$$Q_{y3} = -(-R_A + q \cdot 0,3 + F) = -q \cdot 0,3 - F + R_A = -3 \cdot 0,3 - 10 + 12,15 = 1,25 \text{ кН}$$

$$M_{x3} = -(-R_A(0,3 + u_3) + F \cdot u_3 + q \cdot 0,3 \cdot (0,45 + u_3)) =$$

$$= R_A \cdot (0,3 + u_3) - F \cdot u_3 - q \cdot 0,3 \cdot (0,45 + u_3) =$$

$$= 12,15 \cdot (0,3 + u_3) - 0,9 \cdot (0,45 + u_3) - 10u_3$$

$$u_3 = 0 \quad M_{x3} = 3,24 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$u_3 = 0,6 \text{ м} \quad M_{x3} = 3,99 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4 участок  $0 \leq u_4 \leq 2,1 \text{ м}$

$$Q_{y4} = -(-qu_4 + R_B) = qu_4 - R_B = 3u_4 - 5,05$$

$$u_4 = 0 \quad Q_{y4} = -5,05 \text{ кН}$$

$$u_4 = 2,1 \text{ м} \quad Q_{y4} = 1,25 \text{ кН}$$

$$M_{x4} = -\left(-R_B \cdot u_4 + qu_4 \frac{u_4}{2}\right) = R_B \cdot u_4 - q \frac{u_4^2}{2} = 5,05 \cdot u_4 - 1,5u_4^2$$

$$M'_{x4} = 5,05 - 3,0u_4; \quad 5,05 - 3,0u_4 = 0; \quad u_4 = 1,68$$

$$M''_{x4} = -3,0 < 0 \cap \max \text{ при } u_4 = 1,68$$

$$u_4 = 0 \quad M_{x4} = 0$$

$$u_4 = 1,68 \text{ м} \quad M_{x4} = 4,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$u_4 = 2,1 \text{ м} \quad M_{x4} = 3,99 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

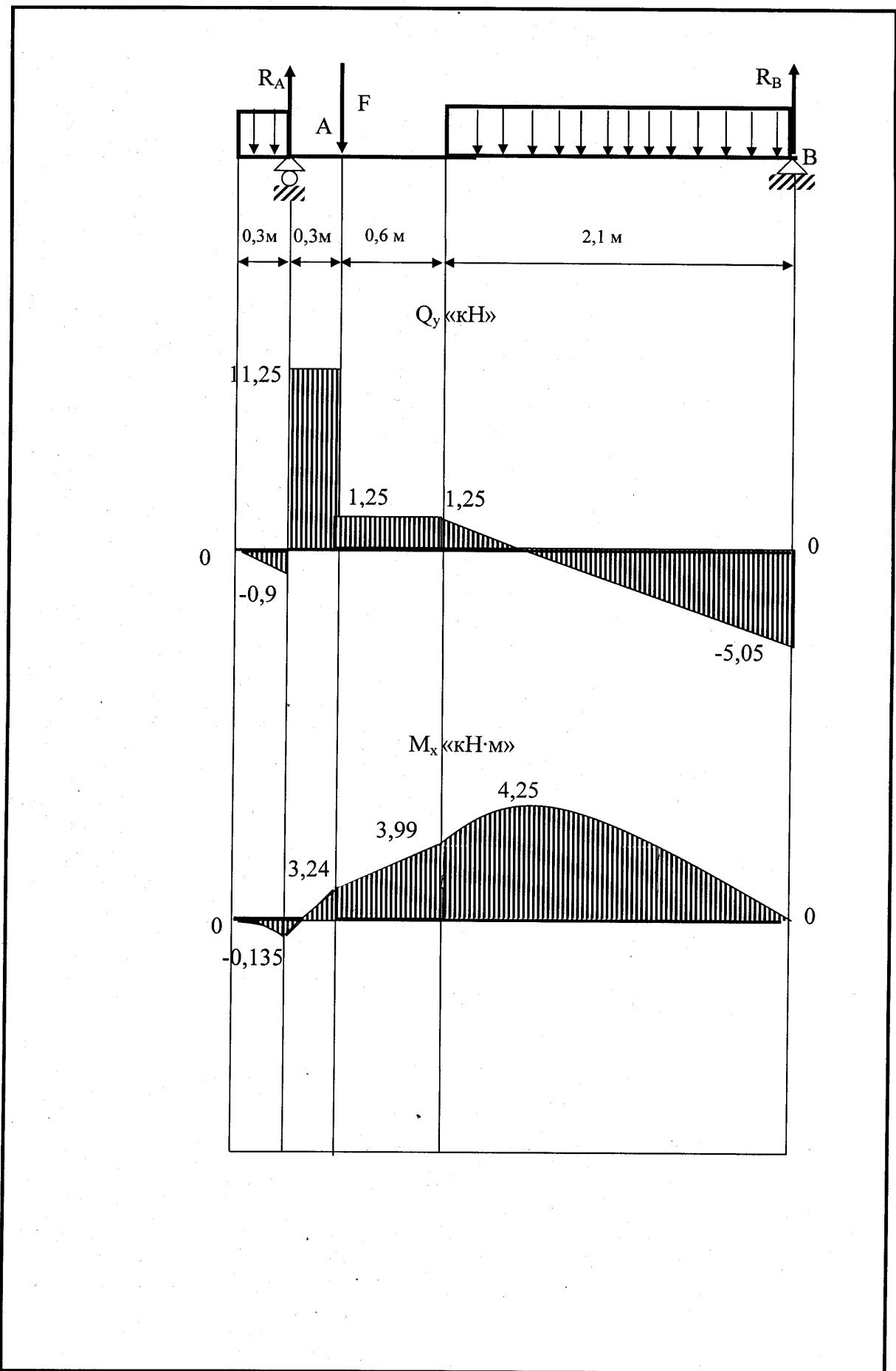
Номер двутавра определим из условия прочности при изгибе

$$|M_{x_{max}}| = 4,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$W_x = \frac{M_{x_{max}}}{[\sigma]} = \frac{4,25 \cdot 10^6}{160} = 26,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$$

Из таблицы сортамента выбираем двутавр №10

$$W_{x_{max}} = 39,7 \text{ см}^3$$





### Задача № 5

Для деревянной балки прямоугольного поперечного сечения определить высоту сечения  $h$  и ширину  $b$ , если  $\frac{h}{b} = 1,3$  м;  $[\sigma] = 8 \text{ МПа}$ ;  $F = 4 \text{ кН}$ ;  $\ell = 2,0 \text{ м}$ .

Для опасного сечения балки построить эпюру нормальных напряжений и определить положение нейтральной оси.

Построить эпюры  $M_x$  и  $M_y$ .

Вертикальная плоскость

$$M_{x_{max}} = M_x(C) = -\left(-R_A^s \frac{\ell}{4}\right) = R_A^s \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{3}{4} F \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{3}{4} \cdot 4 \cdot \frac{2,0}{4} = 1,50 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_x(D) = -\left(-R_B^s \frac{\ell}{4}\right) = R_B^s \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{1}{4} F \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \frac{2,0}{4} = 0,50 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Горизонтальная плоскость

$$M_{y_{max}} = M_y(D) = -\left(-R_A^s \frac{\ell}{4}\right) = R_A^s \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{3}{4} F \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{3}{4} \cdot 4 \cdot \frac{2,0}{4} = 1,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_y(C) = -\left(-R_A^s \frac{\ell}{4}\right) = R_A^s \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{1}{4} F \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \frac{2,0}{4} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Определим положение опасного сечения.

Сечение С

$$M_x + \frac{h}{b} M_y = 1,5 + 1,3 \cdot 0,50 = 2,15 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Сечение D

$$M_x + \frac{h}{b} M_y = 0,50 + 1,3 \cdot 1,5 = 2,45 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$2,45 > 2,15$  сечение D - опасное

Запишем условие прочности для опасного сечения - D.

$$\sigma_{max} = \frac{M_x + \frac{h}{b} M_y}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$W_x = \frac{M_x + \frac{h}{b} M_y}{[\sigma]} = \frac{(0,50 + 1,3 \cdot 1,5) \cdot 10^6}{8} = 306250 \text{ мм}^3$$



$$W_x = \frac{bh^2}{6} = 306250 \text{мм}^3$$

$$\frac{h}{b} = 1,3 \quad h = 1,3b$$

$$\frac{b(1,3b)^2}{6} = 306250$$

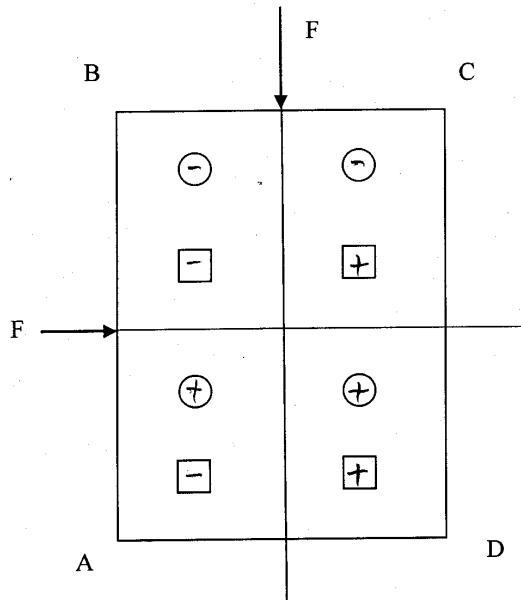
$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 306250}{1,3^2}} = 103 \text{мм}$$

$$h \geq 103 \cdot 1,3 = 134 \text{мм}$$

Уточним значения  $W_x$  и  $W_y$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{103 \cdot 134^2}{6} = 308 \cdot 10^3 \text{мм}^3$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{103^2 \cdot 134}{6} = 237 \cdot 10^3 \text{мм}^3$$



○ - знак  $\sigma$  от изгибающего момента  $M_x$

□ - знак  $\sigma$  от изгибающего момента  $M_y$

$$\sigma_A = \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} = \frac{0,50 \cdot 10^6}{308 \cdot 10^3} - \frac{1,5 \cdot 10^6}{237 \cdot 10^3} = 1,62 - 6,33 = -4,71 \text{ МПа}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} = -1,62 - 6,33 = -7,95 \text{ МПа}$$

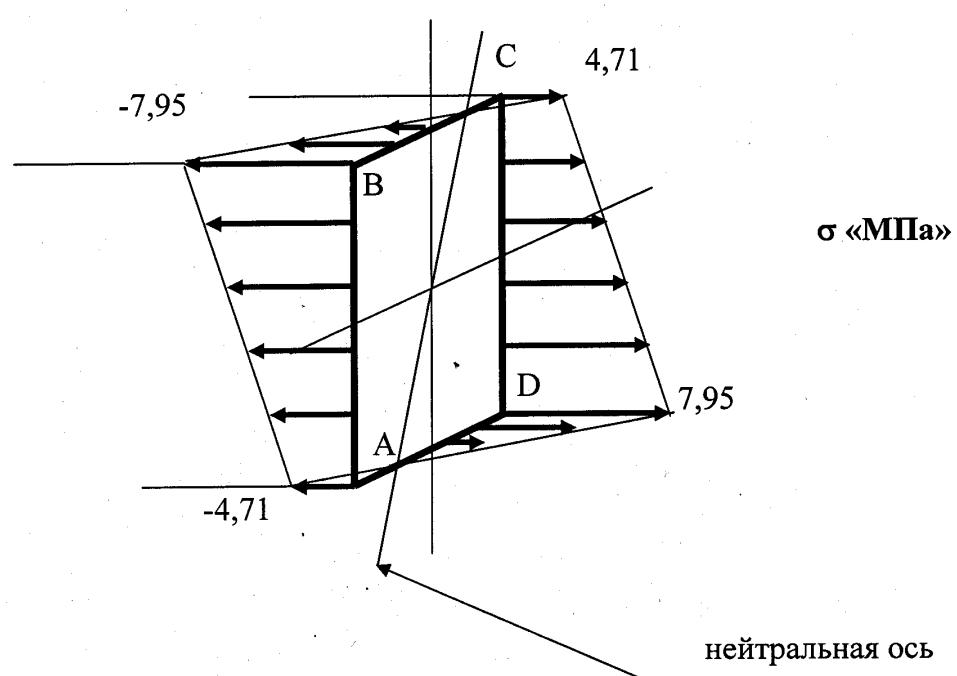
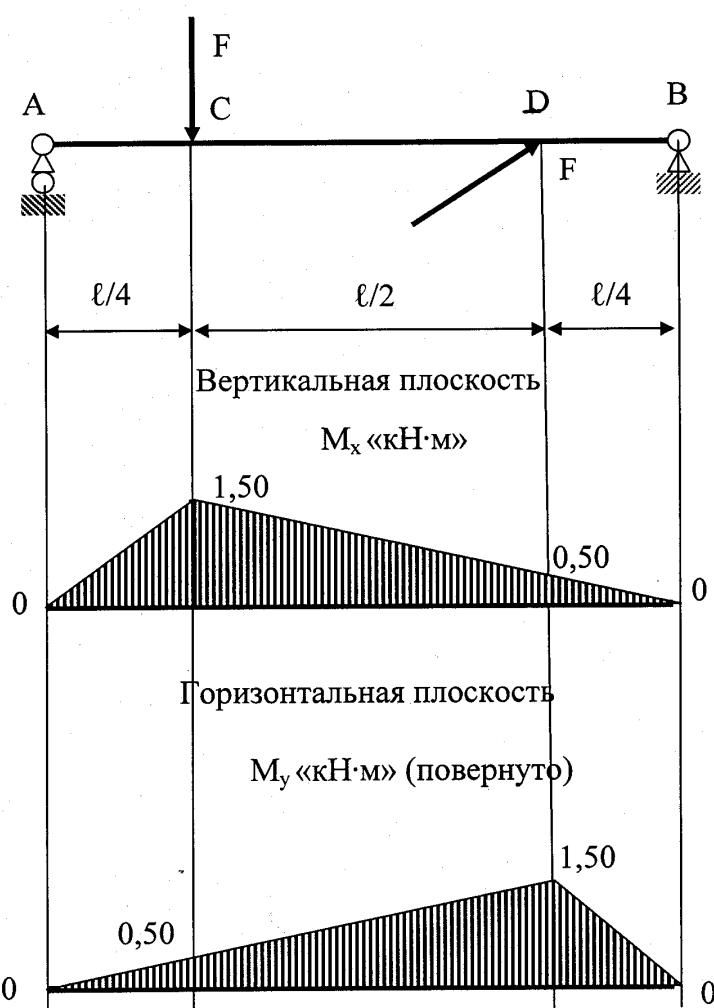
$$\sigma_C = -\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = -1,62 + 6,33 = 4,71 \text{ МПа}$$

$$\sigma_D = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = 1,62 + 6,33 = 7,95 \text{ MPa}$$

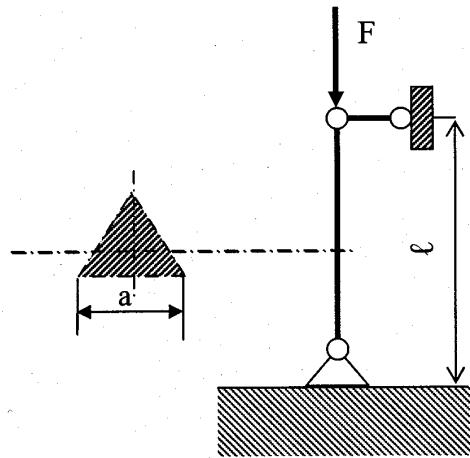
Определим положение нейтральной оси:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_x}{I_y} \cdot \frac{M_y}{M_x} = \left( \frac{h}{b} \right)^2 \cdot \frac{M_y}{M_x} = 1,3^2 \cdot \frac{1,50}{0,50} = 5,07$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 5,07 ; \quad \alpha = 78,8^\circ$$



### Задача № 7



Стальной стержень длиной  $\ell = 3,0\text{ м}$  сжимается силой  $F = 400 \text{ кН}$ . Требуется определить размеры поперечного сечения стержня, критическое напряжение и критическую силу, коэффициент запаса устойчивости, если основное допускаемое напряжение  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Расчет провести методом последовательных приближений, задавшись в первом приближении  $\varphi_1 = 0,5$ .

1. Площадь поперечного сечения стержня в первом приближении

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160} = 5000 \text{ мм}^2$$

С другой стороны:

$$A = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 0,433 a^2$$

$$0,433 a^2 = 3750$$

$$a_1 \geq \sqrt{\frac{3750}{0,433}} = 107 \text{ мм}$$

2. Гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{min}}$$



$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{a \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3}{36 \cdot 0,433a^2}} = 0,204a$$

$$i_{min} = 0,204 \cdot 107 = 21,9 \text{ мм}$$

$$\lambda_l = \frac{1 \cdot 3,0 \cdot 10^3}{21,9} = 137$$

Определим  $\varphi'_l$  для  $\lambda_l = 137$

$$\lambda = 130 \quad \varphi = 0,40$$

$$\lambda = 140 \quad \varphi = 0,36$$

$$\varphi'_l = 0,40 - \left[ \frac{0,40 - 0,36}{10} (137 - 130) \right] = 0,372$$

$\varphi'_l \neq \varphi_l$  выполним второе приближение.

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_l + \varphi'_l}{2} = \frac{0,5 + 0,372}{2} = 0,436$$

$$A_2 \geq \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,436 \cdot 160} = 5730 \text{ мм}^2$$

$$a_2 \geq \sqrt{\frac{5730}{0,433}} = 115 \text{ мм}$$

$$i_{min} = 0,204 \cdot 115 = 23,5 \text{ мм}$$

$$\lambda_2 = \frac{1,0 \cdot 3,0 \cdot 10^3}{23,5} = 128$$

$$\lambda = 120 \quad \varphi = 0,45$$

$$\lambda = 130 \quad \varphi = 0,40$$

$$\varphi'_2 = 0,45 - \left[ \frac{0,45 - 0,40}{10} (128 - 120) \right] = 0,410$$

$\varphi'_2 \neq \varphi_2$

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi'_2}{2} = \frac{0,436 + 0,410}{2} = 0,423$$

$$A_3 \geq \frac{F}{\varphi_3 [\sigma]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,423 \cdot 160} = 5910 \text{ мм}^2$$

$$a_3 \geq \sqrt{\frac{5910}{0,433}} = 117 \text{ мм}$$

$$i_{min} = 0,204 \cdot 117 = 23,9 \text{ мм}$$

$$\lambda_3 = \frac{1,0 \cdot 3,0 \cdot 10^3}{23,9} = 126$$

$$\lambda = 120 \quad \varphi = 0,45$$

$$\lambda = 130 \quad \varphi = 0,40$$

$$\varphi'_3 = 0,45 - \left[ \frac{0,45 - 0,40}{10} (126 - 120) \right] = 0,420$$

$$\varphi'_3 \neq \varphi_3$$

Определим расчетное напряжение в стержне и сравним его с допускаемым.

$$\sigma_p = \frac{F}{\varphi'_3 A_3} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,42 \cdot 5910} = 161 \text{ MPa}$$

$$\Delta = \frac{|[\sigma] - \sigma_p|}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{|160 - 161|}{160} \cdot 100\% = 0,625\%$$

$\Delta \leq 5\%$  - допустимо

Ответ:  $a = a_3 = 117 \text{ mm}$

Определим коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = \frac{F_{kp}}{F} = \frac{733,0}{400,0} = 1,83$$

$$\sigma_{kp} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{126,0^2} = 124 \text{ MPa}$$

$$F_{kp} = \sigma_{kp} \cdot A_3 = 124 \cdot 5910 = 733 \cdot 10^3 \text{ H} = 733 \text{ kH}$$

Ответ:  $\sigma_{kp} = 124 \text{ MPa}$

$$F_{kp} = 733 \text{ kH}$$

$$n_y = 1,83$$

### **3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ**

#### **3.1 Введение. Основные понятия и определения.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

При проектировании элементов конструкций инженер решает две важные задачи. Первая – прочность и жесткость конструкции, вторая - экономичность, что подразумевает минимальные затраты материала на ее изготовление. Чтобы добиться выполнение обоих условий, необходимо научиться выбирать рациональную форму сечения конструкции и правильно ее располагать по отношению к действующей нагрузке.

#### **3.2 Простая деформация бруса. Осевое растяжение (сжатие). Срез (сдвиг).**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Знаки нормальных и касательных напряжений необходимо учитывать при проектировании элементов конструкций, испытывающих осевое растяжение, срез или сдвиг. Необходимо учитывать, что хрупкие материалы хорошо работают на сжатие и плохо на растяжение, а древесина на скол (сдвиг) выдерживает незначительную нагрузку вдоль волокон.

Для экономии материала при расчете стержней, возможно их изготовление с разной площадью поперечного сечения, причем напряжения во всех сечениях должны быть одинаковы.

#### **3.3 Напряженное и деформированное состояние**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

При анализе напряженного состояния необходимо обратить внимание на площадки, на которых возникают максимальные касательные напряжения, так как именно по эти площадкам происходит разрушение элементов конструк-

ций при растяжении или сжатии, кручении. На соседних площадках касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку.

Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) не может превышать 0,5.

### **3.4 Геометрические характеристики плоских сечений**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Рассмотрение геометрических характеристик плоских сечений необходимо начинать с изучения статических моментов. Именно они позволяют определять положение центра тяжести сечения и положение центральных осей инерции.

Кручение и изгиб бруса невозможно рассмотреть без учета таких геометрических характеристик сечений как осевой момент инерции, полярный момент инерции, а центробежный момент инерции позволяет определять направление наибольшей и наименьшей жесткости конструкции.

### **3.5 Простая деформация бруса. Кручение. Прямой изгиб.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

При кручении и изгибе необходимо учитывать форму поперечного сечения бруса. Нормальные напряжения при изгибе и касательные при кручении круглого бруса достигают максимального значения на его поверхности.. Именно там и должно располагаться большее количество материала. Такие сечения будут рациональными. К ним можно отнести кольцо, полый прямоугольник, швеллер, двутавр.

Распределение напряжений по сечению вала некруглого сечения будет другим. Максимальные напряжения возникают по центру большей стороны прямоугольника, а в угловых точках равны нулю.

### **3.6 Перемещение балки при изгибе.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

При проектировании ответственных конструкций помимо расчета на прочность необходимо выполнять проверочный расчет на жесткость, который заключается в определении перемещения заданного сечения: прогиба и угла поворота. Часто при этом используют метод начальных параметров. Этими параметрами являются прогиб и угол поворота в начале геометрической системы координат. При использовании энергетических способов определения перемещений, которые основаны на законе сохранения энергии используют метод Симпсона.

### **3.7 Статически неопределеные системы.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности

Статически неопределеные системы очень чувствительны к неточности изготовления отдельных элементов. Расчет статически неопределенных балочных и рамных конструкций всегда начинают с выбора основной системы и составления канонических уравнений метода сил. Решение этих уравнений позволяет определить усилия, возникающие в элементах конструкций.

### **3.8 Сложная деформация бруса.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности

Сложную деформацию следует рассматривать как сумму нескольких простых деформаций. При косом изгибе для вычисления полной деформации необходимо определить составляющие прогиба в двух плоскостях и просуммировать их.

При подборе сечений бруса при изгибе и растяжении (сжатии), следует учесть, что от каждого внутреннего силового фактора возникают только нормальные напряжения и их сумма не должна превышать напряжения допускаемые.

При изгибе и кручении напряжения как нормальные, так и касательные достигают максимального значения на поверхности вала. Поэтому рациональной формой сечения вала будет кольцо.

### **3.9 Продольный изгиб.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

При выполнении расчетов центрально сжатых стержней на устойчивость необходимо правильно выбирать материал для изготовления конструкций. Например, если стержень обладает гибкостью более 100 единиц, то для его изготовления лучше брать дешевую малоуглеродистую сталь. Для стержней средней и малой гибкости лучше подойдет сталь более качественная.

### **3.10 Динамические нагрузки.**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Необходимо учитывать, что при ударной нагрузке перемещения и деформации могут значительно превышать значения, полученные при статической нагрузке. Разница между ними зависит от величины динамического коэффициента.

При совпадении частот собственных и вынужденных колебаний наступает резонанс. Его опасность заключается в том, что в элементах конструкций могут возникнуть напряжения, многократно превышающие допускаемые и может наступить предельное состояние (разрушение).

### **3.11 Повторно-переменные нагрузки**

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Для получения полного представления о работе материала при повторно-переменных нагрузках строят диаграммы предельных амплитуд, которые позволяют для любого цикла переменных напряжений получить однознач-

ный ответ: сможет ли рассматриваемая деталь проработать базовое число циклов нагружения (сколь угодно долго) без разрушения или нет.