ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.05 Оптимизация технологических процессов

Направление подготовки (специальность) 35.04.06 – Агроинженерия

Профиль образовательной программы «Электротехнологии и электрооборудование в сельском хозяйстве»

Форма обучения заочная

СОДЕРЖАНИЕ

1. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

1.1. Лекция №1 (Л-1) (2 часа).

Тема: «Общие вопросы методологии оптимизации»

1.1.1 Вопросы лекции:

1. Аналитические методы оптимизации
2. Аналитические методы безусловной оптимизации целевой функции многих переменных

1.1.2 Краткое содержание вопросов:

1. Аналитические методы оптимизации

В данном разделе не делается упор на поиск именно минимума, тем более что практически все методы могут искать и минимум, и максимум при незначительных изменениях в алгоритмах. Действительно для того, чтобы найти максимум (минимум) функции нужно искать минимум (максимум) целевой функции с противоположным знаком.

Методы одномерной оптимизации:

1. Метод сканирования
2. Метод деления пополам
3. Метод золотого сечения
4. Метод параболической аппроксимации

Аналитические методы безусловной оптимизации целевой функции одной переменной.

Метод деления интервала пополам

Метод деления интервала пополам позволяет исключить половину интервала на каждой итерации.

Основные шаги поисковой процедуры нахождения точки минимума в интервале (a,b):

1. Принимаем $x_m=(a+b)/2$, $L=b-a$. Вычислить $f(x_m)$.
2. $x_1=a+L/4$; $x_2=b-L/4$. Вычислить $f(x_1)$ и $f(x_2)$.
3. Сравнить $f(x_1)$ и $f(x_m)$. Если $f(x_1) \le f(x_m)$, исключить интервал (x_m, b), положив $b=x_m$. Средней точкой нового интервала поиска становится точка x_1. $x_m=x_1$. Перейти к п.5. Если $f(x_1) \ge f(x_m)$, перейти к п.4.
4. Сравнить $f(x_2)$ и $f(x_m)$. Если $f(x_2) \le f(x_m)$, исключить интервал (a, x_m), положив $x_m=a$. x_2 становится точкой x_m. Средней точкой нового интервала становится точка x_2. Перейти к п.5. Если $f(x_2) \ge f(x_m)$, исключить интервалы (a, x_1) и (x_2, b), положив $a=x_1$, $b=x_2$. x_m остается средней точкой нового интервала. Перейти к п.5.
5. Вычислить $L=b-a$. Если величина $|L| \le \lambda$ (λ – некоторое заданное значение точности), закончить поиск. В противном случае вернуться к п. 2.

Метод золотого сечения

Этот метод также относится к методам исключения интервалов. Он отличается от метода деления интервала пополам тем, что единичный интервал делится двумя пробными точками на три части. Каждая пробная точка отстоит от конца интервала на одну и ту же величину $\tau = (-1\pm\sqrt{5})/2 \approx 0{,}61803$.

Алгоритм применения этого метода следующий:

1. Определяем величину $\tau = 0{,}61803\cdot(b-a)$.
2. Определим $x_1 = b-\tau$; $x_2 = a+\tau$.
3. Подсчитаем значения $f(x_1)$ и $f(x_2)$.
4. Сравним $f(x_1)$ и $f(x_2)$. Если $f(x_1) < f(x_2)$, исключим интервал (x_2, b). Положим $b = x_2$. Определим $L = b-a$. Если $L > \lambda$, перейдем к п.1. Если $L \le \lambda$, решение найдено.
5. Если $f(x_1) > f(x_2)$, исключаем интервал (a, x_1). Положим $a = x_1$. Определим $L = b-a$. Если $L > \lambda$, перейдем к п.1. Если $L \le \lambda$, решение найдено.

6. Если $f(x_1) = f(x_2)$, исключаем интервалы (a, x_1) и (x_2, b). Положим $a=x_1$, $b = x_2$. Определим $L = b-a$. Если $L > \lambda$, перейдем к п.1. Если $L \leq \lambda$, решение найдено.

Достоинством методов исключения интервалов является то, что они основаны лишь на вычислении значений функций. Не требуется, чтобы функции были дифференцируемыми, более того, допустимы случаи, когда функцию нельзя даже записать в аналитическом виде. Единственным требованием является возможность определения значений функции в заданных точках x с помощью прямых расчетов или имитационных экспериментов. Метод же золотого сечения выделяется среди методов исключения интервалов тем, что он требует наименьшего числа оцениваний значений функции для достижения одной и той же заданной точности.

2. Аналитические методы безусловной оптимизации целевой функции одной переменной.

1.2.2 Краткое содержание вопросов:

1. Область допустимых решений.

Часто в математической модели требуется найти наибольшее или наименьшее значение некоторой функции на некотором множестве, то есть решить задачу оптимизации. Методов решения задач оптимизации достаточно много. Некоторые из них рассматривались при отыскании экстремальных значений функций одной и многих вещественных переменных. Кроме точных методов широко используются и приближенные, например, метод дихотомии и т.д.

Знание методов нахождения оптимального решения позволяет инженеру выбирать наиболее эффективные и самые экономичные способы эксплуатации и ремонта машин, находить оптимальные решения тактических задач.

В процессе применения одномерных методов поиска оптимума функции можно выделить два этапа:

1. Установления границ интервала;
2. Уменьшения интервала.

Поиск граничных точек проводится с помощью эвристических (не имеющих строгого обоснования, а опирающихся на опыт и интуицию) методов поиска.

Эффективность поиска граничных точек зависит от величины шага Δ. Если Δ велико, то получаем грубые оценки координат граничных точек, и построенный интервал весьма широк. Если Δ мало, то для определения граничных точек может понадобиться большой объем вычислений.

Если границы интервала не найдены при выполнении I этапа работы, мы определили, как минимум, знак Δ. Теперь можно приступить к определению границ интервала. Начальная точка x_0 задана, следующие пробные точки определяем по формуле Свенна. В расчетном блоке для их определения необходимо выделить отдельную графу для индекса x, так как этот индекс используется в формуле для расчета пробных точек. Сам расчет пробных точек и значений функции в этих точках очевиден и не требует подробного рассмотрения.

После определения границ интервала можно приступать к уменьшению интервала поиска для получения уточненных оценок координат оптимума. Величина подынтервала, исключаемого на каждом шаге, зависит от расположения пробных точек x_1 и x_2 внутри интервала поиска. К методам исключения интервалов относятся метод деления интервала пополам и метод золотого сечения. Рассмотрим первый из них.

2**. Аналитические методы безусловной оптимизации целевой функции многих переменных.**

Сначала рассмотрим *вопрос анализа* «в *статике»* с использованием положений линейной алгебры и дифференциального исчисления (приложение А), а также условия, которые (в достаточно общих возможных ситуациях) позволяют идентифицировать точки оптимума. Такие условия используются для проверки выбранных точек и дают возможность выяснить, являются ли эти точки точками минимума, максимума или седловыми точками. При этом задача выбора указанных точек остается вне рамок проводимого анализа; основное внимание уделяется решению вопроса о том, соответствуют ли исследуемые точки решениям многомерной задачи безусловной оптимизации, в которой требуется минимизировать f(x), при отсутствии ограничений на x, где *x*—вектор *управляемых переменных* размерности f — скалярная *целевая функция.* Обычно предполагается, что x* (для всех значений x=1, 2, 3, . . . , *N)* могут принимать любые значения, хотя в ряде практических приложений область значений *x* выбирается в виде дискретного множества. Кроме того, часто оказывается удобным предполагать, что функция f и ее производные существуют и непрерывны всюду, хотя известно, что оптимумы могут достигаться в точках разрыва или ее *градиента*

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1},\ \frac{\partial f}{\partial x_2},\ \frac{\partial f}{\partial x_3},\ \ldots,\ \frac{\partial f}{\partial x_N} \right]^T.$$

Следует помнить, что функция f может принимать минимальное значение в точке x, в которой f или Vf претерпевают разрыв. Кроме того, в этой точке *f* может не существовать. Для того чтобы построить систему конструктивных критериев оптимальности, необходимо (по крайней мере на первой стадии исследования) исключить из рассмотрения подобные ситуации,'которые весьма усложняют анализ. Наконец, в ряде случаев приходится ограничиваться лишь идентификацией *локальных* оптимумов, поскольку нелинейная целевая функция f не всегда обладает свойством выпуклости и, следовательно, может оказаться мультимодальной.

2. Решение задач оптимизации аналитическими методами.

Исследуются методы и алгоритмы, позволяющие на итерационной основе получать оценки *x**— вектора управляемых переменных, которому соответствует минимальное значение функции *f (x).* Указанные методы применимы также к задачам максимизации, в которых целевую функцию следует заменить на — *f(x).* Методы, ориентированные на решение задач безусловной оптимизации, можно разделить на три широких класса в соответствии с типом используемой при реализации того или иного метода информации.

1. Методы прямого поиска, основанные на вычислении только значении целевой функции.
2. Градиентные методы, в которых используются точные значения первых производных /(*).
3. Методы второго порядка, в которых наряду с первыми производными используются также вторые производные функции *f (x).*

Ниже рассматриваются методы, относящиеся к каждому из перечисленных классов, поскольку ни один метод или класс методов не отличается высокой эффективностью при решении оптимизационных задач различных типов. В частности, возможны случаи, когда происходит переполнение памяти ЭВМ; в других ситуациях вычисление значений целевой функции требует чрезмерных затрат времени; в некоторых задачах требуется получить решение с очень высокой степенью точности. В ряде приложений либо невозможно, либо весьма затруднительно найти аналитические выражения для производных целевой функции. Поэтому если предполагается использовать градиентные методы, следует применить процедуру разностной аппроксимации производных. В свою очередь это приводит к необходимости экспериментального определения длины шагов, позволяющего установить надлежащее соответствие между ошибкой округления и ошибкой аппроксимации. Таким образом, инженер вынужден приспосабливать применяемый метод к конкретным характеристикам решаемой задачи.

Методы решения задач безусловной оптимизации отличаются относительно высоким уровнем развития по сравнению с другими методами нелинейного программирования. В специальной литературе представлены достаточно полные обзоры наиболее эффективных методов. Отличным примером такого обзора может служить книга Мюррея 11]. В данном разделе речь идет о *методах прямого поиска,* для реализации которых требуются только значения целе пои функции; в следующем разделе рассматриваются градиентные методы и методы второго порядка. Здесь предполагается, что *[(x)* непрерывна, а *Vf(x)* может как существовать, так и не существовать поскольку соответствующие числовые значения не используются Однако следует отметить, что методы прямого поиска можно применять для решения задач, в которых V/ существует, и они чаете используются в тех случаях, когда V/ представляет собой сложную векторную функцию управляемых переменных. Наконец, в этом г последующих разделах предполагается, что функция *f(x)* унимодальна в рассматриваемой области. Если же изучаемые методы применяются для анализа мультимодальных функций, то приходится ограничиваться идентификацией локальных минимумов.

Многомерные методы, реализующие процедуру поиска оптимума на основе вычисления значений функции, с общих позиций можно разделить на эвристические и теоретические. Эвристические методы, как это следует из названия, реализуют процедуры поиска с помощью интуитивных геометрических представлений и обеспечивают получение частных эмпирических результатов. С другой стороны, теоретические методы основаны на фундаментальных математических теоремах и обладают такими операционными свойствами, как сходимость (по крайней мере при выполнении некоторых определенных условий). Ниже подробно рассматриваются три метода прямого поиска:

1. поиск по симплексу, или S^-метод;
2. метод поиска Хука —■ Дживса;
3. метод сопряженных направлений Пауэлла.

Первые два из перечисленных методов относятся к категории эвристических и реализуют принципиально различающиеся стратегии поиска. В процессе поиска по S^2-методу последовательно оперируют регулярными симплексами в пространстве управляемых переменных, тогда как при реализации метода Хука — Дживса используется фиксированное множество (координатных) направлении, выбираемых рекурсивным способом. Метод Пауэлла основан на теоретических результатах и ориентирован на решение задач с квадратичными целевыми функциями; для таких задач метод сходится за конечное число итераций. К числу общих особенностей всех трех методов следует отнести относительную простоту соответствующих вычислительных процедур, которые легко реализуются и быстро корректируются. С другой стороны, реализация указанных методов может требовать (и часто требует) более значительных затрат времени по сравнению с методами с использованием производных. Здесь не рассматриваются методы, основанные на идее исключения интервалов (гл. 2), в частности методы, предложенные Боксом, Дэвисом и Свенном (21, а также Кролаком и Купером [31, поскольку такие методы в значительной степени уступают другим известным методам.

1.4. Лекция №2 (Л-2) (2 часа).

Тема: «Программирование »

1.4.1 Вопросы лекции:

1. Линейное программирование

2. Нелинейное программирование

1.4.2 Краткое содержание вопросов:

1. Линейное программирование

Виды задач и формы задач линейного программирования.

Задачами *линейного программирования* называются оптимизационные задачи, в которых ограничения представляются в виде равенств или неравенств и целевая функция линейна. Методы линейного программирования (ЛП) широко используются для решения различных военных, экономических, промышленных и организационных задач. Главными причинами столь широкого применения методов ЛП являются доступность математического обеспечения для решения задач ЛП большой размерности и возможность анализа решений задач ЛП при вариации исходных данных (анализа чувствительности).

Отмечается, что линейное программирование представляет собой наиболее часто используемый метод оптимизации (74% от общего числа применяемых оптимизационных методов). Около четверти машинного времени, затраченного за последние годы на проведение научных исследований, было отведено решению задач ЛП и их многочисленных модификаций .

Термин «*разработка*» означает построение моделей ЛГ1 практических задач. Построение моделей не следует рассматривать как науку, скорее это искусство, которое постигается с опытом. Разработка модели ЛП включает следующие основные этапы: определение переменных задачи, представление ее ограничений в виде линейных уравнений или неравенств; задание линейной целевой функции, подлежащей минимизации или максимизации..

Симплексный метод решения задач линейного программирования и его сущность.

Рассмотрим общую задачу ЛП с т ограничениями и п переменными, записанную в стандартной форме:

$$
\begin{aligned}
&\text{максимизировать} \quad Z=c_1x_1+c_2x_2+\ldots+c_nx_n \\
&\text{при ограничениях} \quad a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n=b_1, \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n=b_2, \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\ldots+a_{mn}x_n=b_m, \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\geqslant 0.
\end{aligned}
$$

Как правило, число уравнений задачи меньше числа переменных (т. с. $m<n$), поэтому множество се допустимых решений бесконечно. Следовательно, выбор наилучшего допустимого решения, максимизирующего Z. нетривиален.

Известен классический метод решения систем линейных уравнений, называемый методом Гаусса — Жордана. Основная идея этого метода состоит в сведении системы т уравнений с n неизвестными к каноническому или ступенчатому виду при помощи элементарных операций над строками. При использовании первых m переменных (x1,   xm) каноническая система имеет следующий вид:

$$
\begin{aligned}
x_1+\bar{a}_{1,\,m+1}x_{m+1}+\ldots+\bar{a}_{1s}x_s+\ldots+\bar{a}_{1n}x_n&=\bar{b}_1,\\
x_r+\bar{a}_{r,\,m+1}x_{m+1}+\ldots+\bar{a}_{rs}x_s+\ldots+\bar{a}_{rn}x_n&=\bar{b}_r,\\
x_m+\bar{a}_{m,\,m+1}x_{m+1}+\ldots+\bar{a}_{ms}x_s+\ldots+\bar{a}_{mn}x_n&=\bar{b}_m.
\end{aligned}
$$

Переменные x1   xm, входящие с единичными коэффициентами только в одно уравнение системы и с нулевыми — в остальные, называются базисными или зависимыми. В канонической системе каждому уравнению соответствует ровно одна базисная переменная. Остальные переменные называются небазисными или независимыми переменными.

При записи системы в каноническом виде все ее решения можно получить, присваивая независимым переменным произвольные значения к решая затем получающуюся каноническую систему относительно зависимых переменных. Для приведения системы к каноническому виду можно использовать два типа элементарных операции над строками.

1. Умножение любого уравнения системы на положительное или отрицательное число.
2. Прибавление к любому уравнению другого уравнения системы. умноженного на положительное или отрицательное число.

Определение

Элементарное преобразование представляет собой последовательность элементарных операции над строками, в результате которой коэффициент при некоторой переменной становится равным единице в одном из уравнении системы и нулем в остальных уравнениях.

Определение

Базисным решением системы в каноническом виде называется решение, полученное при нулевых значениях небазисных переменных.

2 Нелинейное программирование

1. Задачи нелинейного программирования

Необходимо написать программа для поиска экстремума функции. Задание состоит в следующем: 1) найти точку глобального экстремума функции *f(X)* методом поиска по координатной сетке с постоянным шагом; 2) найти точку глобального экстремума функции *f(X)* методом случайного поиска; 3)сравнить результаты вычислений.

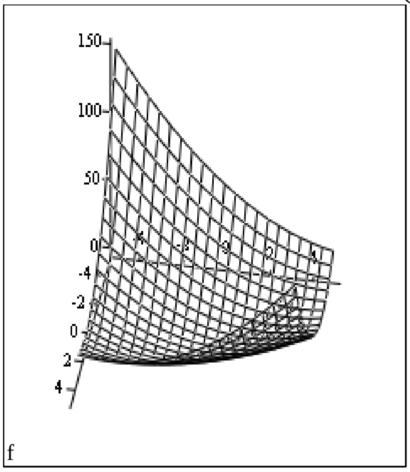
$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 - 3x_2$$

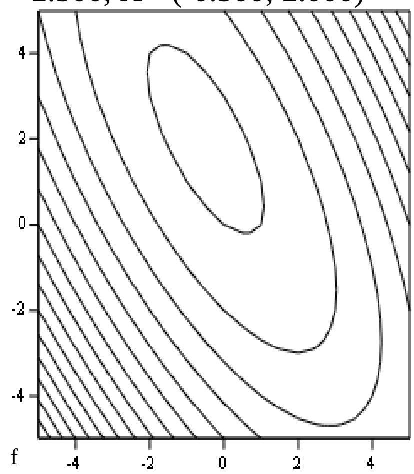
2. Виды и формы записи задач нелинейного программирования

Метод поиска глобального минимума, называемый методом поиска по координатной сетке, является надежным, но применим только для задач малой размерности (n<4). Неправильный выбор начального шага сетки может привести к тому, что в действительности один из локальных минимумов может быть принят как глобальный. Из всех значений целевой функции, вычисленных в узлах координатной сетки, выбирается минимальное. Результат: число испытаний 905, $f(X^*) = -2.500$, $X^*=(-0.500; 2.000)$

Метод случайного поиска характеризуется намеренным введением элемента случайности в алгоритм поиска. Этот метод предполагает наличие генератора случайных чисел, обращаясь к которому, в любой нужный момент времени можно получить реализацию случайного вектора с заданным законом распределения. Результат: число испытаний 299, $f(X^*) = -2.469$, $X^*=(-0.677; 2.173)$.

Расчет в системе MathCAD: $f(X^*) = -2.500$, $X^*=(-0.500; 2.000)$





Как видим, метод случайного поиска сократил число испытаний на 66%, при этом относительная погрешность составляет 1%. Т.е. мы достигли значительного сокращения вычислений с небольшой относительной погрешностью.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

2.1 Практическое занятие №1 (2 часа).
Тема: «Решения задач оптимизации, виды задач оптимизации технологических процессов»
2.1.1 Задание для работы:

1. Решение задач оптимизации аналитическим методом целевой функции одной переменной.

По результатам экспериментальных исследований приведенных в задачах требуется:

- определить входные и выходные параметры и стратегию поиска максимума или минимума функции;
- определить подходящий вид регрессионной однофакторной модели РОФМ;
- рассчитать коэффициенты регрессии;
- определить адекватность полученного уравнения, значимость коэффициентов регрессии и их доверительные интервалы;
- произвести аппроксимацию результатов эксперимента на ЭВМ и получить РОФМ искомой зависимости;
- аналитическим методом рассчитать оптимальное значение функции;
- произвести оптимизацию функции на ЭВМ методами дихотомии, золотого сечения и Фибоначчи;

Задача:

Задача 1. На наклонном очистителе ОН-6-4М проведено исследование влияния частоты вращения ножевого барабана n (мин$^{-1}$) на эффективность очистки Y1(%) и степень рыхления Y2(масса 500 клочков на 1 г).

Таблица 1.1

	Частота вращения ножевых барабанов n , мин$^{-1}$						
	400	500	600	700	800	900	1000
Эффективность очистки (%)	36,5 36,8 36,4	40,8 41,2 41,6	44,5 45,0 44,7	48,5 46,8 47,7	51,6 51,2 51,8	55,8 55,0 55,4	59,0 58,4 59,3

Таблица 1.2

X	Частота вращения ножевых барабанов n, мин$^{-1}$						
Y	400	500	600	700	800	900	1000
Огепень рыхления	1,12 1,10 1,16	1,10 1,08 1,12	1,00 1,07 1,04	1,05 1,02 0,99	1,00 1,02 0,96	0,92 0,94 0,90	0,85 0,86 0,80

2.1.2 Краткое описание проводимого занятия:

1.Записать название лабораторной работы и формулировку задания.

2. Переписать полученную задачу и ее содержание.

3. Данные параметров эксперимента (x, y) записать в табл. 1.

Таблица 1

	Записать параметры X и Y				
X					
У					

4. Произвести аппроксимацию результатов эксперимента на Э В М методом наименьших квадратов.

5. Определить число точек в эксперименте, т.е. количество пар X и Y.

6. Данные из табл.1 ввести в ЭВМ и произвести аппроксимацию результатов эксперимента.

7. После расчета на ЭВМ данные коэффициентов полинома с экрана записать в табл. 2.

Таблица 2

Наименование коэф.	Степень полинома **2**	Степень полинома **5**
1	2	3
B (0)		
B (1) * X		
B (2) * X^2		
B (3) * X^3		
B (4) * X^4		
B (5) * X^5		
Коэф. Корреляции R		

2. Решение задач оптимизации аналитическим методом целевой функции многих переменных

По результатам активного факторного эксперимента, приведенным в задачах, требуется :

- провести проверку гипотезы об однородности дисперсий в опытах матрицы с помощью критерия Кочрена ;
- определить коэффициенты регрессии в регрессионной многофакторной модели (РМФМ) и их значимость;
- провести проверку адекватности полученной математической модели зависимости;
- аналитическим методом рассчитать экстремумы функции;
- произвести оптимизацию функции на ЭВМ численными методами;
- рассчитать оптимум функции диссоциативно- шаговым методом.

Пример: Задача 1. На кипном рыхлителе АПК-4 проведен эксперимент при переработке 6 кип хлопка 5 типа 1 и 2 сортов (75% первого и 25% второго сорта) с засоренностью 3,5% с целью выявления зависимостей :

Y_1- времени срабатывания ставки кип , мин$^{-1}$;

Y_2- массы хлопка за один цикл , кг;

Y_3- производительности АПК-4 , кг/ч ;

Y_4- средней массы 100 клочков (рыхление), г.

В качестве входных переменных выбраны следующие скоростные параметры:

Таблица 1.1

Факторы	Уровни варьирования			Интервал
	-1	0	+1	
X_1- скорость перемещения контейнера с кипами V , м/мин	0,3	0,8	1,3	0,5
X_2- высота срабатывания ставки кип H , мм	200	500	800	300

В эксперименте применялся D- оптимальный план Коно (K_2). Матрица планирования и результаты исследований приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

№ п/п	Факторы				Параметры оптимизации			
	X1	V	X2	H	Y1	Y_2	Y3	Y4
1	0	0,8	0	500	4,4	25,0	356,8	38,8
2	+	1,3	+	800	2,7	33,5	663	41,0
3	-	0,3	+	800	11,7	25,5	153	21,6
4	-	0,3	-	200	11,8	17,5	100	23,6
5	+	1,3	-	200	2,7	21,5	433,3	36,5
6	+	1,3	0	500	2,7	26,0	581,5	37,0
7	0	0,8	+	800	4,4	33,5	406,8	34,5
8	-	0,3	0	500	11,7	24,8	134,2	28,9
9	0	0,8	-	200	4,4	21,5	256,9	30,4
10	0	0,8	0	500	4,3	24,8	350,8	39,2
11	0	0,8	0	500	4,5	25,2	358,7	38,6

2.1.2 Краткое описание проводимого занятия:

1. Записать название лабораторной работы и формулировку задания.
2. Записать номер своей задачи и ее содержание, факторы и уровни варьирования, матрицу планирования и параметры оптимизации эксперимента .
3. Для ЭВМ подготовить:

количество экспериментов ______________________

количество факторов ________________

количество повторных опытов __________________

относительная точность данных. Е = 0,001.

4. Ввод коэффициента кодирования факторов в ЭВМ.

Таблица 1

Для 2-факторного		Для 3- (шкторного	
Z_0	Zi	Zo	Zi
0	1	0	1
0	1	0	1
-	-	0	1

5. Ввод маски линейных членов в ЭВМ.

Таблица 2

Свободный член= 1	Свободный член= 1
X1 = 1	X1 = 1
X2 = 1	X2 = 1
-	X3 =1

6. Ввод маски квадратических членов в ЭВМ

Таблица 3

	X1	X2		X1	X2	X3
X1	1	*	X1	1	*	*
X2	1	1	X2	1	1	*
-	-	-	X3	1	1	1

7. Ввести матрицу в ЭВМ. Ввод построчный.

   (+) вводить 1 , (-) вводить -1 , (0) вводить 0.

8. После ввода матрицы ввести параметры оптимизации опыта в Э В М (Y1, Y2, и т.д.).
9. Начертить таблицы для 2- факторного или для 3- факторного эксперимента и заполнить их после расчета на ЭВМ.

Таблица 4

Наименование	Коэффициенты	Стандартная ошибка
Своб.член (B_o)		
X , (B,)		
X2 (B2)		
X,*X, (B,,)		
X,*X2 (B,2)		
X2*X2 (B22)		

Сумма квадратов отклонений

Среднее квадратическое отклонение =

Таблица 5

Тип	Степень свободы	F (расчетное)	Критерий Фишера
1.			

Таблица 6

Наименование	Коэффициенты	Стандартная ошибка
1	2	3
Своб.член (B_o)		
X1 (B1)		
X2 (B2)		
X3 (Bз)		
X1*X1 (B11)		
X1*X2 (B12)		
X2*X2 (B22)		
X1*X3 (B1з)		
X2*X3 (B23)		
X3*X3 (B33)		

Сумма квадратов отклонений =

Среднее квадратическое отклонение =

Таблица 7

Тип	Степень свободы	F (расчетное)	Критерий Фишера
1.			

2.3.3 Результаты и выводы:

- сравнить полученные значения оптимума функции, рассчитанные различными методами, и оценить точность этих методов
- Составить отчет и сделать выводы

2.4 Практическое занятие №2 (2 часа).

Тема: «Решения задач линейного и нелинейного программирования»

2.4.1 Задание для работы:

1. Решения задач линейного программирования симплексным методом.

По результатам экспериментальных исследований приведенных в задачах требуется:

- определить входные и выходные параметры и стратегию поиска максимума или минимума функции;
- определить подходящий вид регрессионной однофакторной модели РОФМ;
- рассчитать коэффициенты регрессии;
- определить адекватность полученного уравнения, значимость коэффициентов регрессии и их доверительные интервалы;
- произвести аппроксимацию результатов эксперимента на ЭВМ и получить РОФМ искомой зависимости;
- произвести оптимизацию функции на ЭВМ симплексным методом.

Например: Задача 1. На наклонном очистителе ОН-6-4М проведено исследование влияния частоты вращения ножевого барабана n (мин$^{-1}$) на эффективность очистки Y1(%) и степень рыхления Y2(масса 500 клочков на 1 г).

Таблица 1.1

	Частота вращения ножевых барабанов n , мин$^{-1}$						
	400	500	600	700	800	900	1000
Эффективность очистки (%)	36,5 36,8 36,4	40,8 41,2 41,6	44,5 45,0 44,7	48,5 46,8 47,7	51,6 51,2 51,8	55,8 55,0 55,4	59,0 58,4 59,3

Таблица 1.2

X Y	Частота вращения ножевых барабанов n, -т						
	400	500	600	700	800	900	1000
Огепень рыхления	1,12 1,10 1,16	1,10 1,08 1,12	1,00 1,07 1,04	1,05 1,02 0,99	1,00 1,02 0,96	0,92 0,94 0,90	0,85 0,86 0,80

2.4.2 Краткое описание проводимого занятия:

1. Определить стратегию поиска максимума или минимума функции в выданной задаче.
2. По результатам экспериментальных исследований (по данным из табл.1) построить график зависимости входных и выходных параметров (рис.1).

A (X лев.) B (X прав.)

Рис.1. График зависимости

3. По графику определить оптимальное значение функции F (У).
4. Подготовить данные для ЭВМ.

Поиск минимума или максимума __________________

Степень полинома (от 1 до 7) ________

Степень 2 Степень 5

B(0) =______________ ___________________________

B (1) = ______________ ___________________________

в (2) =______________ ___________________________

B (3) = ______________ ___________________________

B (4) = ______________ ___________________________

B (5) = ______________ ___________________________

А (нижняя граница отрезка Х лев) = ________________

В (верхняя граница отрезка Х прав.) = ______________

Точность Е = 0,001.

5. Подготовленные данные ввести в ЭВМ , а полученные результаты с экрана ЭВМ записать в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п	Метод оптимизации	X	Y
1.	Аналитический		
2.	Графический		
3.	Дихотомии		
4.	“Золотого сечения ”		
6.	Фибоначчи		
7.	Дихотомии (калькулятор)		

2.4.3 Результаты и выводы:

- Составить отчет и сделать выводы

2.5 Решение задач нелинейного программирования»

2.5.1 Задание для работы:

По результатам активного факторного эксперимента, приведенным в задачах , требуется :

- провести проверку гипотезы об однородности дисперсий в опытах матрицы с помощью критерия Кочрена ;
- определить коэффициенты регрессии в регрессионной многофакторной модели (РМФМ) и их значимость;
- провести проверку адекватности полученной математической модели зависимости;
- аналитическими методами рассчитать экстремумы функции;
- произвести оптимизацию функции на ЭВМ численными методами;
- рассчитать оптимум функции диссоциативно- шаговым методом.

Пример: Задача 1. На кипном рыхлителе АПК-4 проведен эксперимент при переработке 6 кип хлопка 5 типа 1 и 2 сортов (75% первого и 25% второго сорта) с засоренностью 3,5% с целью выявления зависимостей :

Y_1- времени срабатывания ставки кип , мин$^{-1}$;

Y_2- массы хлопка за один цикл , кг;

Y_3- производительности АПК-4 , кг/ч ;

Y_4- средней массы 100 клочков (рыхление), г.

В качестве входных переменных выбраны следующие скоростные параметры:

Таблица 1.1

Факторы	Уровни варьирования			Интервал
	-1	0	+1	
X_1- скорость перемещения контейнера с кипами V , м/мин	0,3	0,8	1,3	0,5
X_2- высота срабатывания ставки кип H , мм	200	500	800	300

В эксперименте применялся D- оптимальный план Коно (K_2). Матрица планирования и результаты исследований приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

№ п/п	Факторы				Параметры оптимизации			
	X1	V	X2	H	Y1	Y_2	Y3	Y4
1	0	0,8	0	500	4,4	25,0	356,8	38,8
2	+	1,3	+	800	2,7	33,5	663	41,0
3	-	0,3	+	800	11,7	25,5	153	21,6
4	-	0,3	-	200	11,8	17,5	100	23,6
5	+	1,3	-	200	2,7	21,5	433,3	36,5
6	+	1,3	0	500	2,7	26,0	581,5	37,0
7	0	0,8	+	800	4,4	33,5	406,8	34,5
8	-	0,3	0	500	11,7	24,8	134,2	28,9
9	0	0,8	-	200	4,4	21,5	256,9	30,4
10	0	0,8	0	500	4,3	24,8	350,8	39,2
11	0	0,8	0	500	4,5	25,2	358,7	38,6

2.5.2 Краткое описание проводимого занятия:

1.Подготовить данные для ЭВМ.

Поиск минимума или максимума ? __________ .

Число переменных (факторы - X) ? _________________ .

Диапазоны для переменных:

Факторы	Левый	Правый
X,		
X2		
X3		

Точность E = 0,001 .

Коэффициенты: B_0 = _______________

B_1 =_______________

B_2 = ______________

B_3 = ________________

B_{12} = _______________

B_{13}= _______________

B_{23} = _______________

B_{11} = _______________

B_{22} = _______________

B_{33} = _______________

(При двух переменных у B_3, B_{13}, B_{23}, B_{33} ставить 0.)

2. Подготовленные данные ввести в ЭВМ, а полученные на экране результаты записать в табл. 8.

Таблица 8

№ п/п	Метод оптимизации	X_1	X_2	X_3	Y
1.	Аналитический				
2.	Графический				
3.	Диссоциативно- шаговый				
4.	Дихотамии				
5.	Случайный поиск				
6.	Симплексный поиск				
7.	Симплексный (калькулятор)				

2.5.3 Результаты и выводы:

- сравнить полученные значения оптимума функции, рассчитанные различными методами, и оценить точность этих методов
- Составить отчет и сделать выводы

2.6 Решение задач нелинейного программирования.

2.6.1 Задание для работы:

С целью экономии электроэнергии определить оптимальное число станков, работающих в 1-ю (дневную) и 2-ю (вечернюю) смены, учитывая, что часть ткачих (молодые матери, студенты-вечерники) могут работать только в 1-ю смену. При этом должна быть выполнена дневная норма выработки продукции, не должно быть перерасхода дневного фонда заработной платы.

Исходные данные:

S – количество работающих станков в ткацком цехе, ст.;

N – число ткачих, работающих в цехе, чел.;

D – дневная выработка продукции ткацким цехом, тыс. м;

Z – дневной фонд оплаты труда ткачих, тыс. р.;

z_1 – тариф оплаты труда ткачихи за выработку 1 м ткани в 1-ю смену, р./м;

z_2 – тариф оплаты труда ткачихи за выработку 1 м ткани во 2-ю смену, р./м;

a – число ткачих, работающих только в 1-ю смену;

c_1 – норма обслуживания ткачихи при работе в 1-ю смену, ст.;

c_2 – норма обслуживания ткачихи при работе во 2-ю смену, ст.;

v_1 – норма выработки ткани на один станок в 1-ю смену, м/ч;

v_2 – норма выработки ткани на один станок во 2-ю смену, м/ч;

e – мощность электродвигателя станка, кВт;

k – коэффициент сменности;

E_1 – лимит расхода электроэнергии в 1-ю смену, кВт ч;

E_2 – лимит расхода электроэнергии во 2-ю смену, кВт ч;

Вариант	S	N	D	Z	z_1	z_2	a	c_1	c_2	v_1	v_2	e	k	$E_1 \cdot 10^3$	$E_2 \cdot 10^3$
61	150	35	20	4,85	18	20	5	11	10	9,2	8,9	1,8	1,7	3,0	5,0
62	200	45	25	6,00	15	17	15	10	8	8,3	7,5	1,9	1,8	3,5	4,0
63	250	45	19	7,50	15	20	12	11	9	6,0	5,0	2,0	1,5	3,6	6,0
64	300	50	40	8,00	19	21	10	14	12	12,0	10,0	1,7	1,8	3,5	5,0
65	350	55	30	8,00	15	17	15	11	10	10,0	8,0	1,9	1,5	3,0	5,5
66	400	70	40	8,50	15	18	15	9	11	10,0	8,0	1,8	1,4	3,0	6,0

Решить задачу геометрическим методом и с использованием электронных таблиц Excel. Определить, как изменится решение задачи при изменении следующих исходных данных:

- при снижении дневного фонда оплаты труда на 8 %;
- при сокращении числа ткачих в цехе на 12 %;
- при увеличении плана по выпуску тканей на 35 %;

при снижении лимита электроэнергии в 1-ю смену на 20 %.

2.6.2 Краткое описание проводимого занятия:

Составим математическую модель задачи.

Управляемые переменные:

X_1 – количество станков, работающих в 1-ю смену;

X_2 - количество станков, работающих во 2-ю смену.

Критерием оптимальности в данной задаче будет расход электроэнергии за сутки.

Целевая функция:

$F(X_1, X_2) = 8\ e\ (X_1 + X_2)$. $F(X_1, X_2) = 8\cdot 1{,}8\ (X_1 + X_2)$.

Ограничения задачи:

- по количеству станков

$X_1 \le S$; $X_1 \le 150$;

$X_2 \le S$; $X_2 \le 150$;

- по количеству ткачих, работающих в 1-ю смену

$X_1/c_1 \ge a$; $X_1/11 \ge 5$;

- по количеству ткачих, работающих в обе смены

$X_1/c_1 + X_2/c_2 \le N$; $X_1/11 + X_2/10 \le 35$;

- по количеству вырабатываемой за сутки продукции

$8\ (v_1 X_1 + v_2 X_2) \ge D$; $8\ (9{,}2\ X_1 + 8{,}9\ X_2) \ge 20\ 000$;

- по использованию дневного фонда оплаты труда ткачих

$8\ (z_1 X_1/c_1 + z_2 X_2/c_2) \le Z$; $8\ (18\ X_1/11 + 20\ X_2/10) \le 4\ 850$;

- по расходу электроэнергии

$8\ e\ X_1 \le E_1$; $8\ e\ X_2 \le E_2$; $8\cdot 1{,}8\cdot X_1 \le 3\ 000$; $8\cdot 1{,}8 X_2 \le 5\ 000$;

- по коэффициенту сменности

$(X_1 + X_2)/S \ge k$; $(X_1 + X_2)/150 \ge 1{,}7$;

- по физическому смыслу

$X_1 \ge 0,\ X_2 \ge 0$; X_1, X_2 – целые.

Решим задачу геометрически. Для этого на плоскости (X_1, X_2) (*рис. 1*) построим прямые, соответствующие неравенствам ограничений, и линии уровня целевой функции. Определим на графике область допустимых решений (ОДР) и оптимальную точку.

Оптимальная точка является точкой пересечения линий:

$$\begin{cases} X_1 \le S, \\ 8\ (v_1 X_1 + v_2 X_2) \ge D \end{cases}$$

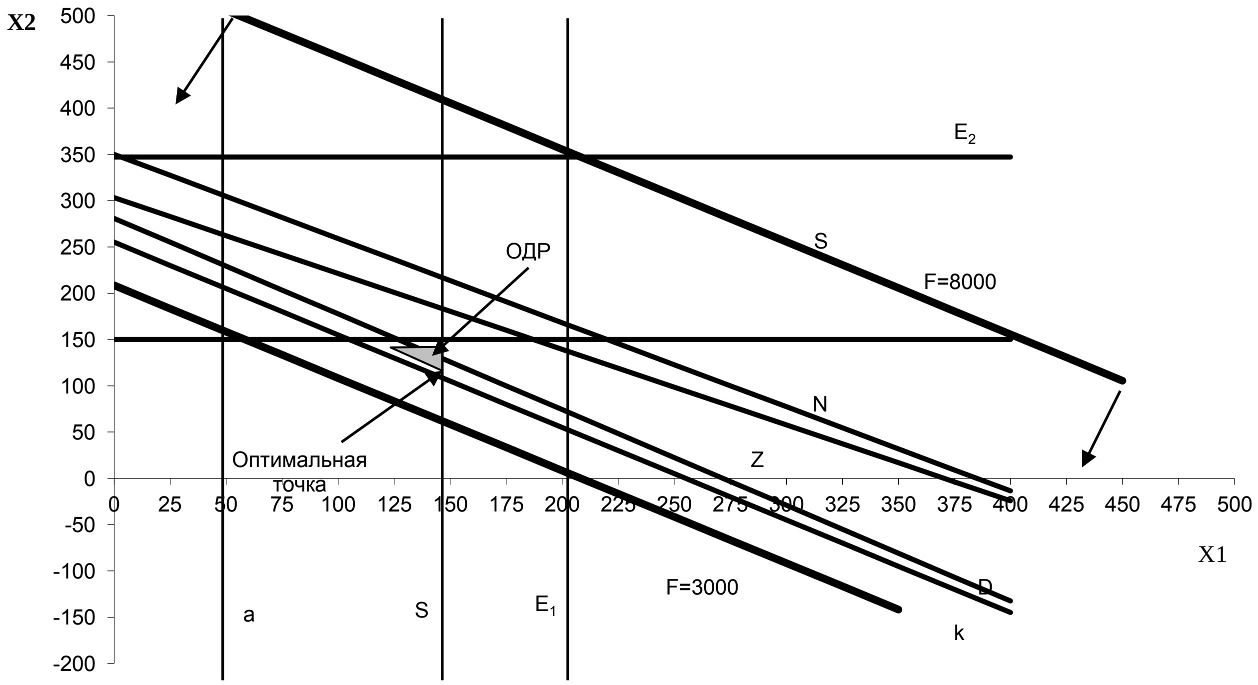


Рис. 1.

Решив систему двух уравнений, найдем координаты оптимальной точки:

$X_1 = 150$; $X_2 = 126$.

Подставив координаты оптимальной точки в уравнение целевой функции, получим ее минимальное значение: F = 3 974,4.

Таким образом, для минимизации расхода электроэнергии необходимо использовать при работе в первую смену все 150 станков, а при работе во вторую смену – 126 станков. При этом будут выполнены все ограничения и расход электроэнергии составит 3 974,4 кВт.

2.6.3 Результаты и выводы:

Составить отчет и сделать выводы

2.7 Решение многокритериальных задач оптимизации

2.7.1 Задание для работы:

По результатам активного факторного эксперимента, приведенным в задачах , требуется :

- Решить многокритериальную задачу оптимизации.

Пример: Задача 1. На кипном рыхлителе АПК-4 проведен эксперимент при переработке 6 кип хлопка 5 типа 1 и 2 сортов (75% первого и 25% второго сорта) с засоренностью 3,5% с целью выявления зависимостей :

Y_1- времени срабатывания ставки кип , мин$^{-1}$;

Y_2- массы хлопка за один цикл , кг;

Y_3- производительности АПК-4 , кг/ч ;

Y_4- средней массы 100 клочков (рыхление), г.

В качестве входных переменных выбраны следующие скоростные параметры:

Таблица 1.1

Факторы	Уровни варьирования			Интервал
	-1	0	+1	
X_1- скорость перемещения контейнера с кипами V , м/мин	0,3	0,8	1,3	0,5
X_2- высота срабатывания ставки кип H , мм	200	500	800	300

В эксперименте применялся D- оптимальный план Коно ($К_2$). Матрица планирования и результаты исследований приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

№ п/п	Факторы				Параметры оптимизации			
	X1	V	X2	H	Y1	Y_2	Y3	Y4
1	0	0,8	0	500	4,4	25,0	356,8	38,8
2	+	1,3	+	800	2,7	33,5	663	41,0
3	-	0,3	+	800	11,7	25,5	153	21,6
4	-	0,3	-	200	11,8	17,5	100	23,6
5	+	1,3	-	200	2,7	21,5	433,3	36,5
6	+	1,3	0	500	2,7	26,0	581,5	37,0
7	0	0,8	+	800	4,4	33,5	406,8	34,5
8	-	0,3	0	500	11,7	24,8	134,2	28,9
9	0	0,8	-	200	4,4	21,5	256,9	30,4
10	0	0,8	0	500	4,3	24,8	350,8	39,2
11	0	0,8	0	500	4,5	25,2	358,7	38,6

2.7.2 Краткое описание проводимого занятия:

Подготовить данные по своей задаче из предыдущих лабораторных работ:

1. Количество факторов
2. Количество уравнений регрессии

(Количество уравнений регрессии равно количеству параметров оптимизации Вашей задачи.)

3. **Весомость параметров** **Параметры оптимизации**

С (1) = Y (1) Лучшее: Худшее:
С (2) = Y (2) Лучшее: Худшее:
С (з) = Y (з) Лучшее: Худшее:
С (4) = Y (4) Лучшее: Худшее:
С (5) = Y (5) Лучшее: Худшее:
и т. д.

При вводе весомости параметров соблюдать следующее:

- если МИНИМУМ, то весомость (С) вводить с минусом (-).

4. Подготовить коэффициенты уравнений.

Таблица 12

Коэф.	B_0	X_1	X_2	X_3	X_1*X_1	X_1*X_2	X_2*X_2	X_1*X_3	X_2*X_3	X_3*X_3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y_1										

5. После ввода коэффициентов уравнений произвести ввод для расчета по МАКСИМУМУ, нажав клавишу 2, а затем "Enter".

С экрана записать решение задачи.

6. Подготовить таблицу для записи решения задачи с экрана.

Таблица 13

Результаты	Варианты		
X_1			
X_2			
X_3			
Y_1			
Y_2			
Y_3			
Y_4			
Y_5			

2.7.3 Результаты и выводы:

Сравнить полученные данные с данными функции желательности и сделать выводы.

2.8 Применение специальных видов программирования

2.8.1 Задание для работы:

По результатам активного факторного эксперимента, приведенным в задачах , требуется :

- Определить функции желательности (Обобщенный критерий качества)..

Пример: Задача 1. На кипном рыхлителе АПК-4 проведен эксперимент при переработке 6 кип хлопка 5 типа 1 и 2 сортов (75% первого и 25% второго сорта) с засоренностью 3,5% с целью выявления зависимостей :

Y_1- времени срабатывания ставки кип , мин$^{-1}$;

Y_2- массы хлопка за один цикл , кг;

Y_3- производительности АПК-4 , кг/ч ;

Y_4- средней массы 100 клочков (рыхление), г.

В качестве входных переменных выбраны следующие скоростные параметры:

Таблица 1.1

Факторы	Уровни варьирования			Интервал
	-1	0	+1	
X_1- скорость перемещения контейнера с кипами V , м/мин	0,3	0,8	1,3	0,5
X_2- высота срабатывания ставки кип H , мм	200	500	800	300

В эксперименте применялся D- оптимальный план Коно ($К_2$). Матрица планирования и результаты исследований приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

№	Факторы				Параметры оптимизации			
	X1	V	X2	H	Y1	Y_2	Y3	Y4
1	0	0,8	0	500	4,4	25,0	356,8	38,8
2	+	1,3	+	800	2,7	33,5	663	41,0
3	-	0,3	+	800	11,7	25,5	153	21,6
4	-	0,3	-	200	11,8	17,5	100	23,6
5	+	1,3	-	200	2,7	21,5	433,3	36,5
6	+	1,3	0	500	2,7	26,0	581,5	37,0
7	0	0,8	+	800	4,4	33,5	406,8	34,5
8	-	0,3	0	500	11,7	24,8	134,2	28,9
9	0	0,8	-	200	4,4	21,5	256,9	30,4
10	0	0,8	0	500	4,3	24,8	350,8	39,2
11	0	0,8	0	500	4,5	25,2	358,7	38,6

2.8.2 Краткое описание проводимого занятия:

1. Из предыдущих работ произвести расчет и подготовить данные для ЭВМ в виде табл. 9 и 10.
2. Определить значимость (весомость) показателей качества, сделать экспертную оценку всей бригадой.

Таблица 9

№ п/п	Ф.И.О.	Место весомости				
		Yi	Y2	Y3	Y4	и т.д.
1.						
2.						
3.						
и т.д.						
Сумма мест по значимости						
Среднее место (ki)						
Значимость (весомость) (bi)						

По данным из таблицы произвести расчет весомости (значимости) **bi** по формуле

$$\mathbf{bi} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{ki}},$$

где **bi** - значимость (весомость);
ki - среднее место по значимости (по весомости)

Количество испытаний Таблица 10

					Количество параметров оптимизации (Y)
					Худшие показатели качества
					Среднее значение качества
					Лучшие показатели качества
					1 испытание
					2 испытание
					3 испытание
					и т.д.
					Значимость
Y_1	Y_2	Y_3	и т.д.		

Т а б л и ц а 11

№ испытания	Обобщенная функция желательности
1.	
2.	
3.	
4.	
и т.д.	

2.8.3 Результаты и выводы:

Составить отчет и сделать выводы