ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Б1.В.21 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки 38.03.01 Экономика
Профиль образовательной программы Бухгалтерский учет, анализ и аудит
Форма обучения заочная

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы				
		подготовка курсового проекта (работы)	подготовка реферата/эссе	индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	самостоятельное изучение вопросов (СИВ)	подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1	**Раздел 1** Вероятность события				10	4
1.1	Случайные события. Вероятность события				4	2
1.2	Теоремы сложения и умножения вероятностей				4	-
1.3	Повторные независимые испытания				2	2
2	**Раздел 2** Числовые характеристики и законы распределения случайных величин				10	9
2.1	Дискретная случайная величина				5	5
2.2	Непрерывная случайная величина				5	4
3	**Раздел 3** Закон больших чисел. Статистическое оценивание параметров распределения				20	3
3.1	Закон больших чисел. Понятие о методе Монте-Карло и цепях Маркова				13	
3.3	Статистическое оценивание параметров распределения				7	3
	Итого				40	16

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

2.1 Краткая историческая справка становления теории вероятностей

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что у теории вероятностей по существу не было античных или средневековых предшественников, она целиком – создание Нового времени. Долгое время теория вероятностей считалась чисто опытной наукой и «не совсем математикой». Первые работы по теории вероятностей, принадлежащие французским учёным Б. Паскалю и П. Ферма и голландскому учёному Х. Гюйгенсу, появились в связи с подсчётом различных вероятностей в азартных играх.

2.2 Ограниченность классического определения вероятности

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что ограниченность классического определения вероятности приводит к необходимости введения других определений, в частности статистического определения вероятности.

2.3 Теорема сложения для несовместных событий

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на то, что противоположные события образуют полную группу попарно несовместных событий и сумма их есть событие достоверное.

2.4 Теорема сложения для совместных событий

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что при использовании теорем сложения надо установить совместность инесовместность случайных событий, т. е. могут ли они происходить одновременно.

2.5 Теоремы умножения вероятностей

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что при применении теорем умножения надо установить зависимость и независимость случайных событий.В случае зависимых событий вводится понятие условной вероятности.

2.6 Формула полной вероятности

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на то, что формула полной вероятности является следствием основных теорем теории вероятностей – теорем сложения и умножения вероятностей. Вероятность событияB, которое может произойти только при условии появления одного из событий (гипотез) A_1, A_2, … , A_n, образующих полную группу попарно несовместных событий, равна сумме произведений вероятностей каждого из событий A_1, A_2, … , A_n на соответствующие условные вероятности события B.

2.7 Формула Байеса

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что вероятности гипотез до испытания называют априорными (доопытными), а вероятности гипотез после того как произошло событие B, называют апостериорными (после опытными). Формула Байеса, таким образом, дает возможность «пересмотреть» вероятности гипотез с учетом наблюденного результата опыта, по мере получения новой информации.

2.8 Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на применение формул вычисления вероятности наступления определенного числа события в n независимых испытаниях. При этом все испытания должны быть независимы и вероятность события в каждом испытании постоянна, т.е. испытания должны удовлетворять схеме Бернулли.

2.9 Свойства математического ожидания

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что математическое ожидание характеризует среднее значение случайной величины. Математическое ожидание числа появлений события в n независимых испытания равно произведению числа испытаний на вероятность появления события в каждом испытании.

2.10 Свойства дисперсии

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что дисперсия характеризует разброс или рассеяние значений СВ около ее математического ожидания.

2.11 Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины и их числовые характеристики

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, если несколько случайных величин имеют одинаковые распределения, то их числовые характеристики одинаковы(M(x), D(x),). Математическое ожидание средней величины одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин равно математическому ожиданию каждого из величин.

2.12 Основные законы распределения ДСВ: биномиальный, Пуассона, геометрический

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности: биномиальный закон распределения представляет собой число k наступлений события А в серии n независимых испытаний, в каждом из которых событие может произойти с одной и той же вероятностью p. Дискретная случайная величина имеет закон распределения Пуассона с параметром λ, если она принимает целочисленные неотрицательные значения: 0,1,2,..m,..,n, … (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями, вычисляемыми по формуле Пуассона. Случайная величина имеет геометрический закон распределения, если она принимает целочисленные значения 1,2,… с вероятностями, вычисленными по формуле геометрической прогрессии.

2.13 Гипергеометрическое распределение

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что гипергеометрическое распределение моделирует количество удачных выборок без возвращения из конечной совокупности, в гипергеометрической модели каждый исход зависит от предыдущих исходов.

2.14 Вероятностный смысл плотности распределения

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что вероятность попадания случайной величины в промежуток Δx приближённо равна произведению плотности распределения вероятности на длину этого промежутка, т.е. площади криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком плотности распределения вероятностей, снизу осью x, а по бокам прямыми x и $x+\Delta x$.

2.15 Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что при количественной оценки различий распределений, отличных от нормального, используют специальные характеристики – асимметрию и эксцесс. Для нормального распределения эти характеристики равны нулю. Если для изучаемого распределения асимметрия и эксцесс имеют небольшие значения, то можно предположить близость этого распределения к нормальному. Наоборот, большие значения асимметрии и эксцесса указывают на значительное отклонение от нормального.

2.16 Основные законы распределения НСВ: равномерный, экспоненциальный, нормальный

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что дискретные и непрерывные случайные величины описываются разными законами распределения. Непрерывная случайная величина имеет равномерный закон распределения на отрезке [a; b], если ее плотность вероятности f(x) постоянна на этом отрезке и равна нулю вне его. Следует учитывать, что математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение экспоненциального распределения равны между собой. Кривая плотности нормального закона распределения симметрична относительно прямой x=μ.

2.17 Распределение «хи квадрат»

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что распределение «хи-квадрат» определяется одним параметром – числом степеней свободы k.

2.18 Распределение Стьюдента и Фишера-Снедекора

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что с возрастанием числа степеней свободы распределение Стьюдента быстро приближается к нормальному. Чтобы статистика имела распределение Фишера, необходимо, чтобы числитель и знаменатель были независимыми случайными величинами и соответствующие суммы квадратов имели распределение Хи-квадрат. Для этого требуется, чтобы данные имели нормальное распределение. Кроме того, предполагается, что дисперсия случайных величин, квадраты которых суммируются, одинакова.

2.19 Нормальный закон распределения двух случайных величин

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что при рассмотрении нормального закона распределения двух случайных величин вводится новая числовая характеристика – коэффициент корреляции.

2.20 Значение метода Монте-Карло

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что Метод Монте-Карло позволяет, зная распределение случайной величины получить необходимое количество данных выборочной совокупности, без непосредственного проведения выборочного обследования

2.21 Правила разыгрывания полной группы событий

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что если в испытании величина Х приняла значение $x_i = i$ *(i* =-1,2, . .., *n),* то наступило событие *A.* Таким образом, появление в испытании события *A* равносильно событию, состоящему в том, что дискретная случайная величина *X* приняла возможное значение x_i.

2.22 Приближенное разыгрывание нормальной случайной величины

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, для того чтобы разыграть возможное значение x_i нормальной случайной величины *X* с параметрами a=0 и σ=1, надо сложить 12 независимых случайных чисел и из полученной суммы вычесть 6.

2.23 Понятие о цепях Маркова

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что в простейшем случае условное распределение последующего состояния цепи Маркова зависит только от текущего состояния и не зависит от всех предыдущих состояний

2.24 Задачи математической статистики

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на взаимосвязь теории вероятности и математической статистики. Математическая статистика занимается обработкой результатов эксперимента.

2.25 Статистическое распределение выборки и эмпирическая функция распределения

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что статистическое распределение выборки является оценкой неизвестного распределения. Эмпирическая функция распределения является оценкой вероятности события, т.е. оценкой теоретической функции распределения случайной величины Х.

2.26 Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на способы отбора, позволяющие уменьшить ошибку репрезентативности. Ошибки репрезентативности всегда имеют место быть, однако они могут быть заранее оценены и сведены к минимуму посредством правильной организации выборки.

2.27 Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что теоретической основой использования той или иной оценки в статистической практике является их соответствие определенным требованиям.

2.28 Статистическая гипотеза. Виды гипотез

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что различают гипотезы, которые содержат только одно и более одного предположений. Статистической называют гипотезу о виде неизвестного распределения или о параметрах известных распределений генеральных или выборочных совокупностей.

2.29 Ошибки первого и второго рода

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что выдвинутая гипотеза может быть правильной или неправильной, поэтому возникает необходимость ее проверки. В итоге статистической проверки гипотезы в двух случаях может быть принято неправильное решение, т. е. могут быть допущены ошибки двух родов.

2.30 Статистический критерий проверки нулевой гипотезы

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что основу критерия представляет специально составленная выборочная характеристика К (статистика), точное или приближенное распределение которой известно. Значение случайной величины К, вычисленное по выборке называют наблюдаемым значением $К_{набл}$.

2.31 Критическая область. Область принятия решений

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что каждый критерий разбивает всё множество возможных значений статистики К на два непересекающихся подмножества (области). Если наблюдаемое значение статистики $К_{набл}$ принадлежит критической области – гипотезу отвергают, если наблюдаемое значение критерия принадлежит области принятия гипотезы – гипотезу принимают.

2.32 Мощность критерия

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что критическую точку (область) целесообразно построить так, чтобы мощность критерия была максимальной.

2.33 Критерий Вилкоксона и проверка гипотезы об однородности двух выборок

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что если выборки однородны, то считают, что они извлечены из одной и той же генеральной совокупности и, следовательно, имеют одинаковые, причем неизвестные, непрерывные функции распределения $F_1(x)$ *и* $F_2(x)$.

2.34 Критерий согласия хи-квадрат Пирсона

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что критерий согласия основан на использовании различных мер расстояний между анализируемой эмпирической функцией распределения, определенной по выборке и функцией F(x) распределения генеральной совокупности X.

2.35 Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что требуется проверить, что математическое ожидание исправленной дисперсии равно гипотетическому значению генеральной дисперсии.

2.36 Понятие о дисперсионном анализе

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что дисперсионный анализ позволяет разложить вариацию результативного признака на три составляющие. Дисперсионный анализ предназначен для проверки зависимости нормально распределенной случайной величины У-результативного признака, от факторных признаков или факторов.

2.37 Однофакторный дисперсионный анализ

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что фактор F_j может принимать фиксированные значения (Например : номер станка, вид удобрения) и иметь случайные уровни, т. е. измеряется количественно, где F_j – случайные величины.

2.38 Основные предпосылки дисперсионного анализа

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что отклонение от основных предпосылок дисперсионного анализа – нормальности распределения исследуемой переменной и равенства дисперсий в ячейках (если оно не чрезмерно) не сказывается существенно на результатах дисперсионного анализа при равном числе наблюдений в ячейках.

2.39 Основное тождество дисперсионного анализа

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что общая вариация результативного признака складывается из 2х компонент : (уровня фактора и всех неучтенных факторов) : Q_F ,характеризующей изменчивость, обусловленную различиями между уровнями фактора и $Q_{ост}$, характеризующей одинаковую для всех уровней F вариацию, под воздействием неучтенных факторов.

2.40 Таблица дисперсионного анализа

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что полная форма таблицы дисперсионного анализа характеризует не только уравнение целиком, но и каждый регрессор в отдельности. Построение этой таблицы основано на более подробном разложении суммы квадратов, которое имеет место при полном отсутствии корреляции между регрессорами

2.41 Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что дисперсионный анализ также применяется, чтобы установить однородность нескольких совокупностей, (дисперсии этих совокупностей одинаковы, то в этом смысле совокупности однородны). Однородные же совокупности можно объединить в одну и тем самым получить о ней более полную информацию, следовательно, более надежные выводы.

2.42 Корреляционная таблица

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что корреляционная таблица позволяет выдвинуть гипотезу о наличии корреляционной связи.

2.43 Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на отличительные особенности расчета коэффициента корреляции при различной связи между признаками.

2.44 Свойства выборочного корреляционного отношения

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что в отличие от коэффициента корреляции r (для которого $r_{yx}= r_{xy} =r$) при вычислении корреляционного отношения существенно, какую переменную считать независимой, а какую – зависимой.

2.45 Проверка статистической значимости выборочного коэффициента корреляции

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что все возможные значения выборочного коэффициента корреляции лежат в промежутке [–1;1]. В зависимости от объема выборочной совокупности предлагаются различные методы оценки существенности линейного коэффициента корреляции. Оценка значимости коэффициента корреляции при малых объемах выборки выполняется с использованием t-критерия Стьюдента

2.46 Понятие о множественной регрессии

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что во множественной регрессии по коэффициентам эластичности проводится сравнительный анализ силы влияния факторов на результативный признак.

2.47 Простейшие случаи криволинейной регрессии

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что нелинейная форма парной модели может быть выражена любым видом криволинейной функции, например полиномом второго порядка: $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2^2$.

2.48 Проверка значимости уравнения регрессии и его параметров

При изучении вопроса необходимо обратить внимание, что значимость уравнения регрессии в целом оценивается с помощью F критерия Фишера и на основе дисперсионного анализа. Для оценки значимости параметров регрессии используется критерий t- нормального распределения (большие выборки) или t- Стьюдента (малые выборки).

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

3.1 Практическое занятие № 1 Случайные события. Вероятность события.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

1. Основными понятиями теории вероятностей являются случайное событие и вероятность события.
2. Виды комбинаций.
3. Условия, при которых применяется та или иная формула вычисления вероятности.

3.2 Практическое занятие № 2 Повторные независимые испытания.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты:

1. Применение формул вычисления вероятности наступления события, при

проведении серии повторных испытаний зависит от числа испытаний, вероятности событий и числа наступления события.

3.3 Практическое занятие № 3 Дискретная случайная величина.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Способы задания дискретной случайной величины.
2. В чем отличие и взаимосвязь случайного события и случайной величины.
3. Интерпретация основных числовых характеристик случайных величин.
4. Отличительные особенности законов распределения дискретной случайной величины.

3.4 Практическое занятие № 4 Непрерывная случайная величина.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Отличие дискретной и непрерывной случайных величин
2. Отличительные особенности способов задания дискретной и непрерывной случайной величины
3. Отличительные особенности законов распределения непрерывной случайной величины
4. Предельность нормального закона распределения

3.5 Практическое занятие № 5 Статистическое оценивание параметров распределения.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Различие понятие генеральной и выборочной совокупностей.
2. Задачи выборочного метода.
3. Неизбежность ошибки репрезентативности и возможности ее снижения.
4. Этапы построения вариационного ряда.
5. Построение доверительного интервала математического ожидания или вероятности при разных условиях задачи.
6. Оценка параметров генеральной совокупности по выборочным данным

3.6 Практическое занятие № 6 Корреляционный анализ.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Виды существующих зависимостей. Задача корреляционного анализа.
2. Основные показатели корреляции и их интерпретация.
3. Способы проверки статистической значимости коэффициентов корреляции.

3.7 Практическое занятие № 7 Регрессионный анализ

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Регрессионные модели различаются по количеству включенных в исследование факторов и по виду модели.
2. После определение параметров уравнения регрессии необходимо оценить значимость уравнения регрессии в целом и его параметров для возможности дальнейшего применения полученной модели.

Разработал: _________________ Т.Н. Ларина