

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Финансовые вычисления

**Направление подготовки Экономика
Профиль образовательной программы Финансы и кредит
Форма обучения заочная**

СОДЕРЖАНИЕ

1. Конспект лекций

1.1 Лекция № 1 Простые проценты.

1.2 Лекция № 2 Финансовые ренты.

1.3 Лекция № 3 Кредит, погашение или амортизация долга.

2. Методические указания по выполнению лабораторных работ

2.1 Лабораторная работа 2 (ЛР-2) Сложные проценты.

2.2 Лабораторная работа 3 (ЛР-3) Дисконтирование.

2.3 Лабораторная работа 5 (ЛР – 5) Эквивалентность платежей и процентных ставок.

2.4 Лабораторная работа 7 (ЛР – 7) Учет инфляции в финансовых расчетах.

3. Методические указания по проведению практических занятий

4. Методические указания по проведению семинарских занятий

1. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

1.1 Лекция №1 (2 часа).

Тема: «Простые проценты.»

1.1.1 Вопросы лекции:

1. Эффективное вложение денежных средств.
2. Результативность простейшей финансовой сделки: процентная ставка, учетная ставка.
3. Операции наращения и дисконтирования. Будущая стоимость и приведенная стоимость.
4. Формула простых процентов.
5. Постоянные и переменные значения процентных ставок. Наращение по переменным простым ставкам процентов.
6. Процентные числа в банковской практике.

1.1.2 Краткое содержание вопросов:

1. Эффективное вложение денежных средств.

Классический и вместе с тем самый простой вариант – покупка недвижимости и сдача ее в аренду. Достоинством такого заработка является то, что после приобретения недвижимого имущества особых усилий прикладывать не надо.

Недостаток же заключается в сроках окупаемости такой инвестиции. Хотя, все зависит от качественных характеристик помещения. Элитное здание будет приносить довольно приятные прибыли от сдачи в аренду.

Здесь стоит выделить два направления: инвестирование в жилой фонд и коммерческую недвижимость. От второго направления отдача выше, но нужно правильно выбрать ликвидный объект.

Выгоднее всего инвестировать на стадии строительства. Покупка коммерческих площадей в новостройках вполне по карману. Да и кредиты здесь могут помочь.

Второй вариант, тоже не требующий специальных навыков и сил, — это вложение накопленных средств в банк под определенный процент. Последние и будут являться прибылью. Опять же, для снижения рисков потери капитала, стоит делать вложения денег в разных банках.

А вот третий способ заработка на собственном капитале предполагает наличие определенных знаний. Покупка различных ценных бумаг (это могут быть акции, облигаций и прочее). Чтобы умело управлять портфелем бумаг, необходимо знать законы фондового рынка. Поэтому, если возникнет желание вложить деньги именно таким образом, то без консультации профессионалов здесь не обойтись.

Здесь можно воспользоваться вариантом доверительного управления. При грамотном инвестировании, отдача может быть очень существенной.

Еще можно вкладывать деньги в готовые проекты. Нередко владельцы бизнес-идеи не имеют необходимых средств для дальнейшего развития. Вкладывая деньги в такие проекты, инвестор получает возможность не только иметь хороший процент с вложения, но и стать соучредителем развивающейся фирмы.

Главная задача здесь состоит в том, чтобы разглядеть среди массы молодых проектов именно тот, который имеет хороший потенциал, который просто обречен на успех.

Сюда же можно отнести покупку готового бизнеса. В этом случае, в отличие от стартапа, вы уже видите всю экономику компании, ее прибыль. Только, нужно правильно оценить все риски, что бы прибыль после покупки стремительно не растаяла. И сроки окупаемости проекта стремитесь минимизировать.

Данный список не заканчивается только этими вариантами вложений денег. Существует масса других. Но, какое бы вы ни принимали решение, всегда следует рассматривать ему альтернативу. Так как альтернативный подход способен наталкивать на самые эффективные пути управления капиталом.

2. Результативность простейшей финансовой сделки: процентная ставка, учетная ставка.
3. Операции наращивания и дисконтирования. Будущая стоимость и приведенная стоимость.

Рыночная экономика предоставляет предприятиям, осуществляющим производственную деятельность, возможность размещать свои временно свободные денежные средства на условиях срочности, платности, возвратности с целью:

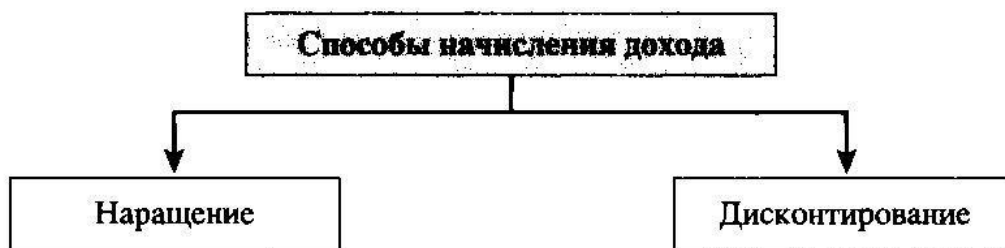
- 1) получения процентного или дисконтного, а также курсового дохода;
- 2) сохранения денежных средств от инфляционного обесценения.

Основными характеристиками любого объекта инвестирования являются:

- 1) первоначально размещаемая (исходная, номинальная) сумма денежных средств (PV);
- 2) доход в процентном выражении (процентная ставка — r или ставка дисконта — d);
- 3) единичный промежуток (стандартный интервал) начисления дохода;
- 4) возвращаемая сумма (сумма погашения) (FV).

В зависимости от того, какие заданы характеристики, изменяются направления движения денежных потоков, генерируемых инвестицией.

Классификацию процессов инвестирования по способу начисления дохода наглядно иллюстрирует рисунок.



Классификация процессов инвестирования по способу начисления дохода

Процесс инвестирования, в котором заданы исходная (номинальная) сумма (PV) и процентная ставка (r), называется процессом наращивания. Возвращаемая сумма (сумма погашения) называется наращенной суммой (FV). Доход представляет собой разницу между возвращаемой и номинальной суммой. Доходность операции характеризует процентная ставка (процент).

Формула наращивания имеет следующий вид:

$$PV + r \cdot PV = FV;$$

$$FV = PV + r \cdot PV;$$

$$FV = PV (1 + r).$$

Процесс инвестирования, в котором заданы возвращаемая сумма (сумма погашения) (FV) и дисконтная ставка (d), называется процессом математического дисконтирования. При этом возвращаемая сумма (сумма погашения) (FV) равна номинальной сумме объекта вложения денежных средств, а исходная сумма (PV) — меньше номинальной. Инвестируемая сумма в данном случае называется приведенной суммой. Доходность операции характеризует дисконтная ставка (дисконт).

Формула математического дисконтирования имеет следующий вид:

$$PV = FV (1 - d).$$

Так как процесс дисконтирования является обратным процессу наращенния, формула дисконтирования является результатом преобразования формулы наращенния:

$$PV + d \cdot FV = FV;$$

$$PV = FV - d \cdot FV;$$

$$PV = FV (1 - d).$$

От математического дисконтирования следует отличать так называемое банковское дисконтирование, под которым понимается поиск исходной суммы для наращенния заданной суммы по заданной процентной ставке. Формула (банковского) дисконтирования имеет следующий вид:

$$PV = FV / (1 + r).$$

Формула банковского дисконтирования является результатом преобразования формулы наращенния:

$$PV + r \cdot PV = FV;$$

$$PV (1 + r) = FV;$$

$$PV = FV / (1 + r).$$

Применительно к банковскому дисконтированию говорят о дисконтировании по простой или сложной ставке процентов. Взаимосвязь процентной и дисконтной ставки. Процентная ставка, характеризующая доход при наращеннии, и дисконтная ставка, характеризующая доход при дисконтировании, являются взаимосвязанными и взаимозависимыми. Если известна процентная ставка, можно рассчитать дисконтную ставку, и наоборот.

4. Формула простых процентов.

С **простыми процентами** все более или менее понятно: проценты начисляются один раз в конце срока вклада.

В банковских договорах процентная ставка указывается за год. Для других периодов (например, месяца) нужно перевести срок вклада в дни использовать для расчета простых процентов следующую формулу:

$$F_v = S_v * (1 + R * (T_d / T_y)), \text{ где}$$

- F_v — итоговая сумма;
- S_v — начальная сумма;
- R — годовая процентная ставка;
- T_d — срок вклада в днях;
- T_y — количество дней в году.

5. Постоянные и переменные значения процентных ставок. Наращивание по переменным простым ставкам процентов.

Под процентными деньгами или, кратко, процентами в финансовых расчетах понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой форме: в виде выдачи денежной ссуды, продажи в кредит, помещении денег на сберегательный счет, учет векселя, покупка сберегательного сертификата или облигаций и т.д.

В какой бы форме не выступали проценты, это всегда конкретное проявление такой экономической категории, как ссудный процент.

При заключении финансового или кредитного соглашения стороны (кредитор и заемщик) договариваются о размере процентной ставки - отношения суммы

процентных денег, выплачиваемых за фиксированный отрезок времени к величине ссуды. Интервал времени, к которому относится процентная ставка, называют периодом начисления. Ставка измеряется в процентах, в виде десятичной или натуральной дроби. В последнем случае она фиксируется в контрактах с точностью до 1/16 или даже 1/32.

Начисление процентов, как правило, производится дискретно, т.е. в отдельные (обычно равноотстоящие) моменты времени (дискретные проценты), причем, в качестве периодов начисления принимают год, полугодие, квартал, месяц. Иногда практикуют ежедневное начисление, а в ряде случаев удобно применять непрерывные проценты.

Проценты либо выплачиваются кредитору по мере их начисления, либо присоединяются к сумме долга. Процесс увеличения денег в связи с присоединением процентов к сумме долга называют наращением или ростом первоначальной суммы.

В количественном финансовом анализе процентная ставка применяется не только как инструмент наращивания суммы долга, но и в более широком смысле - как измеритель степени доходности (эффективности) финансовой операции или коммерческо-хозяйственной деятельности.

В практике существуют различные способы начисления процентов, зависящие от условий контрактов. Соответственно применяют различные виды процентных ставок. Одно из основных отличий связано с выбором исходной базы (суммы) для начисления процентов. Ставки процентов могут применяться к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды или к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами. В первом случае они называются простыми, а во втором - сложными процентными ставками.

Процентные ставки, указываемые в контрактах, могут быть постоянными или переменными («плавающими»). Плавающие ставки часто применяются во внешнеэкономических операциях. В этом случае значение ставки равно сумме некоторой изменяющейся во времени базовой величины и надбавки к ней (маржи). Примером базовой ставки может служить лондонская межбанковская ставка ЛИБОР (LIBOR - Londoninterbankofferedrate) или московская межбанковская ставка МИБОР. Размер маржи определяется целым рядом условий (сроком операции и т.д.). Судя по мировой практике, он обычно находится в пределах 0,5-5%. В контракте может использоваться и переменный во времени размер маржи.

Теперь мы рассмотрим методы анализа сделок, в которых предусматриваются разовые платежи при выдаче и погашении кредита или депозита. Задачи такого анализа сводятся к расчету наращенной суммы, суммы процентов и размера дисконта, современной величины (текущей стоимости) платежа, который будет произведен в будущем.

6. Процентные числа в банковской практике.

В банковской практике размещенный на длительное время капитал может в течение этого периода времени изменяться, т.е. увеличиваться или уменьшаться путем дополнительных взносов или отчислений. Таким образом, при обслуживании счетов банки сталкиваются с непрерывной сетью поступлений и расходованием средств и начислением процентов на постоянно меняющуюся сумму. В этой ситуации в банковской практике используется правило: общая начисленная за весь срок сумма процентов равна сумме процентов, начисленных на каждую из постоянных на некотором отрезке времени сумм.

Это касается и дебетовой, и кредитовой части счета. Разница лишь в том, что кредитовые проценты вычитаются.

В таких случаях для расчета процентов используется методика расчета с вычислением процентных чисел: каждый раз, когда сумма на счете изменяется,

производится расчет "процентного числа" за период, в течение которого сумма на счете была неизменной. Процентное число вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned} \text{Процентное число} &= \\ &= (\text{Сумма на счете} \cdot \text{Длительность периода в днях}) / 100 = \\ &= (PV \cdot t) / 100 \end{aligned}$$

Для определения суммы процентов за весь срок их начисления все "процентные числа" складываются, и их сумма делится на постоянный делитель, который носит название "процентный ключ" или дивизор, определяемый отношением количества дней в году к годовой процентной ставке:

$$I = \text{Процентных чисел} : \text{Постоянный делитель},$$

где

$$\text{Постоянный делитель} =$$

$$\text{Продолжительность года в днях} / \text{Годовая ставка процентов} = T / i$$

Проценты, вычисляемые с использованием дивизора, рассчитанного исходя из 365 дней в году, будут меньше, чем проценты по дивизору, где количество дней в году принято за 360, поэтому при обслуживании конкретного клиента всегда используется один из дивизоров.

Методика с использованием процентных чисел по своей сути является последовательным применением формулы простых процентов для каждого интервала постоянства суммы на счете:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = P_1 \cdot t_1 / T \cdot i + P_2 \cdot t_2 / T \cdot i + P_3 \cdot t_3 / T \cdot i$$

1.2 Тема: «Финансовые ренты» (2)

1.2.1 Вопросы лекции:

1. Сущность потоков платежей и финансовых рент их виды и оценка.
2. Аннуитеты постнумерандо и пренумерандо.
3. Приведенная стоимость постоянного аннуитета.
4. Коэффициент дисконтирования аннуитета и его экономический смысл.
5. Отсроченный постоянный аннуитет, бессрочный аннуитет.
6. Оценка постоянного непрерывного аннуитета для различных случаев начисления процентов.
7. Оценка аннуитета с изменяющейся величиной платежа.
8. Современная величина обычной ренты.
9. Определение параметров финансовых рент: члена ренты и срока ренты

1.2.2 Краткое содержание вопросов:

1. Сущность потоков платежей и финансовых рент их виды и оценка.

Потоки платежей являются неотъемлемой частью всевозможных финансовых операций: с ценными бумагами, в управлении финансами предприятий, при осуществлении инвестиционных проектов, в кредитных операциях, при оценке бизнеса, при оценке недвижимости, выборе альтернативных вариантов финансовых операций и т. п.

Члены потока могут быть как положительными величинами (поступления), так и отрицательными величинами (выплатами), а временные интервалы между членами такого потока могут быть равными и неравными.

Поток платежей, все члены которого имеют одинаковое направление (знак), а временные интервалы между последовательными платежами постоянны, называется **финансовой рентой** или **аннуитетом**.

При рассмотрении финансовой ренты используются основные категории:

- **член ренты (R)** – величина каждого отдельного платежа;
- **период ренты (t)** – временной интервал между членами ренты;
- **срок ренты (n)** – время от начала финансовой ренты до конца последнего ее периода;
- **процентная ставка (i)** – ставка, используемая при наращении платежей, из которых состоит рента.

2. Аннуитеты постнумерандо и пренумерандо.

Аннуитеты бывают пренумерандо и постнумерандо. Это красивые и загадочные термины обозначают всего лишь момент платежа: пренумерандо означает платежи в начале каждого временного периода, постнумерандо — в конце его. Эти термины, пришедшие к нам, судя по всему из латыни, используются в учебниках или в официальных бумагах. Я же буду говорить по-русски: денежные потоки с выплатой в конце года или в начале года.

В данной статье рассматриваются примеры расчета простых аннуитетов, в которых период платежа и период начисления процентов равны друг другу. То есть если проценты начисляются, например, за год, то и выплаты будут ежегодными. Или проценты начисляются ежемесячно, и платежи тоже осуществляются ежемесячно. Существуют аннуитеты, в которых эти периоды не совпадают (периоды выплат и периоды начисления процентов), но это более сложные вычисления. Я не буду их затрагивать. Всем, кто хочет разобраться эту тему досконально, лучше обращаться к учебникам по финансовой математике.

Дисконтирование и наращение

Для начала вспомним о том, что такое дисконтирование и наращение. Более подробно об этом рассказано в предыдущей статье. В ней речь шла о дисконтировании и наращении единичного денежного потока, то есть одной денежной суммы. Продисконтировать – это значит рассчитать текущую стоимость будущего денежного потока. То есть, если вам надо накопить определенную сумму к какой-то дате в будущем, то, применив дисконтирование, вы сможете рассчитать, сколько надо положить в банк сегодня.

Наращение – это движение из сегодняшнего дня в завтрашний: расчет будущей стоимости тех денег, которые у вас есть сегодня. Если вы положите деньги на банковский счет, то, зная банковскую ставку, вы сможете рассчитать, сколько денег у вас накопится на счете в любой момент времени в будущем.

Наращение и дисконтирование, конечно, неприменимы, если вы храните деньги дома. Все эти расчеты справедливы только тогда, когда вы можете инвестировать ваши деньги: положить на банковский счет или купить долговые ценные бумаги.

Дисконтирование и наращение применяются не только к одному денежному потоку, но и к последовательности денежных потоков, при этом денежные суммы могут быть любыми по величине. Частным случаем таких множественных денежных потоков и являются аннуитеты.

3. Приведенная стоимость постоянного аннуитета.

Для оценки движения финансовых потоков во времени применяют различные формулы финансовой математики, в том числе и расчет приведенной стоимости срочного аннуитета постнумерандо.

Сущность расчета заключается в том, что денежный поток, состоящий из одинаковых по величине выплат и существующий определенное время можно

пересчитать на настоящий момент, суммировав все продисконтированные выплаты с учетом условия постнумерандо.

Формула приведенной стоимости срочного аннуитета постнумерандо:

$$PV = \sum_{k=1}^n \frac{A}{(1+r)^k}, \text{ где}$$

PV – приведенная (текущая) стоимость;
 A – величина равномерного поступления;
 r – процентная ставка;
 n – количество лет.

4. Коэффициент дисконтирования аннуитета и его экономический смысл.

Целесообразность использования лизинга как метода финансирования приобретения подвижного состава железнодорожного транспорта должна быть обоснована с помощью экономической категории «эффективность».

В классическом понимании экономическая эффективность – это относительный показатель, соизмеряющий полученный эффект с затратами или ресурсами, использованными для достижения данного эффекта.

В основе оценки экономической эффективности лизинга лежат понятия и приемы инвестиционного анализа, как «дисконтирование», «денежные потоки», «финансовая рента», «налоговая экономия», а также методы оценки эффективности инвестиций.

Отношения между лизингодателем и лизингополучателем носят долгосрочный характер, что обусловлено, как правило, сопоставимостью срока лизинга и срока полезного использования основных производственных фондов, передаваемых в лизинг. Для ОПФ железнодорожного транспорта таких, как локомотивы электрической и тепловозной тяги, грузовые и пассажирские вагоны характерны более продолжительные сроки полезной службы (даже с учетом специального коэффициента ускоренной амортизации до трех при лизинге), чем у большинства ОПФ других отраслей народного хозяйства, поэтому учет фактора времени в оценке экономической эффективности лизинга является обязательным.

В инвестиционном анализе, а лизинг имеет прямое отношение к реальным инвестициям, фактор времени (временная ценность денег) рассматривается в двух аспектах. Первый аспект связан с обесценением денег с течением времени, второй аспект связан с обращением капитала. Поэтому для хозяйствующих субъектов доходы, приближенные к настоящему моменту времени имеют наибольшую ценность, могут быть реинвестированы и принести дополнительный доход, а расходы, растянутые во времени, дальше сдвинутые от настоящего момента времени в будущее, являются менее обременительными, так как имеют наименьшую ценность. В результате возникает проблема несопоставимости разновременных денежных потоков (доходы, расходы). Неравноценность доходов и расходов, относящихся к разным моментам времени, элиминируется дисконтированием.

Экономический смысл дисконтирования заключается во временном упорядочении денежных потоков различных временных периодов, приведением их к одному моменту времени. Базовая расчетная формула следующая:

$$P = \frac{F_n}{(1+r)^n} = F_n V_n$$

где P – текущая (синонимы: современная, настоящая, приведенная) стоимость величины F_n ; F_n – доход (расход) планируемый в n-м году; r – процентная ставка.

5. Отсроченный постоянный аннуитет, бессрочный аннуитет.

Рассмотрим обобщение аннуитета, когда первый из потока платежей начинает поступать через h периодов. Такой аннуитет называется отсроченным.

Стоимость этого аннуитета на начало периода, когда поступает первый платеж, находим по формуле и затем, осуществляя учет полученной величины за h периодов, определяем приведенную стоимость отсроченного аннуитета на начальный момент

времени: $P_{Vpst} = A \cdot FM2(r, h) \cdot FM4(r, n)$.

В этой формуле h не обязательно должно быть целым числом. Если h — целое

число, то: $P_{Vpst} = A \cdot FM4(r, n + h) - A \cdot FM4(r, h)$, т. е. приведенная стоимость

отсроченного аннуитета представляет собой разность приведенных стоимостей аннуитетов.

6. Оценка постоянного непрерывного аннуитета для различных случаев начисления процентов.

Прямая задача оценки постоянного аннуитета при заданных величинах регулярного поступления и процентной ставке r предполагает оценку будущей стоимости аннуитета. Прямая задача решается по формуле (2.1), в которой все поступления C_1, C_2, \dots, C_n

равны по величине A . Тогда формула (2.1) примет вид $F_{Vpst} = A \cdot \sum_{k=1}^n (1 + r)^{n-k} = A \cdot$

$FM3(r, n)$. (2.8)

Входящий в формулу множитель $FM3(r, n)$ называется коэффициентом наращения ренты (аннуитета) и представляет собой сумму n первых членов геометрической прогрессии, начинающейся с $a = 1$ и имеющей знаменатель $q = 1 + r$.

Таким образом, $FM3(r, n) = (1 + r)^n - 1 / r$. (2.9) 50 РАЗДЕЛ I. Общая часть следует, что $FM3(r, n) = (1 + r)^n - 1 / r = FM1(r, n) - 1 / FM3(r, n) - 1$.

Экономический смысл множителя $FM3(r, n)$ заключается в следующем: он показывает, чему будет равна суммарная величина срочного аннуитета в одну денежную единицу (например, в один рубль) к концу срока его действия. Предполагается, что производится лишь начисление денежных сумм, а их изъятие может быть сделано по окончании срока действия аннуитета. Множитель $FM3(r, n)$ часто используется в финансовых вычислениях. Его значения зависят лишь от процентной ставки r и срока n действия аннуитета, причем с увеличением каждого из этих параметров величина $FM3(r, n)$ возрастает. Значения множителя для различных сочетаний r и n можно табулировать (см. прил. А). Заметим, что при выводе формулы (2.9) использовалось выражение процентной ставки r в десятичных дробях, однако в прил. А значения r даны в процентах. Из (2.8) следует, что множитель показывает, во сколько раз наращенная сумма аннуитета больше величины денежного поступления A .

В связи с этим множитель $FM3(r, n)$ называют также коэффициентом аккумуляции вкладов. Формула (2.8) охватывает и «пограничные» случаи. Так, при одном денежном поступлении ($n = 1$) $FM3(r, n) = 1$ и $F_{Vpst} = A$. При $r = 0$ (не происходит никаких начислений) из формулы (2.9) получаем $F_{Vpst} = nA$, т. е. денежные поступления просто суммируются. Естественно, эти результаты следуют и просто из здравого смысла. Иногда

для удобства написания формул рассматривают и случай $n = 0$ (денежные поступления отсутствуют) и полагают $FM3(r, n) = 0$.

7. Оценка аннуитета с изменяющейся величиной платежа.

Денежные потоки с варьируемыми по годам поступлениями называются переменными потоками.

Пусть C_1, C_2, \dots, C_n – это ан-т, период которого совпадает с базовым периодом начисления % по ставке r . Требуется найти наращенную и современную его стоимость.

1) решение прямой задачи предполагает оценку на конец периода n (с позиции буд.вр.) – ан-т постнумерандо. На первое денежное поступление C_1 начисляются сложные % за $(n-1)$ период, и оно в конце n -го периода станет равным

$C_1(1+r)^{n-1}$ и т.д. следовательно будущая стоимость переменного а-та будет определяться как величина

$$FV_{\text{pst}}^a = \sum_{k=1}^n C_k (1+r)^{n-k},$$

C_k – денежные поступления k -го периода

2) решение обратной задачи. Обратная задача подразумевает оценку с позиции настоящего времени, т.е. на момент начала 1-го периода. При этом реализуется схема дисконтирования. Расчеты необходимо вести по приведенному потоку, все элементы которого с помощью дисконтных множителей приведены к одному моменту времени.

Т.о., приведенный денежный поток для исходного денежного потока имеет вид $C_1/(1+r)$, $C_2/(1+r)^2$, $C_n/(1+r)^n$. Приведенная стоимость

$$PV_{\text{pst}}^a = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{(1+r)^k}$$

Оценка с позиции настоящего потока будущих доходов называется капитализацией ожидаемых доходов.

8. Современная величина обычной ренты.

Пусть член годовой ренты равен R , процентная ставка i , проценты начисляются один раз в конце года, срок ренты n . Тогда дисконтированная величина первого платежа равна

$$R \cdot 1/(1+i) = Rv,$$

где

$v = 1/(1+i)$ – дисконтный множитель.

Приведенная к началу ренты величина второго платежа равна Rv^2 и т.д. Таким образом, приведенные величины образуют геометрическую прогрессию:

$Rv, Rv^2, Rv^3, \dots, Rv^n$,

сумма членов которой является современной величиной

$$A = Rv \frac{v^n - 1}{v - 1} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = Ra_{n;i},$$

где

$$a_{n;i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i},$$

$a_{n;i}$ – коэффициент приведения ренты.

Коэффициент приведения ренты зависит только от двух параметров: срока ренты n и процентной ставки i , ее значения имеются в таблице.

Современная величина ренты пренумерандо равна

$$A_{\text{пр}} = A(1+i)$$

9. Определение параметров финансовых рент: члена ренты и срока ренты

Часто в контрактах финансового характера предусматривают не отдельные разовые платежи, а серию платежей, распределенных во времени. Примерами могут быть регулярные выплаты с целью погашения долгосрочного кредита вместе с начисленными на него процентами, периодические взносы на расчетный счет, на котором формируется некоторый фонд различного назначения (инвестиционный, пенсионный, страховой, резервный, накопительный и т.д.), дивиденды, выплачиваемые по ценным бумагам, выплаты пенсий из пенсионного фонда и др.

Определение 1. Ряд последовательных выплат и поступлений называют *потоком платежей*. Выплаты представляются отрицательными величинами, а поступления – положительными.

Обобщающими характеристиками потока платежей являются наращенная сумма и современная величина. Каждая из этих характеристик является числом.

Определение 2. *Наращенной суммой потока платежей* называется сумма всех членов последовательности платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты.

Под *современной величиной потока платежей* понимают сумму всех его членов, дисконтированных (приведенных) на некоторый момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему.

Конкретный смысл этих обобщающих характеристик определяется природой потока платежей, причиной, его порождающей. Например, наращенная сумма может представлять собой итоговый размер формируемого инвестиционного или какого-либо другого фонда, общую сумму задолженности. Современная величина может характеризовать приведенную прибыль, приведенные издержки.

Определение 3. *Поток платежей*, все члены которого положительные величины, а временные интервалы постоянны, называют *финансовой рентой* или *аннуитетом*.

Финансовая рента имеет следующие параметры: *член ренты* – величина каждого отдельного платежа; *период ренты* – временной интервал между двумя соседними платежами; *срок ренты* – время, от начала финансовой ренты до конца ее последнего периода; *процентная ставка* – ставка, используемая при наращении или дисконтировании платежей, образующих ренту; число платежей в году; число начислений процентов в году; моменты платежа внутри периода ренты.

Классификация рент может быть произведена по различным признакам.

В зависимости от продолжительности периода ренты делят на *годовые* и *р-срочные*, где p – число выплат в году.

По числу начислений процентов различают ренты с начислением один в году, m раз или непрерывно. Моменты начисления процентов могут не совпадать с моментами рентных платежей.

По величине членов различают *постоянные* (с равными членами) и *переменные ренты*. Если размеры платежей изменяются по какому-либо математическому закону, то часто появляется возможность вывести стандартные формулы, значительно упрощающие расчеты.

По вероятности выплаты членов различают *ренты верные* и *условные*. Верные ренты подлежат безусловной выплате, например, при погашении кредита. Выплата условной ренты ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестно. Например, число выплат пенсий зависит от продолжительности жизни пенсионера.

По числу членов различают ренты с конечным числом членов или ограниченные и бесконечные или вечные. В качестве вечной ренты можно рассматривать выплаты по облигационным займам с неограниченными или не фиксированными сроками.

В зависимости от наличия сдвига момента начала ренты по отношению к началу действия контракта или какому-либо другому моменту ренты подразделяются

на *немедленные* и *отложенные* или *отсроченные*. Срок немедленных рент начинается сразу, а у отложенных запаздывает.

Ренты различают по моменту выплаты платежей. Если платежи осуществляются в конце каждого периода, то такие ренты называются *обычными* или *постнумерандо*. Если же выплаты производятся в начале каждого периода, то ренты называются *пренумерандо*. Иногда предусматриваются платежи в середине каждого периода.

Анализ потоков платежей в большинстве случаев предполагает расчет наращенной суммы или современной величины ренты.

1.3 Лекция №3 (2 часа).

Тема: «Кредит, погашение или амортизация долга»

1.3.1 Вопросы лекции:

1. Кредитные расчеты. Методы погашения займа.
2. Формирование погасительного фонда на основе постоянных срочных уплат и на основе неравных взносов.
3. Погашение долга в рассрочку.
4. Потребительский кредит и “правило 78”.
5. Льготный период. Беспроцентный заем.

1.3.2 Краткое содержание вопросов:

1. Кредитные расчеты. Методы погашения займа.

Среди основных способов погашения кредита можно выделить :

1. Погашение кредита одним платежом, без промежуточных выплат процентов.
2. Погашение основной суммы кредита одним платежом при регулярных выплатах процентов.
3. Погашение кредита регулярными равными платежами (наиболее типично для кредитов, выдаваемых населению).
4. Аналогично, но с отсрочкой первого платежа.

Погашение кредита одним платежом. Этот вариант как правило используется для краткосрочных кредитов, а также иногда для длинных коммерческих кредитов, например, сельскохозяйственным производителям. Причем стоит заметить, что в прошлом такой способ погашения использовался гораздо чаще из-за нерегулярности доходов населения и предпринимателей.

Для расчета платежа по кредиту достаточно использовать формулу сложных процентов, а для расчета процентной ставки напрямую определить эффективную процентную ставку по формуле, вытекающей из формулы сложных процентов.

Погашение основной суммы кредита одним платежом при регулярных выплатах процентов. Этот способ аналогичен выплатам по облигациям, а значит и предназначение у него такое же, как у долгов, оформленных облигациями. Чаще всего такой кредит носит коммерческо-инвестиционный характер. Для кредитов, выдаваемых частным лицам он не характерен.

Расчет платежей и процентной ставки в этом случае, как и в предыдущем, не представляет затруднений. Только в случае, если период конвертации процентной ставки не равен периоду между процентными платежами по кредиту, нужно применение формулы сложных процентов.

2. Формирование погасительного фонда на основе постоянных срочных уплат и на основе неравных взносов.

Существуют различные способы погашения задолженности. Участники кредитной сделки оговаривают их при заключении контракта. В соответствии с условиями контракта составляется план погашения задолженности.

Одним из важнейших элементов плана является определение числа выплат в течение года, т.е. определение числа так называемых срочных уплат и их величины.

Срочные уплаты рассматриваются как средства, предназначенные для погашения как основного долга, так и текущих процентных платежей. При этом средства, направляемые на погашение (амортизацию) основного долга, могут быть равными или изменяющимися по каким-либо законам, а плата за кредит, вычисленная по сложным процентам, будет выплачиваться отдельно. Иногда в течение ряда лет выплачиваются только проценты за кредит, а сам долг погашается в оставшееся время в рассрочку, т.е. несколькими платежами, или разовым платежом.

Погашение кредита может также производиться аннуитетами, т.е. платежами, вносимыми через равные промежутки времени и содержащими как выплату основного долга, так и процентный платеж за ПОЛЬЗОВАНИЕ КРЕДИТОМ. Величина аннуитета может быть постоянной, а может изменяться в арифметической или геометрической прогрессии.

Величина срочных уплат зависит от величины кредита, его срока, наличия и продолжительности льготного периода, размера процентной ставки и т.п. Однако, как правило, проценты за кредит должны выплачиваться и в льготном периоде. Ниже рассматривается ряд методов разработки планов погашения кредитов.

3. Погашение долга в рассрочку.

В практической финансовой деятельности, особенно при значительных размерах задолженности, долг обычно погашается в рассрочку, частями. Такой метод погашения часто называют *амортизацией долга*. Он осуществляется различными способами:

- погашением *основного долга* равными суммами (равными долями),
- погашением *всей задолженности* равными или переменными суммами по обслуживанию долга.

Погашение основного долга равными суммами

Пусть долг в сумме D погашается в течение n лет. В этом случае сумма, ежегодно идущая на его погашение, составит

$$R = \frac{D}{n}$$

Размер долга последовательно сокращается: $D, D-R, D-2R$ и т.д. Соответствующим образом уменьшаются и выплачиваемые проценты, т.к. они начисляются на остаток долга. Пусть проценты выплачиваются один раз в конце года по ставке g . Тогда за первый год и последующие годы они равны $Dg, (D-R)g, (D-2R)g$ и т.д. Процентные платежи образуют убывающую арифметическую прогрессию с первым членом Dg и разностью $-Rg$.

Срочная уплата в конце первого года определяется

$$Y_1 = D_0 g + R$$

Для конца года t находим

$$Y_t = D_{t-1} g + R, \quad t = 1, \dots, n,$$

где D_t - остаток долга на конец года t (после уплаты R),

D_{t-1} - остаток долга на конец года $t-1$ или на начало года t (до уплаты R).

У рассмотренного метода амортизации задолженности в начале срока погашения срочные уплаты выше, чем в конце его, что часто является нежелательным для должника.

4. Потребительский кредит и “правило 78”.

Потребительский кредит получил такое широкое распространение в промышленно развитых странах в первую очередь потому, что посредством использования данной технологии финансирования покупок резко расширяется емкость рынка по целому спектру потребительских товаров и недвижимости. По существу, целые фрагменты потребительского рынка функционируют лишь благодаря использованию различных схем потребительского кредитования. В нашей стране производители товаров длительного пользования (понимаемых в широком смысле слова, включая недвижимость) ежедневно сталкиваются с проблемами ограниченности спроса, вызванной как раз отсутствием возможности эффективной продажи в рассрочку. Это, в первую очередь, касается жилищного строительства и отчасти автомобилестроения, торговых организаций, реализующих достаточно дорогой импортный ширпотреб, бытовую и оргтехнику.

Правило 78» позволяет использовать при погашении потребительского кредита метод равных срочных уплат. В соответствии с этим методом на протяжении всего срока погашения заемщиком регулярно выплачивается фиксированная величина, часть которой идет в погашение долга, а другая часть выплачивается в виде процентов за заем. Величина долга систематически убывает. В связи с тем, что процентные выплаты уменьшаются, увеличиваются суммы, идущие на погашение долга. Фиксированная величина одной регулярной выплаты, равная Y , может рассматриваться как постоянная рента, поэтому, приравняв первоначальную сумму долга текущей величине этой ренты, получим:

$Y = Pl/a_{nj}$, где a_{nj} — коэффициент приведения годовой ренты со ставкой j .

Зная размер срочной выплаты, можно разработать план погашения кредита при условии, что проценты начисляются на остаток долга.

5. Льготный период. Беспроцентный заем.

Общая схема так называемого льготного периода выглядит следующим образом. Вы получили в банке кредитную карту (или активировали полученную с курьером/по почте). С этого момента начинается отсчет так называемого расчетного периода. У некоторых банков отсчет начинается по-другому, например, с момента первой операции по карте, но об этих нюансах - ниже.

Расчетный период - это период, в течение которого вы совершаете покупки, а банк ведет учет, сколько же вы потратили денег. Обычно этот период составляет 30 дней. Далее начинается **платежный период** (иногда именно его называют льготным). Это время, в течение которого вам дается возможность полностью возместить потраченные деньги. Обращаю внимание – надо погасить всю сумму задолженности – только в этом случае банк не начислит вам процентов за пользование денежными средствами (в объеме использованного кредитного лимита). Продолжительность платежного периода обычно составляет 20 или 30 дней – так что в сумме (с расчетным периодом – 30 дней) и получается «обещанный» банком период беспроцентного пользования кредитными деньгами 50, 60 и т.д. дней. Если вы не смогли полностью вернуть на карту все израсходованные деньги, то банк начислит проценты на сумму, которую вы потратили в течение расчетного периода. По окончании же льготного периода вам надо будет заплатить минимальный платеж (обычно это 5-10% от суммы) и проценты, начисленные за использование этих денежных средств. С момента окончания первого расчетного периода (30 дней) начнется отсчет следующего расчетного периода. Обратите внимание, это происходит в то же время, когда начинается первый платежный период. То есть одновременно у вас по карте будут действовать и

платежный период по долгам предыдущего расчетного периода, и новый расчетный период.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

2.1. Лабораторная работа 1 (ЛР-1) Сложные проценты.

1. Отличие начисления процентов по сложной ставке от начисления по простой ставке.
2. Условия применения сложных процентов.
3. Номинальная ставка процентов и возможности ее применения.
4. Сущность эффективной ставки процентов.
5. Расчет наращенной суммы при дискретно меняющейся во времени сложной ставке процентов.
6. Определение наращенной суммы за срок с дробным числом лет.
7. Непрерывное начисление процентов.
8. Расчет значения процентной ставки за один расчетный период.
9. Расчет годовой ставки наращенной по формуле простых процентов.
10. Вычисление наращенной суммы с использованием учетной ставки

2.2. Лабораторная работа 2 (ЛР-2) Дисконтирование.

1. Понятие дисконтирования и его применение.
2. Различие в антисипативных и декурсивных процентах.
3. Сущность величин, входящих в формулы для определения приведенной величины: по простой ставке процентов; по сложной ставке процентов.
4. Понятие дисконта и его определение.
5. Сущность операции учета векселя.
6. Сущность величин, входящих в формулу для определения суммы, полученной предъявителем векселя при его учете в банке.
7. Анализируйте формулы коэффициента дисконтирования.
8. Определение численных пределов для теоретического изменения этого коэффициента.

2.3. Лабораторная работа 3 (ЛР – 3) Эквивалентность платежей и процентных ставок.

1. Общее число периодов постоянных выплат на основе постоянной процентной ставки.
2. Расчет значения процентной ставки за один расчетный период.
3. Расчет годовой ставки наращенной по формуле простых процентов.
4. Вычисление наращенной суммы с использованием учетной ставки.
5. Синтаксис функций КПЕР, НОРМА. Решение задач.

2. 4 Лабораторная работа 4 (ЛР – 4) Учет инфляции в финансовых расчетах.

1. Сущность инфляции и необходимость ее учета в финансовых расчетах.
2. Показатели, характеризующие инфляцию.
3. Методам для компенсации потерь от снижения покупательной способности денег.

4. Определение инфляционной премии: при начислении простых процентов; при начислении сложных процентов.
5. Сущность брутто-ставки и методы ее определения.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Не предусмотрено РУП

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

Не предусмотрено РУП