ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки (специальность) *Экономика*

Профиль образовательной программы *Финансы и кредит*

Форма обучения *заочная*

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы (*из табл. 5.1 РПД*)				
		подготовка курсового проекта (работы)	подготовка реферата/эссе	индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	самостоятельное изучение вопросов (СИВ)	подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1.1	Случайные события. Вероятность события			5	4	2
1.2	Теоремы сложения и умножения вероятностей				8	-
1.3	Повторные независимые испытания			5	2	2
2.1	Дискретная случайная величина				8	5
2.2	Непрерывная случайная величина				8	4
3.1	Закон больших чисел. Понятие о методе Монте-Карло и цепях Маркова				13	
3.3	Статистическое оценивание параметров распределения				7	3
4.1	Статистическая проверка статистических гипотез			20	8	
4.2	Дисперсионный анализ			10	7	
4.3	Корреляционный анализ			10	5	2
4.4	Регрессионный анализ			10	5	3

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Индивидуальные домашние задания выполняются в форме контрольной работы.

2.1 Содержание индивидуальных домашних заданий

Примерные задания

Задача 1. Из колоды в 36 карт наудачу выбирают 4 карты. Какова вероятность, что: а) все отобранные карты будут одной масти; б) две из них будут крестовые; в) хотя бы одна карта будет крестовой?

Задача 2. Вероятность опоздания студента на каждую пару равна 0,8. Определите вероятность того, что студент опоздает на пару а) ровно 5 раз из 10; б) ровно 60 раз из 100; в) от 60 до 80 раз из 100.

Задача 3. Вероятность рождения в семье мальчика составляет 0, 51. Составить вероятностный закон распределения случайной величины X – числа мальчиков в семье, имеющих четырех детей. Построить график распределения вероятностей. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

Задача 4. Задана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le 0 \\ x^2, \text{ при } 0 < x \le 1 \\ 1, \text{ при } x > 0 \end{cases}$$

Рассчитать: 1) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X; б) вероятность того, что в результате испытаний случайная величина примет значение большее 0,4 и меньшее 0,8. Построить график функции F(X).

Задача 5. В мастерской по ремонту и обслуживанию бытовой радиоэлектронной аппаратуры по схеме собственно-случайной бесповторной выборки отобрано 50 рабочих дней прошедшего года и получены следующие данные о числе вызовов в день:

Число вызовов в день	Менее 10	10-15	15-20	20-25	Более 25
Количество дней	7	11	19	10	3

Найти:
а) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключено среднее число вызовов в день в предыдущем году;
б) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего числа вызовов в день можно гарантировать с вероятностью 0,9901;
в) используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении случайной величины X – число вызовов в день с эмпирическим распределением выборки.

Задача 6. По выборке объема n=100, извлеченной из двумерной нормальной генеральной совокупности (X, Y), составлена корреляционная таблица.

Y	X						n_y
	5	10	15	20	25	30	
100	2	4	-	-	-	-	6
110	-	12	5	-	-	-	17
120	-	-	29	8	-	-	37
130	-	-	7	12	5	-	24
140	-	-	-	3	10	3	16

n_x	2	16	41	23	15	3	n=100

Задание:

1) оценить выборочный коэффициент корреляции и детерминации между X и Y;
2) проверить значимость генерального коэффициента корреляции при α=0,05;
3) найти выборочное уравнение прямой линии регрессии зависимости Y от X;
4) найти выборочное уравнение прямой линии регрессии зависимости X от Y;
5) сформулировать выводы.

Таблица 1. Распределение заданий

Номер варианта	**Задача 1**	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Задача 6**
	№ задачи					
1	1	4	2	1	1	5
2	2	8	3	5	4	2
3	3	1	6	2	3	3
4	5	5	4	3	5	6
5	6	3	5	6	2	1
6	7	9	2	7	6	8
7	3	1	7	1	5	7
8	8	7	3	9	4	2
9	9	6	1	10	8	9
10	4	8	6	4	1	4
11	10	10	5	8	7	1
12	5	2	4	5	3	10
13	2	10	8	4	5	3
14	7	5	1	6	2	5
15	1	4	7	7	9	2
16	6	9	3	2	6	7
17	10	6	10	8	10	1
18	4	7	2	5	4	6
19	8	10	6	3	9	8
20	5	1	5	10	8	5
21	9	7	9	6	6	4
22	4	5	4	10	1	10
23	2	3	8	4	7	6
24	10	9	10	9	3	9
25	3	4	1	2	10	3
26	9	6	10	8	2	9
27	1	2	9	9	10	1
28	7	8	7	7	9	7
29	8	3	9	3	7	8
30	6	2	8	1	8	4

Все задания для выполнения контрольной работы представлены в следующем источнике:

Беньковская Л.В. Теория вероятностей и математическая статистика: методические указания и задания к контрольной работе / Л.В. Беньковская. – Оренбург: Издательский центр ОГАУ, 2012 – 44 с.

2.2 Порядок выполнения заданий

Задачи контрольной работы следует выполнять в том порядке, в каком они даны в индивидуальном задании. При оформлении контрольной работы необходимо переписать условие задачи, а затем после слова «Решение» привести решение. Каждый этап решения задачи должен содержать подробные объяснения. Используемые формулы должны записываться с пояснением обозначений. Окончательный ответ надо выделить и сформулировать словесно.

При расчете необходимых показателей результаты вычислений округлять до сотых в соответствии с правилами округления. Поля, в которой выполняется работа, должны быть не менее 2 см.

Контрольная работа должна быть оформлена аккуратно, написано разборчиво без помарок и зачеркиваний. Не рекомендуется произвольно сокращать слова (допускаются лишь общепринятые сокращения). Все приводимы таблицы и графики надо оформлять в соответствии с правилами, принятыми в статистике.

В конце работы указывается список используемой литературы, ставится дата ее окончания и подпись.

Вариант контрольной работы назначается преподавателем согласно порядковому номеру студента в журнале учета успеваемости. Контрольная работа не рассматривается, если ее вариант не соответствует назначенному варианту.

2.3 Пример выполнения задания

Задача1. Из 50 сотрудников фирмы 30 человек владеют английским языком. Для участия в международной конференции случайным образом отбирается 5 человек. Какова вероятность того, что а) все выбранные сотрудники владеют английским языком; б) 3 человека из 5 выбранных знают английский язык; в) хотя бы один владеет английским языком.

Решение:

а) Пусть событие А – все выбранные 5 сотрудников фирмы владеют английским языком.

Согласно классическому определению Р(А) вероятность события А равна

$$\boldsymbol{P(A)=\frac{m_A}{n}},$$

где m_A - число событий, благоприятствующих событию А. Оно равно числу способов, которыми можно выбрать 5 сотрудников фирмы, владеющих английским языком, т.е. числу способов отбора 5 человек из 30. Поскольку в данном случае неважен порядок расположения 5 человек, то образуемые подмножества есть сочетания. Число сочетаний определяется по формуле

$$\boldsymbol{C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}}.$$

Напомним, что $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n$, $0!=1$.

Следовательно $m_A=C_{30}^5=\frac{30!}{5!\cdot 25!}=\frac{26\cdot 27\cdot 28\cdot 29\cdot 30}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=142\,506$.

n - общее число возможных элементарных исходов испытания, равно числу способов, которыми можно отобрать 5 человек из 50 сотрудников банка.

$$n=C_{50}^5=\frac{50!}{5!\cdot 45!}=\frac{46\cdot 47\cdot 48\cdot 49\cdot 50}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=2\;118\,760.$$

Искомая вероятность равна: $P(A)=\frac{142\,506}{2118\,760}=0{,}067$.

б) Пусть событие В - 3 человека из 5 выбранных знают английский язык.

Вероятность события В равна $\boldsymbol{P(B)=\frac{m_B}{n}}$.

Найдем m_B - число исходов, благоприятствующих событию В. Среди выбранных пяти сотрудников фирмы три человека владеют английским языком, а два нет. Число таких исходов равно числу способов, которыми можно отобрать трех человек из 30, владеющих английским, и два человека из 20 не владеющих английским. Поскольку порядок расположения отобранных сотрудников неважен, то число исходов равно:

$$m_B = C_{30}^3 \cdot C_{20}^2 = \frac{30!}{3! \cdot 27!} \cdot \frac{20!}{2! \cdot 18!} = 771400.$$

Искомая вероятность $P(B) = \frac{771400}{2118760} = 0{,}36$

в) Пусть событие С - хотя бы один человек из пяти выбранных владеет английским языком.

<u>1 способ</u>.

Событие С можно представить как сумму следующих событий:

C_1 – из пяти отобранных сотрудников английским владеет один человек;

C_2 - из пяти отобранных сотрудников английским владеют два человека;

C_3 - из пяти отобранных сотрудников английским владеют трое;

C_4 - из пяти отобранных сотрудников английским владеют четверо;

C_5 - из пяти отобранных все сотрудники владеют английским.

Тогда С = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5. Следовательно, число исходов m_C, благоприятствующих событию С равно:

$$m_C = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5.$$

Аналогично предыдущему пункту задачи рассчитаем число исходов, благоприятствующих событиям C_1, C_2, C_3, C_4, C_5.

$m_1 = C_{30}^1 \cdot C_{20}^4 = \frac{30!}{1! \cdot 29!} \cdot \frac{20!}{4! \cdot 16!} = 145350;$

$m_2 = C_{30}^2 \cdot C_{20}^3 = \frac{30!}{2! \cdot 28!} \cdot \frac{20!}{3! \cdot 17!} = 495900;$

$m_3 = C_{30}^3 \cdot C_{20}^2 = \frac{30!}{3! \cdot 27!} \cdot \frac{20!}{2! \cdot 18!} = 771400;$

$m_4 = C_{30}^4 \cdot C_{20}^1 = \frac{30!}{4! \cdot 26!} \cdot \frac{20!}{1! \cdot 19!} = 548100;$

$m_5 = C_{30}^5 \cdot C_{20}^0 = \frac{30!}{5! \cdot 25!} \cdot \frac{20!}{0! \cdot 20!} = 142506.$

$m_C = 145350 + 495900 + 771400 + 548100 + 142506 = 2103256.$

Искомая вероятность $P(C) = \frac{2103256}{2118760} = 0{,}993.$

<u>2 способ.</u>

Как известно, $\boldsymbol{P(C) + P(\overline{C}) = 1}$. Тогда $\boldsymbol{P(C) = 1 - P(\overline{C})}$, где $\overline{C}$ - событие противоположное событию С – ни один из пяти сотрудников не владеет английским языком.

Число исходов, удовлетворяющих событию $\overline{C}$, равно числу способов, которыми можно отобрать пять человек из 20 не владеющих английским языком.

$$m_C = C_{20}^5 = \frac{20!}{5! \cdot 15!} = 15504.$$

Тогда $P(\overline{C}) = \frac{15504}{2118760} = 0{,}007.$

Искомая вероятность $P(C) = 1 - 0{,}007 = 0{,}993.$

Ответ: вероятность того, что а) все выбранные сотрудники владеют английским языком равна 0,067; б) 3 человека из 5 выбранных знают английский язык равна 0,36; в) хотя бы один сотрудник фирмы из выбранных владеет английским языком равна 0,997.

Задача 2 Вероятность того, что посетитель продуктового магазина купит молоко равна 0,7. Определите вероятность того, что а) из 10 покупателей ровно 4 купят молоко; б) из 80 покупателей ровно 50 купят молоко; в) из 100 покупателей от 65 до 80 человек купят молоко.

Решение.

а) В данной задаче испытанием является посещение покупателем магазина. При этом возможны два исхода каждого испытания: покупатель купит молоко или нет. Пусть событие А – посетитель магазина купит молоко.

Поскольку а) все n испытаний независимы, так как вероятность того, что один посетитель магазина купит молоко не зависит от того купит ли другой посетитель молоко, б) вероятность события – покупка молока в каждом испытании постоянна, то испытания удовлетворяют схеме Бернулли. Число n – невелико, следовательно, вероятность того, что из 10 покупателей молоко приобретут ровно 4, можно определить по формуле Бернулли:

$$\boldsymbol{P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}},$$

где $p=P(A)$ – вероятность наступления события А в каждом испытании;

$q=1-p$ – вероятность противоположного события ($\overline{A}$).

По условию задачи n=10, k=4, p=0,7, q=0,3.

Искомая вероятность $P_{10}(4) = C_{10}^4 \cdot 0{,}7^4 \cdot 0{,}3^6 = 0{,}037$.

б) Определим вероятность того, что из 80 покупателей магазина 50 купят молоко. По условию задачи n=80, k=50, p=0,7, q=0,3. Так как проводится достаточно большое число испытаний n=80, то искомую вероятность будем вычислять с помощью асимптотической формулы – локальной теоремы Муавра-Лапласа:

$$\boldsymbol{P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot f(t)},$$

где $\boldsymbol{t = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}}$;

$\boldsymbol{f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}}$ - функция Гаусса (приложение 1)

Основные свойства $f(t)$, необходимые для применения рассматриваемой теоремы:

1. f(t) – четная функция, т.е. $f(t) = f(-t)$;

2. $f(t)$ – монотонно убывающая функция, т. е. $f(t) \to 0$ при $t \to \pm\infty$; при $t>5$ можно считать $f(t) \approx 0$

Подставив исходные данные получим:

$$t = \frac{50 - 80 \cdot 0{,}7}{\sqrt{80 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3}} = -1{,}46 .$$

По таблице приложения 1 найдем значение функции Лапласа в точке t:

$f(-1{,}46) = f(1{,}46) = 0{,}1374$.

Искомая вероятность $P_{80}(50) = \dfrac{1}{\sqrt{80 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3}} \cdot 0{,}1374 = 0{,}034$.

в) Для расчета вероятности того, что из 100 покупателей от 65 до 80 человек купят молоко воспользуемся асимптотической формулой – интегральной теоремой Муавра-Лапласа:

$$P_n(k) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1),$$

где $t_1 = \dfrac{a - np}{\sqrt{npq}}$, $t_2 = \dfrac{b - np}{\sqrt{npq}}$.

$\Phi(t) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – функция Лапласа (приложение 2).

Отметим основные свойства $\Phi(t)$, необходимые для применения данной теоремы:

1. $\Phi(t)$ – нечетная функция, т. е. $\Phi(-t) = -\Phi(t)$.

2. $\Phi(t)$ - монотонно возрастающая функция, т. е. $\Phi(t) \to 0{,}5$, при $t \to \infty$;при $t>5$ можно считать $\Phi(t) \approx 0{,}5$.

По условию задачи n=100, a=65, b=80, p=0,7, q=0,3. Вычислим t_1 и t_2.

$$t_1 = \frac{65 - 100 \cdot 0{,}7}{\sqrt{100 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3}} = -1{,}09; \quad t_2 = \frac{80 - 100 \cdot 0{,}7}{\sqrt{100 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3}} = 2{,}18.$$

По таблице приложения 2 находим значение функции Лапласа в точках t_1 и t_2, учитывая что функция Лапласа нечетная получаем искомую вероятность:

$$P_{100}(65 \le k \le 80) = \Phi(2{,}18) - \Phi(-1{,}09) = \Phi(2{,}18) + \Phi(1{,}09) = 0{,}4854 + 0{,}3621 = 0{,}8475.$$

Задача 3 Вероятность опоздания поезда равна 0,4. Написать биномиальный закон распределения числа опоздавших поездов из четырех, прибывших на станцию. Построить график распределения вероятностей. Найти функцию распределения числа опоздавших поездов и построить ее график. Рассчитать математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Решение:

Дискретная случайная величина X – число опоздавших поездов из четырех. Она может принимать значения x_1=0 (ни один поезд не опоздал), x_2=1(опоздал один поезд), x_3=2 (опоздали два поезда), x_4=3 (опоздали три поезда), x_5=4 (опоздали четыре поезда). Опоздание одного поезда не зависит от опоздания другого, вероятность опоздания поезда постоянна и не меняется от поезда к поезду. Поэтому для вычисления вероятности каждого из события применима формула Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

По условию n=4, p=0,4, q=0,6, следовательно:

$P_4(0) = C_4^0 \cdot 0{,}4^0 \cdot 0{,}6^4 = 0{,}1296$;

$P_4(1) = C_4^1 \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^3 = 0{,}3456$;

$P_4(2) = C_4^2 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}3456$;

$P_4(3) = C_4^3 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^1 = 0{,}1536$;

$P_4(4) = C_4^4 \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^0 = 0{,}0256$.

Контроль:

$$P_4(0) + P_4(1) + P_4(2) + P_4(3) + P_4(4) = 0{,}1296 + 0{,}3456 + 0{,}3456 + 0{,}1536 + 0{,}0256 = 1.$$

Запишем закон распределения в виде таблицы:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

Построим график распределения вероятностей. Для этого построим прямоугольную систему координат, по оси абсцисс отложим возможные значения случайной величины X, а по оси ординат – соответствующие вероятности.

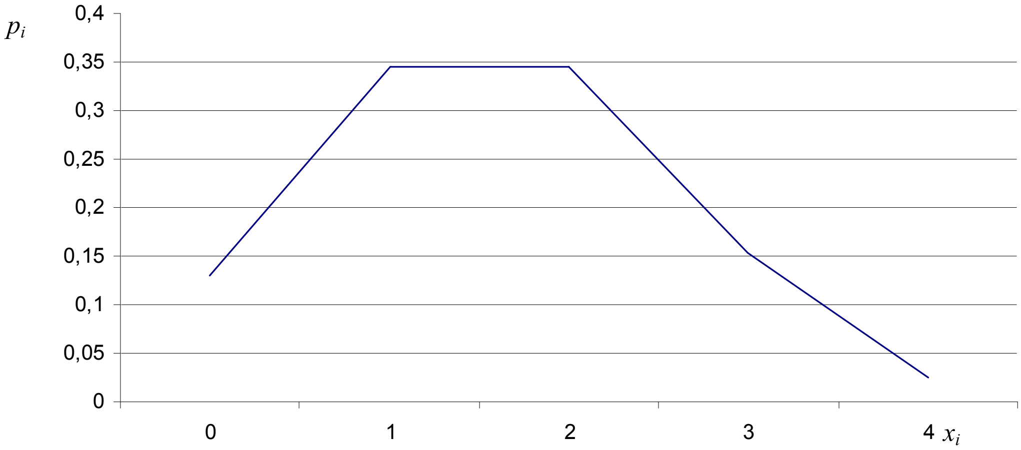

Рисунок 1. Полигон распределения дискретной случайной величины X

Найдем функцию распределения случайной величины X.

По определению *F(x)=P(X < x)*.

При $x \le 0$ случайная величина не принимает ни одного значения, тогда *F(x)*=0.

При $0 < x \le 1$ в интервал (- ∞; *x*) попадает одно значение случайной величины x=0 с вероятностью 0,1296, следовательно *F(x)=P(X=0)=0*, 1296.

При $1 < x \le 2$ в интервал (- ∞; *x*) попадает два значения случайной величины *x*=0 с вероятностью 0,1296 и *x*=1 с вероятностью 0,3456, следовательно *F(x)=P(X=0)+P(X=1)=0*, 1296+0,3456=0,4752.

При $2 < x \le 3$ в интервал (- ∞; *x*) попадает три значения случайной величины *x*=0 с вероятностью 0,1296, *x*=1 с вероятностью 0,3456 и *x*=2 с вероятностью 0,3456, следовательно *F(x)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)*= 0,1296+0,3456+0,3456=0,8208.

При $3 < x \le 4$ в интервал (- ∞; *x*) попадает четыре значения случайной величины *x*=0 с вероятностью 0,1296, *x*=1 с вероятностью 0,3456, *x*=2 с вероятностью 0,3456 и *x*=3 с вероятностью 0,1531, следовательно *F(x)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)*=0,1296+0,3456+0,3456+0,1536=0,9744.

При $x > 4$ в интервал (- ∞; *x*) попадает четыре значения случайной величины *F(x)= P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)*=1.

В итоге получаем интегральную функцию:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \ \text{если } x \le 0 \\ 0{,}1296, \ \text{если } 0 < x \le 1 \\ 0{,}4752, \ \text{если } 1 < x \le 2 \\ 0{,}8208, \ \text{если } 2 < x \le 3 \\ 0{,}9744, \ \text{если } 3 < x \le 4 \\ 1, \ \text{если } x > 4 \end{cases}$$

График функции распределения имеет вид:

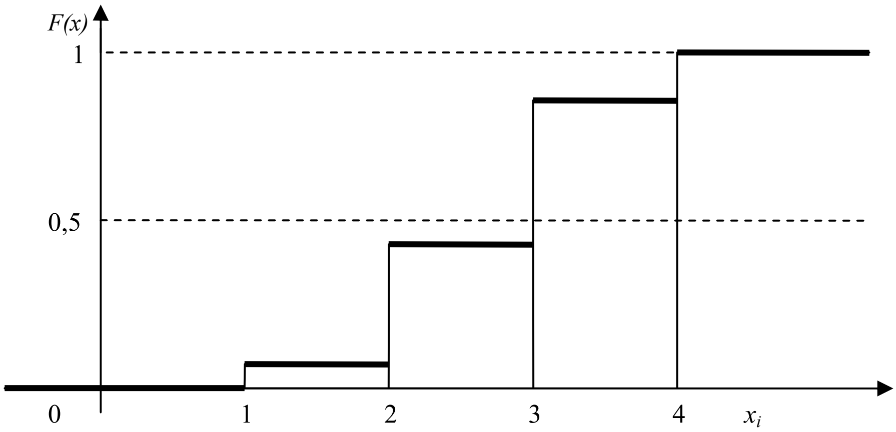

Рисунок 2. График функции распределения дискретной случайной величины X

Рассчитаем основные числовые характеристики дискретной случайной величины X.

1. Математическое ожидание дискретной случайной величины определяется по формуле:

$$\boldsymbol{M(X) = \sum x_i p_i}\ ,$$

и равна $\boldsymbol{M(X) = 0 \cdot 0{,}1296 + 1 \cdot 0{,}3456 + 2 \cdot 0{,}3456 + 3 \cdot 0{,}1536 + 4 \cdot 0{,}0256 = 1{,}6}$.

2. Дисперсия дискретной случайной величины.

1 способ.

Согласно определению, вычисляется как

$$\boldsymbol{D(X) = M[(X - M(X)]^2}.$$

$$\boldsymbol{D(X) = (0-1{,}6)^2 \cdot 0{,}1296 + (1-1{,}6)^2 \cdot 0{,}3456 + (2-1{,}6)^2 \cdot 0{,}3456 + (3-1{,}6)^2 \cdot 0{,}1536 +}$$
$$\boldsymbol{+ (4-1{,}6)^2 \cdot 0{,}0256 = 0{,}96.}$$

2 способ.

Рассчитывается по упрощенной формуле

$$\boldsymbol{D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2}.$$

где $\boldsymbol{M(X^2) = \sum x_i^2 p_i}$.

Для расчета $M(X^2)$ составим таблицу распределения случайной величины X^2:

x_i^2	0	1	4	9	16
p_i	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

$M(X^2) = 0 \cdot 0{,}1296 + 1 \cdot 0{,}346 + 4 \cdot 0{,}3456 + 9 \cdot 0{,}1536 + 16 \cdot 0{,}0256 = 3{,}52$

$D(X) = 3{,}52 - 1{,}6^2 = 0{,}96$

3. Среднеквадратическое отклонение

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}96} = 0{,}98$.

Рассеяние значений случайной величины X относительно его математического ожидания, равного 1,6, составляет 0,98.

Задача 4 Задана дифференциальная функция распределения случайной величины X:

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{0,\ при\ x \le 3} \\ \mathbf{\frac{1}{2},\ при\ 3 < x \le 5} \\ \mathbf{0,\ при\ x > 5} \end{cases}$$

Рассчитать: 1) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X; 2) вероятность того, что в результате испытаний случайная величина примет значение большее 3 и меньшее 5. 3) Построить график функции F(x).

Решение:

1) Математическое ожидание непрерывной случайной величины определяется по формуле:

$$\boldsymbol{M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx}.$$

Числовая линия разбивается на три интервала точками x=3 и x=5, на каждом из которых функция плотности вероятностей принимает различные значения, следовательно

$$M(X) = \int_{-\infty}^{3}(x \cdot 0)dx + \int_{3}^{5}(x \cdot \frac{1}{2})dx + \int_{5}^{\infty}(x \cdot 0)dx = \frac{1}{2}\int_{3}^{5} xdx = \left.\frac{x^2}{4}\right|_3^5 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$

Дисперсию можно вычислить двумя способами:

<u>1 способ</u>

по определению $\boldsymbol{D(X) = \int_{-\infty}^{\infty}(x - M(X))^2 \cdot f(x)dx}$.

$$D(X) = \int_{-\infty}^{3}((x-4)^2 \cdot 0)dx + \int_{3}^{5}((x-4)^2 \cdot \frac{1}{2})dx + \int_{5}^{\infty}((x-4)^2 \cdot 0)dx = \frac{1}{2}\int_{3}^{5}(x-4)^2 dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{3}^{5}(x^2 - 8x + 16)dx = \frac{1}{2}(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 16x)\bigg|_3^5 = \frac{125}{6} - 50 + 40 - \frac{27}{6} + 18 - 24 = \frac{1}{3}.$$

<u>2 способ</u>

по упрощенной формуле $\boldsymbol{D(X) = M(X^2) - (M(X))^2}$

где $M(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx$

$$M(X^2) = \int_{-\infty}^{3}(x^2 \cdot 0)dx + \int_{3}^{5}(x^2 \cdot \frac{1}{2})dx + \int_{5}^{\infty}(x^2 \cdot 0)dx = \frac{1}{2}\int_{3}^{5} x^2 dx = \left.\frac{x^3}{6}\right|_3^5 = \frac{125}{6} - \frac{27}{6} = 16\frac{1}{3}$$

Искомая дисперсия: $D(X) = 16\frac{1}{3} - (4)^2 = \frac{1}{3}$.

Среднее квадратическое отклонение вычисляется по формуле:

$$\boldsymbol{\sigma(X) = \sqrt{D(X)}}$$

Тогда $\sigma(X) = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}577$.

2) Вероятность попадания непрерывной случайной величины в определенный интервал определяется на основании свойства плотности распределения вероятностей:

$$\boldsymbol{P(x_1 \le X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx},$$

т.е. $P(3 \le X < 4) = \int_3^4 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} x \Big|_3^4 = \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$.

3) По определению $f(x) = F'(x)$, следовательно $\boldsymbol{F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt}$.

Так как функция плотности вероятностей имеет три интервала с различными значениями, рассмотрим функцию на каждом из этих интервалов:

при $x \le 3$, $F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0dt = 0$;

при $3 < x \le 5$, $F(x) = \int_{-\infty}^{3} 0dt + \int_3^x \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} t \Big|_3^x = \frac{1}{2}(x-3)$;

при $x > 5$, $F(x) = \int_{-\infty}^{3} 0dt + \int_3^5 \frac{1}{2} dt + \int_5^x 0dt = \frac{1}{2} t \Big|_3^5 = \frac{1}{2}(5-3) = 1$.

Итак, функция распределения вероятностей имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \ \textit{при} \ x \le 3 \\ \frac{1}{2}(x-3), \ \textit{при} \ 3 < x \le 5 \\ 1, \ \textit{при} \ x > 5 \end{cases}$$

График функции распределения имеет вид:

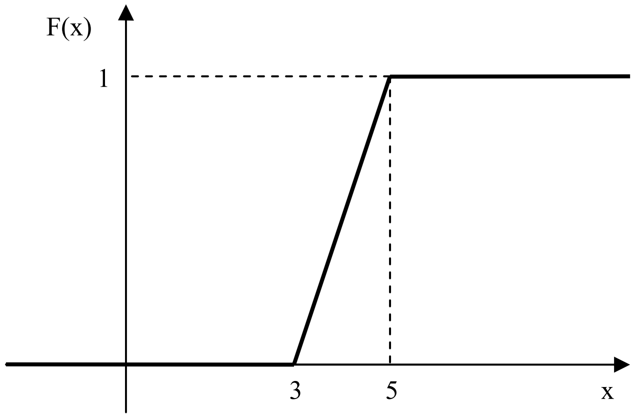

Рисунок 3. – График функции распределения вероятностей

Задача 5 В таблице приведены результаты анализа среднемесячной заработной платы 100 рабочих цеха:

Заработная плата, тыс. руб.	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	Более 30
Число рабочих	11	20	22	23	17	7

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,6827 заключена средняя заработная плата рабочего;

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля рабочих с заработной платой выше 25 тыс. руб.;

в) вероятность, с которой средняя заработная плата будет отличаться от выборочной средней не более чем на 1,5 тыс. руб;

г) используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении случайной величины X – заработная плата рабочих с эмпирическим распределением выборки.

Решение.

а) Исходя из условия задачи дисперсия генеральной совокупности неизвестна и объем выборки больше 30, следовательно доверительные границы определяются по формуле:

$$\bar{x} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \ ,$$

где $\bar{x}$ - выборочная средняя;

s – выборочное среднее квадратическое отклонение;

t_γ - значение аргумента функции Лапласа Ф(t) (приложение 2), при котором 2Ф(t)=γ.

Выборочная средняя определяется по формуле: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$,

где x_i – отдельные значения признака, определяемые как середина интервала;

f_i – частота признака x_i.

$$\bar{x} = \frac{7{,}5 \cdot 11 + 12{,}5 \cdot 20 + 17{,}5 \cdot 22 + 22{,}5 \cdot 23 + 27{,}5 \cdot 17 + 32{,}5 \cdot 7}{11 + 20 + 22 + 23 + 17 + 7} = 19{,}3 \text{ тыс. руб.}$$

Выборочная дисперсия рассчитывается как: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$.

$$s^2 = \frac{(7{,}5-19{,}3)^2 \cdot 11 + (12{,}5-19{,}3)^2 \cdot 20 + (17{,}5-19{,}3)^2 \cdot 22 + (22{,}5-19{,}3)^2 \cdot 23 +}{11 + 20 + 22 + 23 + 17 + 7}$$

$$\frac{+ (27{,}5-19{,}3)^2 \cdot 17 + (32{,}5-19{,}3)^2 \cdot 7}{} = 51{,}26$$

Выборочное среднее квадратическое отклонение:

$s = \sqrt{51{,}26} = 7{,}16$ тыс. руб.

По таблице функции Лапласа (приложение 2) $t_\gamma = \Phi^{-1}\left(0{,}6827/2\right) = 1{,}0$

Подставляя рассчитанные значения в формулу доверительного интервала получаем:

$$19{,}3 - 1 \cdot \frac{7{,}16}{10} \le \mu \le 19{,}3 + 1 \cdot \frac{7{,}16}{10},$$

$$18{,}58 \le \mu \le 20{,}02.$$

Таким образом, средняя заработная плата рабочего цеха находится в пределах от 18,58 до 20,02 тыс. рублей с вероятностью 0,6827.

б) Построение доверительного интервала с заданной надежностью γ для генеральной доли или вероятности p при достаточно больших объемах выборки (n>30) осуществляется по формуле:

$$w - t_\gamma \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \le p \le w + t_\gamma \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \ ,$$

где w – выборочная доля, рассчитанная как $w = \frac{m}{n}$, m- число рабочих с заработной платой выше 25 тыс. руб., n – всего рабочих.

Выборочная доля равна: $w = \frac{24}{100} = 0,24$.

По таблице функции Лапласа (приложение 2) $t_\gamma = \Phi^{-1}(0,95/2) = 1,96$.

Искомые границы:

$$0,24 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,24 \cdot (1-0,24)}{100}} \le p \le 0,24 + 1,96\sqrt{\frac{0,24 \cdot (1-0,24)}{100}};$$

$$0,156 \le p \le 0,324.$$

Следовательно, генеральная доля рабочих с заработной платой выше 25 тыс. руб. находится в пределах от 0,156 до 0,324 с доверительной вероятностью 0,95.

в) Поскольку средняя заработная плата отличается от выборочной не более чем на 2 тыс. руб., то δ = 1,5. Точность оценивания генеральной средней при неизвестной дисперсии (при n>30) определяется как

$$\boldsymbol{\delta = t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ и } \boldsymbol{t_\gamma = \frac{\delta \cdot \sqrt{n}}{s}},$$

$$t_\gamma = \frac{1,5 \cdot \sqrt{100}}{7,16} = 2,09.$$

По таблице функции Лапласа (приложение) вероятность γ=2Φ(t) равна γ=2Φ(2,09) = 0,48172 = 0,9634.

Итак, вероятность, с которой средняя заработная плата будет отличаться от выборочной средней не более чем на 1,5 тыс. руб. равна 0,9634.

г) Для проверки гипотезы о согласовании эмпирического распределения заработной платы рабочих с нормальным законом распределения надо рассчитать наблюдаемое значение критерия Пирсона по формуле:

$$\boldsymbol{\chi^2_{набл} = \sum \frac{(f_i - f_i^T)^2}{f_i^T}},$$

где f_i^T - теоретические частоты.

Так как рассматривается интервальный ряд распределения с равными интервалами, то теоретические частоты рассчитываются как

$$\boldsymbol{f_i^T = n \cdot P_i},$$

где $P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ – вероятность попадания величины X в интервал (x_i, x_{i+1});

$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$, $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}}{s}$ - стандартизированные значения переменной X.

Учитывая, что теоретические законы, как правило, определяются для всех действительных значений случайной величины, то при получении вероятностей P_i необходимо рассматривать расширенные интервалы, т.е. наименьшее значение z_1 полагают равным -∞, а наибольшее z_{s+1} полагают равным ∞.

Для удобства все расчеты представим в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. – Вспомогательная таблица расчета теоретических частот

i	Границы интервала		f_i	Границы интервала		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	P_i	f_i^T
	x_i	x_{i+1}		z_i	z_{i+1}				

1	5	10	11	-∞	-1,30	-0,5000	-0,4032	0,0968	10
2	10	15	20	-1,30	-0,60	-0,4032	-0,2252	0,1780	18
3	15	20	22	-0,60	0,10	-0,2252	0,0398	0,2650	26
4	20	25	23	0,10	0,80	0,0398	0,2881	0,2483	25
5	25	30	17	0,80	1,49	0,2881	0,4319	0,1438	14
6	30	35	7	1,49	∞	0,4319	0,5000	0,0681	7
	Итого		100	-	-	-	-	-	100

Таблица 2. – Вспомогательная таблица расчета $\chi^2_{набл}$

i	f_i	f_i^T	$f_i - f_i^T$	$(f_i - f_i^T)^2$	$\frac{(f_i - f_i^T)^2}{f_i^T}$
1	11	10	1	1	0,1000
2	20	18	2	4	0,2222
3	22	26	-4	16	0,6154
4	23	25	-2	4	0,1600
5	17	14	3	9	0,6429
6	7	7	0	0	0,0000
Итого	100	100	-	-	1,7405

Итак, $\chi^2_{набл} = 1{,}74$.

По таблице критических значений распределения χ^2- Пирсона (приложение 3) при уровне значимости α и числе степеней свободы v = s-3 (s – число интервалов) определяется критическая точка. $\chi^2_{кр}(0{,}05;3) = 7{,}8$.

Так как $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$ (1,74<7,8) принимаем гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности X, т.е. эмпирические и теоретические частоты распределения численности рабочих цеха по уровню заработной платы различаются незначительно.

Задача 6 По данным, приведенным в корреляционной таблице

Y	X						n_y
	205	215	225	235	245	255	
72					2	2	4
76					3	1	4
80				9	4		13
84			8	12			20
88		2	5				7
92	1	1					2
n_x	1	3	13	21	9	3	n=50

1. оценить выборочный коэффициент корреляции и детерминации между X и Y;
2. проверить значимость генерального коэффициента корреляции при α=0,05;
3. найти выборочное уравнение прямой линии регрессии зависимости Y от X;
4. найти выборочное уравнение прямой линии регрессии зависимости X от Y;

Сформулировать выводы.

Решение.

Поскольку данные наблюдений по X и Y заданы в виде корреляционной таблицы с равноотстоящими вариантами, то целесообразно перейти к условным вариантам:

$$u_i = \frac{x_i - C_1}{h_1}; \quad v_i = \frac{y_i - C_2}{h_2},$$

где C_1, C_2 – «ложный нуль» соответственно вариант X и Y. При этом в качестве ложного нуля выгодно принять варианту, которая расположена примерно в середине ряда и имеет наибольшую частоту.

h_1, h_2 – шаг, т.е. разность между двумя соседними вариантами, соответственно для переменных X и Y.

Возьмем $C_1 = 235$, $h_1 = 10$;

$C_2 = 84$, $h_2 = 4$.

В результате преобразования вариант получена таблица

Таблица 3. – Корреляционная таблица с условными вариантами

V	U						n_v
	-3	-2	-1	0	1	2	
-3					2	2	4
-2					3	1	4
-1				9	4		13
0			8	12			20
1		2	5				7
2	1	1					2
n_u	1	3	13	21	9	3	n=50

В этом случае выборочный коэффициент корреляции определяется по формуле:

$$r = \frac{\sum uvn_{uv} - n \cdot \overline{u} \cdot \overline{v}}{n \cdot \sigma_u \cdot \sigma_v}.$$

Найдем $\overline{u}$ и $\overline{v}$:

$$\overline{u} = \frac{\sum u \cdot n_u}{n} = \frac{-3 \cdot 1 + (-2) \cdot 3 + (-1) \cdot 13 + 0 \cdot 21 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 3}{50} = -0{,}14,$$

$$\overline{v} = \frac{\sum v \cdot n_v}{n} = \frac{-3 \cdot 4 + (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot 13 + 0 \cdot 20 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 2}{50} = -0{,}44.$$

Среднее квадратическое отклонение рассчитали по формулам:

$$\sigma_u = \sqrt{\overline{u^2} - (\overline{u})^2},$$

$$\sigma_v = \sqrt{\overline{v^2} - (\overline{v})^2}.$$

Найдем $\overline{u^2}$ и $\overline{v^2}$:

$$\overline{u^2} = \frac{\sum u^2 \cdot n_u}{n} = \frac{9 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 13 + 0 \cdot 21 + 1 \cdot 9 + 4 \cdot 3}{50} = 1{,}1,$$

$$\overline{v^2} = \frac{\sum v^2 \cdot n_v}{n} = \frac{9 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 13 + 0 \cdot 20 + 1 \cdot 7 + 4 \cdot 2}{50} = 1{,}6.$$

Тогда

$$\sigma_u = \sqrt{1{,}1 - (-0{,}14)^2} = 1{,}04,$$

$$\sigma_v = \sqrt{1{,}6 - (-0{,}44)^2} = 1{,}19.$$

Рассчитаем $\sum uvn_{uv}$:

$$\sum uvn_{uv} = -3 \cdot 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 \cdot 8 + (-1) \cdot 1 \cdot 5 + 0 \cdot (-1) \cdot 9 + 0 \cdot 0 \cdot 12 +$$
$$+ 1 \cdot (-3) \cdot 2 + 1 \cdot (-2) \cdot 3 + 1 \cdot (-1) \cdot 4 + 2 \cdot (-3) \cdot 2 + 2 \cdot (-2) \cdot 1 = -51$$

Искомый выборочный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{-51 - 50 \cdot (-0{,}14) \cdot (-0{,}44)}{50 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}19} = -0{,}87 .$$

Выборочный коэффициент корреляции показывает, что связь между переменными X и Y обратная и тесная.

б) Проверка значимости генерального коэффициента корреляции проводится с помощью критерия Стьюдента. Для этого рассчитывается $t_{набл}$

$$t_{набл} = \frac{r}{\sqrt{1 - r^2}} \cdot \sqrt{n - 2} .$$

$$t_{набл} = \frac{-0{,}87}{\sqrt{1 - (-0{,}87)^2}} \cdot \sqrt{50 - 2} = -12{,}23 .$$

По таблице критических значений Стьюдента (приложение 4) $t_{кр}(0{,}05;\ 48) = 2{,}01$. Поскольку в таблице критических значений Стьюдента представлены не все значения, то рекомендуется для получения точного значения критерия воспользоваться ППП Excel и статистической функцией СТЬЮДРАСПОБР(α, v=n-2).

Сравнивая расчетное и критическое значение t-статистики, $|t_{набл}| > t_{кр}$ делаем вывод о значимости генерального коэффициента корреляции с вероятностью ошибки принятия решения 0,05.

в) Выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X имеет вид:

$$\overline{y}_x - \overline{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \overline{x}) ,$$

где $\overline{y}_x$ - условная средняя.

Найдем $\overline{x}$ и $\overline{y}$.

Так как $u_i = \dfrac{x_i - C_1}{h_1}$; $v_i = \dfrac{y_i - C_2}{h_2}$,

то $\overline{x} = \overline{u} \cdot h_1 + C_1$, $\overline{y} = \overline{v} \cdot h_2 + C_2$.

Тогда $\overline{x} = -0{,}14 \cdot 10 + 235 = 233{,}6$;

$\overline{y} = -0{,}44 \cdot 4 + 84 = 82{,}2$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma_x = h_1 \sigma_u$, $\sigma_y = h_2 \sigma_v$

$\sigma_x = 10{,}4$, $\sigma_y = 4{,}76$

Искомое уравнение прямой линии регрессии Y на X:

$$\overline{y}_x - 82{,}2 = -0{,}87 \frac{10{,}4}{4{,}76} (x - 233{,}6) ,$$

Окончательно: $\overline{y}_x = 175{,}26 - 0{,}398x$.

Вывод: при увеличении значения признака X на одну единицу своего измерения Y в среднем уменьшается на 0,398 единиц своего измерения.

г) Выборочное уравнение прямой линии регрессии X на Y имеет вид:

$$\overline{x}_y - \overline{x} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \overline{y}) .$$

Подставим значения и найдем искомое уравнение регрессии:

$$\bar{x}_y - 233{,}6 = -0{,}87\frac{10{,}4}{4{,}76}(y - 82{,}24)\,.$$

Окончательно: $\bar{x}_y = 389{,}93 - 1{,}9y$.

Вывод: при увеличении значения признака Y на одну единицу своего измерения X в среднем уменьшается на 1,9 единиц своего измерения.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

Модуль 1 Вероятность события

1. Краткая историческая справка становления теории вероятностей
2. Ограниченность классического определения вероятности
3. Теорема сложения для несовместных событий
4. Теорема сложения для совместных событий
5. Теоремы умножения вероятностей
6. Формула полной вероятности
7. Формула Байеса
8. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях

При изучении вопросов необходимо обратить внимание на следующие особенности:

1. Ограниченность классического определения вероятности приводит к необходимости введения других определений вероятности
2. При использовании теорем сложения надо установить совместность и несовместность случайных событий, а при применении теорем умножения – зависимость и независимость случайных событий
3. Взаимосвязь относительной частоты и вероятности

Модуль 2 Числовые характеристики и законы распределения случайных величин

1. Свойства математического ожидания
2. Свойства дисперсии
3. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины и их числовые характеристики
4. Основные законы распределения ДСВ: биномиальный, Пуассона, геометрический
5. Гипергеометрическое распределение
6. Вероятностный смысл плотности распределения
7. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс
8. Основные законы распределения НСВ: равномерный, экспоненциальный, нормальный
9. Распределение «хи квадрат»
10. Распределение Стьюдента и Фишера-Снедекора
11. Нормальный закон распределения двух случайных величин

При изучении вопросов необходимо обратить внимание на следующие особенности:

1. Свойства математического ожидания и дисперсии позволяют упростить вычисление числовых характеристик
2. Дискретные и непрерывные случайные величины описываются разными законами распределения

3. Все законы распределения можно разделить на основные (социально-экономические показатели могут ими описываться) и вспомогательные, используемые при применении статистических критериев.
4. При рассмотрении нормального закона распределения двух случайных величин вводится новая числовая характеристика – коэффициент корреляции.

Модуль 3 Закон больших чисел. Статистическое оценивание параметров распределения
1. Значение метода Монте-Карло
2. Правила разыгрывания полной группы событий
3. Приближенное разыгрывание нормальной случайной величины
4. Задачи математической статистики
5. Статистическое распределение выборки и эмпирическая функция распределения
6. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка
7. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки

При изучении вопросов необходимо обратить внимание на следующие особенности:
1. Метод Монте-Карло позволяет, зная распределение случайной величины получить необходимое количество данных выборочной совокупности, без непосредственного проведения выборочного обследования
2. Взаимосвязь теории вероятности и математической статистики
3. Способы отбора, позволяющие уменьшить ошибку репрезентативности
4. Теоретической основой использования той или иной оценки в статистической практике является их соответствие определенным требованиям

Модуль 4 Методы описания и измерения связи между переменными
1. Статистическая гипотеза. Виды гипотез
2. Ошибки первого и второго рода
3. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы.
4. Критическая область. Область принятия решений
5. Мощность критерия
6. Критерий Вилкоксона и проверка гипотезы об однородности двух выборок
6. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона
7. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями
8. Понятие о дисперсионном анализе
9. Однофакторный дисперсионный анализ
10. Основные предпосылки дисперсионного анализа
11. Основное тождество дисперсионного анализа
12. Таблица дисперсионного анализа
13. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа
14.Корреляционная таблица
15. Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции
16 Свойства выборочного корреляционного отношения
17 Проверка статистической значимости выборочного коэффициента корреляции
18. Понятие о множественной корреляции
19. Простейшие случаи криволинейной корреляции

При изучении вопросов необходимо обратить внимание на следующие особенности:
1. Для проверки статистических гипотез используются специальные статистические критерии

2. Дисперсионный анализ позволяет разложить вариацию результативного признака на три составляющие. И если с помощью критерия Фишера удается доказать превалирование факторной дисперсии над остаточной, то изучаемый фактор х оказывает влияние на изменение результата
3. Корреляционная таблица позволяет выдвинуть гипотезу о наличии корреляционной связи
4. Отличительные особенности расчета коэффициента корреляции при различной связи

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

Практическое занятие № 1 Случайные события. Вероятность события

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Предмет и задачи теории вероятностей
2. Основными понятиями теории вероятностей являются случайное событие и вероятность события
3. Виды комбинаций
4. Условия, при которых применяется та или иная формула вычисления вероятности

Практическое занятие № 2 Повторные независимые испытания

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Применение формул вычисления вероятности наступления события, при проведении серии повторных испытаний зависит от числа испытаний, вероятности событий и числа наступления события

Практическое занятие № 3 Дискретная случайная величина

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Способы задания дискретной случайной величины
2. В чем отличие и взаимосвязь случайного события и случайной величины
3. Интерпретация основных числовых характеристик случайных величин
4. Отличительные особенности законов распределения дискретной случайной величины

Практическое занятие № 4 Непрерывная случайная величина

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Отличие дискретной и непрерывной случайных величин
2. Отличительные особенности способов задания дискретной и непрерывной случайной величины
3. Отличительные особенности законов распределения непрерывной случайной величины
4. Предельность нормального закона распределения

Практическое занятие № 5 Статистическое оценивание параметров распределения

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Различие понятие генеральной и выборочной совокупностей.
2. Задачи выборочного метода
3. Неизбежность ошибки репрезентативности и возможности ее снижения
4. Этапы построения вариационного ряда

5. Построение доверительного интервала математического ожидания или вероятности при разных условиях задачи

6. Оценка параметров генеральной совокупности по выборочным данным

Практическое занятие № 6 Корреляционный анализ

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Виды существующих зависимостей. Задача корреляционного анализа
2. Основные показатели корреляции и их интерпретация
3. Способы проверки статистической значимости коэффициентов корреляции

Практическое занятие № 7 Регрессионный анализ

При подготовки к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Регрессионные модели различаются по количеству включенных в исследование факторов и по виду модели
2. После определение параметров уравнения регрессии необходимо оценить значимость уравнения регрессии в целом и его параметров для возможности дальнейшего применения полученной модели