ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методы оптимальных решений

Направление подготовки: Экономика

Профиль образовательной программы: Экономика предприятий и организаций

Форма обучения: заочная

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п.	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы (*из табл. 5.1 РПД*)				
		подготовка курсового проекта (работы)	подготовка реферата/эссе	индивидуальные домашние задания (ИДЗ)	самостоятельное изучение вопросов (СИВ)	подготовка к занятиям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1	Методы оптимизации как средства принятия оптимальных решений	-	-	-	-	-
2	Линейное программирование. Основная задача линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования.	-	-	-	3	-
3	Симплексный метод решения задачи линейного программирования	-	-	4	5	5
4	Целочисленность в линейном программировании	-	-	2	3	-
5	Двойственность в линейном программировании	-	-	2	3	-
6	Методы решения задач линейного программирования транспортного типа	-	-	12	4	10
7	Системное моделирование как основа оптимального планирования в совокупности задач управления производством.			6	-	-
8	Элементы теории игр в задачах моделирования экономических процессов	-	-	2	21	-
9	Моделирование систем массового обслуживания	-	-	2	21	-
10	Динамическое программирование	-	-	2	20	-
11	Сетевое планирование и управление	-	-	2	20	-
12	Итоговое обзорное занятие	-	-	2	-	2
	Итого	-	-	36	100	17

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Индивидуальное домашнее задание выполняется в форме контрольной работы.

2.1 Темы индивидуальных домашних заданий

ИДЗ выполняется в виде контрольной работы, состоящей из трех заданий (одного теоретического и двух расчетных). Тема соответствует закрепленному варианту (вариант выбирается по номеру студента в журнале).

2.2 Содержание индивидуальных домашних заданий

Задание 1. Теоретический вопрос.

1. Применение математических методов в экономических исследованиях и планировании.
2. Необходимость применения математических методов в планировании сельскохозяйственного производства.
3. Краткая характеристика методов линейного программирования.
4. Применение математических методов в организации и планировании животноводства.
5. Методы оптимального планирования размещения сельскохозяйственного производства.
6. Открытая модель транспортной задачи.
7. Приближенные распределительные методы.
8. Проблема оптимального размещения капиталовложений в сельском хозяйстве.
9. Классификация экономико-математических моделей.
10. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
11. Теория двойственности и экономическая интерпретация двойственных задач.
12. Области применения сетевого планирования и управления.
13. Назначение, характеристика и структура систем сетевого планирования и управления.
14. Система массового обслуживания с очередью и ее практическое применение.
15. Сетевое планирование в условиях неопределенности и его практическое применение.
16. Система массового обслуживания смешанного типа с ограничением по длине очереди.
17. Моделирование экономических процессов и решение задач линейного программирования симплексным методом.
18. Система массового обслуживания с ожиданием и ее области применения.
19. Подготовка исходной информации для экономического анализа и планирования с помощью производственных функций.
20. Оптимальное планирование состава машинно-тракторного парка и его использования.
21. Оптимальное планирование оборота и структуры стада.
22. Система массового обслуживания с отказами и ее области применения.
23. Оптимальное планирование использования кормов.
24. Оптимальное планирование специализации производства и сочетания отраслей в сельскохозяйственных предприятиях.
25. Экономико-математические методы оптимизации структуры посевных площадей.

26. Экономико-математические модели для оптимального использования удобрений.

27. Экономико-математические модели для оптимизации состава и использования машинно-тракторного парка

28. Экономико-математические модели оптимизации рационов кормления скота.

29. Экономико-математические модели оптимизации использования кормов.

30. Экономико-математические модели для расчета оптимального оборота и структуры стада.

31. Экономико-математические модели оптимизации отраслевой структуры производства сельскохозяйственных предприятий.

32. Производственные функции в сельском хозяйстве.

33. Элементы теории игр в задачах моделирования экономических процессов.

34. Основы планирования межотраслевого баланса и его модель.

35. Целочисленное программирование: способы и методы решения.

36. Постановка и модель двойственной задачи, признак двойственности.

37. Моделирование спроса и предложения в микроэкономике.

38. Основная задача линейного программирования, ее экономическая интерпретация и методы решения.

39. Решение задач динамического программирования в экономике.

40. Целочисленное программирование: необходимость данного типа задач в области экономических исследований.

41. Динамическое программирование: постановка задачи, основные понятия.

42. Алгоритм решения задач методом динамического программирования.

Задание 2.

Решить примеры задач линейного программирования:

а) с использованием симплекс-метода

б) проверить правильность решения задачи на основе применения редактора MS Excel

1. $Z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min$
   $3x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$
   $2x_1 + 4x_2 - 5x_3 \geq 3$
   $-x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1$
   $x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

2. $Z = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \to \max$
   $2x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 3$
   $3x_1 - 8x_2 \leq 5$
   $x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

3. $Z = -2x_1 + x_2 + 3x_3 \to \min$
   $-3x_1 - x_3 \leq 8$
   $-x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 1$
   $2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6$
   $x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

4. $Z = x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 – 3 \to \min$

22. $Z = -2x_1 + x_2 - 3x_3 \to \min$
   $-3x_1 - x_3 \leq 8$
   $-x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 1$
   $2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 6$
   $x_j \geq 0$

23. $Z = 12x_1 + 27x_2 + 6x_3 \to \min$
   $2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 14$
   $x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 6$
   $6x_1 + 9x_2 + 2x_3 \geq 22$
   $x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

24. $Z = x_1 + 3x_2 + x_3 \to \max$
   $x_1 + x_2 \geq 1$
   $x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 4$
   $2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 10$
   $x_2 + 2x_3 \leq 6$
   $x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

25. $Z = 4x_1 + 2x_2 + x_3 \to \max$

$x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 \leq 8$
$0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 3x_4 - x_5 \leq 10$
$3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 36$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3,4,5)

5. $Z = -x_1 + 2x_2 \to \min$
$x_1 + 3x_2 \geq 6$
$- x_1 + 2x_2 \leq 1$
$x_1 + x_2 \leq 5$
$3x_1 - x_2 \geq 6$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2)

6. $Z = x_1 + x_2 \to \max$
$3x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 3$
$x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 2$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

7. $Z = - 2x_1 + x_2 - 3x_3 \to \max$
$3x_1 - x_3 \leq 8$
$- x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 1$
$2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 6$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

8. $Z = 2x_1 + 3x_2 \to \min$
$2x_1 - x_2 + x_3 \geq 3$
$x_1 - x_2 + x_3 \geq 2$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

9. $Z = x_1 + x_2 \to \max$
$- 3x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 3$
$x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 2$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

10. $Z = -2x_1 + x_2 - 3x_3 \to \max$
$3x_2 - x_3 \leq 8$
$- x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 1$
$2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 6$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

11. $Z = - 3x_1 + x_2 + 2x_3 \to \max$
$4x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 4$
$- x_1 + 3x_3 \leq 2$
$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

12. $Z = 2x_1 - x_2 + x_3 \to \max$
$x_1 - x_2 + x_3 \leq 3$
$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$
$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3)

26. $Z = x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 \to \max$
$x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 \leq 8$
$2x_1 + 3x_4 - x_5 \leq 10$
$3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 30$
$x_1 + x_2 \leq 10$
$x_j \geq 0$ (j = 1, …, 5)

27. $Z = 5x_1 + 5x_2 - 9x_3 \to \max$
$x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 1$
$3x_1 - x_2 - 3x_3 - 5x_4 \leq 1$
$x_j \geq 0$ (j = 1, …, 4)

28. $Z = x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \to \min$
$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 3$
$-2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 3$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3, 4)

29. $Z = 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \to \min$
$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 3$
$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 30$
$-3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 \leq 4$
$x_j \geq 0$ (j = 2, 3, 4)

30. $Z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 6x_4 \to \min$
$2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \geq 5$
$x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 \leq 8$
$-x_1 + 4x_2 + x_4 \leq 1$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3, 4)

31. $Z = 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 \to \max$
$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 7$
$-3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 15$
$2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 2$
$x_j \geq 0$ (j = 1, 2, 3, 4)

32. $Z = x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 -3 \to \max$
$x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 \leq 8$
$2x_2 + 3x_4 - x_5 \leq 10$
$3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 30$
$x_1 + x_2 \leq 10$
$x_j \geq 0$ (j = 1, …, 5)

33. $Z = x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 - 3 \to \min$
$x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 \leq 8$

$2x_1 + x_2 - 4x_3 \le -2$
$x_1 - 3x_2 + 2x_3 \ge 1$
$5x_1 + x_2 + x_3 \ge 6$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

13. $Z = -3x_1 + 7x_2 + 6 \to \min$
$2x_1 + x_2 \le 10$
$-3x_1 + 2x_2 \ge 10$
$3x_1 + 4x_2 \ge 20$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2)$

14. $Z = x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 \to \max$
$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \le 5$
$-x_2 + x_3 - x_4 \le 10$
$2x_1 - 2x_2 + x_4 \ge 8$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3, 4)$

15. $Z = 6x_1 + 5x_2 \to \max$
$2x_1 + 3x_2 \le 12$
$3x_1 + 2x_2 \le 10$
$2x_1 + x_2 \le 18$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2)$

16. $Z = 3x_1 - x_2 \to \min$
$-3x_1 + 2x_2 \le 15$
$4x_1 - x_2 \ge 20$
$3x_1 + x_2 \ge 30$
$x_1 - 2x_2 \le 20$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2)$

17. $Z = -2x_1 + x_2 - 3x_3 \to \min$
$3x_1 - x_3 \le 8$
$-x_1 + x_2 + 4x_3 \le 1$
$2x_1 + x_2 - 3x_3 \ge 6$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

18. $Z = x_1 - 3x_2 + x_3 \to \min$
$3x_1 - x_2 + 2x_3 \le 7$
$-2x_1 + 4x_2 \le 12$
$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \le 10$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

19. $Z = x_1 + x_2 + x_3 - 3 \to \min$
$2x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 7$
$-3x_1 + 3x_2 - 2x_3 \ge -8$
$-3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \ge -4$
$-x_2 + x_3 \ge 1$

$0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 3x_4 - x_5 \le 10$
$3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 \le 36$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, \ldots, 5)$

34. $Z = 4x_1 + 5x_2 + x_3 - 10 \to \max$
$3x_1 + 2x_2 \le 15$
$x_1 + 4x_2 \le 16$
$3x_1 + 3x_2 + x_3 \le 20$
$x_1 \ge 2$
$x_2 \le 4$
$x_3 \ge 0$

35. $Z = 2x_1 + 12x_2 + 10x_3 - 24 \to \min$
$x_1 + 4x_2 + 4x_3 \ge 14$
$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \ge 12$
$-x_1 + x_3 \ge 0$
$x_1 \ge 0$
$x_2 \ge 0$
$x_3 \ge 2$

36. $Z = -2x_1 + x_2 + 3x_3 \to \min$
$-3x_1 - x_3 \le 8$
$-x_1 + x_2 - 4x_3 \le 1$
$2x_1 + x_2 + 3x_3 \le 6$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

37. $Z = -2x_1 + x_2 - 3x_3 \to \min$
$-3x_1 - x_3 \le 8$
$-x_1 + x_2 + 4x_3 \le 1$
$2x_1 + x_2 - 3x_3 \le 6$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

38. $Z = 4x_1 + 5x_2 \to \max$
$2x_1 + x_2 \le 8$
$4x_1 + 6x_2 \le 24$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2)$

39. $Z = -3x_1 + x_2 + 3x_3 \to \min$
$2x_1 + x_2 + x_3 \le 5$
$-x_1 + 3x_2 - x_3 \le 4$
$x_1 + 2x_2 + x_3 \le 8$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

40. $Z = -2x_1 + 5x_2 \to \min$
$7x_1 + 2x_2 \ge 14$
$5x_1 + 6x_2 \le 30$
$3x_1 + 8x_2 \ge 24$
$x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2)$

$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

20. $Z = 5x_1 - x_2 + 4x_3 \to \max$
$x_2 + 2x_3 \geq 9$
$-x_1 + x_2 \geq 1$
$x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 8$
$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

21. $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \to \max$
$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 9$
$2x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 8$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 7$
$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$

41. $Z = 4x_1 + 3x_2 \to \max$
$13x_1 + 24x_2 \leq 312$
$x_1 + x_2 \leq 15$
$2x_1 + x_2 \leq 24$
$x_1 + x_2 \geq 10$
$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2)$

42. $Z = 4x_1 + 6x_2 \to \min$
$3x_1 + x_2 \geq 9$
$x_1 + 2x_2 \geq 8$
$x_1 + 6x_2 \geq 12$
$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2)$

Задание 3. Решить примеры задач линейного программирования транспортного типа

а) с использованием распределительных метолов и метода потенциалов

б) проверить правильность решения задачи на основе применения редактора MS Excel

1. $b_1 = 100$, $b_2 = 150$, $b_3 = 50$; $a_1 = 50$, $a_2 = 100$, $a_3 = 70$, $a_4 = 80$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \\ 7 & 3 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

2. $b_1 = 150$, $b_2 = 50$, $b_3 = 20$; $a_1 = 50$, $a_2 = 100$, $a_3 = 70$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 7 & 3 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

3. $b_1 = 150$, $b_2 = 50$, $b_3 = 50$; $a_1 = 100$, $a_2 = 70$, $a_3 = 80$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 9 & 10 \\ 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

4. $b_1 = 50$, $b_2 = 20$, $b_3 = 50$, $b_4 = 180$; $a_1 = 50$, $a_2 = 100$, $a_3 = 70$, $a_4 = 80$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 9 & 10 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 6 & 7 & 2 & 3 \\ 5 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

5. $b_1 = 100$, $b_2 = 50$, $b_3 = 20$, $b_4 = 50$; $a_1 = 50$, $a_2 = 100$, $a_3 = 70$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 7 & 3 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

6. $b_1 = 100$, $b_2 = 150$, $b_3 = 20$; $a_1 = 50$, $a_2 = 100$, $a_3 = 70$, $a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 8 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

7. $b_1 = 20$ $\quad a_1 = 100$
$b_2 = 50$ $\quad a_2 = 70$
$b_3 = 180$ $\quad a_3 = 80$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

8. $b_1 = 150$ $\quad a_1 = 50$
$b_2 = 50$ $\quad a_2 = 70$
$b_3 = 50$ $\quad a_3 = 80$
$a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 7 \\ 7 & 9 & 10 & 8 \\ 6 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

9. $b_1 = 20$ $\quad a_1 = 50$
$b_2 = 50$ $\quad a_2 = 70$
$b_3 = 180$ $\quad a_3 = 80$
$a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 10 \\ 6 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

10. $b_1 = 150$ $\quad a_1 = 50$
$b_2 = 50$ $\quad a_2 = 100$
$b_3 = 20$ $\quad a_3 = 70$
$b_4 = 50$ $\quad a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 7 \\ 7 & 3 & 9 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 10 \\ 6 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

11. $b_1 = 50$ $\quad a_1 = 100$
$b_2 = 20$ $\quad a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $\quad a_3 = 120$
$b_4 = 180$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 4 \\ 4 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & 8 \\ 9 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

12. $b_1 = 100$ $\quad a_1 = 100$
$b_2 = 150$ $\quad a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $\quad a_3 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 6 \\ 3 & 10 & 4 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

13. $b_1 = 100$ $\quad a_1 = 100$
$b_2 = 150$ $\quad a_2 = 50$
$b_3 = 50$ $\quad a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 1 & 7 & 4 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

14. $b_1 = 50$ $\quad a_1 = 100$
$b_2 = 20$ $\quad a_2 = 50$
$b_3 = 50$ $\quad a_3 = 150$
$b_4 = 180$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 7 \\ 4 & 10 & 6 \\ 7 & 4 & 5 \\ 9 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

15. $b_1 = 50$ $\quad a_1 = 70$
$b_2 = 20$ $\quad a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $\quad a_3 = 150$
$b_4 = 180$

$$C = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 7 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

16. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 150$ $a_2 = 100$
$b_3 = 50$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 4 \\ 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

17. $b_1 = 100$ $a_1 = 100$
$b_2 = 20$ $a_2 = 70$
$b_3 = 180$ $a_3 = 80$
$a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 2 \\ 4 & 1 & 5 & 10 \\ 9 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

18. $b_1 = 150$ $a_1 = 100$
$b_2 = 50$ $a_2 = 70$
$b_3 = 20$ $a_3 = 80$
$b_4 = 180$ $a_4 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 10 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 6 \\ 9 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

19. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 150$ $a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $a_3 = 50$
$a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 7 & 6 \\ 7 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

20. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 150$ $a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $a_3 = 50$
$a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 7 & 6 \\ 7 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

21. $b_1 = 100$ $a_1 = 70$
$b_2 = 150$ $a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 8 & 3 & 4 \\ 9 & 10 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

22. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 150$ $a_2 = 100$
$b_3 = 50$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

23. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 150$ $a_2 = 100$
$b_3 = 50$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

24. $b_1 = 100$ $a_1 = 100$
$b_2 = 150$ $a_2 = 70$
$b_3 = 50$ $a_3 = 80$
$a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & 8 & 3 & 7 \\ 3 & 9 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

25. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 80$
$b_3 = 180$ $a_3 = 50$
$a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 10 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

26. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 80$
$b_3 = 180$ $a_3 = 50$
$a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 10 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

27. $b_1 = 100$ $a_1 = 70$
$b_2 = 20$ $a_2 = 80$
$b_3 = 180$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 1 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

28. $b_1 = 100$ $a_1 = 70$
$b_2 = 20$ $a_2 = 80$
$b_3 = 180$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 1 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

29. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 100$
$b_3 = 180$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 3 & 4 & 6 \\ 5 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

30. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 100$
$b_3 = 180$ $a_3 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 3 & 4 & 6 \\ 5 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

31. $b_1 = 100$ $a_1 = 100$
$b_2 = 20$ $a_2 = 70$
$b_3 = 180$ $a_3 = 80$
$a_4 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 2 \\ 4 & 1 & 5 & 10 \\ 9 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

32. $b_1 = 50$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 70$
$b_3 = 50$ $a_3 = 80$
$b_4 = 180$ $a_4 = 100$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 10 & 8 \\ 3 & 1 & 5 & 10 \\ 6 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

33. $b_1 = 50$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 70$
$b_3 = 50$ $a_3 = 80$
$b_4 = 180$ $a_4 = 100$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 10 & 8 \\ 3 & 1 & 5 & 10 \\ 6 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

34. $b_1 = 50$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $a_3 = 50$
$b_4 = 180$ $a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 4 \\ 3 & 5 & 10 & 9 \\ 6 & 3 & 4 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

35. $b_1 = 50$ $a_1 = 50$
$b_2 = 20$ $a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $a_3 = 50$
$b_4 = 180$ $a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 4 \\ 3 & 5 & 10 & 9 \\ 6 & 3 & 4 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

36. $b_1 = 100$ $a_1 = 50$
$b_2 = 150$ $a_2 = 80$
$b_3 = 50$ $a_3 = 50$
$a_4 = 120$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 7 & 6 \\ 7 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

37. $b_1 = 150$ $a_1 = 100$
$b_2 = 50$ $a_2 = 70$
$b_3 = 20$ $a_3 = 80$
$b_4 = 180$ $a_4 = 150$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 10 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 6 \\ 9 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

38. $b_1 = 100$ $a_1 = 80$
$b_2 = 50$ $a_2 = 70$
$b_3 = 20$ $a_3 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 7 \\ 6 & 9 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

39. $b_1 = 100$ $a_1 = 80$
$b_2 = 50$ $a_2 = 70$
$b_3 = 20$ $a_3 = 50$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 7 \\ 6 & 9 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

40. $b_1 = 100$ $a_1 = 90$
$b_2 = 50$ $a_2 = 70$
$b_3 = 20$ $a_3 = 50$
$b_4 = 80$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 7 \\ 6 & 9 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

41. $b_1 = 100$ $a_1 = 90$
$b_2 = 50$ $a_2 = 70$
$b_3 = 20$ $a_3 = 50$
$b_4 = 80$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 7 \\ 6 & 9 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Решить на max.

42. $b_1 = 100$ $a_1 = 90$
$b_2 = 120$ $a_2 = 70$
$b_3 = 60$ $a_3 = 50$
$a_4 = 110$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 7 & 4 \\ 6 & 9 & 3 & 8 \\ 5 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Решить на min.

2.3 Порядок выполнения заданий

Контрольная работа должна быть правильно оформлена, пронумерованы страницы; текст контрольной работы не следует перегружать излишними цитатами, цифрами, датами. В контрольной работе обучающийся обязан выполнить все три задания.

Первое задание требует изучения теоретических основ использования математических методов в прикладных задачах экономики и предусматривает краткое изложение материала (раскрывая сущность вопроса) непосредственно по теме соответствующего варианта. Для этого необходимо, основываясь на материал лекционного курса и изучив рекомендуемую литературу, раскрыть сущность вопроса (5-7 страниц печатного текста);

Второе и третье задания контрольной работы предполагают проверку практических навыков студентов. Необходимо в соответствии с вариантом выполнить задания и описать последовательность их решения. Второе задание представляет собой решение задач линейного программирования симплексным методом, а также проверку правильности решения задачи на основе применения редактора MS Excel. Отчет о решении необходимо распечатать и приложить к работе. Третье задание – решение транспортных задач методом потенциалов (составление исходного плана базируется на применении распределительных методов). Также необходимо провести проверку правильности решения задачи на основе применения редактора MS Excel. Отчет о решении необходимо распечатать и приложить к работе.

Допускается представление контрольной работы в рукописном виде при условии написания ее четким, разборчивым почерком.

Контрольная работа может быть выполнена в печатном виде. В этом случае она выполняется компьютерным способом с одной стороны страницы листа формата А4 (297 Х 210 мм).

При оформлении работы на компьютере необходимо соблюдать следующие требования:

- работа должна быть представлена в формате Word;
- шрифт Times New Roman, размер 14 пт;
- полуторный межстрочный интервал;
- все заголовки выделяются жирным шрифтом, их размер не должен превышать 14 пт;
- каждая страница имеет поля: левое – 30 мм, правое – 10 мм, верхнее – 15 мм, нижнее – 20 мм;
- абзацный отступ должен быть одинаковым и равен 5 знакам;
- весь объем контрольной работы нумеруются по порядку до последней страницы.

2.4 Пример выполнения задания

1. Теоретические вопросы должны отражать сущность представленного для изучения материала. Объем в печатном варианте не менее 5 стр.

2. Найти максимум линейной функции

$Z = 2x_1 + x_2 + x_3$

при ограничениях:

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$

$x_2 + x_3 \leq 9$

$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 9.$

Решение.

Переходим от системы неравенств к системе уравнений. Введем дополнительную переменную y_i как разность между большей и меньшей частью неравенства (при этом необходимо обратить внимание на знак неравенства).

$y_1 = - x_1 - x_2 - x_3 + 10$

$y_2 = - x_2 - x_3 + 9$

$y_3 = x_1 + x_2 + 2x_3 - 9$

Запишем математическую модель в табличной форме.

Таблица 1 – Исходная симплекс таблица

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	Свободные члены
y_1	1	1	1	10
y_2	0	1	1	9
y_3	-1	-1	-2	-9
Z	-2	-1	-1	0

Прежде чем выбрать разрешающий элемент необходимо исходный вариант проверить на допустимость. В симплекс-таблице будет находиться допустимый вариант решения, если среди свободных членов, кроме строки Z не будет отрицательных. В таблице 1 есть отрицательный свободный член, значит, наш исходный вариант недопустим.

Выбираем разрешающий элемент:

а) разрешающая строка: среди отрицательных свободных членов кроме строки Z выбираем наибольший по абсолютной величине (в нашем случае один отрицательный элемент b_3 = -9);

б) разрешающий столбец: поделим свободный член разрешающей строки на каждый ее коэффициент (-9/-1, -9/-1, -9/-2) наименьшее из положительных отношений укажет на столбец (в нашем примере наименьшее положительное симплекс – отношение -9/-2 = 4,5).

На пересечении разрешающей строки и разрешающего столбца находится разрешающий элемент a_{33} = -2.

Таблица 2 – Исходная симплекс таблица с выбранным разрешающим элементом

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	Свободные члены
y_1	1	1	1	10
y_2	0	1	1	9
y_3	-1	-1	-2	-9
Z	-2	-1	-1	0

Делая шаг МЖИ, получаем таблицу 3.

Таблица 3 – Симплекс таблица после первой итерации

	$-x_1$	$-x_2$	$- y_3$	Свободные члены
y_1	1/2	1/2	1/2	11/2
y_2	-1/2	1/2	1/2	9/2
x_3	1/2	1/2	-1/2	9/2
Z	-3/2	-1/2	-1/2	9/2

Получили допустимый вариант.

Исследуем полученный вариант на оптимальность. Так как $Z \to \max$, то в таблице МЖИ будет содержаться оптимальный вариант, если среди коэффициентов строки Z не будет отрицательных. В нашем случае вариант не оптимален.

Выбираем разрешающий элемент:

а) разрешающий столбец: среди отрицательных коэффициентов строки Z выбираем наибольший по абсолютной величине (в нашем случае c_1 = -3/2);

б) разрешающая строка: возьмем симплексные отношения, то есть поделить свободные члены на соответствующие коэффициенты разрешающего столбца (кроме строки Z), т.е. (11/2 : 1/2), (9/2 : -1/2), (9/2: 1/2). Наименьшее из положительных отношений укажет на разрешающую строку (в нашем примере наименьшее положительное симплекс-отношение (9/2 : 1/2) = 9).

На пересечении разрешающей строки и разрешающего столбца находится разрешающий элемент a_{31} = 1/2 .

Таблица 4 – Симплекс таблица после первой итерации с выбранным разрешающим элементом

	$-x_1$	$-x_2$	$-y_3$	Свободные члены
y_1	1/2	1/2	1/2	11/2
y_2	-1/2	1/2	1/2	9/2
x_3	1/2	1/2	-1/2	9/2
Z	-3/2	-1/2	-1/2	9/2

Делая шаг МЖИ, получаем таблицу 5.

Таблица 5 – Симплекс таблица после второй итерации

	$-x_3$	$-x_2$	$-y_3$	Свободные члены
y_1	-1	0	1	1
y_2	1	1	0	9
x_1	2	1	-1	9
Z	3	1	-2	18

Снова полученный вариант не является оптимальным, поэтому выбираем разрешающий элемент:

а) разрешающий столбец: среди отрицательных коэффициентов строки Z выбираем наибольший по абсолютной величине (в нашем случае один отрицательный коэффициент c_3 = -2);

б) разрешающая строка: возьмем симплексные отношения, то есть поделить свободные члены на соответствующие коэффициенты разрешающего столбца (кроме строки Z), т.е. 1/1, 9/0, 9/-1. Наименьшее из положительных отношений укажет на разрешающую строку (в нашем примере наименьшее положительное симплекс-отношение 1/1 = 1).

На пересечении разрешающей строки и разрешающего столбца находится разрешающий элемент a_{13} = 1.

Таблица 5 – Симплекс таблица после второй итерации с выбранным разрешающим элементом

	$-x_3$	$-x_2$	$-y_3$	Свободные члены
y_1	-1	0	1	1
y_2	1	1	0	9
x_1	2	1	-1	9
Z	3	1	-2	18

Делая шаг МЖИ, получаем таблицу 6.

Таблица 6 – Видоизмененная симплекс таблица после третьей итерации

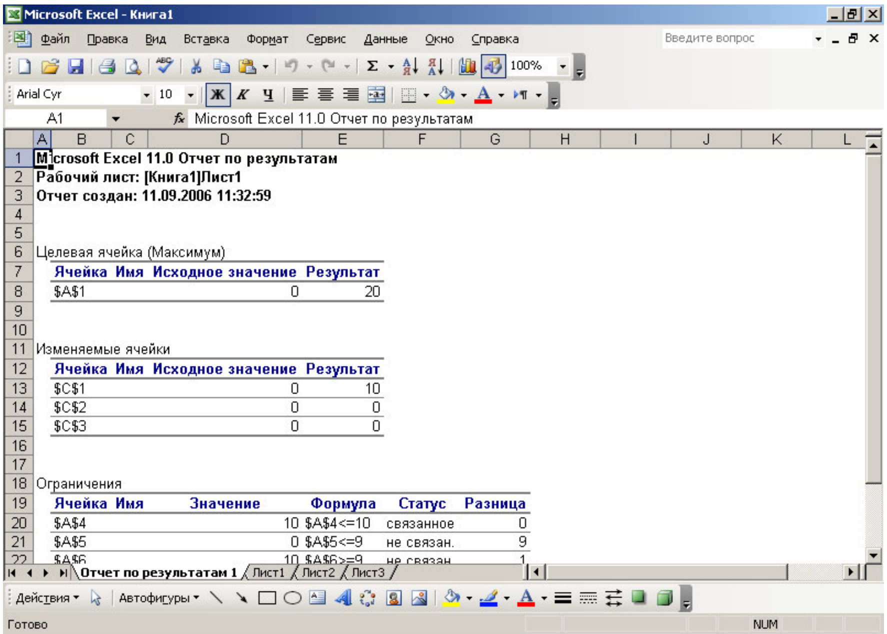
	$-x_3$	$-x_2$	$-y_1$	Свободные члены
y_3	-1	0	1	1
y_2	1	1	0	9

x_1	1	1	1	10
Z	1	1	2	20

Оптимальный вариант получен.

Для того, чтобы выписать ответ задачи, необходимо помнить, что свободные переменные приравниваются к нулю, а базисные переменные равны соответствующим свободным членам, поэтому $Z = 20$, $x_1 = 10$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $y_1 = 0$, $y_2 = 9$, $y_3 = 1$.

Отчет о решении задачи в MS Excel необходимо распечатать и приложить к работе.



3. Задача. Составить план перевозки картофеля из трех совхозов трем магазинам так, чтобы сумма расстояний на перевозку была минимальной. Наличие картофеля (в тоннах), потребность магазинов и расстояние от совхоза до магазина (в километрах) приведены в таблице 1.3.6.

Таблица 6 – Исходные данные задачи 2

Совхоз	Магазин			Запасы
	1	2	3	
1	2	8	7	300
2	6	9	3	360
3	5	2	1	180
Потребности	210	450	310	840 970

Дано: b_i – наличие груза у i-го поставщика ($i = 1, 2, 3$),

a_j – потребность j-го потребителя ($j = 1, 2, 3$).

Возможности поставщиков:

$$\sum_{i=1}^{3} b_i = 840.$$

Возможности потребителей:

$$\sum_{j=1}^{3} a_j = 970.$$

Так как $\sum_{j=1}^{3} a_j \geq \sum_{i=1}^{3} b_i$, а $\left|\sum_{j=1}^{3} a_j - \sum_{i=1}^{3} b_i\right| = 130$, то задача является задачей открытого типа, которую надо "закрыть", для чего ввести фиктивного потребителя с потребностью $b_4 = 130$:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{pmatrix}$$

где x_{ij} – количество груза, перевозимого от i-го поставщика к j-му потребителю.

Тогда получим модель задачи:

I. $Z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$.

II. 1) $\sum_{j=1}^{3} x_{ij} = b_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$;

2) $\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = a_j$ $(j = 1, 2, 3)$.

III. $x_{ij} \geq 0$, $i = \overline{1,4}$, $j = \overline{1,3}$.

Или в развернутой форме:

I. $Z = 2x_{11} + 8x_{12} + 7x_{13} + 6x_{21} + 9x_{22} + 3x_{23} + 5x_{31} + 2x_{32} + 1x_{33} +$
$+ 10x_{14} + 10x_{15} + 10x_{24} \rightarrow \min$

II. 1) условие вывоза груза:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 300$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 360$
$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 180$
$x_{41} + x_{42} + x_{43} = 130$

2) условие удовлетворения потребностей:

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 210$
$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 450$
$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 310$

III. $x_{ij} \geq 0$, $i = \overline{1,4}$, $j = \overline{1,3}$

Получаем исходный вариант, в котором груз распределен методом северо-западного угла (таблица 7). При этом фиктивному поставщику определили «цену» перевозки, исходя из правила при $Z \rightarrow \min$.

Таблица 7 – Распределение груза методом северо-западного угла и первая итерация

Совхоз	Магазин			Запасы
	1	2	3	
1	2 210	8 90	7	300
2	6	− 9 360	+ 3 0	360
3	5	2 $\alpha = 5$	1 180	180
4ф	10	+ 10	− 10	130

		$\alpha = 6$	130	
Потребности	210	450	310	970 / 970

$Z_{факт} = 2\cdot210 + 8\cdot90 + 9\cdot360 + 1\cdot180 = 420 + 720 + 3240 + 180 = 4560.$

Исследование на вырожденность. Вариант будет невырожденным, если число заполненных клеток N равно сумме поставщиков и потребителей за вычетом единицы: $N = m + n - 1$.

$$N = 5,\ n + m - 1 = 3 + 3 - 1 = 6,$$

т.е. $N < m + n - 1 \Rightarrow$ вариант вырожденный, следовательно, его необходимо пополнить, проставив ноль, например в клетку (2, 3).

Исследуем вариант на оптимальность. Для этого:

1) составим систему уравнений относительно потенциалов для заполненных клеток таблицы:

для клетки (1,1): $v_1 - u_1 = c_{11} = 2$;

для клетки (1,2): $v_2 - u_1 = c_{12} = 8$;

для клетки (2,2): $v_2 - u_2 = c_{22} = 9$;

для клетки (2,3): $v_3 - u_2 = c_{23} = 3$;

для клетки (3,3): $v_3 - u_3 = c_{33} = 1$;

для клетки (4,3): $v_3 - u_4 = c_{43} = 10$.

Если $u_1 = 0$, то получим:

$v_1 = 2$; $u_2 = -1$;

$v_2 = 8$; $u_3 = 1$;

$v_3 = 2$; $u_4 = -8$;

2) с помощью найденных потенциалов проверим выполнение неравенства $v_j - u_i \leq c_{ij}$ для свободных клеток и вычислим: $\alpha = \left|(v_j - u_i) - c_{ij}\right|$

для тех из них, для которых это неравенство невыполняется:

для клетки (1,3): $v_3 - u_1 \leq c_{13}$, $2 - 0 \leq 7$, верно;

для клетки (2,1): $v_1 - u_2 \leq c_{21}$, $2 - (-1) \leq 6$, верно;

для клетки (3,1): $v_1 - u_3 \leq c_{31}$, $2 - 1 \leq 5$, верно;

для клетки (3,2): $v_2 - u_3 \leq c_{32}$, $8 - 1 \leq 2$, неверно $\alpha_{32} = 5$;

для клетки (4,1): $v_1 - u_4 \leq c_{41}$, $2 - (-8) \leq 10$, верно;

для клетки (4,2): $v_2 - u_4 \leq c_{42}$, $8 - (-8) \leq 10$, неверно $\alpha_{42} = 64$

Получим две «плохих» клетки: $\alpha_{32} = 5$; $\alpha_{42} = 6$.

Следовательно, вариант представленный в таблице 4.7 не оптимальный. Для улучшения плана перевозок в таблице строится цикл перераспределения объектов перевозок. Цикл представляет собой замкнутую ломаную линию, которая начинается в той свободной клетке, где условие оптимальности нарушается наиболее сильно. В рассматриваемом примере такой клеткой является клетка (4,2), где α наибольшее ($\alpha_{42} = 6$).

При построении цикла можно проходить как через занятые, так и через свободные клетки таблицы, но повороты можно делать только в занятых клетках под прямым углом. Построим по указанным правилам цикл в таблице 4.4. Данный цикл показывает, что для улучшения плана перевозок, т.е. для уменьшения общей стоимости, необходимо изменить объем перевозок в тех клетках, где находятся вершины (углы поворота) цикла.

Порядок изменения объемов перевозок в вершинах цикла определим по приведенному правилу перераспределения и получим новый вариант, представленный в таблице 8.

$Z_{факт} = 2\cdot210 + 8\cdot90 + 9\cdot230 + 3\cdot130 + 1\cdot180 = 420 + 720 + 2070 + 390 + 180 = 3780.$

Следующие шаги поиска оптимального варианта совершаются по аналогии вышеизложенного.

Таблица 8 – Вторая итерация

Совхоз	Магазин			Запасы
	1	2	3	
1	2 210	8 90	7	300
2	6	– 9 230	+ 3 130	360
3	5	+ 2 $\alpha = 5$	– 1 180	180
4ф	10	10 130	10	130
Потребности	210	450	310	970 / 970

Исследование на вырожденность.

N = 6, $n + m - 1 = 3 + 3 - 1 = 6$, т.е. $N = m + n - 1 \Rightarrow$ вариант невырожденный.

Исследуем вариант на оптимальность. Для этого:

1) составим систему уравнений относительно потенциалов для заполненных клеток таблицы:

для клетки (1,1): $v_1 - u_1 = c_{11} = 2$;

для клетки (1,2): $v_2 - u_1 = c_{12} = 8$;

для клетки (2,2): $v_2 - u_2 = c_{22} = 9$;

для клетки (2,3): $v_3 - u_2 = c_{23} = 3$;

для клетки (3,3): $v_3 - u_3 = c_{33} = 1$;

для клетки (4,2): $v_2 - u_4 = c_{42} = 10$.

Пусть $u_1 = 0$, тогда получаем: $v_1 = 2$; $u_2 = -1$; $v_2 = 8$; $u_3 = 1$; $v_3 = 2$; $u_4 = -2$;

2) с помощью найденных потенциалов проверим выполнение неравенства $v_j - u_i \leq c_{ij}$ для свободных клеток и вычислим $\alpha = \left|(v_j - u_i) - c_{ij}\right|$ для тех из них, для которых это неравенство невыполняется:

для клетки (1,3): $v_3 - u_1 \leq c_{13}$, $2 - 0 \leq 7$, верно;

для клетки (2,1): $v_1 - u_2 \leq c_{21}$, $2 - (-1) \leq 6$, верно;

для клетки (3,1): $v_1 - u_3 \leq c_{31}$, $2 - 1 \leq 5$, верно;

для клетки (3,2): $v_2 - u_3 \leq c_{32}$, $8 - 1 \leq 2$, неверно, $\alpha_{32} = 5$;

для клетки (4,1): $v_1 - u_4 \leq c_{41}$, $2 - (-2) \leq 10$, верно;

для клетки (4,3): $v_3 - u_4 \leq c_{43}$, $8 - (-2) \leq 10$, верно;

Получаем: одну «плохую» клетку, $\alpha_{32} = 5$.

Следовательно, вариант представленный в таблице 3.8 не оптимальный. Поэтому после перераспределения груза получаем новый вариант, представленный в таблице 9.

Таблица 9 – Третья итерация

Совхоз	Магазин			Запасы
	1	2	3	
1	2 210	8 90	7	300
2	6	9 50	3 310	360
3	5	2 180	1	180

$4^{ф}$	10	10 130	10	130
Потребности	210	450	310	970 970

$Z_{факт} = 2·210 + 8·90 + 9·50 + 3·310 + 2·130 = 420 + 720 + 450 +910 + 360 = 2860$.

Исследование на вырожденность.

$N = 6$, $n + m – 1 = 3 + 3 – 1 = 6$,

т.е. $N = m + n – 1 \Rightarrow$ вариант невырожденный.

Исследуем вариант на оптимальность. Для этого:

1) составим систему уравнений относительно потенциалов для заполненных клеток таблицы:

для клетки (1,1): $v_1 – u_1 = c_{11} = 2$;

для клетки (1,2): $v_2 – u_1 = c_{12} = 8$;

для клетки (2,2): $v_2 – u_2 = c_{22} = 9$;

для клетки (2,3): $v_3 – u_2 = c_{23} = 3$;

для клетки (3,2): $v_2 – u_3 = c_{32} = 2$;

для клетки (4,2): $v_2 – u_4 = c_{42} = 10$.

Пусть $u_1 = 0$, тогда получаем:

$v_1 = 2$; $u_2 = –1$;

$v_2 = 8$; $u_3 = 6$;

$v_3 = 7$; $u_4 = –2$;

2) с помощью найденных потенциалов проверим выполнение неравенства $v_j – u_i \le c_{ij}$ для свободных клеток и вычислим: $\alpha = \left|(v_j – u_i) – c_{ij}\right|$, для тех из них, для которых это неравенство невыполняется:

для клетки (1,3): $v_3 – u_1 \le c_{13}$, $7 – 0 \le 7$, верно;

для клетки (2,1): $v_1 – u_2 \le c_{21}$, $2 – (–1) \le 6$, верно;

для клетки (3,1): $v_1 – u_3 \le c_{31}$, $2 – 6 \le 5$, верно;

для клетки (3,3): $v_3 – u_3 \le c_{33}$, $7 – 6 \le 1$, верно;

для клетки (4,1): $v_1 – u_4 \le c_{41}$, $2 – (–2) \le 10$, верно;

для клетки (4,3): $v_3 – u_4 \le c_{43}$, $7 – (–2) \le 10$, верно;

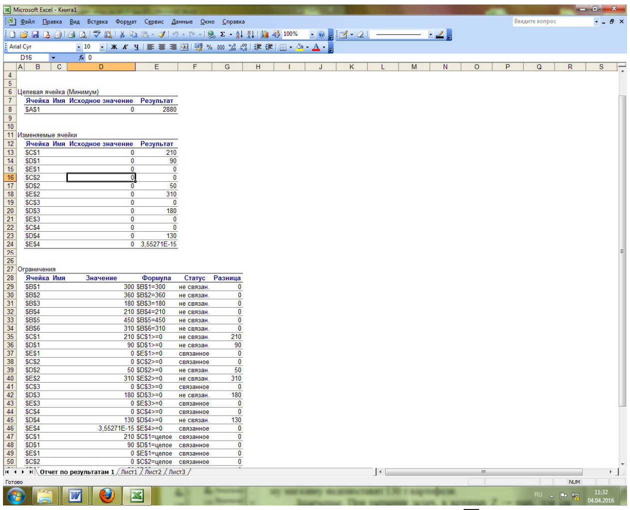
Мы не обнаружили ни одной «плохой» клетки, таким образом в таблице 4.6 находится оптимальный вариант, на основе которого и дается ответ задачи.

Ответ: $Z_{\min} = 2860$,

$$X = \begin{pmatrix} 210 & 90 & 0 \\ 0 & 50 & 310 \\ 0 & 180 & 0 \end{pmatrix}$$

В результате полученного решения можно сделать вывод, что минимальная сумма расстояний на перевозку будет равна 2860 км, если 1-ый совхоз перевезет 1-му и 2-му магазинам соответственно 210 т и 90 т картофеля, 2-ой совхоз 2-му и 3-му магазинам перевезет соответственно 50 т и 310 т картофеля, а 3-ий совхоз 2-му магазину – 180 т картофеля. Причем 2-му магазину недопоставят 130 т картофеля.

Отчет о решении задачи в MS Excel необходимо распечатать и приложить к работе.



Замечание. При решении задач, в которых $Z \to \max$, для свободных клеток таблицы проверяется выполнение неравенства $v_j - u_i \geq c_{ij}$ без изменения остальных принципов и подходов решения.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

3.1 Линейное программирование. Основная задача линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Постановка задачи и обоснование критерия оптимальности
2. Сбор информации и разработка технико-экономических коэффициентов
3. Построение модели и ее математическая запись. Символика обозначений
4. Графический метод решения задачи линейного программирования

3.2 Симплексный метод решения задачи линейного программирования.

1. Экономическая интерпретация результатов решения задач.
2. Порядок оформления.

3.3 Целочисленность в линейном программировании

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Некоторые экономические задачи целочисленного программирования

3.4 Двойственность в линейном программировании

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Теоремы двойственности.
2. Экономическое содержание теории двойственности

3.5 Методы решения задач линейного программирования транспортного типа

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Экономическая интерпретация результатов решения задач.
2. Порядок оформления.

3.6 Элементы теории игр в задачах моделирования экономических процессов

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Постановка задачи, особенности и методы решения

3.7 Моделирование систем массового обслуживания

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Постановка задачи, особенности и методы решения

3.8 Динамическое программирование

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Постановка задачи, особенности и методы решения

3.9 Сетевое планирование и управление

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

1. Постановка задачи, особенности и методы решения

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

4.1 Лабораторная работа 1, 2 (ЛР-1, ЛР-2) Симплексный метод решения задачи линейного программирования.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Постановка основной задачи линейного программирования.
2. Из каких частей состоит экономико-математическая модель задачи.
3. Этапы построения экономико-математической модели.
4. Критерии оптимальности, используемые при построении экономико-математических задач.
5. Основные элементы базовой экономико-математической модели.
6. Виды переменных.
7. Что может являться основными переменными в задачах оптимизации производства?
8. Виды ограничений.
9. Математическая запись модели.
10. Особенности записи структурной формы модели.

4.2 Лабораторная работа 3, 4 (ЛР-3, ЛР-4) Методы решения задач линейного программирования транспортного типа.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. В чем заключается постановка транспортной задачи?
2. Запишите модель транспортной задачи.
3. Что обозначают переменные в транспортной задаче?
4. Что выражают коэффициенты в целевой функции стандартной транспортной задачи?
5. Каково содержание основных ограничений и целевой функции транспортной задачи?
6. Какие дополнительные ограничения возможны в транспортной задаче?
7. Какое условие должно выполняться, чтобы транспортная задача была сбалансированной (закрытой)?
8. В каком случае в задаче вводится фиктивный пункт отправления?
9. В каком случае в задаче вводится фиктивный пункт потребления?
10. Для какой ситуации характерно введение фиктивных тарифов?
11. Как выбирается фиктивный тариф?
12. Для какой ситуации характерно введение запрещающих тарифов?
13. Как выбирается запрещающий тариф?
14. Какие экономические задачи решаются с помощью транспортной задачи?

4.3 Лабораторная работа 5 (ЛР-5) Итоговое обзорное занятие.

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

Повторить материал всего курса для прохождения пробного тестирования по самопроверки усвоенных знаний на основе тестовых заданий, с целью подготовки к экзамену.