

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (по РУП 16,15,14г.)**

**Б1.В.04 Моделирование прикладных экономических задач с  
применением современных информационных технологий**

**Направление подготовки:** Экономика

**Профиль образовательной программы:** Учет, анализ и аудит

**Форма обучения:** заочная

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1.</b>	<b>Конспект лекций .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1</b>	<b>Лекция № 1</b> Значение экономико-математического моделирования в управлении АПК. Общие вопросы прогнозирования.....	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Лекция № 2</b> Экономико-математические модели управления АПК. Экономико-математические модели оптимального планирования...	<b>11</b>
<b>1.3</b>	<b>Лекция № 3</b> Применение экономико-математического моделирования для получения оптимального плана размещения предприятий АПК. Риски и методы управления ими.....	<b>19</b>
<b>2.</b>	<b>Методические указания по выполнению лабораторных работ...</b>	<b>28</b>
<b>2.1</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-1</b> Формализация экономических задач и их решение с помощью линейного программирования. Формализация экономических задач и их решение на основе модели транспортной задачи.....	<b>28</b>
<b>2.2</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-2</b> Формализация экономических задач и их решение на основе балансовой модели.....	<b>40</b>
<b>2.3</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-3</b> Экономические задачи, решаемые с применением корреляционно-регрессионного анализа и организация статистического моделирования с применением программы Statistica.....	<b>54</b>

# 1. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

## 1.1 Лекция №1(2 часа)

**Тема: «Значение экономико-математического моделирования в управлении АПК.  
Общие вопросы прогнозирования»**

### **Значение экономико-математического моделирования в управлении АПК**

#### **1.1.1. Вопросы лекции:**

- 1 Содержание и классификация задач планирования, прогнозирования и управления АПК.
- 2 Роль и значение математических методов и моделей в планировании, прогнозировании и управлении АПК.
- 3 Необходимость системного анализа для эффективного управления АПК.

#### **1.1.2. Краткое содержание вопросов:**

##### **1 Содержание и классификация задач планирования, прогнозирования и управления АПК.**

Сельское хозяйство представляет сложную совокупность отраслей, предприятий, производств, связанных между собой и развивающихся по объективным экономическим законам. Будем рассматривать сельское хозяйство как сложную динамическую систему, которой можно целенаправленно управлять.

**Управление** – сознательное целенаправленное воздействие со стороны государства, экономических субъектов на людей и экономические объекты, осуществляемое с целью направить их действия в нужное русло и получить желаемые результаты. Управление должно соответствовать сформулированной цели и осуществляться в направлении ее достижения. Этот процесс требует решения таких задач управления как:

- оценка состояния для определения места объекта управления относительно стоящих перед ним целей;
- планирование действий посредством определения путей и направлений перемещения объекта в новое состояние, более приближенное к стоящим перед ним целям;
- организация работы путем создания необходимых условий, формирования структур и коллективов, обеспечения ресурсами и пр. для выполнения запланированных мероприятий;
- мотивация или создание побудительных мотивов для людей, которые выполняют работу для достижения необходимого результата;
- контроль результатов, то есть проверка выполненных работ с точки зрения достижения поставленных целей.

Если цель достигнута, то вырабатывается следующая последовательность управляющих воздействий для достижения новой цели. Если нет, то ведется работа по выявлению несоответствия желаемого и действительного, устранению ошибок на различных этапах продвижения и корректировки, после чего процесс повторяется.

**Планирование** – составная часть управления, разработка и практическая реализация планов, определяющих будущее состояние экономической системы, путей, способов и средств его достижения. Характерно и планирование отдельных видов ресурсов.

Переход к рыночным условиям в экономике страны значительно сместил акценты в сфере планирования. В ходе реформ центр тяжести планирования был перенесен с общегосударственного, глобального уровня на уровень основного хозяйствующего субъекта, то есть предприятия. Главной задачей, которую должно решать планирование на

уровне хозяйствующего субъекта (предприятия), является обеспечение согласованной и бесперебойной работы его на протяжении всего периода функционирования.

Научно-аналитической предпосылкой планирования является прогнозирование. **Прогнозированием** называют разработку и составление плана. **План** представляет собой постановку строго определенной цели и детальное предвидение конкретных событий для объекта на определенный срок его функционирования. **Прогноз** – научно обоснованная гипотеза о вероятном будущем состоянии системы и объектов и характеризующее это состояние показатели. Прогноз в сравнении с гипотезой имеет большую определенность и достоверность, поскольку основывается не только на качественных, но и на количественных характеристиках и поэтому позволяет характеризовать будущее состояние объекта также количественно. Прогноз выражает предвидение на уровне конкретно-прикладной теории, так как связан с будущим, которое всегда стохастично. Прогноз и план рассматриваются как взаимосвязанные и взаимообусловленные составляющие единого координационного прогнозно-программного планирования. Прогноз предполагает наличие альтернативных вариантов развития отрасли, чтобы при составлении плана можно было выбрать наиболее эффективный вариант с точки зрения выбранного критерия.

Существенное различие между планом и прогнозом состоит в том, что план является отражением и воплощением уже принятого хозяйственно политического решения, а прогноз – это поиск реалистического, экономически верного пути. Прогнозирование широко используется на предварительных стадиях разработки планов и программ как инструмент научного предвидения, вариантного анализа, получения дополнительной информации при выработке решений уполномоченными на это органами, лицами.

Общая задача прогнозирования – это предсказание будущих событий на базе моделей прошлого и настоящего. Задачи прогнозирования в управлении социально-экономическими системами следующие:

- выявление перспектив ближайшего или более отдаленного будущего в исследуемой области на основе реальных процессов действительности;
- выработка оптимальных тенденций и перспективных планов с учетом составленного прогноза и оценки принятого решения с позиций его последствий в прогнозируемом периоде.

Главной задачей прогнозирования и планирования развития АПК являются максимизация объема конечной продукции АПК и приближение объема и структуры производства продукции к объемам и структуре потребностей в ней. В состав конечной продукции АПК входит продукция, используемая на личное потребление населения, производственное потребление в отраслях, не входящих в АПК, прирост запасов, резервов, экспорт.

## **2 Роль и значение математических методов и моделей в планировании, прогнозировании и управлении АПК.**

Одним из них является метод моделирования, то есть способ теоретического анализа и практического действия, направленный на разработку и использование моделей. **Экономико-математические модели** – это модели, описывающие экономические процессы, объекты, связи с использованием математического аппарата, прежде всего математических соотношений, уравнений. А экономико-математическое моделирование – это описание знаковыми математическими средствами социально-экономических систем.

**Экономико-математические методы** – применение математического аппарата, математических зависимостей для определения, расчета экономических показателей. При этом, термин экономико-математические методы понимается как обобщающее название комплекса экономических и математических научных дисциплин, объединенных для изучения социально-экономических систем и процессов.

Таким образом, экономико-математические методы следует понимать как инструмент, а экономико-математические модели – как продукт процесса экономико-математического моделирования.

Системный подход как методология планового решения социально-экономических задач требует для своей реализации определенного инструментария. Его важнейшей составной частью является **система экономико-математических моделей**. Модель отображает те свойства исследуемой системы, которые представляют интерес, прежде всего с точки зрения управленческих воздействий на нее.

При разработке экономико-математических моделей принимают во внимание наиболее значимые, существенные характеристики управляемых систем, а детали второстепенного характера опускают. Соответственно экономико-математическая модель – это выраженная в формально-математических терминах экономическая абстракция, логическая структура которой определяется как объективными свойствами предмета описания, так и субъективным целевым фактором исследования, для которого это описание предпринимается.

В заключении отметим, что в планировании применяются экономико-математические, балансовые методы и экспертные оценки. Сложность проблемы планирования развития, размещения и специализации сельскохозяйственного производства, обусловленная множеством социальных, экономических, технологических, биологических и климатических процессов, которые должны учитываться при решении данной проблемы, исключают возможность отражения всех этих аспектов в единой экономико-математической модели с помощью одного какого-либо метода. Эффективное управление сельскохозяйственным производством в современных условиях требует привлечения комплекса экономико-математических методов и моделей.

### **3 Необходимость системного анализа для эффективного управления АПК.**

Расширенное воспроизводство в сельском хозяйстве представляет собой взаимосвязь биологических, технологических, организационных и экономических процессов. Сельскохозяйственное производство рассредоточено по территории страны, ведется в разных природно-экономических условиях.

Планирование сельского хозяйства должно обеспечить оптимальную структуру производства, его территориальное размещение по районам страны, распределение средств производства и производимой сельскохозяйственной продукции с целью наиболее полного удовлетворения потребностей населения и достижения высокой экономической эффективности всего агропромышленного комплекса. Решить эту сложную задачу можно при условии применения системного подхода к анализу, прогнозированию и планированию сельского хозяйства и всего агропромышленного комплекса в целом.

**Системный анализ** – совокупность методов и средств исследования сложных, многоуровневых и многокомпонентных систем, объектов, процессов, опирающихся на комплексный подход, учет взаимосвязей и взаимодействий между элементами системы. Системный анализ играет важную роль в процессе планирования и управления, при выработке и принятии управленческих решений. Системный анализ связан, прежде всего, с исследованием системных свойств объектов управления.

Преобразования в системе управления АПК определяются приоритетными задачами развития агропромышленного производства на перспективу, тенденциями, связанными с развитием рыночных отношений, процессами интеграции и кооперации.

По мере повышения уровня интенсивности производства, перевода отраслей сельского хозяйства на промышленную основу в современных условиях агропромышленной интеграции возрастает роль и значение более точных методов в изучении экономики отрасли и ее управлении.

## **Общие вопросы прогнозирования**

### **1.1.1. Вопросы лекции:**

- 1 Общая характеристика методов прогнозирования экономического и социального развития, применяемых в АПК.
- 2 Типы прогнозов. Источники информации.
- 3 Статистические методы прогнозирования. Методы прогнозирования, основанные на анализе временных рядов: метод декомпозиции, скользящее среднее, экспоненциальное сглаживание, авторегрессионные модели, метод Бокса-Дженкинса, нейронные сети.
- 4 Этапы разработки прогнозов и управление процессом прогнозирования. Надежность и точность прогнозов. Сценарные прогнозы.

### **1.1.2. Краткое содержание вопросов:**

#### **1 Общая характеристика методов прогнозирования экономического и социального развития, применяемых в АПК.**

Главной задачей прогнозирования и планирования развития АПК являются максимизация объема конечной продукции АПК и приближение объема и структуры производства продукции к объемам и структуре потребностей в ней. В состав конечной продукции АПК входит продукция, используемая на личное потребление населения, производственное потребление в отраслях, не входящих в АПК, прирост запасов, резервов, экспорт. Прогнозирование и планирование развития АПК осуществляется по подкомплексам (зернопродуктовый, картофелепродуктовый, мясной, молочный и др.), которые определены исходя из технологической взаимосвязи по производству конечной продукции.

Степень охвата прогнозируемых явлений зависит от их масштаба. Так, одно и то же экономическое явление (например, инфляция) может рассматриваться как в отрыве, так и во взаимосвязи со многими макроэкономическими и политическими явлениями, и, кроме того, можно брать во внимание процессы, протекающими в мировой экономической системе.

**Прогнозы разделяют** в зависимости от целей, задач, объектов, времени упреждения, методов организации прогнозирования и т.д.

#### **2 Типы прогнозов. Источники информации.**

В зависимости от целей прогноза можно выделить два типа: нормативный и поисковый. Нормативный прогноз – прогноз, который предназначен для указания возможных путей и сроков достижения заданного, желаемого конечного состояния прогнозируемого объекта. Поисковый прогноз не ориентируется на заданную цель, а рассматривает возможные направления будущего развития прогнозируемого объекта. Поисковый прогноз отталкивается при определении будущего состояния объекта от его прошлого и настоящего, нормативный же прогноз осуществляется в обратном порядке: от заданного состояния в будущем к существенным тенденциям и их изменениям в свете поставленной цели.

В зависимости от объекта прогнозирования прогнозы можно подразделять на экономические, социальные, научно-технические, военно-политические и т.д. Экономические прогнозы в свою очередь могут подразделяться в зависимости от масштаба объекта на: а) глобальные – рассматривают наиболее общие тенденции и закономерности в мировом масштабе; б) макроэкономические – анализируют наиболее общие тенденции явлений и процессов в масштабе экономики страны в целом; в) структурные (межотраслевые и межрегиональные) – предсказывают развитие народного хозяйства в разрезе отраслей материального производства и промышленности; г) региональные – предсказывают развитие отдельных регионов; д) прогнозы развития

народнохозяйственных комплексов определяют закономерности развития совокупностей отраслей, объединенных единой целью функционирования и т.д.; е) отраслевые – прогнозируют развитие отраслей; з) микроэкономические – предсказывают развитие отдельных предприятий и т.д.

По времени упреждения выделяются следующие экономические прогнозы: оперативные (до одного месяца); краткосрочные (от нескольких месяцев до 1 года); среднесрочные (от 1 до 5 лет); долгосрочные (от 5 до 20 лет и более). Оперативный прогноз основан на предположении о том, что в прогнозируемом периоде не произойдет существенных изменений в исследуемом объекте как количественно, так и качественно. В них преобладают детально-количественные оценки ожидаемых событий. Краткосрочный прогноз предполагает только количественные изменения. Оценка событий соответственно дается количественная. Среднесрочный и долгосрочный прогнозы исходят как из количественных, так и из качественных изменений в исследуемом объекте. В среднесрочном прогнозе оценка событий дается количественно-качественная, в долгосрочном – качественно-количественная.

В зависимости от задачи и объекта, по которому эта задача будет реализована, необходимо определить характер и объем информации, источники ее сбора и методы обработки. *Источниками информации* служат годовые отчеты, производственно-финансовые и перспективные планы, планы организационно-хозяйственного устройства, данные первичного учета, технологические карты производства различных видов продукции, нормативные справочники. По источникам происхождения выделяют такие категории информации как внешняя, внутренняя, входная и выходная.

**3 Статистические методы прогнозирования. Методы прогнозирования, основанные на анализе временных рядов: метод декомпозиции, скользящее среднее, экспоненциальное сглаживание, авторегрессионные модели, метод Бокса-Дженкинса, нейронные сети.**

В действующей практике прогнозирования и планирования экономического и социального развития АПК широко применяются методы экстраполяции, нормативный, балансовый и программно-целевой методы. С учетом особенностей сельскохозяйственного производства особое место принадлежит методам экспертных оценок.

Наиболее часто для прогнозирования развития социально-экономических систем употребляются формализованные методы. В пользу использования количественного подхода к прогнозному процессу, который реализуется на основе *статистических методов*, можно привести следующие аргументы:

- статистические методы прогнозирования входят в большинство известных статистических пакетов прикладных программ (ППП), таких как Statistica, SPSS и др. В связи с этим, несмотря на довольно сложные математические вычисления при использовании большинства методов, они наиболее просты и требуют сравнительно небольшого времени для их применения и (или) обновления оценок параметров;
- представленные методы основываются на реальной статистической информации и поэтому объективны относительно экспертных методов;
- требуют сравнительно небольшого объема данных (обычно один временной ряд), кроме того, практически любой другой метод прогнозирования требует прогнозирования хотя бы одного временного ряда.

*Методы прогнозирования, основанные на анализе временных рядов.* Последовательность наблюдений одного показателя (признака), упорядоченных в зависимости от последовательно возрастающих или убывающих значений другого показателя (признака), называют *динамическим рядом*, или рядом динамики. Если в качестве признака, в зависимости от которого происходит упорядочение, берется время, то такой динамический ряд называется *временным рядом*.

Отличительной особенностью многих практических задач исследования является их большая размерность. Это обусловило необходимость разработки специальных методов как точных, так и приближенных, предназначенных для задач большой размерности. Большинство из этих методов использует идею *декомпозиции*, которая заключается в расчленении исходной задачи большой размерности, нахождении независимых решений для каждой из них и последующей увязке этих частных решений в общее решение исходной задачи. В 1960 г. Данциг и Вульф разработали метод декомпозиции для решения задач высокой размерности со специальной структурой матрицы ограничений. Отличительной особенностью метода декомпозиции является использование координирующей задачи, которая имеет по сравнению с исходной небольшое число строк и большое число столбцов. Существенным является то, что для решения координирующей задачи не требуется задания всех столбцов в явном виде. Они генерируются в процессе использования симплекс-метода.

Очень часто уровни экономических рядов динамики колеблются, при этом тенденция развития экономического явления во времени скрыта случайными отклонениями уровней в ту или иную сторону. Для того, чтобы более четко выявить тенденцию развития исследуемого процесса, в том числе для дальнейшего применения методов прогнозирования на основе трендовых моделей производят сглаживание (выравнивание) временных рядов. Методы сглаживания временных рядов делятся на две основные группы:

- аналитическое выравнивание с использованием кривой, проведенной между конкретными уровнями ряда так, чтобы она отображала тенденцию, присущую ряду, и одновременно освобождала его от незначительных колебаний;
- механическое выравнивание отдельных уровней временного ряда с использованием фактических значений соседних уровней.

Суть методов механического сглаживания заключается в следующем. Берется несколько первых уровней временного ряда, образующих интервал сглаживания. Для них подбирается полином, степень которого должна быть меньше числа уровней, входящих в интервал сглаживания; с помощью полинома определяются новые выравненные значения уровней в середине интервала сглаживания. Далее интервал сглаживания сдвигается на один уровень ряда вправо, вычисляется следующее сглаженное значение и т.д. Самым простым методом механического сглаживания является метод *простой скользящей средней*. Сначала для временного ряда определяется интервал сглаживания. Для первых  $m$  уровней временного ряда вычисляется их среднее арифметическое; это будет сглаженное значение уровня ряда, находящегося в середине интервала сглаживания. Затем интервал сглаживания сдвигается на один уровень вправо, повторяется вычисление средней арифметической и т.д. Метод *взвешенной скользящей средней* отличается от предыдущего метода сглаживания тем, что уровни, входящие в интервал сглаживания, суммируются с разными весами. Это связано с тем, что аппроксимация ряда в пределах интервала сглаживания осуществляется с использованием полинома не первой степени, как в предыдущем случае, а степени, начиная со второй. К этой же группе методов выравнивания временных рядов примыкает метод *экспоненциального сглаживания*. Его особенность заключается в том, что в процедуре нахождения сглаженного уровня используются значения только предшествующих уровней ряда, взятые с определенным весом, причем вес наблюдения уменьшается по мере удаления его от момента времени, для которого определяется сглаженное значение ряда.

В *авторегрессионных моделях* текущее значение процесса представляется как линейная комбинация предыдущих его значений и случайной компоненты. Авторегрессионные модели вообще не предназначены для описания процессов с тенденцией, однако они хорошо описывают колебания, что весьма важно для отображения развития неустойчивых показателей.

В середине 90-х годов прошлого века был разработан принципиально новый и достаточно мощный класс алгоритмов для прогнозирования временных рядов. Большую часть работы по исследованию методологии и проверке моделей была проведена двумя статистиками Г.Е.П. Боксом и Г.М. Дженкинсом. С тех пор построение подобных моделей и получение на их основе прогнозов называют *методами Бокса-Дженкинса*. В это семейство входит несколько алгоритмов, самым известным и используемым из них является алгоритм ARIMA, который встроен практически в любой специализированный пакет для прогнозирования. В отличие от других методик прогнозирования временных рядов, в методологии ARIMA не предполагается какой-либо четкой модели для прогнозирования данной временной серии. Задается лишь общий класс моделей, описывающих временной ряд и позволяющих как-то выражать текущее значение переменной через ее предыдущие значения. Затем алгоритм, подстраивая внутренние параметры, сам выбирает наиболее подходящую модель прогнозирования.

В настоящее время самым перспективным количественным методом прогнозирования является использование *нейронных сетей*. Нервная система и мозг человека состоят из нейронов, соединенных между собой нервными волокнами. Нервные волокна способны передавать электрические импульсы между нейронами. *Искусственная нейронная сеть (ИНС, нейронная сеть)* – это набор нейронов, соединенных между собой. Как правило, передаточные функции всех нейронов в нейронной сети фиксированы, а веса являются параметрами нейронной сети и могут изменяться. Некоторые входы нейронов помечены как внешние входы нейронной сети, а некоторые выходы – как внешние выходы нейронной сети. Подавая любые числа на входы нейронной сети, мы получаем какой-то набор чисел на выходах нейронной сети. Таким образом, работа нейронной сети состоит в преобразовании входного вектора в выходной вектор, причем это преобразование задается весами нейронной сети. Практически любую задачу можно свести к задаче, решаемой нейронной сетью. На первом этапе следует выбрать нейроны для использования (число входов, передаточные функции); определиться каким образом соединить их между собой; что взять в качестве входов и выходов нейронной сети. Существует несколько десятков различных нейросетевых архитектур, эффективность многих из которых доказана математически. Наиболее популярные и изученные архитектуры – это многослойный перцептрон, нейронная сеть с общей регрессией, нейронные сети Кохонена и другие. На втором этапе следует «обучить» выбранную нейронную сеть, то есть подобрать такие значения ее весов, чтобы она работала нужным образом. В используемых на практике нейронных сетях количество весов может составлять несколько десятков тысяч, поэтому обучение является сложным процессом. Для многих архитектур разработаны специальные алгоритмы обучения, которые позволяют настроить веса нейронной сети определенным образом. Вся информация, которую нейронная сеть имеет о задаче, содержится в наборе примеров. Поэтому качество обучения нейронной сети напрямую зависит от количества примеров в обучающей выборке, а также от того, насколько полно эти примеры описывают данную задачу. После того, как нейронная сеть обучена, можно применять ее для решения полезных задач. Грамотным образом обученная нейронная сеть может с большой вероятностью правильно реагировать на новые, не предъявленные ей ранее данные.

#### **4 Этапы разработки прогнозов и управление процессом прогнозирования. Надежность и точность прогнозов. Сценарные прогнозы.**

Формальный процесс прогнозирования строится из следующих шагов:

- 1) выявить проблему;
- 2) определить, как прогноз поможет в ее решении;
- 3) выбрать конкретные параметры, которые необходимо прогнозировать;
- 4) определить примерные сроки прогнозирования;

- 5) исследовать методы и теории, использовавшиеся для прогнозирования таких переменных в прошлом;
- 6) оценить возможные мнения, учесть все за и против;
- 7) использовать модели прогнозирования, которые соответствуют потребностям бизнеса, с учетом всех ограничений;
- 8) провести прогнозирование;
- 9) интерпретировать результаты;
- 10) принять решения и выполнить необходимые действия;
- 11) выполнить повторный прогноз в соответствии с фактическими показателями;
- 12) модифицировать модель или метод прогнозирования.

Прогнозирование в инновационной экономике не заканчивается только этапом выдачи рекомендаций и определения траектории движения. В настоящее время все большее значение приобретает управление процессом прогнозирования с обязательной реализацией таких функций как контроль и корректировка процессов выполнения прогнозов. В общем виде процесс прогнозирования можно представить следующим образом (рисунок 1).

**Надежность прогноза** – мера качества прогнозирования, характеризующая вероятность того, что прогноз оправдается. Производится экспертно или рассчитывается на основе ширины доверительного интервала прогноза.

**Меры точности прогноза:**

- стандартное отклонение;
- среднеабсолютная процентная ошибка;
- средняя процентная ошибка и средняя ошибка;
- средний квадрат ошибки и сумма квадратов.

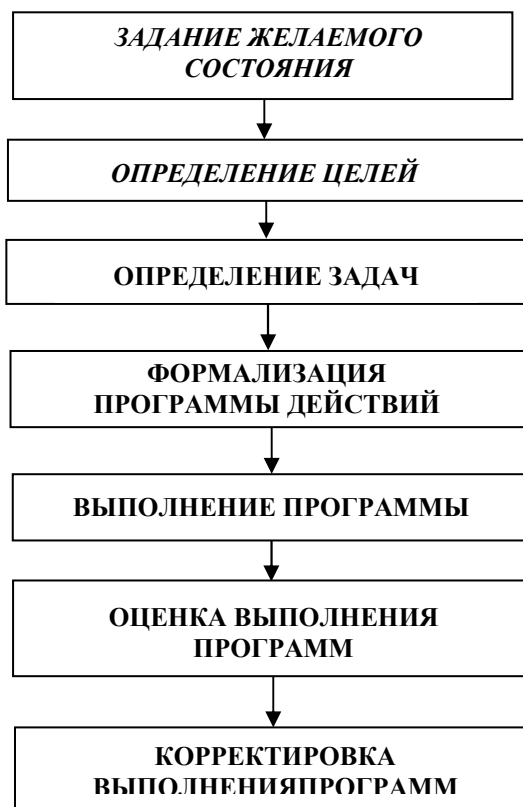


Рисунок 1 – Этапы разработки прогнозов

Расчеты осуществляются по соответствующим формулам, представленным в. В каждой системе прогнозирования должен присутствовать некоторый контролирующий механизм, который осуществлял бы проверку того, насколько ожидаемое значение

прогнозируемого показателя (прогноз) отличается от фактического, и когда прогностическая модель перестает давать удовлетворительные прогнозы. Существует ряд методов контроля (метод сглаживания ошибок, метод кумулятивных сумм и др.), которые помогают обнаружить неадекватности прогностической системы.

Интуитивные методы прогнозирования, как научный инструмент решения сложных неформализуемых проблем, позволяют получить прогнозную оценку состояния развития объекта в будущем независимо от информационной обеспеченности. Их сущность заключается в построении рациональной процедуры интуитивно-логического мышления человека в сочетании с количественными методами оценки и обработки полученных результатов. При этом обобщенное мнение экспертов принимается как решение проблемы. Экспертные методы прогнозирования (которые также называют интуитивными) по принципу действия можно разделить на индивидуальные и коллективные экспертные оценки. Сущность экспертного метода состоит в проведении интуитивно-логического анализа проблемы, выполняемого привлеченными для этой цели специалистами экспертами, обладающими необходимым профессиональным образованием, опытом и интуицией.

**Метод построения сценария** – это аналитический метод прогнозирования, основанный на установлении логической последовательности состояний объекта прогнозирования и прогнозного фона во времени. Преимуществом разработки сценария является необходимость детальной проработки экспертом будущего состояния и альтернативных путей развития объекта, что могло быть упущено, если бы эксперт обсуждал прогнозируемые варианты поверхностно, а не с общих позиций.

## **1.2 Лекция № 2 (2 часа)**

**Тема: «Экономико-математические модели управления АПК. Экономико-математические модели оптимального планирования»**

### **Экономико-математические модели управления АПК**

#### **1.2.1. Вопросы лекции:**

- 1 Экономико-математические модели управления АПК.
- 2 Общая классификация экономико-математических моделей АПК и этапы их построения.

#### **1.2.2. Краткое содержание вопросов:**

##### **1 Экономико-математические модели управления АПК.**

Экономико-математическая модель представляет собой достаточно сложную конструкцию. От того, насколько она правильно моделирует исследуемый экономический процесс, зависит реалистичность получаемых решений. Между моделью и ее прототипом не может существовать взаимнооднозначного соответствия, так как модель – это абстракция, связанная с обобщениями и потерей информации. Основное требование, предъявляемое к моделям, это адекватность реальной действительности.

Конструктивно каждая математическая модель представляет совокупность взаимосвязанных математических зависимостей, отображающих определенные группы реальных экономических зависимостей. Параметры, описывающие экономические объекты, выступают в модели в качестве либо известных, либо неизвестных величин. Известные величины рассчитываются вне модели и вводятся в нее в готовом виде, поэтому их называют **экзогенными**. **Эндогенные** величины – это величины, которые определяются в результате решения модели.

Использование экономико-математических методов и моделей позволяет решать следующие задачи управления АПК:

- оптимизация развития и размещения сельскохозяйственного производства;
- размещение государственных закупок сельскохозяйственной продукции;
- оптимизация использования минеральных удобрений;
- специализация сельскохозяйственных предприятий и сочетание отраслей;
- обоснование оптимальной структуры межхозяйственных и аграрно-промышленных объединений и предприятий;
- расчет оптимальных рационов кормления скота и птицы;
- обоснование рациональной структуры машино-тракторного парка;
- планирование урожайности, продуктивности животных, производительности труда.

Заметим, что приведенный перечень постоянно расширяется и дополняется. Задачам управления можно поставить в соответствие экономико-математические модели АПК, в связи с чем, возникает необходимость в их классификации.

При построении экономико-математических моделей обычно возникает вопрос об установлении их класса, степени сложности и конструктивных особенностей. Класс модели определяется целью решаемой задачи и спецификой ее постановки. Сложность модели зависит от числа учитываемых факторов и характеристики взаимосвязи между ними, от наличия точности и достоверности исходной информации, а также от требований к точности получаемых расчетных показателей. К конструктивным особенностям модели относят число уравнений, число переменных, их степени и др.

Основополагающим в совокупности классификационных признаков является сущность моделируемых экономических процессов. Совокупность всех экономических, производственных, технологических процессов составляет единый объект системного моделирования. Для развития сельского хозяйства наиболее существенными являются процессы специализации, концентрации и размещения производства; межхозяйственного кооперирования; агропромышленной интеграции; производства и распределения сельскохозяйственной продукции, включая ее реализацию; процессы механизации и автоматизации сельскохозяйственного производства; химизации производства; мелиорации земель; конкретные производственные процессы выращивания и переработки определенных видов растениеводческой и животноводческой продукции; распределение производственных ресурсов; ценообразование; распределение доходов и другие процессы. Эти процессы составляют основу для построения групп моделей, однородных по своей экономической сущности.

Так, разработаны модели для обоснования специализации и размещения сельскохозяйственного производства в республике, области, районе, которые независимо от конкретного объекта относят к группе, характеризующей процессы специализации, концентрации и размещения производства. Разработана также группа моделей, которая дает возможность определить не только специализацию отдельных предприятий, но и межхозяйственные кооперативные связи колхозов и совхозов в районе. Если моделируется не только процесс сельскохозяйственного производства, но и процессы переработки сельскохозяйственного сырья, то можно выделить новую группу – модели агропромышленной интеграции.

Одна из больших групп экономико-математических моделей – модели для обоснования состава машинно-тракторного парка, выбора вариантов механизации в растениеводстве и животноводстве. Таким образом, каждый тип производственных и экономических процессов в сельском хозяйстве получает отражение с помощью определенной группы экономико-математических моделей.

Сущность моделируемого процесса хотя и является основополагающей для классификации агроэкономических моделей, но не исчерпывает ее. Важно установить объекты, в которых протекают эти процессы и масштабы изучаемого явления, то есть

определить характер экономических объектов. Наиболее крупные по своим масштабам – объекты народнохозяйственного уровня. Это весь народнохозяйственный агропромышленный комплекс страны; народнохозяйственная отрасль «сельское хозяйство» в составе АПК; продуктовые подкомплексы АПК (хлебопродуктовый, мясо-молочный, плодоовощной и др.); конкретные отрасли сельского хозяйства, изучаемые в масштабах всей страны. Экономико-математические модели, описывающие процессы в таких объектах, относят к классу макроагроэкономических моделей.

Следующий уровень – объекты регионального уровня: республиканского, областного, районного. Модели, описывающие процессы, характерные для АПК, отраслей сельского хозяйства этого уровня, относятся к классу региональных агроэкономических.

Объекты нижнего уровня – сельскохозяйственные предприятия и их подразделения, агропромышленные и производственные объединения. Модели, описывающие процессы в рамках таких объектов, относят к классу производственных агроэкономических моделей (под производственными подразумеваются модели непосредственных производственных объектов).

## **2 Общая классификация экономико-математических моделей АПК и этапы их построения.**

Экономико-математические модели имеют различное целевое назначение в системе управления. Выделяются группы моделей, используемые для анализа тенденций и состояния производства, прогнозирования развития объекта, перспективного и текущего планирования, принятия оперативных хозяйственных решений, экономических исследований и экспериментов.

При классификации моделей по их форме учитывают разнообразие применяемого математического аппарата моделирования, структуру модельных построений.

По используемому математическому аппарату выделяют следующие группы моделей: математико-статистические, линейного программирования, динамического программирования, стохастического программирования, межотраслевого баланса, сетевые и имитационные модели.

По мере разработки и освоения других математических методов количество групп моделей будет увеличиваться. Возникают и комбинированные модели, основанные на использовании нескольких математических методов.

По структуре различают; однофакторные и многофакторные модели, одно- и многоблочные модели, одно- и многокритериальные модели. Однако это второстепенные признаки классификации агроэкономических моделей. Например, однофакторными являются модели прогнозирования урожайности по уравнению тренда, если фактором выступает «время», т.е. изменение урожайности во времени. Можно строить и многофакторную модель прогнозирования урожайности, включая в нее в качестве факторов, например, внесение удобрений на 1 га, качество посевного материала, обеспеченность техникой и пр.

Почти все модели размещения производства имеют многоблочную структуру, где каждый район размещения представлен самостоятельным блоком, а все эти блоки увязываются посредством нескольких общих ограничений – связующего блока. В отличие от таких модельных структур модель оптимизации кормопроизводства в хозяйстве, например, является одноблочной.

Оптимизационные модели могут включать целевую функцию, выражающую единственный критерий оптимальности: максимум прибыли или минимум затрат. Но в некоторых моделях необходимо отразить многокритериальный подход путем комбинации нескольких критериев или их последовательным применением в сочетании с соответствующими ограничениями.

Информационные характеристики моделей позволяют разделить их на статистические и нормативные группы, детерминированные и стохастические. Для

статистических моделей используются главным образом данные статистического учета и отчетности, а для нормативных – нормативы (например, нормативы затрат ресурсов на 1 га посевной площади, одну голову скота, капитальные вложения на единицу мощности и пр.). Часто, однако, информационное наполнение моделей обеспечивается и статистическими, и нормативными показателями.

Многоаспектная классификация моделей не является жесткой. Она допускает увеличение числа признаков классификации, а также выделение дополнительных групп моделей в каждом из аспектов. В зависимости от конкретных целей можно ограничиться одним или двумя классификационными признаками. Но для полной идентификации модели важно описать ее с помощью полного набора признаков.

Одна из возможных классификаций экономико-математических моделей АПК дана в соответствии с и отображена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Классификация экономико-математических моделей АПК

Математическое моделирование экономических процессов состоит из следующих этапов [2]:

- 1) изучение экономического процесса по литературным источникам и в натуре;
- 2) постановка экономико-математической задачи;
- 3) выбор математического метода решения задачи;
- 4) формализация планово-экономической задачи;
- 5) анализ количественных зависимостей параметров задачи;
- 6) построение математической модели задачи;
- 7) получение, обработка и установление достоверности необходимой информации;
- 8) построение расширенной экономико-математической модели задачи и ее корректировка в метод решения;
- 9) решение задачи (чаще с использованием вычислительной техники);
- 10) анализ результатов решения задачи и корректировка экономико-математической модели;
- 11) решение задачи по скорректированной модели;
- 12) экономический анализ различных вариантов и выбор проектов развития экономического процесса.

Перечисленные этапы экономико-математического моделирования находятся в тесной взаимосвязи, в частности, могут иметь место возвратные связи этапов. Так, на этапе построения модели может выясниться, что постановка задачи или противоречива, или приводит к слишком сложной математической модели; в этом случае исходная постановка задачи должна быть скорректирована. Наиболее часто необходимость возврата к предшествующим этапам моделирования возникает на этапе подготовки исходной информации. Если необходимая информация отсутствует или затраты на ее подготовку слишком велики, приходится возвращаться к этапам постановки задачи и ее формализации, чтобы приспособиться к доступной исследователю информации.

Отметим, что, начав исследование с построения простой модели, можно получить полезные результаты, а затем перейти к созданию более сложной и более совершенной модели, включающей в себя новые условия и более точные математические зависимости.

## **Экономико-математические модели оптимального планирования**

### **1.2.1. Вопросы лекции:**

- 1 Система экономико-математических моделей оптимального планирования в АПК.
- 2 Применение производственных функций в анализе и прогнозировании АПК. Сущность и виды производственных функций.
- 3 Экономическое содержание коэффициентов эластичности и построение прогнозов с их использованием.

### **1.2.2. Краткое содержание вопросов:**

#### **1 Система экономико-математических моделей оптимального планирования в АПК.**

Система моделей представляет собой совокупность логически, информационно и алгоритмически связанных моделей, отражающих экономические, организационные и технологические процессы воспроизводства в их объективном существующем единстве. Система моделей используется для принятия эффективных решений по развитию сельского хозяйства в составе агропромышленного комплекса.

При построении системы моделей следует придерживаться следующих принципов: принцип развития; принцип единства; принцип относительной автономности; принципы соответствия и адаптации; принцип ориентации на выходные показатели; принцип необходимого разнообразия; принцип взаимного дополнения моделей; принцип увязки моделей.

Одна из основных методологических проблем системного моделирования и согласования плановых расчетов на основе применения системы моделей состоит в построении системы критериев оптимальности. Критерий оптимальности служит экономико-математическим выражением цели развития моделируемой системы. Поэтому для обоснования системы критериев необходимо предварительно представить систему целей сельскохозяйственного производства, рассматриваемого как часть агропромышленного комплекса.

Наиболее наглядный способ представления всей совокупности целей развития сельского хозяйства – построение дерева целей. Он позволяет сформулировать вначале наиболее общие (генеральные) цели, а затем детализировать каждую из них последовательно по нескольким уровням вплоть до получения в нижнем ярусе характеристик таких целей, которые могут быть представлены в виде конкретных целевых нормативов или других целевых показателей.

Существенным для многих типов задач является максимизация производства конечной продукции в ассортименте, соответствующем потребностям населения. Такие

критерии предназначены для реализации моделей оптимизации структуры сельскохозяйственного производства.

Другая важная цель сельскохозяйственного производства связана с рациональным распределением и эффективным использованием производственных ресурсов между объектами. Достижению этой цели (то есть обеспечению эффективного воспроизводства) отвечают критерии минимизации издержек производства, капитальных вложений, приведенных затрат или минимизация некоторых конкретных видов ресурсов – труда, земельных угодий. Эти критерии могут быть использованы только в сочетании с ограничениями на производство определенных объемов продукции.

На уровне сельскохозяйственных предприятий обеспечение эффективного воспроизводства равнозначно увеличению прибыли для дальнейшего развития производства и повышения благосостояния работников при обязательном выполнении заданий по закупкам сельскохозяйственной продукции. Поэтому критериями оптимизации должны быть максимизация прибыли или максимизация уровня рентабельности производства при ограничениях на выполнение плана закупок сельскохозяйственной продукции.

При обосновании системы критериев оптимальности важно добиться их внутренней согласованности и непротиворечивости. Для этого необходимо не только принимать во внимание сами критерии, но и систему ограничений по ресурсам. Показатели, выполняющие функции критерия оптимальности в одной модели, могут стать ограничениями в сопряженной модели.

Эффект системного моделирования в отличие от разрозненных расчетов по отдельным моделям состоит в следующем:

- обеспечивается наиболее полная балансовая увязка производственных ресурсов с объемами производства продукции по всем временным горизонтам планирования и в общей системе объектов от народнохозяйственного уровня до уровня объединений и предприятий;
- достигается дополнительное приращение экономического эффекта (конечной продукции, чистой продукции, прибавочного продукта), создаваемого в сельском хозяйстве за счет оптимизации отраслевой и территориальной структуры производства, наиболее целесообразного распределения и наилучшего использования производственных ресурсов.

В представлена подробная характеристика системы моделей планирования сельского хозяйства.

## **2 Применение производственных функций в анализе и прогнозировании АПК.** **Сущность и виды производственных функций.**

**Производственная функция** – это математическое выражение экономических и технологических зависимостей рассматриваемого объекта или процесса. При этом результативный показатель производства представляет собой функцию затрат определенных производственных ресурсов.

В сельскохозяйственном производстве такими показателями являются урожайность, продуктивность, себестоимость, рентабельность, прибыль и т.д. Урожайность служит одним из основных показателей развития сельского хозяйства. Поэтому, чтобы обоснованно планировать сельскохозяйственное производство, надо, прежде всего, обоснованно планировать урожайность. Связь урожайности сельскохозяйственных культур с определяющими ее факторами может быть выражена производственной функцией или некоторым классом производственных функций. Урожайность зависит от ряда факторов, таких, как плодородие почвы, климат, качество семян, агротехника и т.д. Если эти факторы обозначить соответственно через  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то зависимость урожайности, как функции, от влияющих на нее аргументов можно записать в общем виде следующим образом:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Однако, такая запись дает лишь общую характеристику зависимости, а для планирования и анализа нужна форма связи, выраженная в количественных соотношениях.

Аналогичные связи и зависимости имеют место и в животноводстве. Например, продуктивность скота есть функция таких факторов, как кормление, породность скота, способ его содержания и т.д.

Развитие отдельного предприятия (колхоза, совхоза) также определяется серией независимых и взаимозависимых факторов (аргументов). Эту взаимосвязь можно выразить в виде некоторой производственной функции. Для отдельных отраслей и всего сельского хозяйства – как отрасли народного хозяйства – также строятся математические зависимости.

*Виды производственных функций.* Для математической записи производственных функций применяют различные виды уравнений. Вид сельскохозяйственной производственной функции и ее параметры зависят от почвы, климата, вида сельскохозяйственных растений и животных, культуры производства, степени его интенсификации. Ниже приведен ряд наиболее распространенных производственных функций.

1. Степенная функция:

$$y = ax^b,$$

где  $y$  – выход продукции;

$x$  – затраты некоторого ресурса;

$a$  – постоянная;

$b$  – показатель изменения эффективности производства.

Эта функция предполагает постоянное возрастание или снижение дополнительного выпуска продукции на единицу дополнительных затрат.

2. Парабола (квадратная):

$$y = c + bx + ax^2.$$

Эта функция предполагает снижение дополнительного продукта на единицу дополнительных затрат.

3. Функция Митчерлиха – Спилмана:

$$y = M - AR^x; (R \leq 1).$$

где  $R$  – доля, на которую сокращается (от максимально возможного) дополнительный продукт при увеличении ресурса  $x$ .

4. Гиперболическая функция:

$$y = ax^{-1} + bx.$$

Для моделирования отдельного региона или страны в целом (т.е. для решения задач на макроэкономическом, микроэкономическом уровне) часто используют производственную функцию вида:

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2},$$

где  $a_0, a_1, a_2$  – параметры производственной функции. Это положительные постоянные числа (часто  $a_1$  и  $a_2$  таковы, что  $a_1 + a_2 = 1$ ). Производственная функция данного вида называется производственной функцией Кобба – Дугласа по имени двух американских экономистов, предложивших ее использовать в 1929 году. Производственная функция Кобба – Дугласа активно применяется для решения разнообразных теоретических и прикладных задач благодаря своей структурной простоте. В данной модели  $x_1 = K$  равно объему используемого основного капитала (объему используемых основных фондов – в отечественной терминологии),  $x_2 = L$  – затратам живого труда, тогда производственная функция Кобба – Дугласа приобретает вид часто используемый в литературе:

$$Y = bK^\alpha L^{\alpha-1}.$$

или если выполняется равенство  $a_1 + a_2 = 1$ , то  $y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$

При построении производственной функции научно-технический прогресс (НТП) может быть учтен с помощью введения множителя НТП  $e^{pt}$ , где параметр  $p(p > 0)$  характеризует темп прироста под влиянием НТП [1]:

$$y(t) = e^{pt} f(x_1(t), x_2(t)), \text{ где } t = 0, 1, \dots, T.$$

Это простейший пример динамической производственной функции; она включает нейтральный, то есть не материализованный в одном из факторов, технический прогресс. В более сложных случаях технический прогресс может воздействовать непосредственно на производительность труда или капитала (капиталоотдачу):  $Y(t) = f(A(t) \cdot L(t), K(t))$  или  $Y(t) = f(A(t) \cdot K(t), L(t))$ . Он называется, соответственно, трудосберегающим или капиталосберегающим НТП.

Приведенные наиболее известные функции не исчерпывают всего их разнообразия.

Производственные функции представляют собой одно из средств углубленного изучения экономических и технологических процессов производства. Чтобы правильно определить резервы и пути повышения эффективности производства, необходимо в совершенстве знать взаимосвязи и особенности соответствующих видов и комплексов производственных процессов.

В сельском хозяйстве немало процессов, где математические расчеты позволяют давать научно обоснованные рекомендации, обеспечивающие повышение эффективности производства. Это, прежде всего, относится к расчетам рационов кормления и способу содержания скота, к использованию минеральных удобрений, к определению типа хозяйства, его специализации, а также к расчетам основных показателей развития сельского хозяйства как отрасли.

Известно, что результаты производства зависят от ряда факторов (ресурсов), многие из которых в определенной мере взаимозаменяемы. Так, например, рацион кормления животных может иметь одинаковую биологическую ценность при различном соотношении входящих в него кормов. Минеральные удобрения также в некоторых пределах взаимозаменяемы. Эти особенности ресурсов имеют весьма важное значение при построении производственных функций, их преобразованиях и экономической интерпретации этих преобразований. Графики производственных функций являются не только наглядной иллюстрацией сложных производственных зависимостей, но и служат средством углубления экономико-математического анализа производства. Преобразуя производственную функцию, можно получить ряд величин, имеющих важное значение для экономического анализа. Приведем основные из них:

1) первая производная, характеризующая соотношение темпов выхода продукции и затрат соответствующего ресурса;

2) частная производная  $i$ -го ресурса по  $j$ -му ресурсу представляет предельные нормы взаимозаменяемости ресурсов;

3) преобразуя частные производные, можем составить уравнение определения потребности  $i$ -го ресурса при фиксированном объеме производства и прочих ресурсов.

Показатели, которые могут быть получены путем математического преобразования производственных функций, позволяют глубже проникнуть в существо экономических и технологических процессов производства и на основе анализа давать обоснованные рекомендации по совершенствованию планирования и управления хозяйством.

### **3 Экономическое содержание коэффициентов эластичности и построение прогнозов с их использованием.**

Опыт разработки производственных функций в сельском хозяйстве показывает, что первым исходным этапом приложения аппарата этих функций к экономике является главным образом производственный процесс, то есть технико-экономические зависимости. Применительно к сельскому хозяйству – это зависимость урожайности от

определяющих ее факторов, зависимость продуктивности скота от кормления, содержания, зависимость себестоимости продукции от элементов затрат и общего характера ее производства.

**Средней производительностью  $i$ -го ресурса** (фактора производства) или средним выпуском по  $i$ -му ресурсу (фактору производства) называют отношение значения функции к величине  $i$ -го ресурса :

$$M_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}.$$

**Предельной (маржинальной) производительностью  $i$ -го ресурса** (фактора производства) **или предельным выпуском по  $i$ -му ресурсу** (фактору производства) называют первую частную производную функции:

$$M_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}.$$

Предельная производительность показывает, на сколько единиц увеличивается объем выпуска  $y$ , если объем затрат  $x_i$ -го ресурса вырастает на одну единицу при неизменных объемах другого затрачиваемого ресурса.

Отношение предельной производительности  $M_i$ -го ресурса к его средней производительности  $A_i$  называется **эластичностью выпуска по  $i$ -му ресурсу** (по фактору производства):

$$E_i = \frac{M_i}{A_i}.$$

$E_i$  показывает, на сколько процентов увеличится выпуск, если затраты  $i$ -го ресурса увеличатся на один процент при неизменных объемах другого ресурса, что и используется при построении прогнозов.

### 1.3 Лекция № 3(2 часа)

**Тема: «Применение экономико-математического моделирования для получения оптимального плана размещения предприятий АПК. Риски и методы управления ими»**

**Применение экономико-математического моделирования для получения оптимального плана размещения предприятий АПК**

#### 1.3.1. Вопросы лекции:

1 Экономико-математические модели для расчета оптимального плана размещения предприятий АПК. Кольца Й.Тюнена.

2 Принципы и особенности размещения. Критерии оптимальности размещения предприятий АПК. Методы расчета оптимальных планов размещения предприятий.

#### 1.3.2. Краткое содержание вопросов:

**1 Экономико-математические модели для расчета оптимального плана размещения предприятий АПК. Кольца Й.Тюнена.**

Становление теории размещения (локализации) принято связывать с выходом в 1826 г. книги немецкого экономиста Й. Тюнена «Изолированное государство в его отношении к сельскому хозяйству и национальной экономике». Главным содержанием этого фундаментального труда было выявление закономерностей размещения сельскохозяйственного производства.

Исследование Й. Тюнена отличали высокий уровень абстракции, точные формулировки поставленных задач. Он предполагал наличие экономически изолированного от остального мира государства, в пределах которого имеется

центральный город, являющийся единственным рынком сбыта сельскохозяйственной продукции и источником обеспечения промышленными товарами. Здесь цена каждого продукта в любой точке пространства отличается от его цены в городе на величину транспортных затрат, которые принимаются прямо пропорциональными весу груза и дальности перевозки.

Й. Тюнен ставит вопрос: какие формы примет при установленных предпосылках сельское хозяйство, и какое влияние на его размещение будет оказывать расстояние от города? Он находит ответ на поставленный вопрос методом сопоставления транспортных затрат на перевозку продукции от места производства до рынка, в результате чего выявляются зоны, наиболее благоприятные (с точки зрения минимизации транспортных затрат) для размещения в их пределах тех или иных видов сельскохозяйственного производства.

Й. Тюнен доказывает, что в рамках сделанных допущений оптимальная схема размещения сельскохозяйственного производства – это система концентрических кругов (поясов) разного диаметра вокруг центрального города, разделяющих зоны размещения различных видов сельскохозяйственной деятельности. Чем выше урожайность (продуктивность), тем ближе к городу должно размещаться производство. В то же время чем дороже тот или иной продукт на единицу веса, тем дальше от города целесообразно его размещение. В результате интенсивность ведения хозяйства снижается по мере удаления от города.

Й. Тюнен выделяет шесть поясов (концентрических колец) размещения сельскохозяйственной деятельности, основываясь на условиях ведения хозяйства в своем имении в Мекленбурге.

В ближайшей к городу зоне наиболее выгодно садоводство и огородничество в сочетании с молочным животноводством при стойловом содержании скота круглый год (клубника, цветная капуста, салат, капуста, картофель, репа, клеверосеяние, свежее молоко). Иначе этот пояс называют «вольное хозяйство», т.е. хозяйство без применения севооборотов.

Второй пояс у Тюнена занят лесным хозяйством. Близость его около центра автор объясняет большой потребностью рынка в топливе и малой транспортабельностью дров и делового леса при гужевом транспорте.

Вслед за зоной лесного хозяйства следуют три зоны, в которых рожь является наиболее важным рыночным продуктом. При этом существенные различия между этими концентрическими кольцами определяются интенсивностью земледелия.

За пределами этих трех зон экстенсивного хозяйства рентабельно по Тюнену только пастбищное животноводство (овцеводство и скотоводство). На рынок в данном случае поступает лишь продукция животноводства, тогда как рожь используется для собственных нужд.

Данная пространственная дифференциация в использовании земель и сельскохозяйственном производстве стала результатом взаимодействия трех факторов:

- 1) номенклатуры и объемов аграрного производства, требуемых городом;
- 2) технологии аграрного производства и перевозок готовой продукции;
- 3) стремления каждого производителя к максимизации земельной ренты путем производства таких видов продукции, для которых положение его земель относительно рынка сбыта наиболее выгодно.



Рисунок 1 – Графическая схема размещения сельского хозяйства по Й. Тюнену

Ясно, что при других условиях конкретный состав поясов будет другим, но принцип их чередования сохранится. Тюнен прекрасно понимал, что исходное построение не встречается нигде в чистом виде. Поэтому он в своей работе вводил новые условия, предпосылки и расчеты издержек, цен и расстояний. Так при добавлении более дешевого, чем гужевой водного транспорта, а также второго, но менее крупного города, первая зона значительно расширилась и вытянулась вдоль реки почти до границы изолированного государства. Пояс экстенсивного животноводства, напротив, отступил назад и существенно сузился. Появление второго города привело к возникновению новой зоны – зоны влияния малого города.

## 2 Принципы и особенности размещения. Критерии оптимальности размещения предприятий АПК. Методы расчета оптимальных планов размещения предприятий.

Нахождение расстояния, отделяющего зоны размещения тех или иных видов сельскохозяйственной деятельности от центра сбыта, осуществляется по простым формулам. Пусть имеются «не сельскохозяйственные культуры, доходность которых на единицу продукции составляют  $m_1$  и  $m_2$  а объемы их производят» –  $v_1$  и  $v_2$ . Транспортный тариф (на 1т) равен  $t$ . Тогда  $r$  – расстояние от центра, разграничивающее посеы двух культур, находится из уравнения безразличия (равенства разностей между доходом и транспортными затратами):

$$v_1 m_1 - r t v_1 = v_2 m_2 - r t v_2, \quad r = \frac{v_1 m_1 - v_2 m_2}{t(v_1 - v_2)}.$$

Соотношение зон систем сельского хозяйства в «Изолированном государстве» Тюнена представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Соотношение зон систем сельского хозяйства в «Изолированном государстве» Тюнена

Зона	Доля зоны в площади изолированного государства	Относительное расстояние от центрального города	Тип использованная земли	Главная товарная продукция	Системы ведения хозяйства
1	2	3	4	5	6
0	0,1	0 - 0,1	Городские земли	Промышленные товары	Промышленность
1	1	0,2 - 0,6	Интенсивное сел. хоз-во	Молоко, овощи	Интенсивное молочное хозяйство и огородничество с усиленным удобрением земли; паров нет
2	3	0,7 - 3,5	Лесное хоз-во	Дрова, деловая древесина	Лесное хозяйство с постоянным лесовозобновлением
3а	3	3,6 - 4,6	Экстенсивное зерновое хоз-во	Рожь, картофель	Шестилетний севооборот: рожь (2 года), картофель (1 год), клевер (1 год), ячмень (1 год), вика

Зона	Доля зоны в площади изолированного государства	Относительное расстояние от центрального города	Тип использования земли	Главная товарная продукция	Системы ведения хозяйства
1	2	3	4	5	6
					(1 год), без паров, со стойловым содержанием скота
3в	30	4,7 - 34	"	Рожь	Семилетний севооборот: выпас (3 года), рожь (1год), ячмень (1 год), овес (1год), пар (1 год)
3с	25	35 - 44	"	Рожь, продукция животноводства	Трехпольная система: рожь (1год), выпас (1 год), пар (1год)
4	38	45 - 100	Пастбищное скотоводство	Продукция животноводства	Выращивание скота; незначительные посевы ржи для собственных нужд
за пределам и зон сельского хозяйства	—	более 100	Пустоши	Продукции не дают	Не используются

Одновременно Й. Тюнен обосновал основные положения теории земельной ренты по местоположению. Определенный продукт продается по одной и той же цене независимо от места своего производства. Земельная рента равна величине экономии на транспортных издержках в хозяйствах, расположенных относительно ближе к центру. Она максимальна в первом кольце и падает по мере удаления земельного участка от центра. В наиболее удаленном кольце, где еще ведется сельское хозяйство, величина ренты равна нулю. Минимум транспортных затрат на доставку сельскохозяйственной продукции соответствует максимуму земельной ренты.

Работа Й. Тюнена была первым и весьма показательным примером использования абстрактных математических моделей в теории пространственной экономики. Ее важное методическое значение признано в новой экономической науке.

### **Риски и методы управления ими**

#### **1.3.1. Вопросы лекции:**

- 1 Прогнозирование рисков в АПК. Понятие и виды рисков в экономике АПК.
- 2 Экономико-математические методы измерения риска: вероятность и математическое ожидание.
- 3 Методы управления экономическими рисками в АПК: объединение и распределение риска, диверсификация, страхование.

### 1.3.2. Краткое содержание вопросов:

#### 1 Прогнозирование рисков в АПК. Понятие и виды рисков в экономике АПК.

Проблема взаимосвязи риска и прибыли – одна из ключевых в экономической деятельности.

**Риск** – это случайности или опасности, которые носят возможный, а не неизбежный характер и могут являться причинами убытков. Измеряется частотой, вероятностью возникновения того или иного уровня потерь. Наиболее опасны риски, с осязаемой вероятностью уровня потерь, превосходящих величину ожидаемой прибыли.

Разрабатывая теорию и методологию изучения рисков в АПК, необходимо определить характерные типы рисков и источники (причины) их возникновения, формы проявления, усиливающие и ослабляющие факторы, а также способы прогнозирования их возможных последствий. Владея такой методологией, можно избежать крупных экономических потерь и социальных потрясений при проведении государственной аграрной политики. Это же относится и к сфере принятия конкретных производственных решений в любом сельскохозяйственном и перерабатывающем предприятии.

В теоретических разработках и практической деятельности принято выделять несколько характерных типов рисков: производственные, предпринимательские, банковские, кредитные, инвестиционные, инновационные, ценовые, страховые, экологические, информационные, погодные и др. Все эти типы рисков в той или иной степени проявляются и в агропромышленном комплексе. В экономической литературе последних лет, посвященной проблемам риска, приведена классификация рисков с выделением четырех сфер их проявления: производственной, коммерческой, финансовой, инновационной. Для каждой сферы дано описание основных причин и способов снижения риска. Однако, данная классификация не является единственно возможной.

Приведем классификацию рисков. Риски подразделяют на *чистые*, связанные с потерей имущества, и *спекулятивные*, которые характерны для большинства деловых отношений. Если имеется возможность оценить вероятность поступления потерь (например, от града, пожаров, дорожно-транспортных аварий), то риски называют *подлежащими страхованию*, а в случае событий, вероятность которых определить более или менее достоверно нельзя, их считают *не подлежащими страхованию*.

По источнику возникновения различают риски *хозяйственные*, обусловленные недостатками в деятельности предприятия; *личностные*, вызванные некомпетентностью, недобросовестностью, несостоятельностью и другими отрицательными качествами конкретного человека; *природные*, происходящие в результате неблагоприятных погодных условий и стихийных бедствий.

В зависимости от причины возникновения риски классифицируют как возникшие *вследствие неопределенности будущего, непредсказуемости поведения партнеров, недостатка информации*.

С учетом времени возникновения различают *изначальные (проектные)* риски, которые оценивают на стадии подготовки к предпринимательской деятельности, и *текущие* риски, происходящие в процессе ее осуществления.

Кроме того, выделяют *предпринимательский риск*, под которым понимают риск, возникающий при любых видах деятельности, связанных с производством и реализацией продукции (работ, услуг), товарно-денежными и финансовыми операциями, коммерцией, осуществлением социально-экономических и научно-технических проектов. Он характеризуется угрозой потери ресурсов в виде дополнительных расходов сверх запланированных предпринимателем или угрозой получения доходов ниже тех, на которые он рассчитывал.

Предпринимательский риск подразделяют на производственный, коммерческий и финансовый.

*Производственный* риск возникает при производстве и реализации продукции (работ, услуг). Его порождают следующие основные факторы:

- сокращение объемов продукции (работ, услуг) по сравнению с запланированными из-за снижения производительности труда, простоя или неполного использования основных средств (техники, производственных мощностей и др.), отсутствия или недостатка оборотных средств (семян, удобрений, сырья и т.д.), увеличением доли продукции худшего качества (например, нестандартных овощей и картофеля);
- непредвиденное снижение цен на продукцию (работы, услуги) из-за падения спроса на нее и неблагоприятной рыночной конъюнктуры;
- непредусмотренное повышение материальных затрат, связанное с перерасходом семян, удобрений, сырья, электрической энергии, запасных частей, нефтепродуктов и других материальных ресурсов, а также с транспортными и накладными затратами;
- перерасход фонда оплаты труда из-за превышения расчетной численности работников или выплаты повышенного заработка в связи со сложившимися обстоятельствами;
- уплата штрафов, пени и возмещение ущерба, нанесенного другим предприятиям;
- последствия стихийных бедствий.

*Коммерческий* риск возникает в процессе перепродажи продукции. Его обуславливают следующие факторы: непредусмотренное повышение закупочной цены или снижение реализационной; непредвиденное сокращение объемов закупок продукции или ее продажи; количественные и качественные потери при транспортировании и хранении, увеличение издержек обращения по сравнению с намеченными.

*Финансовый* риск возможен при финансовом предпринимательстве из-за неплатежеспособности одной из сторон финансовой сделки, изменения курса рубля, валюты, ценных бумаг, ограничений на валютно-денежные операции и др. Он связан также с финансовым обеспечением производственного предпринимательства.

В сельском хозяйстве есть специфические причины появления рисков. Это – погодные риски. Неблагоприятные погодные условия прямо влияют на урожайность сельскохозяйственных культур, а, следовательно, на издержки производства, объемы реализации продукции, размер прибыли и рентабельность. Во многих регионах России три-пять лет из каждых десяти бывают неурожайными. Колебания урожайности достигают 30-50% среднегодового уровня за период. Такие явления, как пыльные бури, град, недостаточный снежный покров на полях, наводнения, другие стихийные явления, способны нанести колоссальный ущерб растениеводству, садоводству и прочим отраслям.

Другая особенность – это биологическая природа используемых в сельском хозяйстве производственных ресурсов и получаемой продукции. Сроки и последовательность выполнения технологических операций предопределены этой природой, а их нарушение неизбежно усиливает риск потери продукции и дохода. Запоздалый или слишком ранний сев, затянувшаяся уборка урожая, плохие условия хранения продукции, болезни животных и вредители растений – все это сопряжено с прямым риском потери продукции, повышением затрат, снижением прибыли.

Для сельского хозяйства характерна еще одна особенность – территориальная протяженность (рассредоточенность) производства, особенно в таких отраслях, как полеводство, садоводство, пастбищное животноводство. Это осложняет технологический контроль, а несвоевременное или некачественное проведение работ становится дополнительным источником риска.

В дополнение к названным выше группам рисков, свойственных АПК, необходимо также учитывать:

- политические риски, обусловленные неопределенностью в отношениях России с государствами-экспортерами и в меньшей степени с импортерами сельскохозяйственной продукции, отражающиеся на колебаниях внутренних и мировых цен на эту продукцию и снижающие достоверность прогнозных оценок в сфере АПК;

- военные риски, связанные с обезвреживанием террористических группировок, этническими, религиозными конфликтами и отражением агрессий;
- управленческие риски, предопределяемые ошибками и некомпетентностью лиц, руководящих отраслью в целом и отдельными предприятиями;
- социальные риски, вызванные конфликтами интересов между управленческими звеньями различного уровня, а также внутри коллективов хозяйствующих субъектов.

Таким образом, в агропромышленном секторе экономики переплетаются общие для всех отраслей и специфические для АПК источники рисков. Их совокупное воздействие на производство может быть весьма чувствительным, особенно при неблагоприятном стечении случайных обстоятельств.

Исследование риска целесообразно проводить в следующей последовательности:

- выявление объективных и субъективных факторов, влияющих на конкретный вид риска;
- анализ выявленных факторов;
- оценка конкретного вида рисков с финансовых позиций, определяющая либо финансовую состоятельность проекта, либо его экономическую целесообразность;
- установка допустимого уровня риска;
- анализ отдельных операций по выбранному уровню риска;
- разработка мероприятий по снижению риска.

Измерение рисков – сложная задача, решать которую помогают интуиция и опыт. Используя эвристические методы (экспертные оценки, опросы, ситуационные аналоги, мозговые атаки и др.), можно получить удовлетворительные оценки экономических рисков и своевременно принять решения о снижении их уровня или ослаблении негативных последствий.

## **2 Экономико-математические методы измерения риска: вероятность и математическое ожидание.**

Риск принадлежит к понятиям вероятностного характера. Поэтому вполне естественно, что при обработке статистической информации об изменении объемов и издержек производства, цен должны применяться методы математической статистики. Они позволяют определить *степень колебания показателей, выявить некоторую тенденцию, определить уровень математического ожидания* показателей производства, а также *вероятность изменения* рыночной конъюнктуры, связанной, в частности, с движением цен на взаимозаменяемые продукты питания.

*Статистический метод* предусматривает анализ статистики потерь, имевших место в аналогичных видах предпринимательской деятельности, установление частоты определенных потерь и прогнозирование их вероятности.

Например, глава крестьянского (фермерского) хозяйства желает определить вероятность разных уровней осадков в сентябре и октябре будущего года, от которых в значительной мере зависит своевременная и качественная уборка урожая сельскохозяйственных культур. На основании многолетних данных об осадках в эти месяцы он может выявить частоту и вероятность всех их уровней и спрогнозировать по ним возможные допустимые, критические и катастрофические риски.

Показатели вероятности, установленные по данным прошлых лет, полезны в одних случаях и неприемлемы в других. Так, ранее действовавшие цены на зерно не могут служить основанием для их прогнозирования на будущий год, поскольку их уровень определяется рыночным спросом. Поэтому применяют другие методы оценки предпринимательского риска.

*Экспертный метод* состоит в оценке предпринимательского риска путем обработки мнений опытных предпринимателей и специалистов (экспертов). Объективность этой оценки повышается с увеличением числа ее участников. При использовании данного метода численность экспертов, высказавших одинаковую оценку,

делят на количество оценок и тем самым определяют их частоту. Затем составляют график частот и с его помощью определяют Кривую вероятностей потерь, которая характеризует риски. Можно также установить вероятность того или иного события, основанную на личном убеждении.

Другим инструментом исследования экономических рисков может служить *аппарат стохастического программирования*. Для этого вводятся переменные, коэффициенты которых представляют собой математическое ожидание уровней урожайности, издержек для разных погодных условий.

Полезными являются также *статистические модели* для прогнозирования возможного изменения уровня рыночных цен с последующей оценкой риска потери дохода производителей или потребителей.

*Расчетно-аналитические методы* заключаются в построении кривой распределения вероятностей потерь и оценки на этой основе предпринимательского риска с применением элементов теории игр. *Теория игр* – это раздел математики, изучающий модели и методы принятия оптимальных решений в условиях «конфликта».

Однако, в отечественной экономической науке пока нет систематического применения математических методов измерения экономических рисков. Препятствием на этом пути оказываются неполнота и недостоверность исходной информации для расчетов. Задачу обеспечения качественной информацией предстоит решать аграрной экономической науке в ближайшие годы.

Изучение природы, источников, размеров и последствий рисков нужно для принятия наилучших управленческих решений в сельскохозяйственных предприятиях.

### **3 Методы управления экономическими рисками в АПК: объединение и распределение риска, диверсификация, страхование.**

*Менеджмент риска* – это процесс оценки рисков и минимизация связанных с ними затрат.

В методах управления экономическими рисками в АПК выделим: объединение и распределение риска, диверсификацию, страхование.

*Распределенный риск* – риск потерь, которые могут быть разделены, распределены между несколькими лицами. При этом хозяйственным партнером передается та часть предпринимательских рисков фирмы, по которой они имеют больше возможностей нейтрализации их негативных последствий и, как правило, располагают более эффективными способами внутренней страховой защиты.

Еще одним методом минимизации или нейтрализации рисков является распределение риска путем объединения (с разной степенью интеграции) с другими участниками, заинтересованными в успехе общего дела. Фирма имеет возможность уменьшить уровень собственного риска, привлекая к решению общих проблем в качестве партнеров другие предприятия и даже физические лица. Для этого могут создаваться акционерные общества, финансово-промышленные группы; предприятия могут приобретать или обмениваться акциями, вступать в различные консорциумы, ассоциации, концерны. Таким образом, под *объединением предпринимательского риска* понимается метод снижения риска, при котором он делится между несколькими субъектами экономики. Объединяя усилия в решении проблемы, несколько предпринимательских фирм могут разделить между собой как возможную прибыль, так и убытки от ее реализации. Как правило, поиски партнеров проводятся среди тех фирм, которые располагают дополнительными финансовыми ресурсами, а также информацией о состоянии и особенностях рынка.

Одним из эффективных методов нейтрализации рисков является диверсификация.

*Диверсификация* – 1) распределение инвестируемых или ссужаемых денежных капиталов между различными объектами вложений с целью снижения риска возможных потерь капитала или доходов от него; 2) расширение ассортимента, изменение вида

продукции, производимой предприятием, фирмой, освоение новых видов производств с целью повышения эффективности производства, получения экономической выгоды, предотвращение банкротства.

Передача риска состоит в том, что страховая организация (страховщик) принимает на себя за определенное вознаграждение финансовую ответственность в случае возможных потерь предпринимателя (страхователя). Наибольшее распространение получило *страхование* имущества сельскохозяйственных товаропроизводителей. Используют и такие виды передачи риска, как страхование финансовых рисков от возможных потерь прибыли из-за расторжения договоров, неплатежеспособности покупателей, страхование грузов, которые могут погибнуть в результате стихийных бедствий, пожара, аварии и пропажи транспортных средств. При этом необходимо иметь в виду, что страховые организации принимают на себя только те риски, по которым можно определить вероятность и размеры возможного ущерба. Страхованию подлежат, как правило, чистые риски, связанные с потерей имущества.

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

### 2.1 Лабораторная работа №ЛР-1 (2 часа).

**Тема: «Формализация экономических задач и их решение с помощью линейного программирования. Формализация экономических задач и их решение на основе модели транспортной задачи»**

#### **Формализация экономических задач и их решение с помощью линейного программирования**

**2.1.1 Цель работы:** Сформировать устойчивые навыки по моделированию экономических задач линейного типа и их решению с помощью информационных технологий.

#### **2.1.2 Задачи работы:**

1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде основной задачи линейного программирования.
2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MSExcel.
3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

#### **2.1.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. Компьютер
2. Доска

#### **2.1.4 Описание (ход) работы:**

##### **1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде основной задачи линейного программирования.**

###### **Задача 1**

Негосударственный пенсионный фонд России «Галина» решил инвестировать свободные денежные средства в ценные бумаги разных компаний. На фондовой бирже интересы фонда представлены тремя инвесторами («Инвест-Компани»; «Рус-Инвест»; «Инвест-Гарант»). Они могут разместить имеющийся капитал в четырех компаниях (ОАО «Русь»; ОАО «Заря»; ОАО «Луч»; ОАО «Мир»). Доходность каждой ценной бумаги и ее стоимость представлены в таблице 1.1.

Необходимо найти максимально возможную прибыль негосударственного пенсионного фонда «Галина» от инвестирования в ценные бумаги.

Решение

###### **1. Состав переменных:**

- $x_1$  – количество ценных бумаг ОАО «Русь»,  
 $x_2$  – количество ценных бумаг ОАО «Заря»,  
 $x_3$  – количество ценных бумаг ОАО «Луч»,  
 $x_4$  – количество ценных бумаг ОАО «Мир».

Таблица 1.1 – Исходные данные к задаче 1

Инвестор	Цена ценной бумаги				Ресурсы
	ОАО "Русь"	ОАО "Заря"	ОАО "Луч"	ОАО "Мир"	

"Инвест-Компани"	4	2	2	3	35
"Рус-Инвест"	1	1	2	3	30
"Инвест-Гарант"	3	1	2	1	40
Доходность	14	10	14	11	

2. Целевая функция. Критерий оптимальности – получение максимальной суммарной доходности пенсионного фонда, исходя из имеющихся денежных ресурсов. Тогда модель будет выглядеть следующим образом:

I.  $Z = 14x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 11x_4 \rightarrow \max.$

II.  $4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 35,$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 30,$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 40.$

III.  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$

## 2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MSExcel.

Для решения поставленной задачи воспользуемся табличным редактором MSExcel.

В ячейку A1 запишем целевую функцию (рисунок 1.1). В ячейки B1:B3 запишем основные ограничения до знака неравенства.

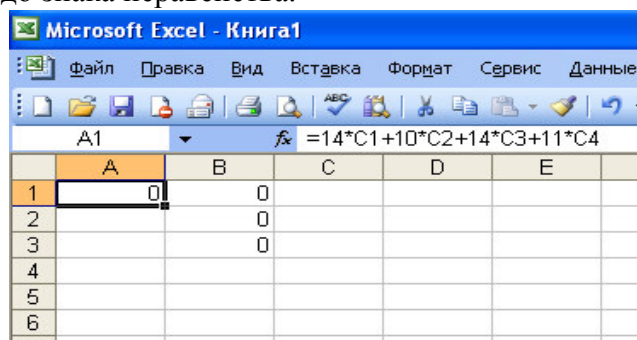


Рисунок 1.1 – Целевая функция

После того, как числовая модель записана, необходимо установить курсор в ячейку A1, в которой расположена целевая функция. Далее выбираем вкладку «Сервис» – «Поиск решения», при этом откроется диалоговое окно данной функции, представленное на рисунке 1.2.

Далее устанавливаем курсор в ячейку A1, выбираем вкладку «Сервис» - «Поиск решения» и в появившемся диалоговом окне устанавливаем параметры, которые представлены на рисунке 1.2.

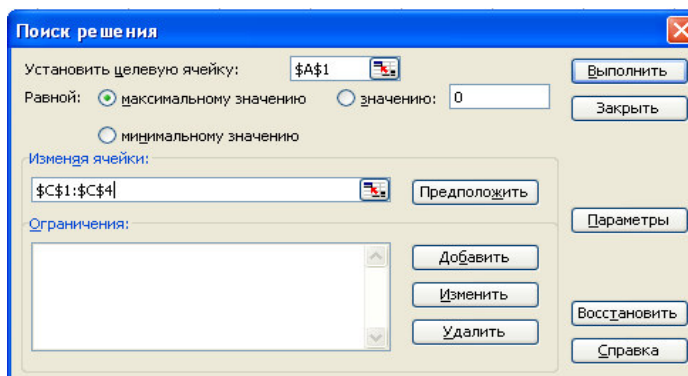


Рисунок 1.2 – Поиск решения

В открывшемся окне необходимо установить целевую ячейку, а поскольку у вас курсор стоял на ячейке A1, то значение целевой ячейки будет верным. В противном случае необходимо установить адрес целевой ячейки вручную.

Следующим шагом будет установление маркера в положение соответствующего критерия оптимальности: максимальное или минимальное значение. В окне «Изменяя ячейки» следует указать адреса ячеек, соответствующих переменным. Для этого необходимо выделить диапазон ячеек с C1 по C4.

В окне «Ограничения» следует активировать кнопку «Добавить». Откроется окно «Добавить ограничения», представленное на рисунке 1.3.

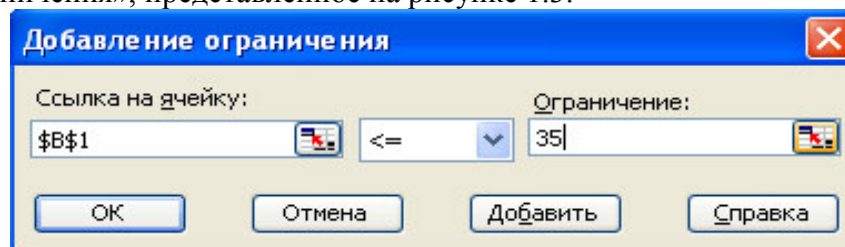


Рисунок 1.3 – Добавление ограничений

Для ввода первого ограничения в окне «Ссылка на ячейку» указываем адрес ячейки, где находится левая часть 1-го ограничения \$B\$1, затем выбираем знак ограничения «≤», а в поле «ограничение» – значение 35. Активируем клавишу «Добавить» и аналогично вводим оставшиеся ограничения. Затем вводим условие неотрицательности. Для этого в окне «Ссылка на ячейку» указываем диапазон ячеек, в которых находятся переменные (\$C\$1: \$C\$4). Аналогично вводится условие целочисленности переменных.

Указав все условия задачи, переходим к поиску максимальной доходности пенсионного фонда (рисунок 1.4).

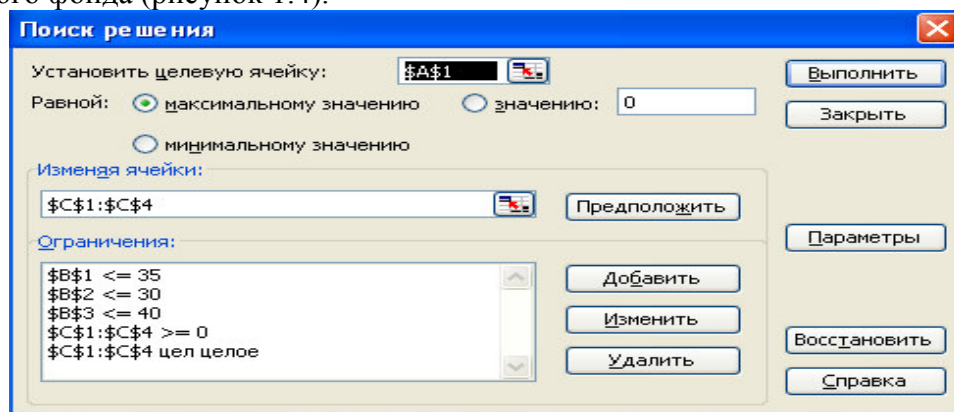


Рисунок 1.4 – Поиск максимальной доходности пенсионного фонда

Выбираем команду «Выполнить». На экране появится окно «Результаты поиска решения» (рисунок 1.5).

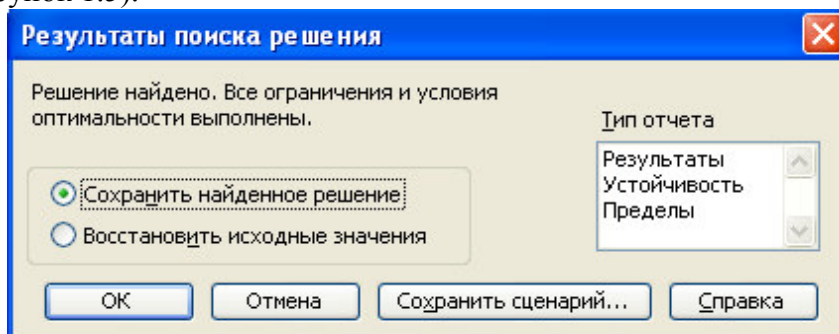


Рисунок 1.5 – Результаты поиска решения

Если модель составлена правильно и имеет решение, в открывшемся окне будет сообщение «Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены». Для просмотра результатов решения задачи в окне «Тип отчета» необходимо выбрать «Результаты» и нажать «ОК». В рабочем файле появится новый лист «Отчет по

результатам», в котором представлено решение задачи (рисунок 1.6). Решение задачи окончено, можно распечатать результаты.

Microsoft Excel - Книга1					
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка					
ИЗО					
A	B	C	D	E	F
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам				
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1				
3	Отчет создан: 09.04.2010 11:13:05				
4					
5					
6	Целевая ячейка (Максимум)				
7	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	
8	\$A\$1		222	222	
9					
10					
11	Изменяемые ячейки				
12	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	
13	\$C\$1		0	0	
14	\$C\$2		4	4	
15	\$C\$3		13	13	
16	\$C\$4		0	0	
17					
18					
19	Ограничения				
20	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус Разница
21	\$B\$1		34	\$B\$1<=35	не связан. 1
22	\$B\$2		30	\$B\$2<=30	связанное 0
23	\$B\$3		30	\$B\$3<=40	не связан. 10
24	\$C\$1		0	\$C\$1>=0	связанное 0
25	\$C\$2		4	\$C\$2>=0	не связан. 4
26	\$C\$3		13	\$C\$3>=0	не связан. 13
27	\$C\$4		0	\$C\$4>=0	связанное 0
28	\$C\$1		0	\$C\$1=целое	связанное 0
29	\$C\$2		4	\$C\$2=целое	связанное 0
30	\$C\$3		13	\$C\$3=целое	связанное 0
31	\$C\$4		0	\$C\$4=целое	связанное 0
32					
33					

Рисунок 1.6 – Отчет по результатам

### 3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

Результат, полученный в ячейке A1, представляет значение целевой функции. Из приведенных данных мы видим, что максимально возможный доход от вложения в ценные бумаги равен 222 единицам. Ячейки C1:C4 указывают на количество приобретенных ценных бумаг. Для получения максимального дохода необходимо приобрести 4 акции компании ОАО «Заря» и 13 акций ОАО «Луч». После совершенных действий остаток ресурсов «Инвест-Компани» составит 1 единицу, а «Инвест-Гарант» – 10 единиц, а ресурсы «Рус-Инвест» будут исчерпаны полностью.

#### Примечания

Если поиск не может найти оптимальное решение, в диалоговом окне **Результат поиска решения** выводится одно из следующих сообщений.

#### Поиск не может улучшить текущее решение. Все ограничения выполнены.

В процессе поиска решения нельзя найти такой набор значений влияющих ячеек, который был бы лучше текущего решения. Приблизительное решение найдено, но либо дальнейшее уточнение невозможно, либо погрешность, заданная в диалоговом окне **Параметры поиска решения** слишком высока. Измените погрешность на меньшее число и запустите процедуру поиска решения снова.

#### Поиск остановлен (истекло заданное на поиск время).

Время, отпущенное на решение задачи, исчерпано, но достичь удовлетворительного решения не удалось. Чтобы при следующем запуске процедуры поиска решения не повторять выполненные вычисления, установите переключатель **Сохранить найденное решение** или **Сохранить сценарий**.

#### Поиск остановлен (достигнуто максимальное число интеграций).

Произведено разрешенное число интеграций, но достичь удовлетворительного решения не удалось. Увеличение числа итераций может помочь, однако следует рассмотреть результаты, чтобы понять причины остановки. Чтобы при следующем запуске процедуры поиска решения не повторять выполненные вычисления, установите

переключатель **Сохранить найденное решение** или нажать кнопку **Сохранить сценарий**.

**Значение целевой ячейки не сходятся.**

Значение целевой ячейки неограниченно увеличивается (или уменьшается), даже если все ограничения соблюдены. Возможно следует в задаче снять одно ограничение или сразу несколько. Изучите процесс расхождения решения, проверьте ограничения и запустите задачу снова.

**Поиск не может найти подходящего решения.**

В процессе поиска решения нельзя сделать итерацию, которая удовлетворяла бы всем ограничениям при заданной точности. Вероятно, ограничения противоречивы. Исследуйте лист на предмет возможных ошибок в формулах ошибок в формулах ограничений или в выборе ограничений.

**Поиск остановлен по требованию пользователя.**

Нажата кнопка **Стоп** в диалоговом окне **Текущее состояние поиска решения** после прерывания поиска решения в процессе выполнения итераций.

**Условия для линейной модели не удовлетворяются.**

Установлен флажок **Линейная модель**, однако итоговый пересчет порождает такие значения, которые не согласуются с линейной моделью. Это означает, что решение недействительно для данных формул листа. Чтобы проверить линейность задачи, установите флажок **Автоматическое масштабирование** и повторно запустите задачу. Если это сообщение опять появится на экране, снимите флажок **Линейная модель** и снова запустите задачу.

**При поиске решения обнаружено ошибочное значение в целевой ячейке или в ячейке ограничения.**

При пересчете значений ячеек обнаружена ошибка в одной формуле или в нескольких сразу. Найдите целевую ячейку или ячейку ограничения, порождающие ошибку, и измените их формулы так, чтобы они возвращали подходящее числовое значение.

Набранное неверное имя или формула в окне **Изменить ограничения**, либо в поле **Ограничения** было задано целое или двоичное ограничение. Чтобы ограничить значение ячейки множеством целых чисел выберите оператора **целого** ограничения в списке условных операторов. Чтобы установить двоичное ограничение, выберите оператор для **двоичного** ограничения.

## **Задача 2**

Кожгалантерейная фабрика выпускает три вида продукции: кожаные перчатки, ремни и сумочки. Согласно заключенным с магазинами договорам фабрика должна еженедельно поставлять не менее 70 пар перчаток, 30 ремней и 60 сумочек. Ресурсы на неделю следующие: 700 единиц труда, 580 единиц производственного оборудования, 600 единиц сырья, 540 единиц электроэнергии, расход которых на одну номенклатурную единицу продукции представлен в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Исходные данные к задаче 2

Ресурсы	Вид продукции		
	Перчатки	Ремни	Сумочки
Труд	3	3	4
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	2	5
Электроэнергия	3	4	2

Цена перчаток равна 350 денежным единицам, ремней – 520 денежным единицам и сумочек – 700 денежным единицам.

Необходимо определить, сколько единиц каждого вида продукции надо выпускать, чтобы общая стоимость выпускаемой продукции была максимальной.

### Задача 3

Для производства трех видов блокнотов бумажная фабрика использует два вида ресурса: натуральную кожу и бумагу. Нормы затрат ресурсов на блокнот, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3 –Исходные данные к задаче 3

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие			Общее количество ресурсов
	Блокнот 1	Блокнот 2	Блокнот 3	
Натуральная кожа, м <sup>2</sup>	0,25	0,15	0,1	30
Бумага, м <sup>2</sup>	5	3	2	400
Трудоёмкость, чел.-ч.	1,5	1	0,75	400
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	250	200	150	

Определить, сколько блокнотов каждого вида фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

### Задача 4

Торговая фирма для продажи товаров 3-х видов использует ресурсы: время и площадь торговых залов. Затраты ресурсов на продажу одной партии товаров каждого вида приведены в таблице 1.4.

Таблица 1.4 – Исходные данные к задаче 5

Ресурсы	Вид товара			Объём ресурсов
	1	2	3	
Время, чел.-ч.	0,5	0,7	0,6	370
Площадь, м <sup>2</sup>	0,1	0,3	0,2	90
Прибыль от реализации одной партии товара, у.е.	5	8	6	-

Прибыль, получаемая от реализации одной партии товара 1-го вида – 5 условных единиц, 2-го вида – 8 условных единиц, 3-го вида – 6 условных единиц. Определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую фирме максимальную прибыль.

### Задача 5

На основе имеющихся данных определить оптимальную структуру активов и пассивов банка для максимизации текущей прибыли. Производственные ресурсы:

1) трудовые ресурсы - 15000 чел. часов;

2) офисные площади - 10000 клиентов в год;

Собственный капитал – 100 млн. руб. Норматив М1 (max Активы/ СК) – 10.

Норма обязательных отчислений в резерв – 10% от привлеченных средств.

Годовые процентные ставки:

по кредитам, выданным:

- физ. лицам – 16%,
- юр. лицам – 12%,
- купонный доход по облигациям – 8%.

по депозитам привлеченным:

- физ. лиц – 4%,
- юр. лиц – 6%,
- по межбанковскому кредиту – 8%.

Удельные затраты производственных ресурсов на 1 млн. привлеченных и размещенных средств представлены в таблице 1.5.

Таблица 1.5 – Исходные данные к задаче 5

Показатели	Затраты труда, чел. дней	Использование офисных площадей, клиентов
Кредиты, выданные физ. лицам	40	40
Кредитам, выданные юр. лицам	20	5
Облигации	1	0
Депозиты привлеченные, физ. лиц	40	50
Депозиты привлеченные, юр. лиц	20	10
Межбанковский кредит	1	0

Политикой банка установлено, что он должен иметь не менее 8000 клиентов – физ. лиц. Существуют ограничения по привлечению межбанковского кредита – не более 200 млн. рублей.

### **Формализация экономических задач и их решение на основе модели транспортной задачи**

**2.1.1 Цель работы:** Сформировать устойчивые навыки по моделированию экономических задач транспортного типа и их решению с помощью информационных технологий.

#### **2.1.2 Задачи работы:**

1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде транспортной задачи
2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MSExcel.
3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

#### **2.1.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. Компьютер
2. Доска

#### **2.1.4 Описание (ход) работы:**

#### **1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде транспортной задачи**

##### **Задача 1**

Три филиала одного коммерческого банка «Форштадт» решили выступить в качестве кредиторов трех предприятий – ОАО «Оренсот», ООО «Триумф» и ЗАО «Стимул». Наличие денежных средств в банках, потребности предприятий в денежных средствах и процентные ставки по кредитам приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Исходные данные к задаче 1

Филиалы КБ «Форштадт»	Предприятия			Наличие денежных средств, тыс.руб.
	ОАО «Оренсот»	ООО «Триумф»	ЗАО «Стимул»	
№1	13	15	21	1000
№2	8	18	7	900
№3	23	19	30	650
Потребность в денежных средствах, тыс. руб.	800	900	850	2550

Необходимо определить план выдачи кредитов, удовлетворяющий спрос предприятий и позволяющий банку получить максимальный объем прибыли.

Решение

*Проверка сбалансированности задачи*

Просуммируем наличие денежных средств у филиалов коммерческого банка «Форштадт», которые необходимо перечислить:

$$\sum_{i=1}^3 b_i = 1000 + 900 + 650 = 2550.$$

Просуммируем потребность предприятий в денежных средствах:

$$\sum_{j=1}^3 a_j = 800 + 900 + 850 = 2550.$$

Так как  $\sum_{i=1}^3 b_i = \sum_{j=1}^3 a_j$ , то задача сбалансированная (закрытого типа).

*Определение переменных*

Обозначим через  $x_{ij}$  количество денежных средств, которые будут выданы филиалами коммерческого банка «Форштадт» ( $i$ -ым поставщиком) предприятиям ( $j$ -му потребителю).

*Модель задачи*

$$L.F(x) = 13x_{11} + 15x_{12} + 21x_{13} + 8x_{21} + 18x_{22} + 7x_{23} + 23x_{31} + 19x_{32} + 30x_{33} \rightarrow \max$$

$$\text{II. } x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1000$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 900$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 650$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 800$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 900$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 850$$

$$\text{III. } x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3})$$

## 2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.

Для решения данной задачи в Microsoft Excel необходимо:

- 1) под запись целевой функции отвести ячейку A1;
- 2) под запись ограничений – ячейки столбца В (количество ячеек совпадает с количеством ограничений): В1, В2, В3, В4, В5, В6;
- 3) под запись искомым переменных отвести ячейки столбцов С, D, Е (количество предприятий совпадают с количеством столбцов, а количество филиалов коммерческого банка – с количеством строк).

*Примечание:* искомые переменные  $x_{ij}$  будут находится в следующих ячейках:

$$x_{11} \rightarrow C1 \quad x_{12} \rightarrow D1 \quad x_{13} \rightarrow E1$$

$$x_{21} \rightarrow C2 \quad x_{22} \rightarrow D2 \quad x_{23} \rightarrow E2$$

$$x_{31} \rightarrow C3 \quad x_{32} \rightarrow D3 \quad x_{33} \rightarrow E3$$

*Порядок выполнения работы*

1. Ввести в ячейку A1 формулу целевой функции (рисунок 2.1):

$$\begin{aligned} &=13*C1 + 15*D1 + 21*E1 + \\ &+ 8*C2 + 18*D2 + 7*E2 + \\ &+ 23*C3 + 19*D3 + 30*E3; \end{aligned}$$

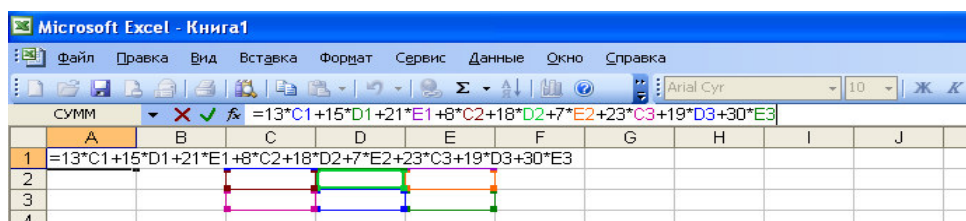


Рисунок 2.1 – Ввод целевой функции в Excel

2. а) ввести в ячейку B1 левую часть первого ограничения:  $= C1 + D1 + E1$  (рисунок 2.2);

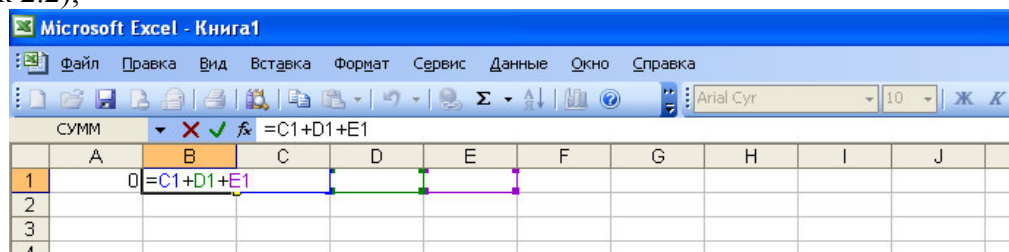


Рисунок 2.2 – Ввод ограничений в Excel

- б) ввести в ячейку B2 левую часть второго ограничения:  $= C2 + D2 + E2$ ;
- в) ввести в ячейку B3 левую часть третьего ограничения:  $= C3 + D3 + E3$ ;
- г) ввести в ячейку B4 левую часть четвертого ограничения:  $= C1 + C2 + C3$ ;
- д) ввести в ячейку B5 левую часть пятого ограничения:  $= D1+D2+D3$ ;
- е) ввести в ячейку B6 левую часть шестого ограничения:  $= E1+E2+E3$  (рисунок 2.3).

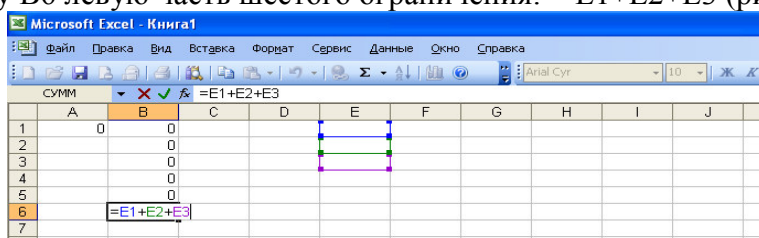


Рисунок 2.3 – Ввод ограничений в Excel

3. На панели инструментов выбрать опцию «Сервис», а в ней вкладку «Поиск решения».

4. В окне диалога «Поиск решения» в поле ввода «Установить целевую ячейку» нужно ввести ссылку на ячейку A1. Необходимо выбрать способ адресации ячеек в абсолютной системе координат (т.е. указать не A1, а \$A\$1). Также нужно поступать с другими переменными.

5. В окне диалога «Поиск решения» нужно установить переключатель (рисунок 2.4).

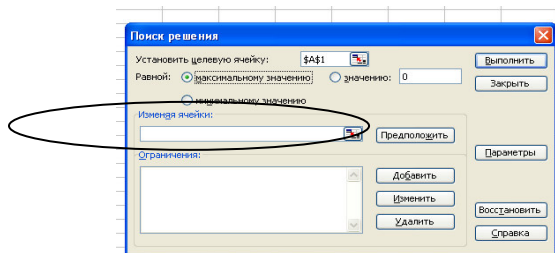


Рисунок 2.4 – Работа в диалогом окне «Поиск решения»

6. В поле ввода «Изменяя ячейки» нужно указать ссылки на ячейки, содержащие искомые переменные, т.е. диапазон ячеек \$C\$1:\$E\$3 (рисунок 2.5).

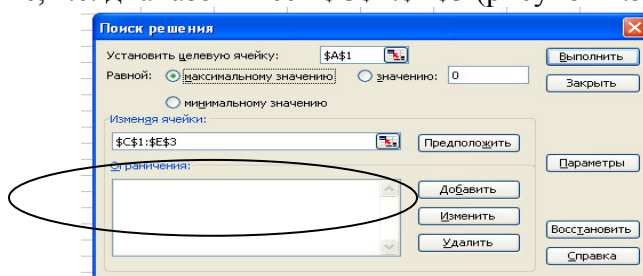


Рисунок 2.5 – Поле ввода ячеек, обозначающих искомые переменные

7. В поле ввода «Ограничения» при нажатии кнопки «Добавить» появляется окно диалога «Добавить ограничения». В поле ввода «Ссылка на ячейку» вводится \$B\$1. В поле ввода «Ограничение» вводится = и число 1000. При помощи кнопки «Добавить» таким же образом вводятся все остальные ограничения (ячейки \$B\$2:\$B\$6) (рисунок 2.6).

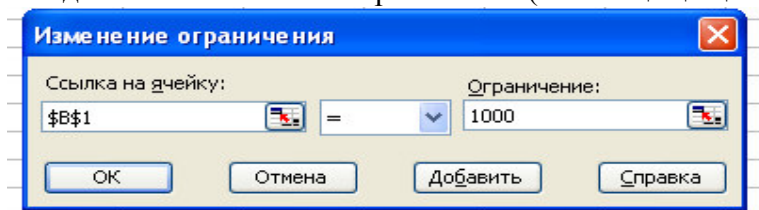


Рисунок 2.6 – Диалоговое окно «Добавление ограничения»

8. Для ввода ограничений на неотрицательность искоемых переменных в окне диалога «Добавить ограничения» в поле ввода «Ссылка на ячейку» нужно ввести ссылку на ячейку \$C\$1, а в поле ввода «Ограничения» нужно ввести  $\geq$  и число 0. При помощи кнопки «Добавить» таким же образом вводятся условия неотрицательности оставшихся искоемых переменных. Либо выделяется диапазон ячеек \$C\$1:\$E\$3 и задается  $\geq$  и число 0. после ввода последнего ограничения нажмите «ОК».

9. Затем добавим условие целочисленности. Для этого в поле ввода «Ограничения» выделяем диапазон ячеек \$C\$1:\$E\$3 и задаем «цел. числа», затем нажимаем «ОК».

10. После нажатия кнопки «Выполнить» Excel рассчитывает результат и открывает окно диалога «Результаты поиска решения». В этом диалоге в окне «Тип отчета» нужно выбрать «Результаты» и нажать «ОК». Перед листом, где записана постановка задачи, будет вставлен лист «Отчет по результатам 1», а на экране будет выдан результат решения задачи (рисунки 2.7 и 2.8).

Имя	Нач	Исходное значение	Результат
\$B\$1	0	50950	

Имя	Нач	Исходное значение	Результат
\$C\$1	0	150	
\$C\$2	0	900	
\$C\$3	0	650	
\$D\$1	0	850	
\$D\$2	0	900	
\$D\$3	0	650	
\$E\$1	0	0	
\$E\$2	0	0	
\$E\$3	0	0	

Имя	Нач	Значение	Формула	Статус	Результат
\$B\$1	0	50950	\$B\$1=1000	не связан	0
\$B\$2	0	900	\$B\$2=900	не связан	0
\$B\$3	0	650	\$B\$3=650	не связан	0
\$B\$4	0	800	\$B\$4=800	не связан	0
\$B\$5	0	900	\$B\$5=900	не связан	0
\$B\$6	0	850	\$B\$6=850	не связан	0
\$C\$1	0	150	\$C\$1=0	не связан	150
\$C\$2	0	900	\$C\$2=0	связанное	0
\$C\$3	0	650	\$C\$3=0	связанное	0
\$D\$1	0	850	\$D\$1=0	связанное	850
\$D\$2	0	900	\$D\$2=0	связанное	0
\$D\$3	0	650	\$D\$3=0	связанное	650
\$E\$1	0	0	\$E\$1=0	связанное	0
\$E\$2	0	0	\$E\$2=0	связанное	0
\$E\$3	0	0	\$E\$3=0	связанное	0

Рисунок 2.7 – Отчет по результатам

	A	B	C	D	E
1	50950	1000	150	0	850
2		900	0	900	0
3		650	650	0	0
4		800			
5		900			
6		850			

Рисунок 2.8 – Результаты решения задачи

Ответ:

$$X = \begin{pmatrix} 150 & 0 & 850 \\ 0 & 900 & 0 \\ 650 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$F(x) = 50950.$$

### 3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

Получение максимального объема прибыли филиалами коммерческого банка «Форштадт» может быть достигнуто путем наиболее оптимальной выдачи кредитов потребителям ОАО «Оренсот», ООО «Триумф» и ЗАО «Стимул». Целесообразный вариант выдачи денежных средств предусматривает следующие комбинации:

- филиал №1 выдаст денежные средства предприятию ОАО «Оренсот» в размере 150 тыс.руб. и предприятию ЗАО «Стимул» в размере 850 тыс.руб.;
- филиал №2 предоставит кредит только предприятию ООО «Триумф» в размере 900 тыс.руб.;
- филиал №3 выдаст денежные средства только предприятию ОАО «Оренсот» в размере 650 тыс.руб.

Данный план выданных кредитов позволит удовлетворить спрос предприятий и получить банку максимальный объем прибыли в размере 50 950 тыс. руб.

#### Задача 2

Три банка, отделения, подотчетные одному головному офису, решили выступить в качестве кредиторов трех сельскохозяйственных предприятий. Известны запасы денежных средств, потребность предприятий в кредитных ресурсах и ставки по процентам. Данные представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Исходные данные к задаче 2

Банки	Сельскохозяйственные предприятия			Наличие денежных средств, тыс.руб.
	1	2	3	
1	15	17	23	970
2	19	14	20	830
3	24	21	18	1200
Потребность в кредитных ресурсах, тыс.руб.	960	1210	830	

Необходимо определить план выданных кредитов, обеспечивающий максимально выгодные условия (т.е. оптимальные кредитные суммы при минимальных процентных ставках) для кредиторов.

#### Задача 3

Трем акционерам АО «Урал» необходимо выкупить некоторое количество акций трех предприятий. Общая стоимость акций, потребности в них каждого акционера и затраты на их приобретение приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Исходные данные к задаче 3

Предприятие	Акционеры ЗАО «Урал»			Наличие акций, тыс.руб.
	Иванов П.И.	Петров В.Н.	Сидоров А.С.	
«Закат»	200	500	50	800
«Рассвет»	300	100	400	700
«Заря»	150	250	350	900
Потребности в акциях, тыс.руб.	850	600	950	

Определите, на какую сумму следует купить каждому акционеру акций каждого предприятия, чтобы общая сумма покупки была минимальной.

#### Задача 4

Требуется получить кредит в трех банках соответственно трем заемщикам одной организации. Размер кредита, выданного каждым банком и потребность в них каждого заемщика, приведены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Исходные данные к задаче 4

Банки	Заемщики			Наличие кредита, тыс.руб.
	1	2	3	
1	20	22	28	950
2	14	24	17	850
3	29	26	37	600
Потребность в кредите, тыс.руб.	750	850	800	

Определите, какому банку следует удовлетворять спрос заемщика, чтобы общая сумма объема кредита была минимальной.

#### Задача 5

В Ассоциацию инвесторов России входят три крупнейшие инвестиционные компании: «Рус-Инвест», «ИнКом», «Инвест-Гарант». Ассоциация разработала программу инвестирования, предусматривающую вложение инвестиций в четыре компании. Доходность вложений, потребность в инвестициях и их наличие представлены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Исходные данные к задаче 5

	ООО «Русь»	ОАО «Галина»	ЗАО «Луч»	ЗАО «Ява»	Наличие инвестиций, млн.руб.
«Рус-Инвест»	9	7	12	5	50
«ИнКом»	12	15	8	10	60
«Инвест-Гарант»	5	10	12	15	78
Потребность в инвестициях, млн.руб.	62	31	42	45	

Определить оптимальное распределение инвестиций для получения максимального дохода.

#### Задача 6

Три предприятия хотят получить кредит в трех филиалах одного банка на развитие производства. Наличие денежных средств в банке, потребности предприятий в денежных средствах и срок кредитования приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Исходные данные к задаче 6

Филиалы банков	Предприятия			Наличие денежных средств, тыс.руб.
	1	2	3	
1	13	15	21	1000
2	8	18	7	900
3	23	19	30	650
Потребность денежных средств, тыс.руб.	800	900	850	

Нужно определить, какой филиал банка максимально удовлетворит спрос потребителя, чтобы общая сумма объема выданных средств была минимальной и целесообразна.

### Задача 7

Три предпринимателя приобретают акции трех компаний одной отрасли. Количество акций компании, потребность предпринимателей в акциях каждой компании, а так же стоимость одной акции представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7 – Исходные данные к задаче 7

Акции компании	Предприниматели			Количество акций, шт.
	1	2	3	
1	15	17	23	900
2	9	19	8	800
3	24	21	32	550
Потребность в акциях, шт.	700	800	850	

Необходимо определить, акции какой из компаний следует покупать предпринимателям, чтобы суммарные затраты на приобретение были минимальны.

### Задача 8

Необходимо обменять иностранную валюту на рубли. Количество валюты, которое может выдавать обменный пункт, потребности и курсы валют представлены в таблице 2.8.

Таблица 2.8 – Исходные данные к задаче 8

Обменный пункт	Валюта			Количество, тыс.руб.
	Доллар	Евро	Гривна	
А	32,5	44,6	21	100
Б	32,6	44,7	7	150
В	32,55	44,6	30	50
Потребности, тыс.руб.	170	60	70	

Определить, какое количество и в каком обменном пункте следует обменять валюты, чтобы общая сумма полученных пунктом рублей была минимальной.

## 2.2 Лабораторная работа № ЛР-2(2 часа).

**Тема: «Формализация экономических задач и их решение на основе балансовой модели»**

**2.2.1 Цель работы:** Сформировать устойчивые навыки по моделированию экономических задач балансового типа и их решению с помощью информационных технологий.

### 2.2.2 Задачи работы:

1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде балансовой модели.
2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MSExcel.

### 2.2.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер

## 2. Доска

### 2.2.4 Описание (ход) работы:

#### 1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде балансовой модели.

##### Задача 1

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным.

Таблица 3.2 – Исходные данные к задаче 1

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	20		30	
2	60	10		
Условно чистая продукция $Z_i$		70		
Валовой продукт $X_j$	100			

*Решение*

1) если  $i = j$ , то  $X_j = X_i \Rightarrow$  если  $i = j = 1$ , то  $X_j = X_i = 100$ .

$$2) X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i \Rightarrow x_{12} = X_1 - Y_1 - x_{11}, x_{12} = 100 - 30 - 20 = 50.$$

$$3) X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + Z_j \Rightarrow X_2 = \sum_{i=1}^n x_{i2} + Z_2, X_2 = 60 + 10 + 70 = 130,$$

$$\Rightarrow Z_1 = X_1 - \sum_{i=1}^2 x_{i1}, Z_1 = 100 - (20 + 60) = 20.$$

$$4) X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i \Rightarrow Y_2 = X_2 - \sum_{i=1}^2 x_{2i}, Y_2 = 130 - (60 + 10) = 60.$$

Ответ

Таблица 3.3 – Результативная матрица задачи 1

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	20	<b>50</b>	30	<b>100</b>
2	60	10	<b>60</b>	<b>130</b>
Условно чистая продукция $Z_j$	<b>20</b>	70		
Валовой продукт $X_j$	100	<b>130</b>		

##### Задача 2

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.4.

Таблица 3.4 – Исходные данные к задаче 2

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	74	176	120	370
2	222	35	200	457
Условно чистая продукция $Z_j$	74	245		
Валовой продукт $X_j$	370	457		

##### Задача 3

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.3.

Таблица 3.3 – Исходные данные к задаче 3

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	30	100	170	300
2	55	165	230	450
Условно чистая продукция $Z_j$	215	185		
Валовой продукт $X_j$	300	450		

**Задача 4**

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.4.

Таблица 3.4 – Исходные данные к задаче 4

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2	3		
1	15	33	50	190	288
2	28	27	27	233	315
3	15	17	19	121	172
Условно чистая продукция $Z_j$	230	238	76		
Валовой продукт $X_j$	288	315	172		

**Задача 5**

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.5.

Таблица 3.5 – Исходные данные к задаче 5

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2	3		
1	67	112	124	712	1015
2	103	57	129	811	1100
3	200	78	35	675	988
Условно чистая продукция $Z_j$	645	853	700		
Валовой продукт $X_j$	1015	1100	988		

**Задача 6**

Используя данные баланса (таблица 3.6), определите объемы производства валовой продукции, коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.6 – Исходные данные к задаче 6

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	90	100	50
2	50	110	40

Решение (способ 1)

1) определяем объемы производства валовой продукции ( $X_i$ ) по формуле:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, i=1, \dots, n$$

$$X_1=90+100+60=250; X_2=50+110+40=200.$$

2) вычислим коэффициенты прямых затрат ( $a_{ij}$ ) по формуле:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, i=1, \dots, n, j=1, \dots, n.$$

$$a_{11}=90:250=0,36; \quad a_{12}=100:200=0,5;$$

$$a_{21}=50:250=0,2; \quad a_{22}=110:200=0,55.$$

3) рассчитаем матрицу полных материальных затрат по формуле:

$$B = (E - A)^{-1}.$$

а) найдем матрицу  $E - A$

$$E - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,36 & 0,5 \\ 0,2 & 0,55 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,64 & -0,5 \\ -0,2 & 0,45 \end{pmatrix}$$

б) рассчитаем определитель матрицы

Определителем квадратной матрицы 2-го порядка  $A$  называется число  $a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot$

$$a_{21}. \text{ Определитель обозначается } \Delta(A) \text{ или } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta(E - A) = 0,64 \cdot 0,45 - (-0,5) \cdot (-0,2) = 0,288 - 0,1 = 0,188;$$

в) вместо каждого элемента матрицы поставим его *алгебраическое дополнение*:  $\begin{pmatrix} 0,45 & 0,2 \\ 0,5 & 0,64 \end{pmatrix}.$

*Алгебраическим дополнением* каждого элемента определителя называется *минор* этого элемента, умноженный на  $(-1)^s$ , где  $s$  – сумма номеров строки и столбца, на пересечении которых расположен этот элемент.

*Минором* некоторого элемента определителя называется определитель, получаемый из данного определителя вычеркиванием строки и столбца, на пересечении которых расположен этот элемент.

г) полученную матрицу транспонируем

$$\begin{pmatrix} 0,45 & 0,5 \\ 0,2 & 0,64 \end{pmatrix};$$

д) каждый элемент полученной матрицы делим на определитель исходной матрицы и получаем матрицу обратную данной:

$$B = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,39 & 2,66 \\ 1,06 & 3,40 \end{pmatrix}.$$

В качестве проверки можно рассчитать матрицу  $X$ :

$$X = BY = \begin{pmatrix} 2,39 & 2,66 \\ 1,06 & 3,40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 250 \\ 200 \end{pmatrix},$$

$$X_1 = 2,39 \cdot 60 + 2,66 \cdot 40 = 249,8; X_2 = 1,06 \cdot 60 + 3,40 \cdot 40 = 199,6.$$

## 2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MSExcel.

Применение специализированных программ или более доступных, таких как Excel облегчают выполнение представленных расчетов. Поэтому рассмотрим решение этого примера в среде Excel. Для расчетов нами будут использоваться такие функции как МОБР (расчет обратной матрицы) МУММНОЖ (умножение матриц).

Заносим исходные данные в электронную таблицу Excel (рисунок 3.1).

	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60				
2	50	110	40				
3							
4							
5							
6							

Рисунок 3.1 – Исходные данные

- 1) Определяем объемы производства валовой продукции ( $X_i$ ) по формуле:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, i = 1, \dots, n$$

Для этого в ячейку D1 заносим формулу: =СУММА (A1:C1), в ячейку D2: =СУММА (A2:C2) (рисунок 3.2).

	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60	250			
2	50	110	40	200			
3							
4							
5							
6							

Рисунок 3.2 – Расчет  $X_i$

- 2) Вычислим коэффициенты прямых затрат ( $a_{ij}$ ) по формуле:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n.$$

Для этого в ячейки A3 и B3 переносим значения  $X_i$ , рассчитанные в столбце D (можно набрать с клавиатуры, можно использовать функцию «Правка → специальная вставка... → вставить значения, транспонировать»).

В ячейку E1 записываем формулу: A1/A\$3, копируем эту формулу в диапазоне E1:F2. Результатом будет являться матрица прямых коэффициентов  $A$  (рисунок 3.3).

	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60	250	0,36	0,5	
2	50	110	40	200	0,2	0,55	
3	250	200					
4							
5							

Рисунок 3.3 – Расчет матрицы коэффициентов прямых затрат

- 3) Рассчитаем матрицу полных материальных затрат по формуле:

$$B = (E - A)^{-1}$$

а) найдем матрицу  $(E - A)$  (рисунок 3.4), в диапазоне A6:B7 запишем единичную матрицу и в диапазоне C6:D7 матрицу  $A$ . В ячейку E6 запишем формулу: = A1-C1, копируем эту формулу в диапазоне E6:F7, результатом является матрица  $(E - A)$ .

	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60	250	0,36	0,5	
2	50	110	40	200	0,2	0,55	
3	250	200					
4							
5							
6	1	0	0,36	0,5	0,64	-0,5	
7	0	1	0,2	0,55	-0,2	0,45	

Рисунок 3.4 – Расчет матрицы  $(E - A)$

б) найдем матрицу обратную  $(E - A)$ , для этого на листе Excel выделим диапазон G6:H7. Дадим команду «Вставка → Функция...». В открывшемся окне «Мастер функций» необходимо выбрать категорию «Математические», из математических – МОБР (рисунок 3.5).

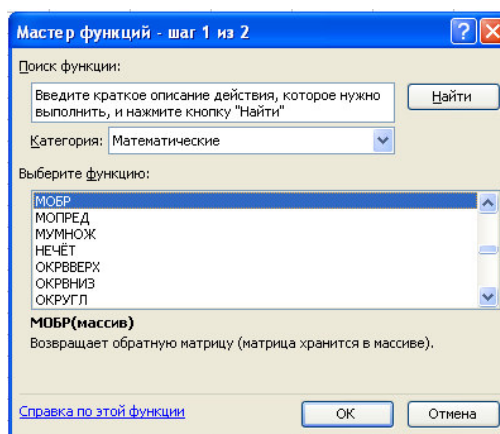


Рисунок 3.5 – Окно «Мастер функций»

Нажмите ОК. Откроется окно «Аргументы функции». Необходимо задать массив в котором находится матрица  $(E - A)$ , Вводим массив E6:F7 (рисунок 3.6).

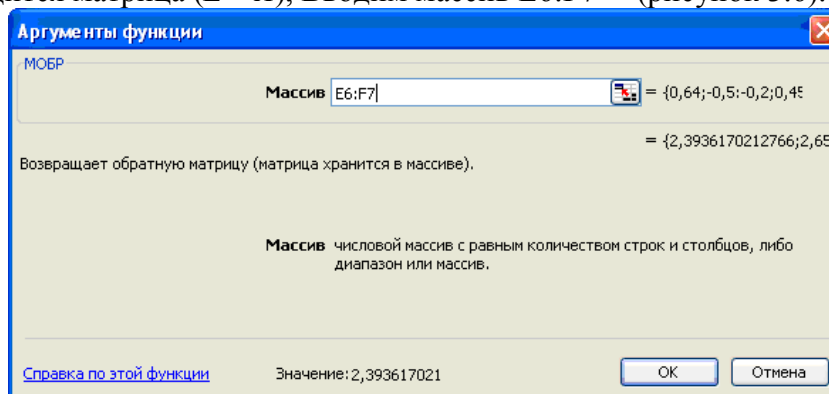


Рисунок 3.6 – Ввод данных при расчете обратной матрицы

Для отображения результата в виде матрицы, нажмите Shift+Ctrl+Enter (если нажать ОК, то в ячейке G6 будет одно число). Массив G6:H7 будет содержать искомую матрицу  $B = (E - A)^{-1}$  (рисунок 3.7).

Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Arial Cyr 10 Ж К Ч

G6 {=МОБР(E6:F7)}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	90	100	60	250	0,36	0,5			
2	50	110	40	200	0,2	0,55			
3	250	200							
4									
5									
6	1	0	0,36	0,5	0,64	-0,5	2,393617	2,659574	
7	0	1	0,2	0,55	-0,2	0,45	1,06383	3,404255	
8									

Рисунок 3.7 – Результат расчета обратной матрицы

В качестве проверки можно рассчитать матрицу  $X$ . Матрица  $X$  рассчитывается по формуле  $X = BY$ . Введем в диапазон I6:I7 матрицу  $Y$ . Выделим диапазон J6:J7, выберем команду «Вставка → Функция...». В открывшемся окне «Мастер функций» выберем категорию «Математические» и из них МУМНОЖ (рисунок 3.8).

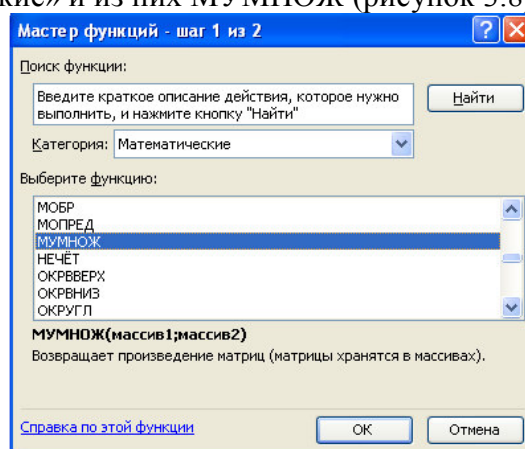


Рисунок 3.8 – Окно «Мастер функций»

Нажмите ОК. Откроется окно «Аргументы функции». Необходимо указать массивы, в которых находятся перемножаемые матрицы (порядок ввода массивов имеет значение), в нашем примере это массивы G6:H7 и I6:I7 (рисунок 3.9).

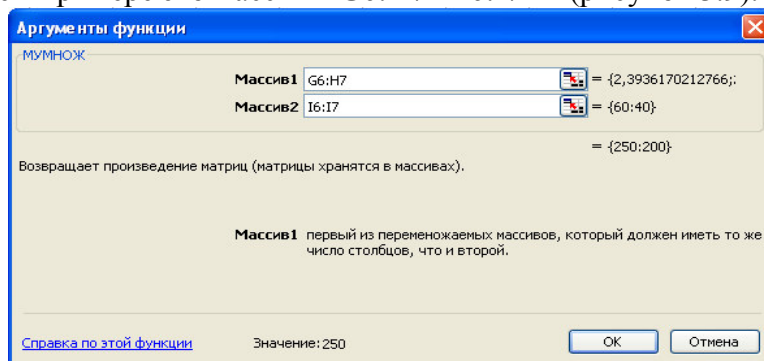


Рисунок 3.9 – Ввод данных при перемножении матриц

После окончания ввода данных нажмите Shift+Ctrl+Enter. Массив J6:J7 будет содержать искомую матрицу  $X$  (рисунок 3.10).

Рисунок 3.10 – Результат расчета матрицы  $X$

Ответ: Объемы производства валовой продукции равны  $X_1 = 250$ ;  $X_2 = 200$ ;  
коэффициенты прямых затрат равны

$$A = \begin{pmatrix} 0,36 & 0,5 \\ 0,2 & 0,55 \end{pmatrix}$$

коэффициенты полных материальных затрат равны

$$B = \begin{pmatrix} 2,39 & 2,66 \\ 1,06 & 3,40 \end{pmatrix}$$

### Задача 7

Используя коэффициенты прямых материальных затрат, представленные в таблице 3.9 и объемы конечного продукта по отраслям рассчитать полные материальные затраты и объемы производства валовой продукции.

Таблица 3.9 – Исходные данные к задаче 7

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	0,36	0,15	70
2	0,40	0,25	50

### Задача 8

На основании данных, приведенных в нижеследующих таблицах (3.10, 3.11, 3.12), рассчитать коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.10 – Исходные данные к задаче 8 (А)

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт
	1	2	3	
1	50	60	80	60
2	25	90	40	105
3	25	60	40	85

Таблица 3.11 – Исходные данные к задаче 8 (Б)

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт
	1	2	3	
1	40	18	25	71
2	16	9	25	36
3	40	45	50	115

Таблица 3.12 – Исходные данные к задаче 8 (В)

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт
	1	2	3	
1	18	36	25	61
2	45	90	25	20
3	36	36	50	30

### Задача 9

В таблице 3.13 приведены коэффициенты прямых материальных затрат и объемы конечной продукции в межотраслевом балансе для трех отраслей.

Таблица 3.13 – Исходные данные к задаче 9

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт
	1	2	3	
1	0,2	0,2	0,1	50
2	0,4	0,3	0,2	40
3	0,2	0,2	0,4	30

Требуется рассчитать коэффициенты полных материальных затрат и найти объемы валовой продукции отраслей.

### Задача 10

В таблице 3.14 приведены коэффициенты прямых материальных затрат и объемы конечной продукции в межотраслевом балансе для трех отраслей.

Таблица 3.14 – Исходные данные к задаче 10

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт
	1	2	3	
1	0,3	0,4	0,2	40
2	0,2	0,1	0,3	15
3	0,1	0,2	0,2	10

Требуется рассчитать коэффициенты полных материальных затрат и найти объемы валовой продукции отраслей.

### Задача 11

На основе данных задачи 9 восстановите схему межотраслевого материального баланса.

### Задача 12

На основе данных задачи 10 восстановите схему межотраслевого материального баланса.

### Задача 13

Используя данные баланса (таблица 3.15), определите объемы производства валовой продукции, коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.15 – Исходные данные к задаче 13

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	10	17	23
2	20	15	35

### Задача 14

Используя данные баланса (таблица 3.16), определите объемы производства валовой продукции, коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.16 – Исходные данные к задаче 14

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	70	45	25
2	25	30	40

### Задача 15

Используя коэффициенты прямых материальных затрат, представленных в таблице 3.17 и объемы конечного продукта по отраслям рассчитать полные материальные затраты и объемы производства валовой продукции.

Таблица 3.17 – Исходные данные к задаче 15

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	0,22	0,54	20
2	0,38	0,26	17

К числу важнейших аналитических возможностей балансового метода относится определение прямых и полных затрат труда на единицу продукции и разработка на этой основе балансовых продуктово-трудовых моделей, исходной моделью при этом служит отчетный межпродуктовый баланс в натуральном выражении. В этом балансе по строкам представлено распределение каждого отдельного продукта на производство других продуктов и конечное потребление (первый и второй квадранты схемы межотраслевого баланса). Отдельной строкой дается распределение затрат живого труда в производстве всех видов продукции. Предполагается, что трудовые затраты выражены в единицах труда одинаковой степени сложности.

Обозначим затраты живого труда в производстве  $j$ -го продукта через  $L_j$ , а объемпроизводства этого продукта (валовой выпуск), как и раньше, через  $X_j$ . Тогда, прямые затраты труда на единицу  $j$ -го вида продукции (*коэффициент прямой трудоемкости*) можно задать следующей формулой:

$$t_j = \frac{L_j}{X_j}; j = \overline{1, n}. \quad )$$

Из данной формулы следует, что

$$L_j = X_j t_j.$$

Если межотраслевые прямые затраты труда обозначить через  $l_{ij}$ , то они будут соответственно равны:

$$l_{ij} = x_{ij} t_i.$$

Введем понятие *прямых затрат труда* как суммы прямых затрат живого труда и затрат овеществленного труда, перенесенных на продукт через израсходованные средства производства. Если обозначить величину полных затрат труда на единицу продукции  $j$ -го вида через  $T_j$ , то произведения вида  $a_{ij} T_j$  отражают затраты овеществленного труда, перенесенного на единицу  $j$ -го продукта через  $i$ -ое средство производства; при этом предполагается, что коэффициенты прямых материальных затрат  $a_{ij}$  выражены в натуральных единицах. Тогда полные трудовые затраты на единицу  $j$ -го вида продукции (*коэффициент полной трудоемкости*) будут равны:

$$T_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} T_i + t_j; j = \overline{1, n}.$$

Введем в рассмотрение вектор-строку коэффициентов прямой трудоемкости  $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  и вектор строку коэффициентов полной трудоемкости  $T = (T_1, T_2, \dots, T_n)$ .

Тогда, с использованием уже рассматриваемой выше матрицы коэффициентов прямых материальных затрат  $A$  (в натуральном выражении) систему уравнений (3.15) можно переписать в матричном виде:

$$T = TA + t.$$

Произведя очевидные матричные преобразования с использованием единичной матрицы  $E$

$$T - TA = TE - TA = T(E - A) = t,$$

получим следующее соотношение для вектора коэффициентов полной трудоемкости:

$$T = t(E - A)^{-1}.$$

Матрица  $(E - A)^{-1}$ , это матрица коэффициентов полных материальных затрат, так что последнее равенство можно переписать в виде:

$$T = tB.$$

Обозначим через  $L$  величину совокупных затрат живого труда по всем видам продукции, которая с учетом формулы (3.12) будет равна:

$$L = \sum_{j=1}^n L_j = \sum_{j=1}^n t_j X_j = tX.$$

Используя соотношения (3.18), приходим к следующему неравенству:

$$tX = TY,$$

где  $t$  и  $T$  – вектор-строки коэффициентов прямой валовой и конечной продукции соответственно.

На основе коэффициентов прямой и полной трудоемкости могут быть разработаны межотраслевые и межпродуктовые балансы затрат труда и использования трудовых ресурсов. Схематически эти балансы строятся по общему типу матричных моделей.

Развитие основной модели межотраслевого баланса достигается также путем включения в нее показателей фондоемкости продукции. В простейшем случае модель дополняется отдельной строкой, в которой указаны в стоимостном выражении объемы производственных фондов  $\Phi_j$ , занятые в каждой  $j$ -ой отрасли. На основании этих данных и объемов валовой продукции всех отраслей определяются коэффициенты прямой фондоемкости продукции  $j$ -ой отрасли:

$$f_j = \frac{\Phi_j}{X_j}; j = \overline{1, n}.$$

Стоимость основных производственных фондов, занятых в каждой  $j$ -ой отрасли соответственно равна:

$$\Phi_j = X_j f_j.$$

Стоимость производственных фондов  $j$ -ой отрасли, занятых при производстве продукции для  $i$ -ой отрасли будет равна:

$$\phi_{ij} = x_{ij} f_j$$

Коэффициент прямой фондоемкости показывает величину производственных фондов, непосредственно занятых в производстве данной отрасли, в расчете на единицу ее валовой продукции. В отличие от этого показателя коэффициент полной фондоемкости  $F_j$  отражает объем фондов, необходимых во всех отраслях для выпуска единицы конечной продукции  $j$ -ой отрасли. Если  $a_{ij}$  – коэффициент прямых материальных затрат, то для коэффициента полной фондоемкости справедливо равенство, аналогичное равенству (3.13) для коэффициента полной трудоемкости:

$$F_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} F_i + f_j; j = \overline{1, n}.$$

Если ввести в рассмотрение вектор-строку коэффициентов прямой фондоемкости  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  и вектор-строку коэффициентов полной фондоемкости  $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ , то систему уравнений (3.23) можно переписать в матричной форме:

$$F = FA + f,$$

откуда с помощью преобразований, аналогичных применяемым выше для коэффициентов трудоемкости, можно получить матричное соотношение:

$$F = fB,$$

где  $B = (E - A)^{-1}$  – матрица коэффициентов полных материальных затрат.

### Задача 16

Межотраслевой баланс производства и распределения продукции представлен в таблице 3.18.

Таблица 3.18 – Исходные данные к задаче 16

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	232,6	51,0	291,8	200,0	775,3
2	155,1	255,0	0,0	100,0	510,1
3	232,6	51,0	145,9	300,0	729,6
Условно чистая продукция	155,0	153,1	291,9		
Валовая продукция	775,3	510,0	729,6		

Заданы затраты живого труда (трудовые ресурсы) в трех отраслях:  $L_1 = 1160$ ,  $L_2 = 460$ ,  $L_3 = 875$  в некоторых единицах измерения трудовых затрат. Требуется определить коэффициенты прямой и полной трудоемкости и составить межотраслевой баланс затрат труда.

Решение

1) Находим коэффициенты прямой трудоемкости

$$t_j = \frac{L_j}{X_j},$$

$$t_1 = \frac{1160}{775,3} = 1,5; \quad t_2 = \frac{460}{510,1} = 0,9; \quad t_3 = \frac{875}{729,6} = 1,2.$$

2) Рассчитаем матрицу коэффициентов полных материальных затрат

а) Вычислим коэффициенты прямых затрат ( $a_{ij}$ ) по формуле:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n.$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 232,6 : 775,3 = 0,3; & a_{12} &= 51,0 : 510,1 = 0,1; & a_{13} &= 291,8 : 729,6 = 0,4; \\ a_{21} &= 155,1 : 775,3 = 0,2; & a_{22} &= 255,0 : 510,1 = 0,5; & a_{23} &= 0,0 : 729,6 = 0; \\ a_{31} &= 232,6 : 775,3 = 0,3; & a_{32} &= 51,0 : 510,1 = 0,1; & a_{33} &= 145,9 : 729,6 = 0,2. \end{aligned}$$

Рассчитаем матрицу  $B$ :

$$B = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix}.$$

Находим коэффициенты полной трудоемкости:

$$T = tB \Rightarrow T = (1,5; 0,9; 1,2) \cdot \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix} = (4,84; 3,55; 3,92).$$

Умножая первую, вторую и третью строки первого и второго квадрантов межотраслевого материального баланса на соответствующие коэффициенты прямой трудоемкости, получаем схему межотраслевого баланса труда (в трудовых измерителях):

$$\begin{aligned} l_{ij} &= x_{ij} t_i, \\ l_{11} &= 232,6 \cdot 1,5 = 348,9, & l_{12} &= 51,0 \cdot 1,5 = 76,5, & l_{13} &= 291,8 \cdot 1,5 = 437,7, \\ l_{21} &= 155,1 \cdot 0,9 = 139,6, & l_{22} &= 255,0 \cdot 0,9 = 229,5, & l_{23} &= 0,0 \cdot 0,9 = 0, \\ l_{31} &= 232,6 \cdot 1,2 = 279,1, & l_{32} &= 51,0 \cdot 1,2 = 61,2, & l_{33} &= 145,9 \cdot 1,2 = 175,1, \\ l_{y1} &= 200 \cdot 1,5 = 300, \\ l_{y2} &= 100 \cdot 0,9 = 90, \\ l_{y3} &= 300 \cdot 1,2 = 360. \end{aligned}$$

Ответ:

### Межотраслевой баланс затрат труда

Таблица 3.19 – Итоговая матрица задачи 16

Отрасль	Межотраслевые затраты овеществленного труда			Затраты труда на конечную продукцию	Затраты труда в отраслях
	1	2	3		
1	348,9	76,5	437,7	300,0	1163,0
2	139,6	229,5	0,0	90,0	459,1
3	279,1	61,2	175,1	360,0	875,5

*Замечание:* незначительные расхождения между полученными данными в таблице 3.19 и исходными данными по затратам живого труда вызваны погрешностью округления при вычислении.

#### Задача 17

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.20 и затратам живого труда  $L_1 = 80$ ,  $L_2 = 45$ ,  $L_3 = 90$ , определить коэффициенты прямой и полной трудоемкости.

Таблица 3.20 – Исходные данные к задаче 17

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	18	7	5	21	51
2	6	8	2	20	36
3	3	15	14	23	55

#### Задача 18

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.21 и затратам живого труда  $L_1 = 300$ ,  $L_2 = 290$ ,  $L_3 = 450$ , определить коэффициенты прямой и полной трудоемкости.

Таблица 3.21 – Исходные данные к задаче 18

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	90	56	64	240	450
2	45	85	210	310	650
3	83	98	101	518	800

#### Задача 19

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.22 и стоимости производственных фондов  $\Phi_1 = 1250$ ,  $\Phi_2 = 1700$ ,  $\Phi_3 = 1010$ , определить коэффициенты прямой и полной фондоемкости.

Таблица 3.22 – Исходные данные к задаче 19

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	180	210	115	405	748
2	250	80	170	620	1120
3	112	87	35	276	510

#### Задача 20

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.23 и стоимости производственных фондов  $\Phi_1 = 83$ ,  $\Phi_2 = 58$ ,  $\Phi_3 = 75$ , определить коэффициенты прямой и полной фондоемкости.

Таблица 3.23 – Исходные данные к задаче 20

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	9	5	6	37	57
2	4	7	1	23	35
3	11	8	6	45	70

**Задача 21**

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.24, и затрат труда  $L_1 = 2950$ ,  $L_2 = 3100$ ,  $L_3 = 1500$ , составить схему межотраслевого баланса труда.

Таблица 3.24 – Исходные данные к задаче 21

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	830	715	390	1980	3915
2	650	817	235	1200	2902
3	350	185	148	737	1420

**Задача 22**

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.25 и затрат труда  $L_1 = 100$ ,  $L_2 = 102$ ,  $L_3 = 163$ , составить схему межотраслевого баланса труда.

Таблица 3.25 – Исходные данные к задаче 22

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	15	22	12	31	80
2	17	13	23	15	68
3	35	15	10	37	97

**Задача 23**

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.26 и стоимости производственных фондов каждой из отраслей  $\Phi_1 = 1053$ ,  $\Phi_2 = 1200$ ,  $\Phi_3 = 3090$ , составить схему межотраслевого баланса производственных фондов.

Таблица 3.26 – Исходные данные к задаче 23

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	250	345	127	682	1404
2	101	485	320	809	1715
3	713	305	513	1044	2575

**Задача 24**

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.27 и стоимости производственных фондов каждой из отраслей  $\Phi_1 = 809$ ,  $\Phi_2 = 673$ ,  $\Phi_3 = 1005$ , составить схему межотраслевого баланса производственных фондов.

Таблица 3.27 – Исходные данные к задаче 24

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	310	218	415	790	1733
2	98	170	53	315	636
3	436	275	119	710	1540

### 2.3 Лабораторная работа № ЛР-3 (2 часа).

**Тема: «Экономические задачи, решаемые с применением корреляционно-регрессионного анализа и организация статистического моделирования с применением программы Statistica»**

**2.3.1 Цель работы:** Изучить применение ППП Statistica 6.0 к решению экономических задач.

#### 2.3.2 Задачи работы:

1. Научиться формализовать задачу по ее постановке.
2. Освоить ввод данных в ППП Statistica 6.0.
3. Научиться решению задач в ППП Statistica 6.0.
4. Научиться анализировать полученное решение и давать экономическую интерпретацию.

#### 2.3.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер
2. Доска

#### 2.3.4 Описание (ход) работы:

##### 1. Научиться формализовать задачу по ее постановке.

###### Задача 1

Предприятие на протяжении длительного времени выпускает носочные изделия. Запланировав модернизацию производства, руководство предприятия решило провести исследования, цель которых состоит в выявлении зависимости цены носков от ряда приведенных факторов, таких, как плотность, состав и фирма-производитель. Цена носков – это зависимая переменная  $Y$ . В качестве независимых, объясняющих переменных были выбраны:

- плотность. Обозначим через  $x_1$ ;
- содержание шерсти. Обозначим через  $x_2$ ;
- содержание хлопка. Обозначим через  $x_3$ ;
- фирма-производитель. Обозначим через  $x_4$ .

##### 2. Освоить ввод данных в ППП Statistica 6.0.

Для решения задачи имеются исходные данные, представленные в приложении 1, которые необходимо занести в программный комплекс **Statistica**. Для в главном меню выбираем команду Файл – Новый (рисунок 4.17).

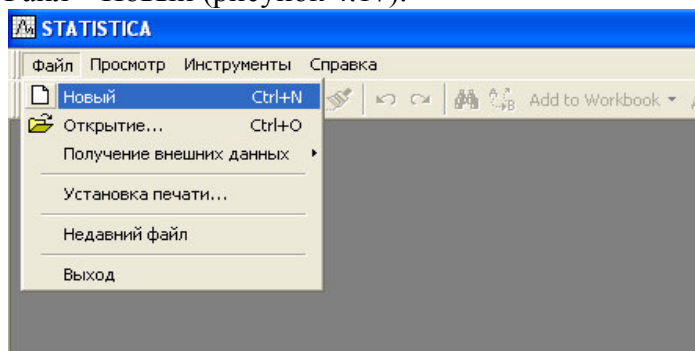


Рисунок 4.17 – Открытие нового файла

Откроется диалог для создания новой таблицы (рисунок 4.18).

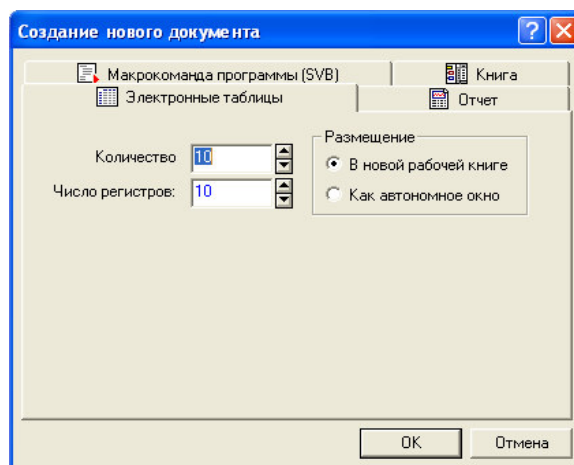


Рисунок 4.18 – Создание нового документа

Нужно изменить значения параметров «Количество», указывающее на число факторов и «Число регистров», указывающее на их количество. В случае нашей задачи получится 5 на 45.

После создания таблицы занесем в нее данные (рисунок 4.19).

	1 Price	2 DEN	3 Sheet	4 Hlokok	5 Firm
1	45	20	96	14	0
2	48	20	97	3	1
3	49	20	97	3	1
4	51	20	90	17	0
5	96	30	79	21	0
6	74	30	79	21	0
7	81	30	85	15	1
8	44	40	85	13	1
9	43	40	88	10	1
10	68	40	86	14	1
11	63	40	82	19	0
12	44	40	83	14	1
13	48	40	84	16	0
14	96	40	82	18	1
15	29	40	85	15	0

Рисунок 4.19 – Занесение данных

Для удобства можно переименовать названия столбцов. Для этого два раза кликнем на заголовке столбца и в открывшемся диалоге изменяем значение поля Name.

### 3. Научиться решению задач в ППП Statistica 6.0.

Сначала покажем *парную корреляцию* результативного фактора  $y$  и одного из образующих факторов. Для примера возьмем зависимость цены от плотности носок ( $x_2$ ).

Для этого нужно в главном меню выбрать Статистика – Множественная регрессия (рисунок 4.20).

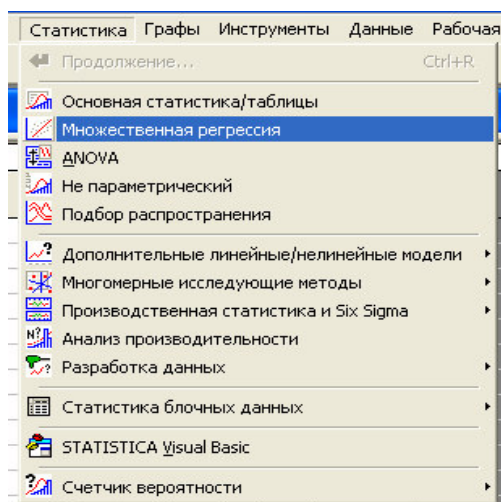


Рисунок 4.20 – Активизация множественной регрессии

В открывшемся диалоговом окне нажимаем кнопку Variables и выбираем в качестве зависимой переменной Price (первый столбец), а в качестве независимой – показатель плотности DEN (второй столбец) (рисунок 4.21).

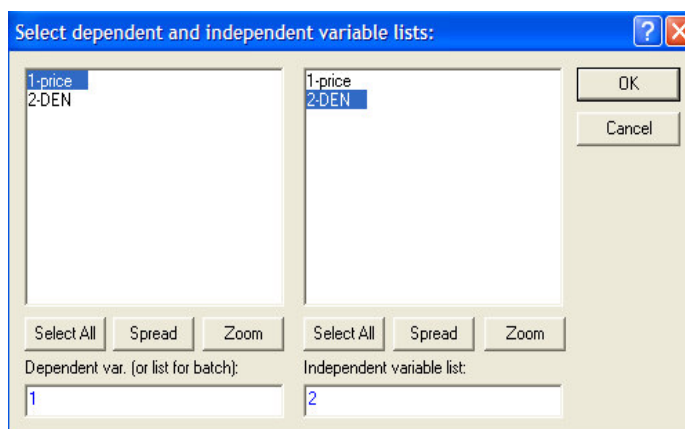


Рисунок 4.21 – Выбор зависимой и независимой переменных

Нажимаем кнопку ОК. В вернувшемся окне также нажимаем ОК, ничего не меняя в параметрах (рисунок 4.22).

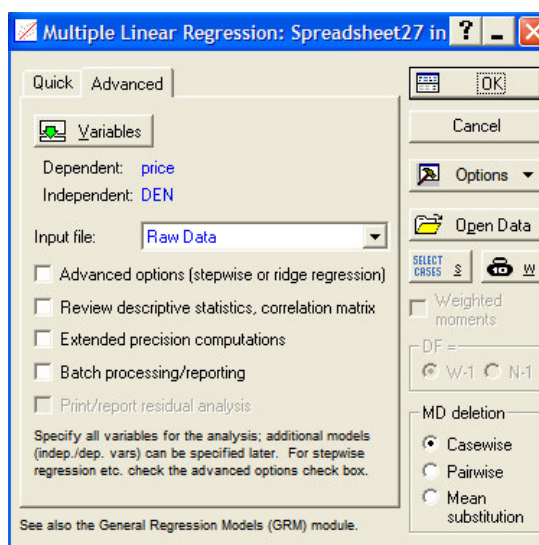


Рисунок 4.22 – Линейная регрессии

В результате получаем отчет, из которого нам необходимо получить таблицу с коэффициентами. Для этого нажимаем кнопку Summary: RegressionsResults внизу окна (рисунок 4.23).

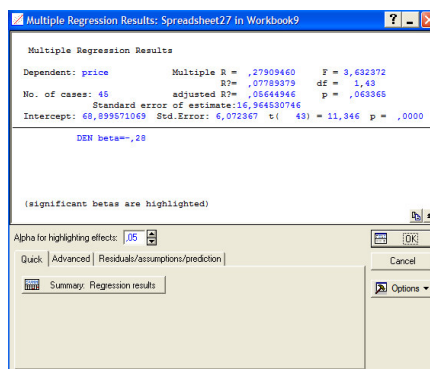


Рисунок 4.23 – Результат регрессии

В итоге получаем следующую таблицу, изображенную на рисунке 4.24.

Regression Summary for Dependent Variable: price (Spreadsheet27 in Workbook9)							
R= .27909460 R²=.07789379 Adjusted R²=.05644946							
F(1,43)=3,6324 p<.06336 Std.Error of estimate: 16,965							
N=45	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(43)	p-level	
Intercept			68,89957	6,072367	11,34641	0,000000	
DEN	-0,279095	0,146439	-0,26378	0,138402	-1,90588	0,063365	

Рисунок 4.24 – Таблица анализа коэффициентов

По данным таблицы построим уравнение регрессии. Свободный член равен 68,89, коэффициент регрессии -0,26:

$$y = 68,90 - 0,26 \cdot x_2$$

Теперь найдем множественную корреляцию результативного признака  $y$  и всех представленных независимых факторов. Для этого заново выбираем в главном меню Статистика – Множественная регрессия (рисунок 4.20).

В открывшемся окне переходим на вкладку Расширенный. Ставим галочку «Посмотреть описательную статистику» и иницилируем Variables (Переменные).

В новом диалоговом окне (рисунок 4.25) в левой колонке указываем зависимую переменную (Dependent), а в правой – независимые переменные (Independent). В качестве зависимой переменной выбираем **цену товара**, в качестве независимых – все имеющиеся факторы, как показано на рисунке. Нажимаем кнопку ОК.



Рисунок 4.25 – Выбор зависимостей и множества независимых переменных

В новом окне (рисунок 4.26) переходим на вкладку Расширенный и выбираем Correlations (Корреляции):

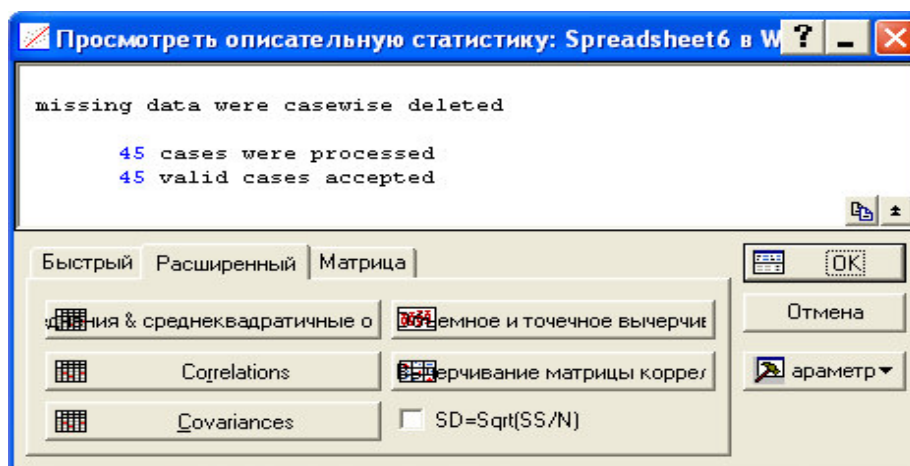


Рисунок 4.26 – Просмотр описательной статистики

В результате получаем матрицу парных коэффициентов корреляции (рисунок 4.27). Если в матрице присутствуют мультиколлинеарные факторы, (то есть превышение парным коэффициентом корреляции величины 0,8), то для получения корректного регрессионного уравнения в каждой такой паре необходимо избавиться от того фактора, который наименее влияет на результативный. В нашем случае проявления факторами мультиколлинеарности отсутствует. Однако имеются факторы, практически не влияющие на цену. Их также следует исключить для получения более адекватной модели.

Переменная	Корреляции (Spreadsheet6 в Workbook1)				
	DEN	Sherst	Hlopok	Firm	Prise
DEN	1.000000	-0.421886	0.435579	-0.103535	-0.279095
Sherst	-0.421886	1.000000	-0.667259	0.060901	-0.085989
Hlopok	0.435579	-0.667259	1.000000	-0.439123	0.097683
Firm	-0.103535	0.060901	-0.439123	1.000000	0.060980
Prise	-0.279095	-0.085989	0.097683	0.060980	1.000000

Рисунок 4.27 – Матрица парных коэффициентов корреляции

В данном случае мы исключим фактор X4 (Фирма-производитель), так как среди рассматриваемых факторных признаков он оказывает на цену наименьшее влияние (коэффициент парной корреляции составляет 0,06).

Для получения уравнения регрессии, описывающего влияние факторов производства на цену товара, проведем в **Statistica** многофакторный регрессионный анализ. Для этого в окне «Посмотреть описательную статистику...» нажмем кнопку Отмена и вернемся в окно «Составная линейная регрессия». Снимем флажок с опции «Посмотреть описательную статистику». В Variables, удерживая клавишу Ctrl, выберем те факторы, которые остались после исключения фактора  $x_4$  (рисунок 4.28).

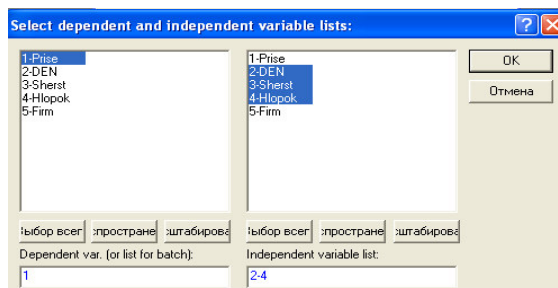


Рисунок 4.28 – Повторный выбор факторов

Нажав кнопку ОК, перейдем к результатам построения модели (рисунок 4.29).

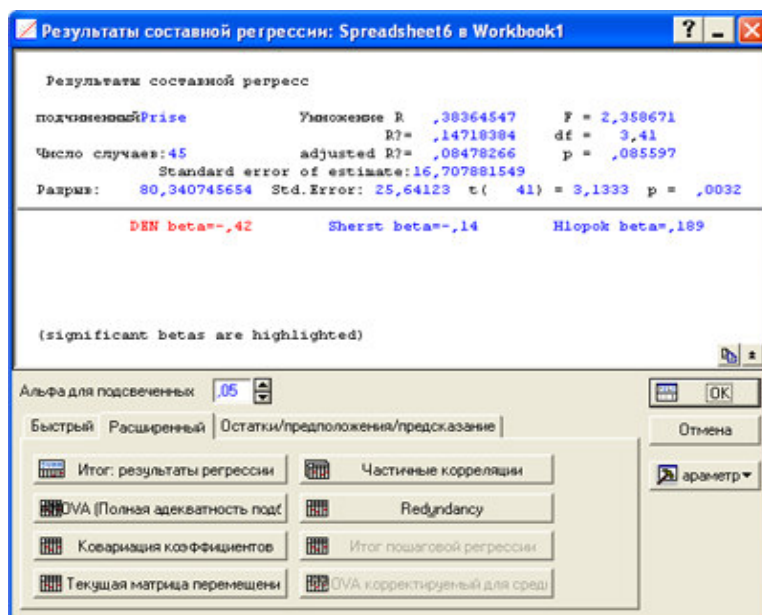


Рисунок 4.29 – Результаты составной регрессии

После нажатия на кнопку Итог: результаты регрессии, в рабочей области WorkBook получим две таблички: оцененные параметры модели и основные показатели адекватности построения регрессии.

Рассмотрим показатели адекватности построения модели (рисунок 4.30).

Statistic	Summary Statistics
Умножение R	0.38365
Multiple R?	0.14718
Adjusted R?	0.08478
F(3,41)	2.35867
p	0.03560
Std. Err. of Estimate	16.70788

Рисунок 4.30 – Показатели адекватности построенной модели

**Умножение R** (Множественный коэффициент корреляции МКК) является обобщением коэффициента линейной парной корреляции и отражает тесноту связи между зависимой переменной и одновременно всеми учтенными в модели независимыми переменными. Множественный коэффициент корреляции всегда неотрицателен и изменяется от 0 до 1. Чем ближе значение R к 1, тем больше одновременное влияние оказывают независимые переменные. В данном случае МКК равен 0,38365. Он показывает, что связь между вариацией результативного показателя  $y$  и вариацией факторных признаков средняя.

**Multiple R** (Множественный коэффициент детерминации) измеряет долю полной вариации переменной  $y$ , объясняемую множественной регрессией. Величина изменяется от 0 до 1. Согласно полученным результатам, лишь 14% вариаций переменной  $y$  объясняется задействованными факторами.

**Adjusted R** (Скорректированный коэффициент детерминации) – неубывающая функция от количества факторов, входящих в модель. Может быть использован для выбора лучшей модели.

**P (Вероятность)** – если значение P меньше принятого значения  $\alpha$  (альфа), то гипотеза о равенстве всех коэффициентов регрессии нулю отвергается. В нашем случае значение вероятности попадает в необходимые рамки.

Рассмотрим вторую таблицу, содержащую параметры модели (рисунок 4.31).

Regression Summary for Dependent Variable: Prise (Spreadshee R= ,38364547 R?= ,14718384 Adjusted R?= ,08478266 F(3,41)=2,3587 p<,08560 Std.Error of estimate: 16,708						
N=45	Бета	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(41)	p-level
ОТРЕЗОК			80.34075	25.64123	3.13326	0.003188
DEN	-0.419092	0.163382	-0.39609	0.15442	-2.56510	0.014071
Sherst	-0.136655	0.197454	-0.16476	0.23807	-0.69208	0.492786
Hlopok	0.189047	0.198879	0.41845	0.44021	0.95056	0.347397

Рисунок 4.31 – Таблица параметров

В четвертом столбце В содержатся значения параметров регрессионного уравнения. Таким образом, мы получили следующее уравнение:

$$y = 80,34 - 0,396 \cdot x_1 - 0,165 \cdot x_2 + 0,419 \cdot x_3 .$$

#### 4. Научиться анализировать полученное решение и давать экономическую интерпретацию.

Полученные значения можно интерпретировать следующим образом. Если при прочих равных условиях расход шерсти на производство носков увеличится на 1%, то цена товара снизится на 0,165 руб. Аналогично и с другими параметрами.

В пятом столбце (Std.Err. ofB) указаны стандартные ошибки коэффициентов уравнения. Стандартные ошибки показывают статистическую надежность коэффициента. Значения стандартных ошибок используются для построения доверительных интервалов.

#### Задача 2


Рассмотрим решение задачи о влиянии метеорологических условий на урожайность некоторой сельскохозяйственной культуры, например яровой пшеницы.

На основе собранных данных о метеорологических условиях местности необходимо выявить влияние погодных условий на урожайность яровой пшеницы в хозяйстве и на основе полученных результатов провести экономический анализ, а также осуществить прогноз на перспективу. На результативный признак (урожайность) оказывают влияние множество факторов. К показателям погодных (метеорологических) условий, оказывающих влияние на урожайность, относятся температура, количество осадков, высота снежного покрова и т.д. Данные для решения задачи представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Исходные данные к задаче

Номер года	Урожайность, ц/га	Запас влаг в метровом слое почвы, мм		Высота снежного покрова, см		Количество осадков, мм				Среднемесячная температура, С°	
		Май	Июнь	Март	Январь	Май	Июнь	Июль	Август	Июль	Август
	Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>	x <sub>9</sub>	x <sub>10</sub>
1.	11,5	86	74	50,4	43,3	48	8	24	38	22,5	20,1
2.	11,5	91	140	37	41,3	39	71	57	43	19	16,2
3.	5,7	68	85	41,7	29,3	14	30	23	41	19,9	16,3
4.	23,6	96	73	64	60	27	11	30	44	17,3	15,9
5.	6,7	59	160	49	45	8	86	100	98	19,2	14,6
6.	11,1	93	164	50	39	19	59	85	45	15,5	17,3
7.	7	83	100	33	30	41	47	3	30	21,1	18,4
8.	13	85	83	47	44	31	22	23	50	21,2	16,3
9.	14,4	194	165	51	49	106	43	50	4	18,1	16,4
10.	5,4	191	158	73	57	2	18	30	31	23,3	19,2

Необходимо найти коэффициенты корреляции всех факторов. Для выполнения расчетов занесем значения приведенных выше факторов в программный комплекс Statistica 6.0 и проведем множественную регрессию.

Для запуска программного комплекса Statistica 6.0 необходимо кликнуть по ярлыку  на рабочем столе, либо запустить программу из меню «Пуск».

После запуска программы Statistica появится **Рабочее Окно** системы (рисунок 4.32).

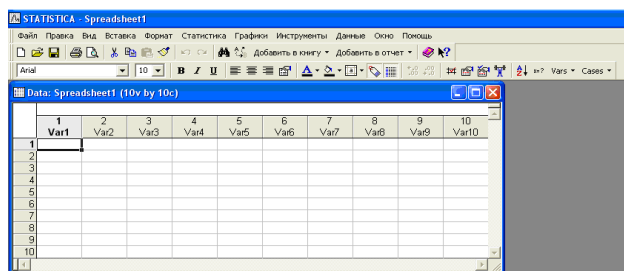


Рисунок 4.32 – Рабочее окно системы Statistica

Необходимо перенести данные из таблицы 1 (набранной в Excel) в электронную таблицу программы Statistica. Для этого сначала необходимо добавить в электронную таблицу программы Statistica дополнительный столбец, так как в таблице 1 у нас 11 столбцов с данными, а в таблице Statistica лишь 10. Среди команд главного меню программного комплекса Statistica выбираем **Вставка – Добавить переменные**. Откроется диалог **AddVariables** для добавления в электронную таблицу дополнительных столбцов с переменными (рисунок 4.33).

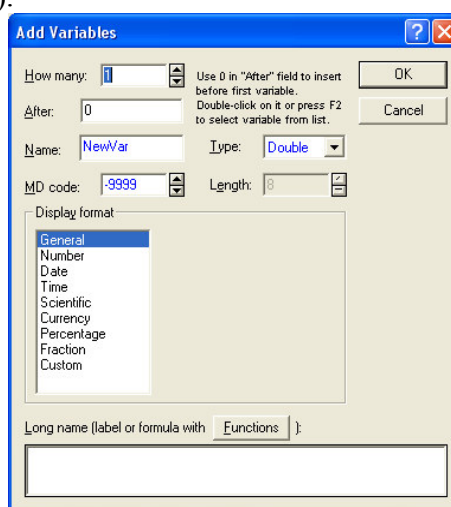


Рисунок 4.33 – Диалоговое окно для добавления дополнительных столбцов с переменными.

Нажимаем ОК и получаем электронную таблицу уже с 11 столбцами данных (рисунок 4.34).

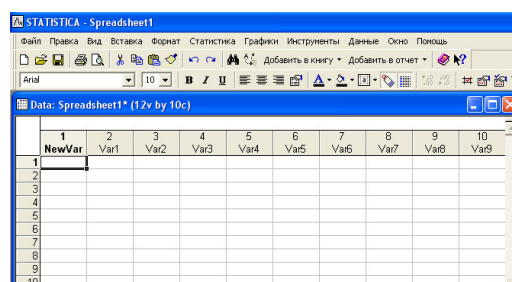


Рисунок 4.34 – Подготовленная электронная таблица

Копируем исходные данные для задачи из таблицы 4.2 в электронную таблицу. Кликая двойным щелчком по каждой из ячеек в верхней строке таблицы для каждого столбца вводим название переменных, при этом следует учитывать, что в столбце **NewVar** будет вписана *Урожайность*. Например, кликнув на ячейку **Var 1**, открывается диалоговое окно **Variable 1 (Переменная 1)**, где в поле **Name (Имя)** задается название столбца. Прделав указанные действия получаем следующую таблицу (рисунок 4.35).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Урожайность	Май 1	Июнь 1	Март	Январь	Май 2	Июнь 2	Июль 1	Август 1	Июль 2	Август 2
1	11,5	86	74	50,4	43,3	48	8	24	38	22,5	20,1
2	5,7	68	85	41,7	29,3	14	30	23	41	19,9	16,3
3	23,6	96	73	64	60	27	11	30	44	17,3	15,9
4	6,7	59	160	49	45	8	86	100	98	19,2	14,6
5	11,1	93	164	50	39	19	59	85	45	15,5	17,3
6	7	83	100	33	30	41	47	3	30	21,1	18,4
7	13	85	83	47	44	31	22	23	50	21,2	16,3
8	14,4	194	165	51	49	106	43	50	4	18,1	16,4
9	5,4	191	158	73	57	2	18	30	31	23,3	19,2

Рисунок 4.35 – Заполненная электронная таблица

Далее в меню программы Statistica выбираем пункт **Статистика -Множественная регрессия**. Появляется диалоговое окно, в котором необходимо кликнуть по кнопке **Variables**, в открывшемся окне в левом столбце указываем зависимую переменную (Dependent var.), а в правом независимые (Independent variable list) (рисунок 4.36).

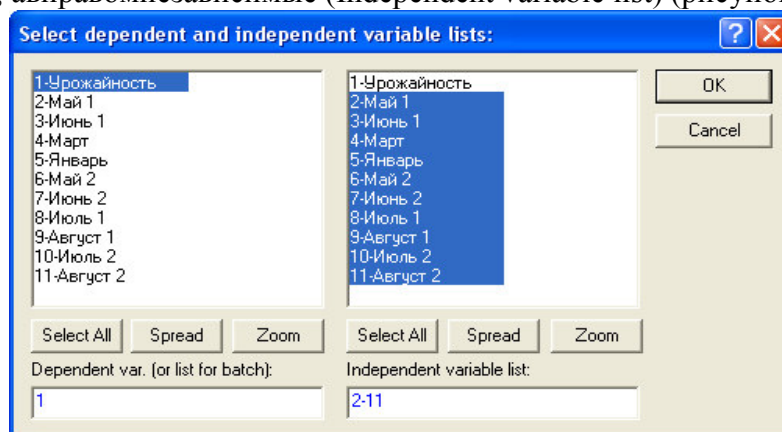


Рисунок 4.36 – Выделенные зависимая и независимые переменные

Нажимаем ОК, в открытом диалоговом на вкладке **Advanced (Настройки)** ставим галочку напротив пункта **Reviewdescriptivestatistics, correlationmatrix**. Нажимаем ОК, в следующем окне на вкладке **Quick** кликаем по кнопке **Correlations**. В результате получаем матрицу парных коэффициентов корреляции, записанную в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Матрица парных коэффициентов корреляции

	Май1	Июнь1	Март	Январь	Май2	Июнь2	Июль1	Авг1	Июль2	Авг2	Урож
Май1	1,00	0,48	0,57	0,55	0,43	-0,26	-0,10	-0,67	0,15	0,30	0,06
Июнь1	0,48	1,00	0,16	0,15	0,07	0,66	0,72	0,04	-0,30	-0,18	-0,32
Март	0,57	0,16	1,00	<b>0,87</b>	-0,24	-0,48	0,06	-0,06	0,11	0,18	0,27
Январь	0,55	0,15	<b>0,87</b>	1,00	0,02	-0,34	0,12	-0,04	-0,01	-0,03	0,56
Май2	0,43	0,07	-0,24	0,02	1,00	-0,05	-0,14	-0,65	-0,16	0,04	0,36
Июнь2	-0,26	0,66	-0,48	-0,34	-0,05	1,00	0,75	0,48	-0,43	-0,54	-0,34
Июль1	-0,10	0,72	0,06	0,12	-0,14	0,75	1,00	0,56	-0,58	-0,52	-0,06
Авг1	-0,67	0,04	-0,06	-0,04	-0,65	0,48	0,56	1,00	-0,08	-0,49	-0,19
Июль2	0,15	-0,30	0,11	-0,01	-0,16	-0,43	-0,58	-0,08	1,00	0,59	-0,48
Авг2	0,30	-0,18	0,18	-0,03	0,04	-0,54	-0,52	-0,49	0,59	1,00	-0,24
Урож	0,06	-0,32	0,27	0,56	0,36	-0,34	-0,06	-0,19	-0,48	-0,24	1,00

Одним из основных препятствий эффективного применения множественного регрессионного анализа является коллинеарность или мультиколлинеарность, которая возникает в случаях существования достаточно тесных линейных статистических связей между объясняющими переменными. Если две переменные находятся между собой в линейной зависимости, то говорят, что они коллинеарны.

О наличии мультиколлинеарности факторов говорят, когда более чем два фактора связаны между собой линейной зависимостью, т.е. имеет место совокупное воздействие

факторов друг на друга. Поскольку одним из условий построения множественной регрессии является независимость действия факторов, то если факторы явно коллинеарны, то один из них рекомендуется исключить из регрессии. Предпочтение при этом отдается не фактору, более тесно связанному с результатом, а тому фактору, который при достаточно тесной связи с результатом имеет наименьшую тесноту связи с другими факторами.

Точных количественных критериев для определения наличия или отсутствия реальной мультиколлинеарности не существует. Тем не менее существуют некоторые эвристически рекомендации по ее выявлению. В первую очередь анализируют матрицу парных коэффициентов корреляции (ту ее часть, которая относится к объясняющим переменным).

В этом отношении существует ряд мнений и о наличии коллинеарности (мультиколлинеарности) говорят в случае, если: коэффициент парной корреляции  $r_{x_i x_j}$  принимает значение:

- а)  $r_{x_i x_j} \geq 0,7^{1)}$ ;
- б)  $|r_{x_i x_j}| \geq 0,75 - 0,80$ ;
- в)  $|r_{x_i x_j}| \geq 0,80$ .

В таблице 4.3 жирным шрифтом выделены значения парной корреляции для мультиколлинеарных факторов (согласно третьему подходу, превышение парным коэффициентом корреляции величины 0,8).

В данном случае мы исключим фактор «май1» (среднемесячный запас влаги в почве в мае), так как среди рассматриваемых факторных признаков он оказывает на урожайность наименьшее влияние (коэффициент парной корреляции составляет 0,06). Кроме того, исключаем из последующего рассмотрения и фактор «март» (высота снежного покрова в марте), так как этот фактор мультиколлинеарен с фактором «январь» и оказывает на результативный показатель меньшее воздействие (коэффициент парной корреляции составляет 0,27).

Для этого нажимаем **в рабочей книге (Workbook 1)** на кнопку **Reviewdescriptivestatistics** (рисунок 4.37).

Variable											
<b>Май 1</b>	<b>1,000000</b>	0,483769	0,570912	0,545482	0,426686	-0,261372	-0,101023	-0,671751	0,146376	0,297052	
Июнь 1	0,483769	<b>1,000000</b>	0,158913	0,154262	0,072717	0,656604	0,717254	0,038958	-0,298458	-0,181244	
Март	0,570912	0,158913	<b>1,000000</b>	0,866564	-0,235814	-0,481835	0,056508	-0,057589	0,111148	0,184477	
Январь	0,545482	0,154262	0,866564	<b>1,000000</b>	0,019878	-0,336605	0,121914	-0,036313	-0,007846	-0,033638	
Май 2	0,426686	0,072717	-0,235814	0,019878	<b>1,000000</b>	0,050023	-0,138375	-0,648862	-0,157916	0,039565	
Июнь 2	-0,261372	0,656604	-0,481835	-0,336605	-0,050023	<b>1,000000</b>	0,749561	0,475646	-0,434885	-0,544530	
Июль 1	-0,101023	0,717254	0,056508	0,121914	-0,138375	0,749561	<b>1,000000</b>	0,560622	-0,584998	-0,521962	
Август 1	-0,671751	0,038958	-0,057589	-0,036313	-0,648862	0,475646	0,560622	<b>1,000000</b>	-0,081380	-0,486425	
Июль 2	0,146376	-0,298458	0,111148	-0,007846	-0,157916	-0,434885	-0,584998	-0,081380	<b>1,000000</b>	0,591990	
Август 2	0,297052	-0,181244	0,184477	-0,033638	0,039565	-0,544530	-0,521962	-0,486425	0,591990	<b>1,000000</b>	
Урожайность	0,056179	-0,322267	0,266107	0,556875	0,363554	-0,338616	-0,056491	-0,186671	-0,480937	-0,242092	

Рисунок 4.37 – Рабочая книга с данными

В открывшемся окне нажимаем **Cancel (Отмена)**, затем кликаем по кнопке **Variables** и в следующем окне **SelectDependentandindependentvariablelist** правом столбце исключаем из выделенных переменных, нажав клавишу Ctrl, факторы «май 1» и «март» (рисунок 4.38).

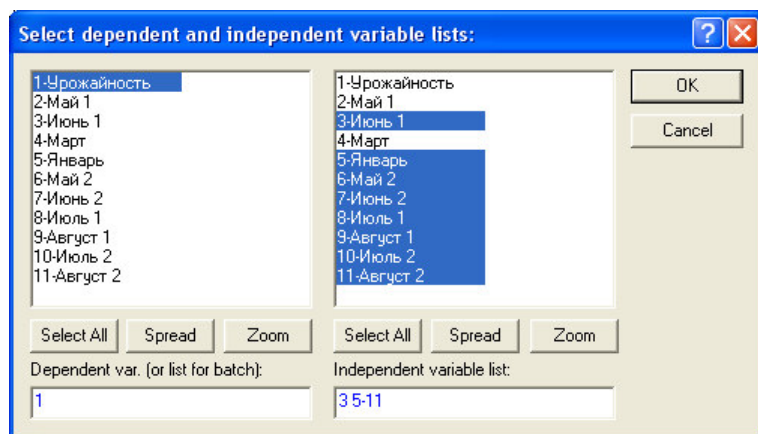


Рисунок 4.38 – Таблица с исключенными факторами «май 1» и «март»

Нажимаем ОК, снимаем галочку с пункта **Reviewdescriptivestatistics**, нажимаем ОК, а затем **Summary: regressionresults**.

В результате получаем две таблички: оцененные параметры модели и основные показатели адекватности построения регрессии.

Чтобы просмотреть показатели адекватности построения модели необходимо в рабочей книге перейти на вкладку **Summarystatistics** (рисунок 4.39) и записать данные в отдельную таблицу 4.4.

Summary Statistics; DV: Урожайность (Spreadsheet1.sta)						
Statistic	Value					
<b>Multiple R</b>	0,990586					
Multiple R?	0,981261					
Adjusted R?	0,831347					
F(8,1)	6,545517					
p	0,293901					
Std.Err. of Estimate	2,244217					

Рисунок 4.39 – Показатели адекватности построения модели

Таблица 4.4 – Показатели адекватности множественного уравнения регрессии

	Значение
Multiple R	0,990586
Multiple R?	0,981261
Adjusted R?	0,831347
F (8,1)	6,545517
P	0,293901
Std.Err.of Estimate	2,244217

Multiple R (Множественный коэффициент корреляции) является обобщением коэффициента линейной парной корреляции и отражает тесноту связи между зависимой переменной и одновременно всеми учтенными в модели независимыми переменными. Множественный коэффициент корреляции всегда неотрицателен и изменяется от 0 до 1. Чем ближе значение R к 1, тем более одновременное влияние оказывают независимые переменные.

В данном случае множественный коэффициент корреляции равен 0,990586. Он показывает, что связь между вариацией результативного показателя «урожайность» и вариацией факторных признаков сильная.

MultipleR? (Множественный коэффициент детерминации) измеряет долю полной вариации переменной y, объясняемую множественной регрессией. Величина изменяется от 0 до 1.

Согласно полученным результатам (таблица 4.4)  $R^2=0,981261$ , это свидетельствует о том, что 98,13% вариации переменной «урожайность» объясняется задействованными факторами.

AdjustedR<sup>2</sup> (Скорректированный коэффициент детерминации) – неубывающая функция от количества факторов, входящих в модель. Может быть использован для выбора лучшей модели, AdjustedR = 0,831347.

F(8,1) – F-статистика Фишера служит для проверки модели на адекватность. Необходимо сопоставить табличное значение F-критерия при  $\alpha = 0,05$  и  $v_1 = 8$ ,  $v_2 = 1$  с фактическим значением  $F(8, 1) = 6,545517$ . Табличное значение F-критерия можно посмотреть в статистических таблицах Стьюдента-Фишера на пересечении 8-го столбца и 1-ой строки. При данных условиях табличное значение критерия составляет 238,9, т.е. получаем  $F_{табл.} > F_{факт.}$ , следовательно модель статистически незначима.

P (Вероятность) – если значение вероятности меньше принятого значения  $\alpha$  (в нашем случае  $\alpha = 0,05$ ), то нулевая гипотеза о равенстве всех коэффициентов регрессии нулю отвергается. Из таблицы 4.4 видно, что  $P > 0,05$ , следовательно гипотеза о равенстве всех коэффициентов регрессии нулю не отвергается.

Чтобы рассмотреть вторую таблицу, содержащую параметры модели, для этого необходимо перейти на вкладку **RegressionSummaryforDependentVariable** (рисунок 4.40).

N=10	Beta	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(1)	p-level
Intercept			23,19355	14,46361	1,60358	0,354976
Июнь 1	-0,905164	0,650849	-0,12230	0,08794	-1,39074	0,396863
Январь	0,821187	0,245279	0,44990	0,13438	3,34797	0,184781
Май 2	0,220782	0,314926	0,04089	0,05833	0,70106	0,610747
Июнь 2	0,413965	0,511974	0,08573	0,10603	0,80857	0,567135
Июль 1	0,024747	0,727581	0,00444	0,13050	0,03401	0,978356
Август 1	-0,180180	0,737966	-0,04203	0,17216	-0,24416	0,847547
Июль 2	-0,600253	0,380998	-1,36796	0,86828	-1,57547	0,360050
Август 2	0,118772	0,249186	0,38635	0,81057	0,47664	0,716840

Рисунок 4.40 – Результаты оценивания множественного уравнения регрессии

Переносим данные в отдельную таблицу 4.5 и проведем необходимый анализ.

Таблица 4.5 – Результаты оценивания множественного уравнения регрессии

	Бета	Std.Err.of Beta	B	Std.Err.of B	t(1)	p-level
ОТРЕЗОК			23,19355	14,46361	1,60358	0,354976
июнь1	-0,905164	0,650849	-0,12230	0,08794	-1,39074	0,396863
январь	0,821187	0,245279	0,44990	0,13438	3,34797	0,184781
май2	0,220782	0,314926	0,04089	0,05833	0,70106	0,610747
июнь2	0,413965	0,511974	0,08573	0,10603	0,80857	0,567135
июль1	0,024747	0,727581	0,00444	0,13050	0,03401	0,978356
авг1	-0,180180	0,737966	-0,04203	0,17216	-0,24416	0,847547
июль2	-0,600253	0,380998	-1,36796	0,86828	-1,57547	0,360050
авг2	0,118772	0,249186	0,38635	0,81057	0,47664	0,716840

Рассмотрим результаты оценки параметров уравнения регрессии по столбцам. В первом столбце перечислены члены регрессионного уравнения, ОТРЕЗОК – свободный член уравнения.

Во втором столбце (Бета) содержатся  $\beta$ -коэффициенты. Они являются абстрактными величинами, указывающими на сколько среднеквадратических отклонений увеличится зависимая переменная при изменении соответствующей независимой переменной на 1 среднеквадратическое отклонение. На практике данный показатель используется для выявления фактора, оказывающего наибольшее влияние на зависимую переменную. В нашем случае наибольшее (положительное) влияние оказывает показатель «январь» – высота снежного покрова в январе ( $\beta = 0,821187$ ).

В четвертом столбце (B) содержатся значения параметров регрессионного уравнения. Таким образом, мы получили следующее уравнение:

$$y = 23,194 - 0,122x_2 + 0,450x_4 + 0,041x_5 + 0,086x_6 + 0,004x_7 - \\ - 0,042x_8 - 1,368x_9 + 0,386x_{10}.$$

Полученные значения можно интерпретировать таким образом: Если при прочих равных условиях ( $a_2 = -0,122$ ) запас влаги в метровом слое почвы в июне увеличится на 1 мм, то урожайность уменьшится на 0,122 ц/га. Для четвертого параметра: если при прочих равных условиях ( $a_4 = 0,450$ ) высота снежного покрова в январе увеличится на 1 мм, то урожайность увеличится на 0,450 ц/га. Аналогично, можно сделать выводы по всем остальным параметрам полученного уравнения регрессии.

В пятом столбце (Std.Err. of B) указаны стандартные ошибки коэффициентов уравнения. Стандартные ошибки показывают статистическую надежность коэффициента. Значения стандартных ошибок используются для построения доверительных интервалов.

$t(1)$  – выводит расчетное значение t-статистики Стьюдента. Ее значение используется для проверки значимости соответствующего коэффициента путем сравнения с ним табличного значения t-критерия при  $\alpha = 0,05$  и  $df = 1$ . Данное значение равно 12,706, сравним его с расчетными значениями:

- $a_0 = |1,60358| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_2 = |-1,39074| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_4 = |3,34797| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_5 = |0,70106| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_6 = |0,80857| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_7 = |0,03401| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_8 = |-0,24416| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_9 = |-1,57547| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_{10} = |0,47664| < 12,706$  – параметр статистически незначим.

Полученная множественная регрессионная модель незначима по всем параметрам. В этом случае, необходимо исключить из рассмотрения фактор «июль1» (количество осадков в июле), так как среди рассматриваемых факторных признаков он оказывает на урожайность наименьшее влияние ( $t = 0,03401$ ) и повторить описанные операции сначала (следует отметить, что данный фактор можно было исключить еще на первом этапе, так как коэффициент парной корреляции между «июль1» и «июль2» равен 0,75 и между «июль1» и «июль2» равен 0,72, а ряд исследователей считает, что факторы будут коллинеарны, если коэффициент парной корреляции превышает значение 0,7).