

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.08 Математическое обеспечение финансовых решений**

**Направление подготовки:** Финансы и кредит

**Профиль образовательной программы:** Инвестиционный менеджмент

**Форма обучения:** заочная

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1.</b>	<b>Методические указания по проведению практических занятий .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-1 Формализация финансово-экономических задач и их решение с помощью линейного программирования.....</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-2 Формализация экономических задач и их решение на основе модели транспортной задачи.....</b>	<b>9</b>
<b>1.3</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-3 Формализация экономических задач и их решение на основе балансовой модели.....</b>	<b>16</b>
<b>1.4</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-4, ЛР-5 Экономические задачи, решаемые с применением корреляционно-регрессионного анализа и организация статистического моделирования с применением программы Statistica.....</b>	<b>29</b>
<b>1.5</b>	<b>Лабораторная работа № ЛР-6, ЛР-7 Оптимальное формирование портфеля инвестиций в реальные активы посредством применения математических методов .....</b>	<b>42</b>

# 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

## 1.1 Лабораторная работа № ЛР-1 (2 часа)

**Тема: «Формализация финансово-экономических задач и их решение с помощью линейного программирования»**

**1.1.1 Цель работы:** Сформировать устойчивые навыки по моделированию экономических задач линейного программирования и их решению с помощью информационных технологий.

### 1.1.2 Задачи работы:

1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде основной задачи линейного программирования.
2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.
3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.
4. Сформулировать и решить конкретную «свою» финансово-экономическую задачу.

### 1.1.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер
2. Доска

### 1.1.4 Описание (ход) работы:

#### 1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде основной задачи линейного программирования.

##### Задача 1

Негосударственный пенсионный фонд России «Галина» решил инвестировать свободные денежные средства в ценные бумаги разных компаний. На фондовой бирже интересы фонда представлены тремя инвесторами («Инвест-Компани»; «Рус-Инвест»; «Инвест-Гарант»). Они могут разместить имеющийся капитал в четырех компаниях (ОАО «Русь»; ОАО «Заря»; ОАО «Луч»; ОАО «Мир»). Доходность каждой ценной бумаги и ее стоимость представлены в таблице 1.1.

Необходимо найти максимально возможную прибыль негосударственного пенсионного фонда «Галина» от инвестирования в ценные бумаги.

##### Решение

##### 1. Состав переменных:

- $x_1$  – количество ценных бумаг ОАО «Русь»,  
 $x_2$  – количество ценных бумаг ОАО «Заря»,  
 $x_3$  – количество ценных бумаг ОАО «Луч»,  
 $x_4$  – количество ценных бумаг ОАО «Мир».

Таблица 1.1 – Исходные данные к задаче 1

Инвестор	Цена ценной бумаги				Ресурсы
	ОАО "Русь"	ОАО "Заря"	ОАО "Луч"	ОАО "Мир"	
"Инвест-Компани"	4	2	2	3	35
"Рус-Инвест"	1	1	2	3	30

"Инвест-Гарант"	3	1	2	1	40
Доходность	14	10	14	11	

2. Целевая функция. Критерий оптимальности – получение максимальной суммарной доходности пенсионного фонда, исходя из имеющихся денежных ресурсов. Тогда модель будет выглядеть следующим образом:

I.  $Z = 14x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 11x_4 \rightarrow \max.$

II.  $4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 35,$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 30,$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 40.$

III.  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$

## 2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.

Для решения поставленной задачи воспользуемся табличным редактором MS Excel.

В ячейку A1 запишем целевую функцию (рисунок 1.1). В ячейки B1:B3 запишем основные ограничения до знака неравенства.

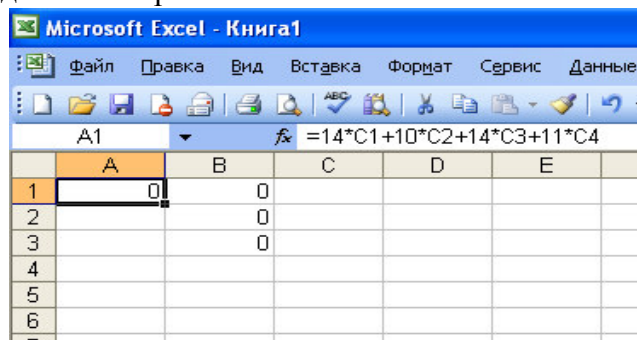


Рисунок 1.1 – Целевая функция

После того, как числовая модель записана, необходимо установить курсор в ячейку A1, в которой расположена целевая функция. Далее выбираем вкладку «Сервис» – «Поиск решения», при этом откроется диалоговое окно данной функции, представленное на рисунке 1.2.

Далее устанавливаем курсор в ячейку A1, выбираем вкладку «Сервис» - «Поиск решения» и в появившемся диалоговом окне устанавливаем параметры, которые представлены на рисунке 1.2.

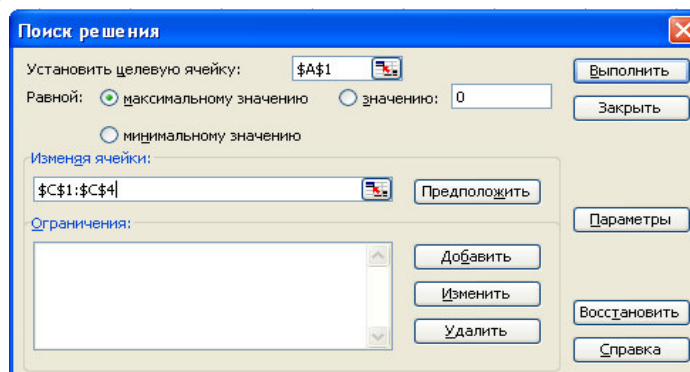


Рисунок 1.2 – Поиск решения

В открывшемся окне необходимо установить целевую ячейку, а поскольку у вас курсор стоял на ячейке A1, то значение целевой ячейки будет верным. В противном случае необходимо установить адрес целевой ячейки вручную.

Следующим шагом будет установление маркера в положение соответствующего критерия оптимальности: максимальное или минимальное значение. В окне «Изменяя

ячейки» следует указать адреса ячеек, соответствующих переменным. Для этого необходимо выделить диапазон ячеек с C1 по C4.

В окне «Ограничения» следует активировать кнопку «Добавить». Откроется окно «Добавить ограничения», представленное на рисунке 1.3.

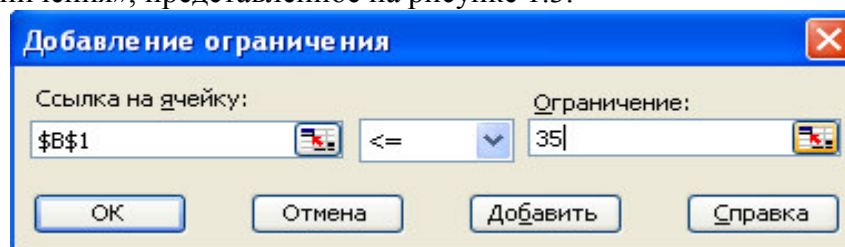


Рисунок 1.3 – Добавление ограничений

Для ввода первого ограничения в окне «Ссылка на ячейку» указываем адрес ячейки, где находится левая часть 1-го ограничения \$B\$1, затем выбираем знак ограничения «≤», а в поле «ограничение» – значение 35. Активируем клавишу «Добавить» и аналогично вводим оставшиеся ограничения. Затем вводим условие неотрицательности. Для этого в окне «Ссылка на ячейку» указываем диапазон ячеек, в которых находятся переменные (\$C\$1: \$C\$4). Аналогично вводится условие целочисленности переменных.

Указав все условия задачи, переходим к поиску максимальной доходности пенсионного фонда (рисунок 1.4).

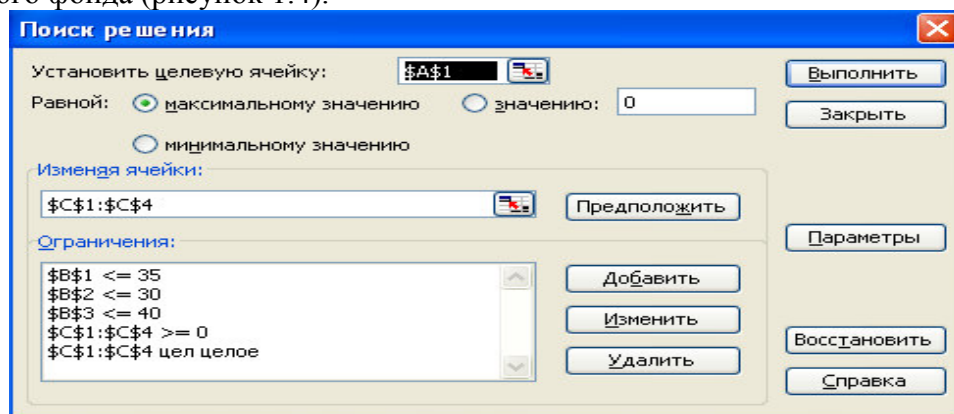


Рисунок 1.4 – Поиск максимальной доходности пенсионного фонда

Выбираем команду «Выполнить». На экране появится окно «Результаты поиска решения» (рисунок 1.5).

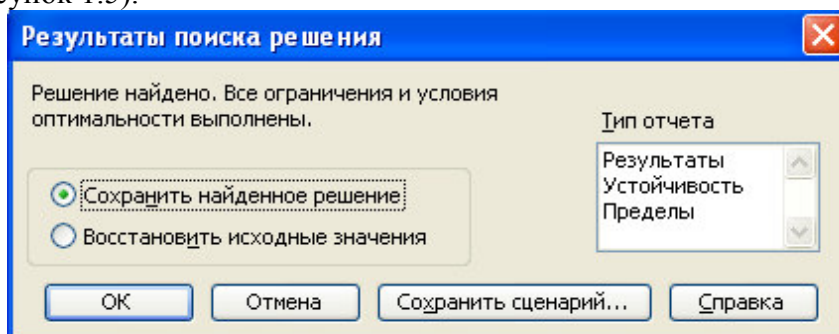


Рисунок 1.5 – Результаты поиска решения

Если модель составлена правильно и имеет решение, в открывшемся окне будет сообщение «Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены». Для просмотра результатов решения задачи в окне «Тип отчета» необходимо выбрать «Результаты» и нажать «ОК». В рабочем файле появится новый лист «Отчет по результатам», в котором представлено решение задачи (рисунок 1.6). Решение задачи окончено, можно распечатать результаты.

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$A\$1		222	222

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$C\$1		0	0
\$C\$2		4	4
\$C\$3		13	13
\$C\$4		0	0

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$B\$1		34	\$B\$1 <= 35	не связан.	1
\$B\$2		30	\$B\$2 <= 30	связанное	0
\$B\$3		30	\$B\$3 <= 40	не связан.	10
\$C\$1		0	\$C\$1 >= 0	связанное	0
\$C\$2		4	\$C\$2 >= 0	не связан.	4
\$C\$3		13	\$C\$3 >= 0	не связан.	13
\$C\$4		0	\$C\$4 >= 0	связанное	0
\$C\$1		0	\$C\$1=целое	связанное	0
\$C\$2		4	\$C\$2=целое	связанное	0
\$C\$3		13	\$C\$3=целое	связанное	0
\$C\$4		0	\$C\$4=целое	связанное	0

Рисунок 1.6 – Отчет по результатам

### 3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

Результат, полученный в ячейке A1, представляет значение целевой функции. Из приведенных данных мы видим, что максимально возможный доход от вложения в ценные бумаги равен 222 единицам. Ячейки C1:C4 указывают на количество приобретенных ценных бумаг. Для получения максимального дохода необходимо приобрести 4 акции компании ОАО «Заря» и 13 акций ОАО «Луч». После совершенных действий остаток ресурсов «Инвест-Компани» составит 1 единицу, а «Инвест-Гарант» – 10 единиц, а ресурсы «Рус-Инвест» будут исчерпаны полностью.

#### Примечания

Если поиск не может найти оптимальное решение, в диалоговом окне **Результат поиска решения** выводится одно из следующих сообщений.

**Поиск не может улучшить текущее решение. Все ограничения выполнены.**

В процессе поиска решения нельзя найти такой набор значений влияющих ячеек, который был бы лучше текущего решения. Приблизительное решение найдено, но либо дальнейшее уточнение невозможно, либо погрешность, заданная в диалоговом окне **Параметры поиска решения** слишком высока. Измените погрешность на меньшее число и запустите процедуру поиска решения снова.

**Поиск остановлен (истекло заданное на поиск время).**

Время, отпущенное на решение задачи, исчерпано, но достичь удовлетворительного решения не удалось. Чтобы при следующем запуске процедуры поиска решения не повторять выполненные вычисления, установите переключатель **Сохранить найденное решение** или **Сохранить сценарий**.

**Поиск остановлен (достигнуто максимальное число интеграций).**

Произведено разрешенное число интеграций, но достичь удовлетворительного решения не удалось. Увеличение числа итераций может помочь, однако следует рассмотреть результаты, чтобы понять причины остановки. Чтобы при следующем запуске процедуры поиска решения не повторять выполненные вычисления, установите переключатель **Сохранить найденное решение** или нажать кнопку **Сохранить сценарий**.

### **Значение целевой ячейки не сходятся.**

Значение целевой ячейки неограниченно увеличивается (или уменьшается), даже если все ограничения соблюдены. Возможно следует в задаче снять одно ограничение или сразу несколько. Изучите процесс расхождения решения, проверьте ограничения и запустите задачу снова.

### **Поиск не может найти подходящего решения.**

В процессе поиска решения нельзя сделать итерацию, которая удовлетворяла бы всем ограничениям при заданной точности. Вероятно, ограничения противоречивы. Исследуйте лист на предмет возможных ошибок в формулах ошибок в формулах ограничений или в выборе ограничений.

### **Поиск остановлен по требованию пользователя.**

Нажата кнопка **Стоп** в диалоговом окне **Текущее состояние поиска решения** после прерывания поиска решения в процессе выполнения итераций.

### **Условия для линейной модели не удовлетворяются.**

Установлен флажок **Линейная модель**, однако итоговый пересчет порождает такие значения, которые не согласуются с линейной моделью. Это означает, что решение недействительно для данных формул листа. Чтобы проверить линейность задачи, установите флажок **Автоматическое масштабирование** и повторно запустите задачу. Если это сообщение опять появится на экране, снимите флажок **Линейная модель** и снова запустите задачу.

### **При поиске решения обнаружено ошибочное значение в целевой ячейке или в ячейке ограничения.**

При пересчете значений ячеек обнаружена ошибка в одной формуле или в нескольких сразу. Найдите целевую ячейку или ячейку ограничения, порождающие ошибку, и измените их формулы так, чтобы они возвращали подходящее числовое значение.

Набранное неверное имя или формула в окне **Изменить ограничения**, либо в поле **Ограничения** было задано целое или двоичное ограничение. Чтобы ограничить значение ячейки множеством целых чисел выберите оператора **целого** ограничения в списке условных операторов. Чтобы установить двоичное ограничение, выберите оператор для **двоичного** ограничения.

## **Задача 2**

Кожгалантерейная фабрика выпускает три вида продукции: кожаные перчатки, ремни и сумочки. Согласно заключенным с магазинами договорам фабрика должна еженедельно поставлять не менее 70 пар перчаток, 30 ремней и 60 сумочек. Ресурсы на неделю следующие: 700 единиц труда, 580 единиц производственного оборудования, 600 единиц сырья, 540 единиц электроэнергии, расход которых на одну номенклатурную единицу продукции представлен в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Исходные данные к задаче 2

Ресурсы	Вид продукции		
	Перчатки	Ремни	Сумочки
Труд	3	3	4
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	2	5
Электроэнергия	3	4	2

Цена перчаток равна 350 денежным единицам, ремней – 520 денежным единицам и сумочек – 700 денежным единицам.

Необходимо определить, сколько единиц каждого вида продукции надо выпускать, чтобы общая стоимость выпускаемой продукции была максимальной.

### Задача 3

Для производства трех видов блокнотов бумажная фабрика использует два вида ресурса: натуральную кожу и бумагу. Нормы затрат ресурсов на блокнот, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3 –Исходные данные к задаче 3

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие			Общее количество ресурсов
	Блокнот 1	Блокнот 2	Блокнот 3	
Натуральная кожа, м <sup>2</sup>	0,25	0,15	0,1	30
Бумага, м <sup>2</sup>	5	3	2	400
Трудоёмкость, чел.-ч.	1,5	1	0,75	400
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	250	200	150	

Определить, сколько блокнотов каждого вида фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

### Задача 4

Торговая фирма для продажи товаров 3-х видов использует ресурсы: время и площадь торговых залов. Затраты ресурсов на продажу одной партии товаров каждого вида приведены в таблице 1.4.

Таблица 1.4 – Исходные данные к задаче 5

Ресурсы	Вид товара			Объём ресурсов
	1	2	3	
Время, чел.-ч.	0,5	0,7	0,6	370
Площадь, м <sup>2</sup>	0,1	0,3	0,2	90
Прибыль от реализации одной партии товара, у.е.	5	8	6	-

Прибыль, получаемая от реализации одной партии товара 1-го вида – 5 условных единиц, 2-го вида – 8 условных единиц, 3-го вида – 6 условных единиц. Определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую фирме максимальную прибыль.

### Задача 5

На основе имеющихся данных определить оптимальную структуру активов и пассивов банка для максимизации текущей прибыли. Производственные ресурсы:

1) трудовые ресурсы - 15000 чел. часов;

2) офисные площади - 10000 клиентов в год;

Собственный капитал – 100 млн. руб. Норматив М1 (max Активы/СК) – 10.

Норма обязательных отчислений в резерв – 10% от привлеченных средств.

Годовые процентные ставки:

по кредитам, выданным:

- физ. лицам – 16%,
- юр. лицам – 12%,
- купонный доход по облигациям – 8%.

по депозитам привлеченным:

- физ. лиц – 4%,
- юр. лиц – 6%,
- по межбанковскому кредиту – 8%.

Удельные затраты производственных ресурсов на 1 млн. привлеченных и размещенных средств представлены в таблице 1.5.



Таблица 1.5 – Исходные данные к задаче 5

Показатели	Затраты труда, чел. дней	Использование офисных площадей, клиентов
Кредиты, выданные физ. лицам	40	40
Кредитам, выданные юр. лицам	20	5
Облигации	1	0
Депозиты привлеченные, физ. лиц	40	50
Депозиты привлеченные, юр. лиц	20	10
Межбанковский кредит	1	0

Политикой банка установлено, что он должен иметь не менее 8000 клиентов – физ. лиц. Существуют ограничения по привлечению межбанковского кредита – не более 200 млн. рублей.

#### **4. Сформулировать и решить конкретную «свою» финансово-экономическую задачу.**

Обучающийся представляет конкретную финансово-экономическую задачу, самостоятельно сформулированную и приводит ее решение, которое представляет преподавателю на проверку.

### **1.2 Лабораторная работа № ЛР-2 (2 часа).**

#### **Тема: «Формализация экономических задач и их решение на основе модели транспортной задачи»**

**1.2.1 Цель работы:** Сформировать устойчивые навыки по моделированию экономических задач линейного программирования транспортного типа и их решению с помощью информационных технологий.

#### **1.2.2 Задачи работы:**

1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде транспортной задачи
2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.
3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

#### **1.2.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. Компьютер
2. Доска

#### **1.2.4 Описание (ход) работы:**

#### **1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде транспортной задачи**

##### **Задача 1**

Три филиала одного коммерческого банка «Форштадт» решили выступить в качестве кредиторов трех предприятий – ОАО «Оренсот», ООО «Триумф» и ЗАО «Стимул». Наличие денежных средств в банках, потребности предприятий в денежных средствах и процентные ставки по кредитам приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Исходные данные к задаче 1

Филиалы КБ «Форштадт»	Предприятия			Наличие денежных средств, тыс.руб.
	ОАО «Оренсот»	ООО «Триумф»	ЗАО «Стимул»	
№1	13	15	21	1000
№2	8	18	7	900
№3	23	19	30	650
Потребность в денежных средствах, тыс. руб.	800	900	850	2550

Необходимо определить план выдачи кредитов, удовлетворяющий спрос предприятий и позволяющий банку получить максимальный объем прибыли.

Решение

*Проверка сбалансированности задачи*

Просуммируем наличие денежных средств у филиалов коммерческого банка «Форштадт», которые необходимо перечислить:

$$\sum_{i=1}^3 b_i = 1000 + 900 + 650 = 2550.$$

Просуммируем потребность предприятий в денежных средствах:

$$\sum_{j=1}^3 a_j = 800 + 900 + 850 = 2550.$$

Так как  $\sum_{i=1}^3 b_i = \sum_{j=1}^3 a_j$ , то задача сбалансированная (закрытого типа).

*Определение переменных*

Обозначим через  $x_{ij}$  количество денежных средств, которые будут выданы филиалами коммерческого банка «Форштадт» ( $i$ -ым поставщиком) предприятиям ( $j$ -му потребителю).

*Модель задачи*

I.  $F(x) = 13x_{11} + 15x_{12} + 21x_{13} + 8x_{21} + 18x_{22} + 7x_{23} + 23x_{31} + 19x_{32} + 30x_{33} \rightarrow \max$

II.  $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1000$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 900$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 650$

$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 800$

$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 900$

$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 850$

III.  $x_{ij} \geq 0 \ (i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3})$

## 2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.

Для решения данной задачи в Microsoft Excel необходимо:

- 1) под запись целевой функции отвести ячейку A1;
- 2) под запись ограничений – ячейки столбца В (количество ячеек совпадает с количеством ограничений): B1, B2, B3, B4, B5, B6;
- 3) под запись искоемых переменных отвести ячейки столбцов С, D, Е (количество предприятий совпадают с количеством столбцов, а количество филиалов коммерческого банка – с количеством строк).

*Примечание:* искоемые переменные  $x_{ij}$  будут находится в следующих ячейках:

$x_{11} \rightarrow C1 \ x_{12} \rightarrow D1 \ x_{13} \rightarrow E1$

$x_{21} \rightarrow C2$   $x_{22} \rightarrow D2$   $x_{23} \rightarrow E2$

$x_{31} \rightarrow C3$   $x_{32} \rightarrow D3$   $x_{33} \rightarrow E3$

*Порядок выполнения работы*

1. Ввести в ячейку A1 формулу целевой функции (рисунок 2.1):

$=13*C1 + 15*D1 + 21*E1 +$

$+ 8*C2 + 18*D2 + 7*E2 +$

$+ 23*C3 + 19*D3 + 30*E3;$

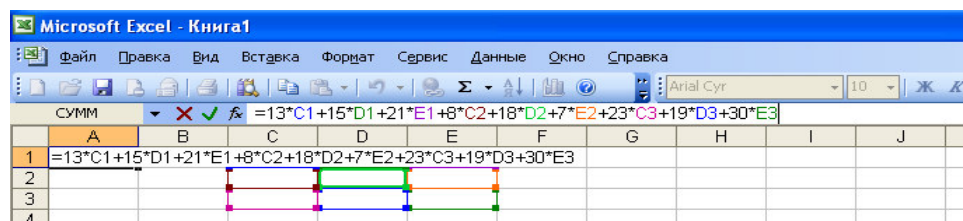


Рисунок 2.1 – Ввод целевой функции в Excel

2. а) ввести в ячейку B1 левую часть первого ограничения:  $= C1 + D1 + E1$  (рисунок 2.2);

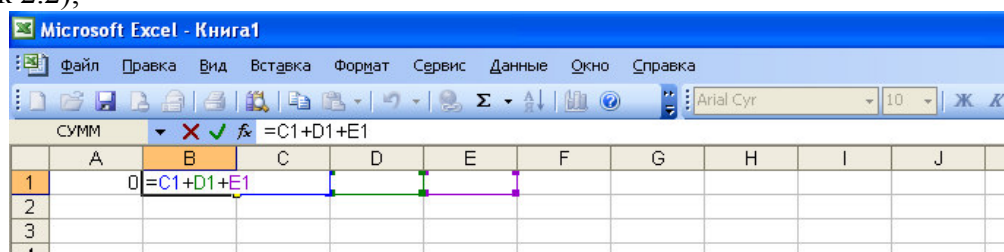


Рисунок 2.2 – Ввод ограничений в Excel

б) ввести в ячейку B2 левую часть второго ограничения:  $= C2 + D2 + E2;$

в) ввести в ячейку B3 левую часть третьего ограничения:  $= C3 + D3 + E3;$

г) ввести в ячейку B4 левую часть четвертого ограничения:  $= C1 + C2 + C3;$

д) ввести в ячейку B5 левую часть пятого ограничения:  $= D1+D2+D3;$

е) ввести в ячейку B6 левую часть шестого ограничения:  $= E1+E2+E3$  (рисунок 2.3).

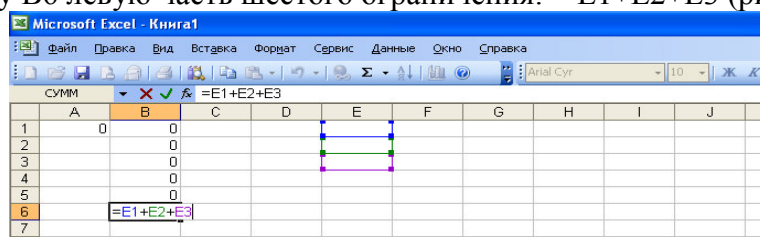


Рисунок 2.3 – Ввод ограничений в Excel

3. На панели инструментов выбрать опцию «Сервис», а в ней вкладку «Поиск решения».

4. В окне диалога «Поиск решения» в поле ввода «Установить целевую ячейку» нужно ввести ссылку на ячейку A1. Необходимо выбрать способ адресации ячеек в абсолютной системе координат (т.е. указать не A1, а \$A\$1). Также нужно поступать с другими переменными.

5. В окне диалога «Поиск решения» нужно установить переключатель (рисунок 2.4).

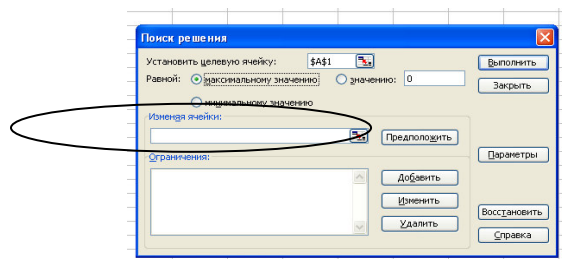


Рисунок 2.4 – Работа в диалогом окне «Поиск решения»

6. В поле ввода «Измения ячейки» нужно указать ссылки на ячейки, содержащие искомые переменные, т.е. диапазон ячеек \$C\$1:\$E\$3 (рисунок 2.5).

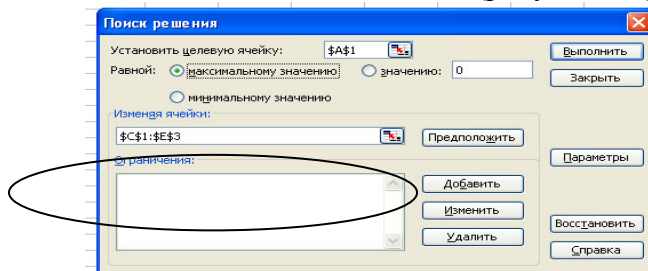


Рисунок 2.5 – Поле ввода ячеек, обозначающих искомые переменные

7. В поле ввода «Ограничения» при нажатии кнопки «Добавить» появляется окно диалога «Добавить ограничения». В поле ввода «Ссылка на ячейку» вводится \$B\$1. В поле ввода «Ограничение» вводится = и число 1000. При помощи кнопки «Добавить» таким же образом вводятся все остальные ограничения (ячейки \$B\$2:\$B\$6) (рисунок 2.6).

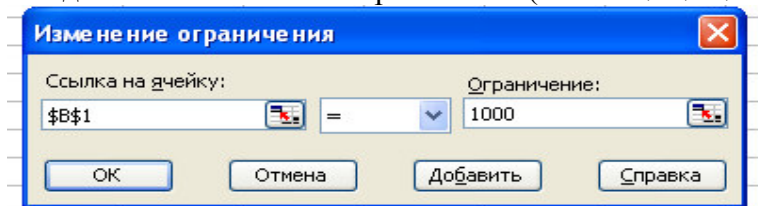


Рисунок 2.6 – Диалоговое окно «Добавление ограничения»

8. Для ввода ограничений на неотрицательность искомых переменных в окне диалога «Добавить ограничения» в поле ввода «Ссылка на ячейку» нужно ввести ссылку на ячейку \$C\$1, а в поле ввода «Ограничения» нужно ввести >= и число 0. При помощи кнопки «Добавить» таким же образом вводятся условия неотрицательности оставшихся искомых переменных. Либо выделяется диапазон ячеек \$C\$1:\$E\$3 и задается >= и число 0. после ввода последнего ограничения нажмите «ОК».

9. Затем добавим условие целочисленности. Для этого в поле ввода «Ограничения» выделяем диапазон ячеек \$C\$1:\$E\$3 и задаем «цел. числа», затем нажимаем «ОК».

10. После нажатия кнопки «Выполнить» Excel рассчитывает результат и открывает окно диалога «Результаты поиска решения». В этом диалоге в окне «Тип отчета» нужно выбрать «Результаты» и нажать «ОК». Перед листом, где записана постановка задачи, будет вставлен лист «Отчет по результатам 1», а на экране будет выдан результат решения задачи (рисунки 2.7 и 2.8).

Целевая прибыль (Максимум)	Измещенный капитал	Орентирование
50950	150	50950

Рисунок 2.7 – Отчет по результатам

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
50950	1000	150	0	850					
900	0	900	0						
650	650	0	0						
800									
900									
850									

Рисунок 2.8 – Результаты решения задачи

Ответ:

$$X = \begin{pmatrix} 150 & 0 & 850 \\ 0 & 900 & 0 \\ 650 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$F(x) = 50950.$$

### 3. Проанализировать экономическую интерпретацию результатов решения задач.

Получение максимального объема прибыли филиалами коммерческого банка «Форштадт» может быть достигнуто путем наиболее оптимальной выдачи кредитов потребителям ОАО «Оренсот», ООО «Триумф» и ЗАО «Стимул». Целесообразный вариант выдачи денежных средств предусматривает следующие комбинации:

- филиал №1 выдаст денежные средства предприятию ОАО «Оренсот» в размере 150 тыс.руб. и предприятию ЗАО «Стимул» в размере 850 тыс.руб.;
- филиал №2 предоставит кредит только предприятию ООО «Триумф» в размере 900 тыс.руб.;
- филиал №3 выдаст денежные средства только предприятию ОАО «Оренсот» в размере 650 тыс.руб.

Данный план выданных кредитов позволит удовлетворить спрос предприятий и получить банку максимальный объем прибыли в размере 50 950 тыс. руб.

#### Задача 2

Три банка, отделения, подотчетные одному головному офису, решили выступить в качестве кредиторов трех сельскохозяйственных предприятий. Известны запасы денежных средств, потребность предприятий в кредитных ресурсах и ставки по процентам. Данные представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Исходные данные к задаче 2

Банки	Сельскохозяйственные предприятия			Наличие денежных средств, тыс.руб.
	1	2	3	
1	15	17	23	970
2	19	14	20	830
3	24	21	18	1200
Потребность в кредитных ресурсах, тыс.руб.	960	1210	830	

Необходимо определить план выданных кредитов, обеспечивающий максимально выгодные условия (т.е. оптимальные кредитные суммы при минимальных процентных ставках) для кредиторов.

### Задача 3

Трем акционерам АО «Урал» необходимо выкупить некоторое количество акций трех предприятий. Общая стоимость акций, потребности в них каждого акционера и затраты на их приобретение приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Исходные данные к задаче 3

Предприятие	Акционеры ЗАО «Урал»			Наличие акций, тыс.руб.
	Иванов П.И.	Петров В.Н.	Сидоров А.С.	
«Закат»	200	500	50	800
«Рассвет»	300	100	400	700
«Заря»	150	250	350	900
Потребности в акциях, тыс.руб.	850	600	950	

Определите, на какую сумму следует купить каждому акционеру акций каждого предприятия, чтобы общая сумма покупки была минимальной.

### Задача 4

Требуется получить кредит в трех банках соответственно трем заемщикам одной организации. Размер кредита, выданного каждым банком и потребность в них каждого заемщика, приведены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Исходные данные к задаче 4

Банки	Заемщики			Наличие кредита, тыс.руб.
	1	2	3	
1	20	22	28	950
2	14	24	17	850
3	29	26	37	600
Потребность в кредите, тыс.руб.	750	850	800	

Определите, какому банку следует удовлетворять спрос заемщика, чтобы общая сумма объема кредита была минимальной.

### Задача 5

В Ассоциацию инвесторов России входят три крупнейшие инвестиционные компании: «Рус-Инвест», «ИнКом», «Инвест-Гарант». Ассоциация разработала программу инвестирования, предусматривающую вложение инвестиций в четыре компании. Доходность вложений, потребность в инвестициях и их наличие представлены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Исходные данные к задаче 5

	ООО «Русь»	ОАО «Галина»	ЗАО «Луч»	ЗАО «Ява»	Наличие инвестиций, млн.руб.
«Рус-Инвест»	9	7	12	5	50
«ИнКом»	12	15	8	10	60
«Инвест-Гарант»	5	10	12	15	78
Потребность в инвестициях, млн.руб.	62	31	42	45	

Определить оптимальное распределение инвестиций для получения максимального дохода.

### Задача 6

Три предприятия хотят получить кредит в трех филиалах одного банка на развитие производства. Наличие денежных средств в банке, потребности предприятий в денежных средствах и срок кредитования приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Исходные данные к задаче 6

Филиалы банков	Предприятия			Наличие денежных средств, тыс.руб.
	1	2	3	
1	13	15	21	1000
2	8	18	7	900
3	23	19	30	650
Потребность денежных средств, тыс.руб.	800	900	850	

Нужно определить, какой филиал банка максимально удовлетворит спрос потребителя, чтобы общая сумма объема выданных средств была минимальной и целесообразна.

### Задача 7

Три предпринимателя приобретают акции трех компаний одной отрасли. Количество акций компании, потребность предпринимателей в акциях каждой компании, а так же стоимость одной акции представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7 – Исходные данные к задаче 7

Акции компании	Предприниматели			Количество акций, шт.
	1	2	3	
1	15	17	23	900
2	9	19	8	800
3	24	21	32	550
Потребность в акциях, шт.	700	800	850	

Необходимо определить, акции какой из компаний следует покупать предпринимателям, чтобы суммарные затраты на приобретение были минимальны.

### Задача 8

Необходимо обменять иностранную валюту на рубли. Количество валюты, которое может выдавать обменный пункт, потребности и курсы валют представлены в таблице 2.8.

Таблица 2.8 – Исходные данные к задаче 8

Обменный пункт	Валюта			Количество, тыс.руб.
	Доллар	Евро	Гривна	
А	32,5	44,6	21	100
Б	32,6	44,7	7	150
В	32,55	44,6	30	50
Потребности, тыс.руб.	170	60	70	

Определить, какое количество и в каком обменном пункте следует обменять валюты, чтобы общая сумма полученных пунктом рублей была минимальной.

### 1.3 Лабораторная работа № ЛР-3 (2 часа).

**Тема: «Формализация экономических задач и их решение на основе балансовой модели»**

**1.3.1 Цель работы:** Сформировать устойчивые навыки по моделированию экономических задач балансового типа и их решению с помощью информационных технологий

#### 1.3.2 Задачи работы:

1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде балансовой модели.
2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.
3. Сформулировать и решить конкретную «свою» финансово-экономическую задачу.

#### 1.3.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:

1. Компьютер
2. Доска

#### 1.3.4 Описание (ход) работы:

**1. Научиться формализации прикладных экономических задач в виде балансовой модели.**

##### Задача 1

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным.

Таблица 3.2 – Исходные данные к задаче 1

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	20		30	
2	60	10		
Условно чистая продукция $Z_j$		70		
Валовой продукт $X_j$	100			

*Решение*

1) если  $i = j$ , то  $X_j = X_i \Rightarrow$  если  $i = j = 1$ , то  $X_j = X_i = 100$ .

$$2) \quad X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i \quad \Rightarrow \quad x_{12} = X_1 - Y_1 - x_{11}, \quad x_{12} = 100 - 30 - 20 = 50.$$



$$3) \quad X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + Z_j \quad \Rightarrow \quad X_2 = \sum_{i=1}^n x_{i2} + Z_2, X_2 = 60 + 10 + 70 = 130,$$

$$\Rightarrow Z_1 = X_1 - \sum_{i=1}^2 x_{i1}, Z_1 = 100 - (20 + 60) = 20.$$

$$4) \quad X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i \quad \Rightarrow \quad Y_2 = X_2 - \sum_{j=1}^2 x_{2j}, Y_2 = 130 - (60 + 10) = 60.$$

Ответ

Таблица 3.3 – Результативная матрица задачи 1

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	20	<b>50</b>	30	<b>100</b>
2	60	10	<b>60</b>	<b>130</b>
Условно чистая продукция $Z_j$	<b>20</b>	70		
Валовой продукт $X_j$	100	<b>130</b>		

### Задача 2

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.4.

Таблица 3.4 – Исходные данные к задаче 2

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	74	176	120	370
2	222	35	200	457
Условно чистая продукция $Z_j$	74	245		
Валовой продукт $X_j$	370	457		

### Задача 3

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.3.

Таблица 3.3 – Исходные данные к задаче 3

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли		Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2		
1	30	100	170	300
2	55	165	230	450
Условно чистая продукция $Z_j$	215	185		
Валовой продукт $X_j$	300	450		

### Задача 4

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице

3.4.

Таблица 3.4 – Исходные данные к задаче 4

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2	3		
1	15	33	50	190	288
2	28	27	27	233	315
3	15	17	19	121	172
Условно чистая продукция $Z_j$	230	238	76		
Валовой продукт $X_j$	288	315	172		

### Задача 5

Закончите составление схемы отчетного баланса по имеющимся данным в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Исходные данные к задаче 5

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт $Y_i$	Валовой продукт $X_i$
	1	2	3		
1	67	112	124	712	1015
2	103	57	129	811	1100
3	200	78	35	675	988
Условно чистая продукция $Z_j$	645	853	700		
Валовой продукт $X_j$	1015	1100	988		

### Задача 6

Используя данные баланса (таблица 3.6), определите объемы производства валовой продукции, коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.6 – Исходные данные к задаче 6

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	90	100	50
2	50	110	40

Решение (способ 1)

1) определяем объемы производства валовой продукции ( $X_i$ ) по формуле:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, i = 1, \dots, n$$

$$X_1 = 90 + 100 + 60 = 250; X_2 = 50 + 110 + 40 = 200.$$

2) вычислим коэффициенты прямых затрат ( $a_{ij}$ ) по формуле:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n.$$

$$a_{11} = 90 : 250 = 0,36; \quad a_{12} = 100 : 200 = 0,5;$$

$$a_{21} = 50 : 250 = 0,2; \quad a_{22} = 110 : 200 = 0,55.$$

3) рассчитаем матрицу полных материальных затрат по формуле:

$$B = (E - A)^{-1}.$$

а) найдем матрицу  $E - A$

$$E - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,36 & 0,5 \\ 0,2 & 0,55 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,64 & -0,5 \\ -0,2 & 0,45 \end{pmatrix}$$

б) рассчитаем определитель матрицы

Определителем квадратной матрицы 2-го порядка  $A$  называется число  $a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$ .

$$a_{21}. \text{ Определитель обозначается } \Delta(A) \text{ или } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta(E - A) = 0,64 \cdot 0,45 - (-0,5) \cdot (-0,2) = 0,288 - 0,1 = 0,188;$$

в) вместо каждого элемента матрицы поставим его алгебраическое дополнение:

$$\begin{pmatrix} 0,45 & 0,2 \\ 0,5 & 0,64 \end{pmatrix}.$$

Алгебраическим дополнением каждого элемента определителя называется *минор* этого элемента, умноженный на  $(-1)^s$ , где  $s$  – сумма номеров строки и столбца, на пересечении которых расположен этот элемент.

*Минором* некоторого элемента определителя называется определитель, получаемый из данного определителя вычеркиванием строки и столбца, на пересечении которых расположен этот элемент.

г) полученную матрицу транспонируем

$$\begin{pmatrix} 0,45 & 0,5 \\ 0,2 & 0,64 \end{pmatrix};$$

д) каждый элемент полученной матрицы делим на определитель исходной матрицы и получаем матрицу обратную данной:

$$B = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,39 & 2,66 \\ 1,06 & 3,40 \end{pmatrix}.$$

В качестве проверки можно рассчитать матрицу  $X$ :

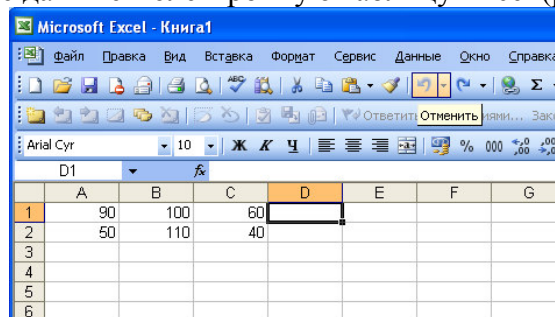
$$X = BY = \begin{pmatrix} 2,39 & 2,66 \\ 1,06 & 3,40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 250 \\ 200 \end{pmatrix},$$

$$X_1 = 2,39 \cdot 60 + 2,66 \cdot 40 = 249,8; X_2 = 1,06 \cdot 60 + 3,40 \cdot 40 = 199,6.$$

## 2. Выработать навык решения задач линейного программирования в MS Excel.

Применение специализированных программ или более доступных, таких как Excel облегчают выполнение представленных расчетов. Поэтому рассмотрим решение этого примера в среде Excel. Для расчетов нами будут использоваться такие функции как МОБР (расчет обратной матрицы) МУММНОЖ (умножение матриц).

Заносим исходные данные в электронную таблицу Excel (рисунок 3.1).



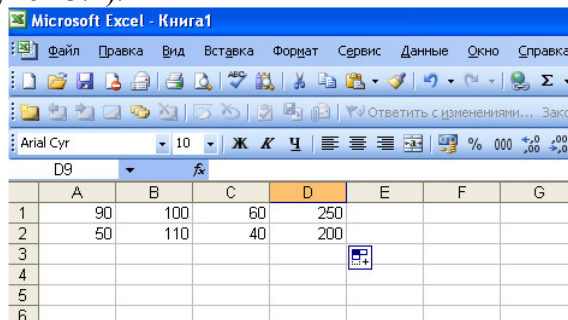
	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60				
2	50	110	40				
3							
4							
5							
6							

Рисунок 3.1 – Исходные данные

- 1) Определяем объемы производства валовой продукции ( $X_i$ ) по формуле:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, i = 1, \dots, n$$

Для этого в ячейку D1 заносим формулу: =СУММА (A1:C1), в ячейку D2: =СУММА (A2:C2) (рисунок 3.2).



	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60	250			
2	50	110	40	200			
3							
4							
5							
6							

Рисунок 3.2 – Расчет  $X_i$

2) Вычислим коэффициенты прямых затрат ( $a_{ij}$ ) по формуле:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n.$$

Для этого в ячейки A3 и B3 переносим значения  $X_i$ , рассчитанные в столбце D (можно набрать с клавиатуры, можно использовать функцию «Правка → специальная вставка... → вставить значения, транспонировать»).

В ячейку E1 записываем формулу: A1/A\$3, копируем эту формулу в диапазоне E1:F2. Результатом будет являться матрица прямых коэффициентов  $A$  (рисунок 3.3).

	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60	250	0,36	0,5	
2	50	110	40	200	0,2	0,55	
3	250	200					
4							
5							

Рисунок 3.3 – Расчет матрицы коэффициентов прямых затрат

3) Рассчитаем матрицу полных материальных затрат по формуле:

$$B = (E - A)^{-1}$$

а) найдем матрицу  $(E - A)$  (рисунок 3.4), в диапазоне A6:B7 запишем единичную матрицу и в диапазоне C6:D7 матрицу  $A$ . В ячейку E6 запишем формулу: = A1-C1, копируем эту формулу в диапазоне E6:F7, результатом является матрица  $(E - A)$ .

	A	B	C	D	E	F	G
1	90	100	60	250	0,36	0,5	
2	50	110	40	200	0,2	0,55	
3	250	200					
4							
5							
6	1	0	0,36	0,5	0,64	-0,5	
7	0	1	0,2	0,55	-0,2	0,45	
8							

Рисунок 3.4 – Расчет матрицы  $(E - A)$

б) найдем матрицу обратную  $(E - A)$ , для этого на листе Excel выделим диапазон G6:H7. Дадим команду «Вставка → Функция...». В открывшемся окне «Мастер функций» необходимо выбрать категорию «Математические», из математических – МОБР (рисунок 3.5).

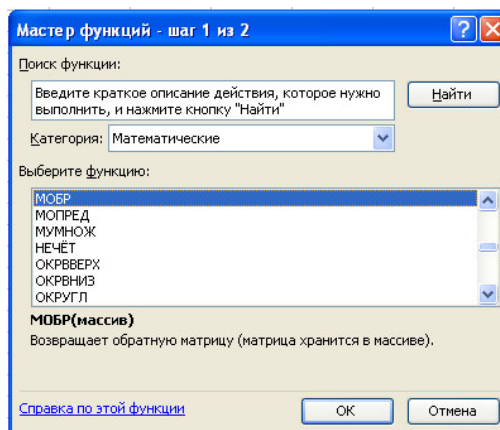


Рисунок 3.5 – Окно «Мастер функций»

Нажмите ОК. Откроется окно «Аргументы функции». Необходимо задать массив в котором находится матрица  $(E - A)$ , Вводим массив E6:F7 (рисунок 3.6).

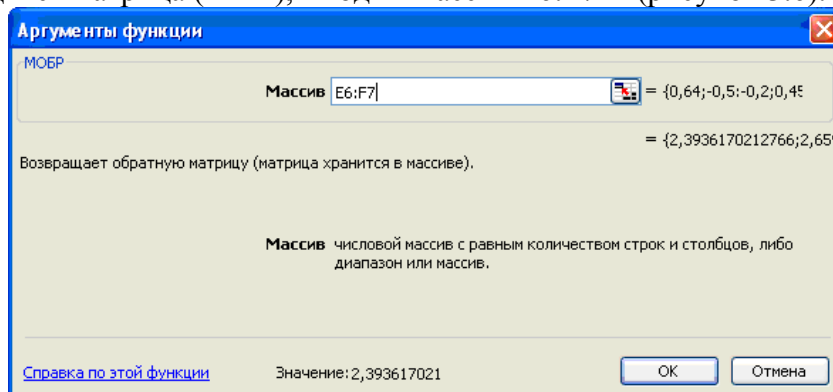


Рисунок 3.6 – Ввод данных при расчете обратной матрицы

Для отображения результата в виде матрицы, нажмите Shift+Ctrl-Enter (если нажать ОК, то в ячейке G6 будет одно число). Массив G6:H7 будет содержать искомую матрицу  $B = (E - A)^{-1}$  (рисунок 3.7).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	90	100	60	250	0,36	0,5			
2	50	110	40	200	0,2	0,55			
3	250	200							
4									
5									
6	1	0	0,36	0,5	0,64	-0,5	2,393617	2,659574	
7	0	1	0,2	0,55	-0,2	0,45	1,06383	3,404255	
8									

Рисунок 3.7 – Результат расчета обратной матрицы

В качестве проверки можно рассчитать матрицу  $X$ , Матрица  $X$  рассчитывается по формуле  $X = BY$ . Введем в диапазон I6:I7 матрицу  $Y$ . Выделим диапазон J6:J7, выберем команду «Вставка → Функция...». В открывшемся окне «Мастер функций» выберем категорию «Математические» и из них МУМНОЖ (рисунок 3.8).

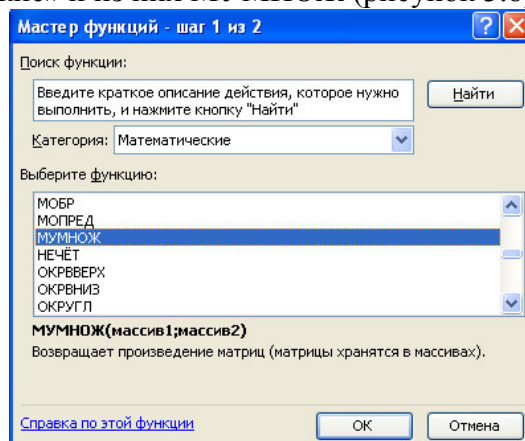


Рисунок 3.8 – Окно «Мастер функций»

Нажмите ОК. Откроется окно «Аргументы функции». Необходимо указать массивы, в которых находятся перемножаемые матрицы (порядок ввода массивов имеет значение), в нашем примере это массивы G6:H7 и I6:I7 (рисунок 3.9).

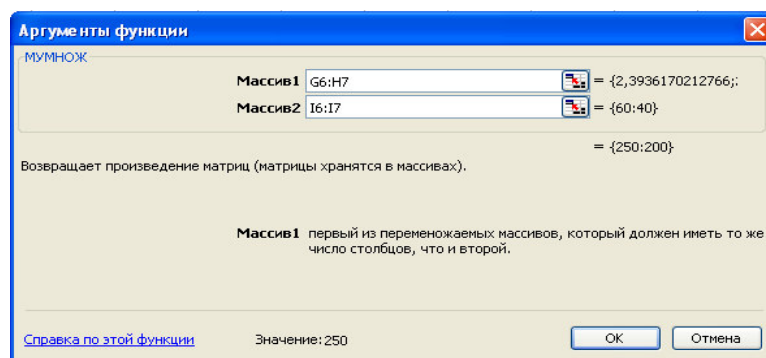


Рисунок 3.9 – Ввод данных при перемножении матриц

После окончания ввода данных нажмите Shift+Ctrl+Enter. Массив J6:J7 будет содержать искомую матрицу  $X$  (рисунок 3.10).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	90	100	60	250	0,36	0,5				
2	50	110	40	200	0,2	0,55				
3	250	200								
4										
5										
6	1	0	0,36	0,5	0,64	-0,5	2,393617	2,659574	60	250
7	0	1	0,2	0,55	0,45	-0,2	1,06383	3,404255	40	200
8										

Рисунок 3.10 – Результат расчета матрицы  $X$

Ответ: Объемы производства валовой продукции равны  $X_1 = 250$ ;  $X_2 = 200$ ; коэффициенты прямых затрат равны

$$A = \begin{pmatrix} 0,36 & 0,5 \\ 0,2 & 0,55 \end{pmatrix}$$

коэффициенты полных материальных затрат равны

$$B = \begin{pmatrix} 2,39 & 2,66 \\ 1,06 & 3,40 \end{pmatrix}$$

### Задача 7

Используя коэффициенты прямых материальных затрат, представленные в таблице 3.9 и объемы конечного продукта по отраслям рассчитать полные материальные затраты и объемы производства валовой продукции.

Таблица 3.9 – Исходные данные к задаче 7

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	0,36	0,15	70
2	0,40	0,25	50

### Задача 8

На основании данных, приведенных в нижеследующих таблицах (3.10, 3.11, 3.12), рассчитать коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.10 – Исходные данные к задаче 8 (А)

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт
	1	2	3	
1	50	60	80	60
2	25	90	40	105
3	25	60	40	85

Таблица 3.11 – Исходные данные к задаче 8 (Б)

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт
	1	2	3	
1	40	18	25	71
2	16	9	25	36
3	40	45	50	115

Таблица 3.12 – Исходные данные к задаче 8 (В)

Потребляющие отрасли	Производящие отрасли			Конечный продукт
	1	2	3	
1	18	36	25	61
2	45	90	25	20
3	36	36	50	30

**Задача 9**

В таблице 3.13 приведены коэффициенты прямых материальных затрат и объемы конечной продукции в межотраслевом балансе для трех отраслей.

Таблица 3.13 – Исходные данные к задаче 9

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт
	1	2	3	
1	0,2	0,2	0,1	50
2	0,4	0,3	0,2	40
3	0,2	0,2	0,4	30

Требуется рассчитать коэффициенты полных материальных затрат и найти объемы валовой продукции отраслей.

**Задача 10**

В таблице 3.14 приведены коэффициенты прямых материальных затрат и объемы конечной продукции в межотраслевом балансе для трех отраслей.

Таблица 3.14 – Исходные данные к задаче 10

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт
	1	2	3	
1	0,3	0,4	0,2	40
2	0,2	0,1	0,3	15
3	0,1	0,2	0,2	10

Требуется рассчитать коэффициенты полных материальных затрат и найти объемы валовой продукции отраслей.

**Задача 11**

На основе данных задачи 9 восстановите схему межотраслевого материального баланса.

**Задача 12**

На основе данных задачи 10 восстановите схему межотраслевого материального баланса.

**Задача 13**

Используя данные баланса (таблица 3.15), определите объемы производства валовой продукции, коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.15 – Исходные данные к задаче 13

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	10	17	23
2	20	15	35

**Задача 14**

Используя данные баланса (таблица 3.16), определите объемы производства валовой продукции, коэффициенты прямых и полных материальных затрат.

Таблица 3.16 – Исходные данные к задаче 14

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	70	45	25
2	25	30	40

**Задача 15**

Используя коэффициенты прямых материальных затрат, представленных в таблице 3.17 и объемы конечного продукта по отраслям рассчитать полные материальные затраты и объемы производства валовой продукции.

Таблица 3.17 – Исходные данные к задаче 15

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	0,22	0,54	20
2	0,38	0,26	17

К числу важнейших аналитических возможностей балансового метода относится определение прямых и полных затрат труда на единицу продукции и разработка на этой основе балансовых продуктово-трудовых моделей, исходной моделью при этом служит отчетный межпродуктовый баланс в натуральном выражении. В этом балансе по строкам представлено распределение каждого отдельного продукта на производство других продуктов и конечное потребление (первый и второй квадранты схемы межотраслевого баланса). Отдельной строкой дается распределение затрат живого труда в производстве всех видов продукции. Предполагается, что трудовые затраты выражены в единицах труда одинаковой степени сложности.

Обозначим затраты живого труда в производстве  $j$ -го продукта через  $L_j$ , а объем производства этого продукта (валовой выпуск), как и раньше, через  $X_j$ . Тогда, прямые затраты труда на единицу  $j$ -го вида продукции (*коэффициент прямой трудоемкости*) можно задать следующей формулой:

$$t_j = \frac{L_j}{X_j}; j = \overline{1, n}.$$

Из данной формулы следует, что

$$L_j = X_j t_j.$$

Если межотраслевые прямые затраты труда обозначить через  $l_{ij}$ , то они будут соответственно равны:

$$l_{ij} = x_{ij} t_i.$$

Введем понятие *прямых затрат труда* как суммы прямых затрат живого труда и затрат овеществленного труда, перенесенных на продукт через израсходованные средства производства. Если обозначить величину полных затрат труда на единицу продукции  $j$ -го вида через  $T_j$ , то произведения вида  $a_{ij}T_j$  отражают затраты овеществленного труда, перенесенного на единицу  $j$ -го продукта через  $i$ -ое средство производства; при этом предполагается, что коэффициенты прямых материальных затрат  $a_{ij}$  выражены в



натуральных единицах. Тогда полные трудовые затраты на единицу  $j$ -го вида продукции (*коэффициент полной трудоемкости*) будут равны:

$$T_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} T_i + t_j; j = \overline{1, n}.$$

Введем в рассмотрение вектор-строку коэффициентов прямой трудоемкости  $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  и вектор строку коэффициентов полной трудоемкости  $T = (T_1, T_2, \dots, T_n)$ .

Тогда, с использованием уже рассматриваемой выше матрицы коэффициентов прямых материальных затрат  $A$  (в натуральном выражении) систему уравнений (3.15) можно переписать в матричном виде:

$$T = T A + t.$$

Произведя очевидные матричные преобразования с использованием единичной матрицы  $E$

$$T - T A = T E - T A = T (E - A) = t,$$

получим следующее соотношение для вектора коэффициентов полной трудоемкости:

$$T = t (E - A)^{-1}.$$

Матрица  $(E - A)^{-1}$ , это матрица  $B$  коэффициентов полных материальных затрат, так что последнее равенство можно переписать в виде:

$$T = t B.$$

Обозначим через  $L$  величину совокупных затрат живого труда по всем видам продукции, которая с учетом формулы (3.12) будет равна:

$$L = \sum_{j=1}^n L_j = \sum_{j=1}^n t_j X_j = t X.$$

Используя соотношения (3.18), приходим к следующему неравенству:

$$t X = T Y,$$

где  $t$  и  $T$  – вектор-строки коэффициентов прямой валовой и конечной продукции соответственно.

На основе коэффициентов прямой и полной трудоемкости могут быть разработаны межотраслевые и межпродуктовые балансы затрат труда и использования трудовых ресурсов. Схематически эти балансы строятся по общему типу матричных моделей.

Развитие основной модели межотраслевого баланса достигается также путем включения в нее показателей фондоемкости продукции. В простейшем случае модель дополняется отдельной строкой, в которой указаны в стоимостном выражении объемы производственных фондов  $\Phi_j$ , занятые в каждой  $j$ -ой отрасли. На основании этих данных и объемов валовой продукции всех отраслей определяются коэффициенты прямой фондоемкости продукции  $j$ -ой отрасли:

$$f_j = \frac{\Phi_j}{X_j}; j = \overline{1, n}.$$

Стоимость основных производственных фондов, занятых в каждой  $j$ -ой отрасли соответственно равна:

$$\Phi_j = X_j f_j.$$

Стоимость производственных фондов  $j$ -ой отрасли, занятых при производстве продукции для  $i$ -ой отрасли будет равна:

$$\phi_{ij} = x_{ij} f_j$$

Коэффициент прямой фондоемкости показывает величину производственных фондов, непосредственно занятых в производстве данной отрасли, в расчете на единицу ее валовой продукции. В отличие от этого показателя коэффициент полной фондоемкости  $F_j$  отражает объем фондов, необходимых во всех отраслях для выпуска единицы конечной продукции  $j$ -ой отрасли. Если  $a_{ij}$  – коэффициент прямых материальных затрат, то для коэффициента полной фондоемкости справедливо равенство, аналогичное равенству (3.13) для коэффициента полной трудоемкости:

$$F_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} F_i + f_j; j = \overline{1, n}.$$

Если ввести в рассмотрение вектор-строку коэффициентов прямой фондоемкости  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  и вектор-строку коэффициентов полной фондоемкости  $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ , то систему уравнений (3.23) можно переписать в матричной форме:

$$F = F A + f,$$

откуда с помощью преобразований, аналогичных применяемым выше для коэффициентов трудоемкости, можно получить матричное соотношение:

$$F = f B,$$

где  $B = (E - A)^{-1}$  – матрица коэффициентов полных материальных затрат.

### Задача 16

Межотраслевой баланс производства и распределения продукции представлен в таблице 3.18.

Таблица 3.18 – Исходные данные к задаче 16

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	232,6	51,0	291,8	200,0	775,3
2	155,1	255,0	0,0	100,0	510,1
3	232,6	51,0	145,9	300,0	729,6
Условно чистая продукция	155,0	153,1	291,9		
Валовая продукция	775,3	510,0	729,6		

Заданы затраты живого труда (трудовые ресурсы) в трех отраслях:  $L_1 = 1160$ ,  $L_2 = 460$ ,  $L_3 = 875$  в некоторых единицах измерения трудовых затрат. Требуется определить коэффициенты прямой и полной трудоемкости и составить межотраслевой баланс затрат труда.

Решение

1) Находим коэффициенты прямой трудоемкости

$$t_j = \frac{L_j}{X_j},$$

$$t_1 = \frac{1160}{775,3} = 1,5; \quad t_2 = \frac{460}{510,1} = 0,9; \quad t_3 = \frac{875}{729,6} = 1,2.$$

2) Рассчитаем матрицу коэффициентов полных материальных затрат

а) Вычислим коэффициенты прямых затрат ( $a_{ij}$ ) по формуле:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n.$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 232,6 : 775,3 = 0,3; & a_{12} &= 51,0 : 510,1 = 0,1; & a_{13} &= 291,8 : 729,6 = 0,4; \\ a_{21} &= 155,1 : 775,3 = 0,2; & a_{22} &= 255,0 : 510,1 = 0,5; & a_{23} &= 0,0 : 729,6 = 0; \\ a_{31} &= 232,6 : 775,3 = 0,3; & a_{32} &= 51,0 : 510,1 = 0,1; & a_{33} &= 145,9 : 729,6 = 0,2. \end{aligned}$$

Рассчитаем матрицу  $B$ :

$$B = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix}.$$

Находим коэффициенты полной трудоемкости:

$$T = tB \Rightarrow T = (1,5;0,9;1,2) \cdot \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix} = (4,84;3,55;3,92).$$

Умножая первую, вторую и третью строки первого и второго квадрантов межотраслевого материального баланса на соответствующие коэффициенты прямой трудоемкости, получаем схему межотраслевого баланса труда (в трудовых измерителях):

$$l_{ij} = x_{ij}t_i,$$

$$l_{11} = 232,6 \cdot 1,5 = 348,9, \quad l_{12} = 51,0 \cdot 1,5 = 76,5, \quad l_{13} = 291,8 \cdot 1,5 = 437,7,$$

$$l_{y1} = 200 \cdot 1,5 = 300,$$

$$l_{21} = 155,1 \cdot 0,9 = 139,6, \quad l_{22} = 255,0 \cdot 0,9 = 229,5, \quad l_{23} = 0,0 \cdot 0,9 = 0,$$

$$l_{y2} = 100 \cdot 0,9 = 90,$$

$$l_{31} = 232,6 \cdot 1,2 = 279,1, \quad l_{32} = 51,0 \cdot 1,2 = 61,2, \quad l_{33} = 145,9 \cdot 1,2 = 175,1,$$

$$l_{y3} = 300 \cdot 1,2 = 360.$$

Ответ:

#### Межотраслевой баланс затрат труда

Таблица 3.19 – Итоговая матрица задачи 16

Отрасль	Межотраслевые затраты овеществленного труда			Затраты труда на конечную продукцию	Затраты труда в отраслях
	1	2	3		
1	348,9	76,5	437,7	300,0	1163,0
2	139,6	229,5	0,0	90,0	459,1
3	279,1	61,2	175,1	360,0	875,5

*Замечание:* незначительные расхождения между полученными данными в таблице 3.19 и исходными данными по затратам живого труда вызваны погрешностью округления при вычислении.

#### Задача 17

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.20 и затратам живого труда  $L_1 = 80$ ,  $L_2 = 45$ ,  $L_3 = 90$ , определить коэффициенты прямой и полной трудоемкости.

Таблица 3.20 – Исходные данные к задаче 17

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	18	7	5	21	51
2	6	8	2	20	36
3	3	15	14	23	55

#### Задача 18

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.21 и затратам живого труда  $L_1 = 300$ ,  $L_2 = 290$ ,  $L_3 = 450$ , определить коэффициенты прямой и полной трудоемкости.

Таблица 3.21 – Исходные данные к задаче 18

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	90	56	64	240	450
2	45	85	210	310	650
3	83	98	101	518	800

### Задача 19

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.22 и стоимости производственных фондов  $\Phi_1 = 1250$ ,  $\Phi_2 = 1700$ ,  $\Phi_3 = 1010$ , определить коэффициенты прямой и полной фондоемкости.

Таблица 3.22 – Исходные данные к задаче 19

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	180	210	115	405	748
2	250	80	170	620	1120
3	112	87	35	276	510

### Задача 20

По данным межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.23 и стоимости производственных фондов  $\Phi_1 = 83$ ,  $\Phi_2 = 58$ ,  $\Phi_3 = 75$ , определить коэффициенты прямой и полной фондоемкости.

Таблица 3.23 – Исходные данные к задаче 20

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	9	5	6	37	57
2	4	7	1	23	35
3	11	8	6	45	70

### Задача 21

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.24, и затрат труда  $L_1 = 2950$ ,  $L_2 = 3100$ ,  $L_3 = 1500$ , составить схему межотраслевого баланса труда.

Таблица 3.24 – Исходные данные к задаче 21

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	830	715	390	1980	3915
2	650	817	235	1200	2902
3	350	185	148	737	1420

### Задача 22

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.25 и затрат труда  $L_1 = 100$ ,  $L_2 = 102$ ,  $L_3 = 163$ , составить схему межотраслевого баланса труда.

Таблица 3.25 – Исходные данные к задаче 22

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	15	22	12	31	80
2	17	13	23	15	68
3	35	15	10	37	97

### Задача 23

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.26 и стоимости производственных фондов каждой из отраслей  $\Phi_1 = 1053$ ,  $\Phi_2 = 1200$ ,  $\Phi_3 = 3090$ , составить схему межотраслевого баланса производственных фондов.

Таблица 3.26 – Исходные данные к задаче 23

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	250	345	127	682	1404
2	101	485	320	809	1715
3	713	305	513	1044	2575

**Задача 24**

По данным схемы межотраслевого баланса, представленного в таблице 3.27 и стоимости производственных фондов каждой из отраслей  $\Phi_1 = 809$ ,  $\Phi_2 = 673$ ,  $\Phi_3 = 1005$ , составить схему межотраслевого баланса производственных фондов.

Таблица 3.27 – Исходные данные к задаче 24

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	310	218	415	790	1733
2	98	170	53	315	636
3	436	275	119	710	1540

**4. Сформулировать и решить конкретную «свою» финансово-экономическую задачу.**

Обучающийся представляет конкретную финансово-экономическую задачу, самостоятельно сформулированную и приводит ее решение, которое представляет преподавателю на проверку.

**1.4 Лабораторная работа № ЛР-4, ЛР-5 (4 часа).**

**Тема: «Экономические задачи, решаемые с применением корреляционно-регрессионного анализа и организация статистического моделирования с применением программы Statistica»**

**1.4.1 Цель работы:** Изучить применение ППП Statistica 6.0 к решению экономических задач.

**1.4.2 Задачи работы:**

1. Научиться формализовать задачу по ее постановке.
2. Освоить ввод данных в ППП Statistica 6.0.
3. Научиться решению задач в ППП Statistica 6.0., анализировать полученное решение и давать экономическую интерпретацию.

**1.4.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. Компьютер
2. Доска

**1.4.4 Описание (ход) работы:**

**1. Научиться формализовать задачу по ее постановке.**

**Задача 1**

Предприятие на протяжении длительного времени выпускает носочные изделия. Запланировав модернизацию производства, руководство предприятия решило провести исследования, цель которых состоит в выявлении зависимости цены носков от ряда приведенных факторов, таких, как плотность, состав и фирма-производитель. Цена носков

– это зависимая переменная  $Y$ . В качестве независимых, объясняющих переменных были выбраны:

- плотность. Обозначим через  $x_1$ ;
- содержание шерсти. Обозначим через  $x_2$ ;
- содержание хлопка. Обозначим через  $x_3$ ;
- фирма-производитель. Обозначим через  $x_4$ .

## 2. Освоить ввод данных в ППП Statistica 6.0.

Для решения задачи имеются исходные данные, представленные в приложении 1, которые необходимо занести в программный комплекс **Statistica**. Для в главном меню выбираем команду Файл – Новый (рисунок 4.17).

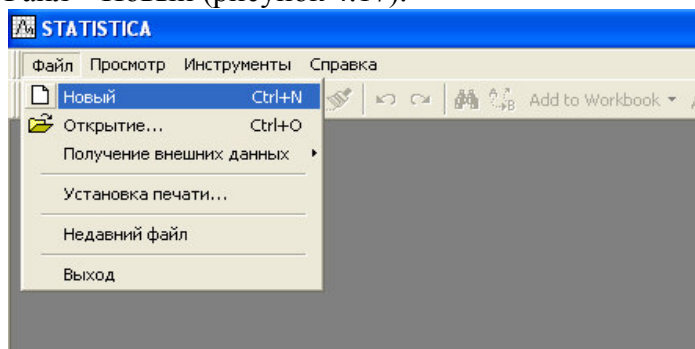


Рисунок 4.17 – Открытие нового файла

Откроется диалог для создания новой таблицы (рисунок 4.18).

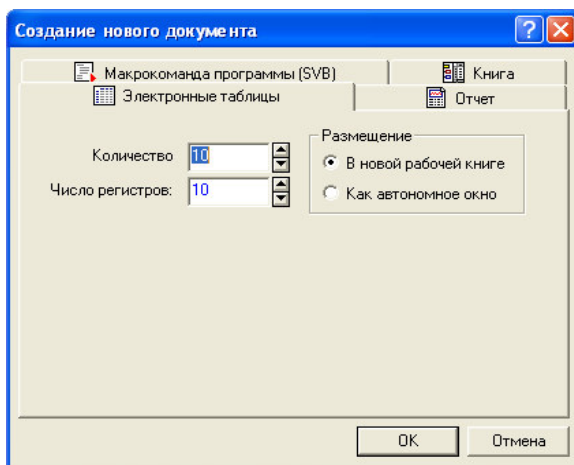


Рисунок 4.18 – Создание нового документа

Нужно изменить значения параметров «Количество», указывающее на число факторов и «Число регистров», указывающее на их количество. В случае нашей задачи получится 5 на 45.

После создания таблицы занесем в нее данные (рисунок 4.19).

The image shows a spreadsheet window titled 'Workbook1 - Spreadsheet6'. It contains a table with 5 columns and 15 rows. The columns are labeled: 1. Price, 2. DEN, 3. Shetret, 4. Hlopk, 5. Firm. The rows contain numerical data. The first row of data (row 1) is: 45, 20, 85, 14, 0. The last row of data (row 15) is: 29, 40, 85, 15, 0.

	1 Price	2 DEN	3 Shetret	4 Hlopk	5 Firm
1	45	20	85	14	0
2	48	20	97	3	1
3	48	20	97	3	1
4	51	20	90	17	0
5	55	30	79	21	0
6	74	30	79	21	0
7	81	30	85	15	1
8	44	40	85	13	1
9	43	40	88	10	1
10	68	40	86	14	1
11	63	40	82	18	0
12	44	40	83	14	1
13	40	40	84	16	0
14	96	40	82	18	1
15	29	40	85	15	0

Рисунок 4.19 – Занесение данных

Для удобства можно переименовать названия столбцов. Для этого два раза кликнем на заголовке столбца и в открывшемся диалоге изменяем значение поля Name.

### 3. Научиться решению задач в ППП Statistica 6.0., анализировать полученное решение и давать экономическую интерпретацию.

Сначала покажем *парную корреляцию* результативного фактора  $y$  и одного из образующих факторов. Для примера возьмем зависимость цены от плотности носок ( $x_2$ ).

Для этого нужно в главном меню выбрать Статистика – Множественная регрессия (рисунок 4.20).

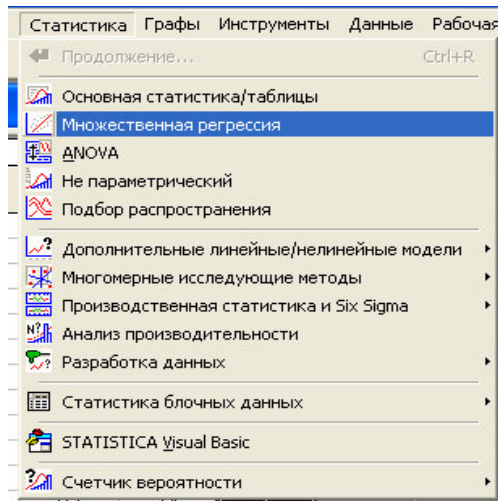


Рисунок 4.20 – Активизация множественной регрессии

В открывшемся диалоговом окне нажимаем кнопку Variables и выбираем в качестве зависимой переменной Price (первый столбец), а в качестве независимой – показатель плотности DEN (второй столбец) (рисунок 4.21).

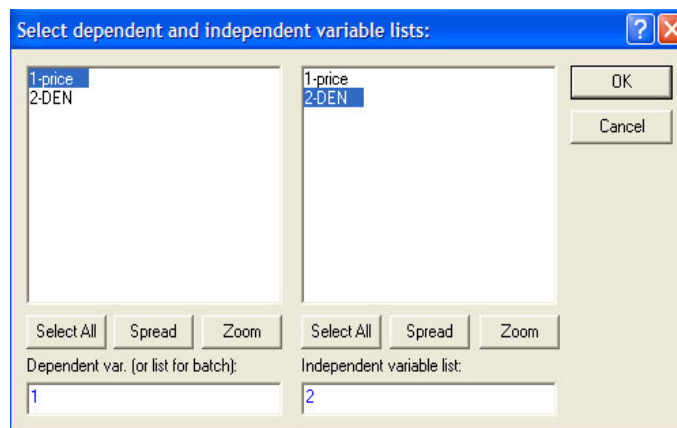


Рисунок 4.21 – Выбор зависимой и независимой переменных

Нажимаем кнопку ОК. В вернувшемся окне также нажимаем ОК, ничего не меняя в параметрах (рисунок 4.22).

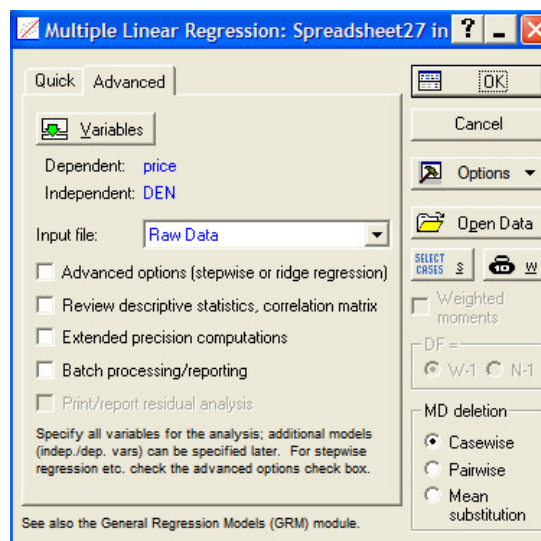


Рисунок 4.22 – Линейная регрессии

В результате получаем отчет, из которого нам необходимо получить таблицу с коэффициентами. Для этого нажимаем кнопку Summary: Regressions Results внизу окна (рисунок 4.23).

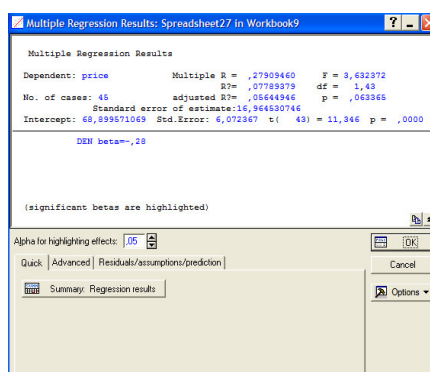


Рисунок 4.23 – Результат регрессии

В итоге получаем следующую таблицу, изображенную на рисунке 4.24.

Regression Summary for Dependent Variable: price (Spreadsheet27 in Workbook9)							
R= ,27909460 R^2= ,07789379 Adjusted R^2= ,05644946							
F(1,43)=3,6324 p<,06336 Std.Error of estimate: 16,965							
N=45	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(43)	p-level	
Intercept			68,89957	6,072367	11,34641	0,000000	
DEN	-0,279095	0,146439	-0,26378	0,138402	-1,90588	0,063365	

Рисунок 4.24 – Таблица анализа коэффициентов

По данным таблицы построим уравнение регрессии. Свободный член равен 68,89, коэффициент регрессии -0,26:

$$y = 68,90 - 0,26 \cdot x_2$$



Теперь найдем множественную корреляцию результативного признака *y* и всех представленных независимых факторов. Для этого заново выбираем в главном меню Статистика – Множественная регрессия (рисунок 4.20).

В открывшемся окне переходим на вкладку Расширенный. Ставим галочку «Посмотреть описательную статистику» и иницилируем Variables (Переменные).

В новом диалоговом окне (рисунок 4.25) в левой колонке указываем зависимую переменную (Dependent), а в правой – независимые переменные (Independent). В качестве зависимой переменной выбираем **цену товара**, в качестве независимых – все имеющиеся факторы, как показано на рисунке. Нажимаем кнопку ОК.

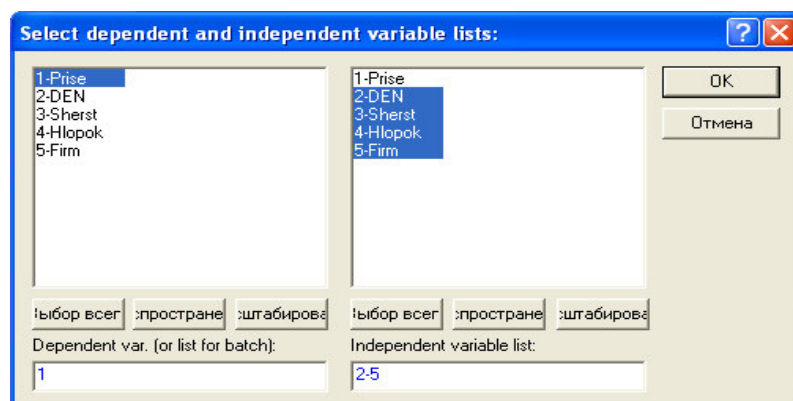


Рисунок 4.25 – Выбор зависимостей и множества независимых переменных

В новом окне (рисунок 4.26) переходим на вкладку Расширенный и выбираем Correlations (Корреляции):

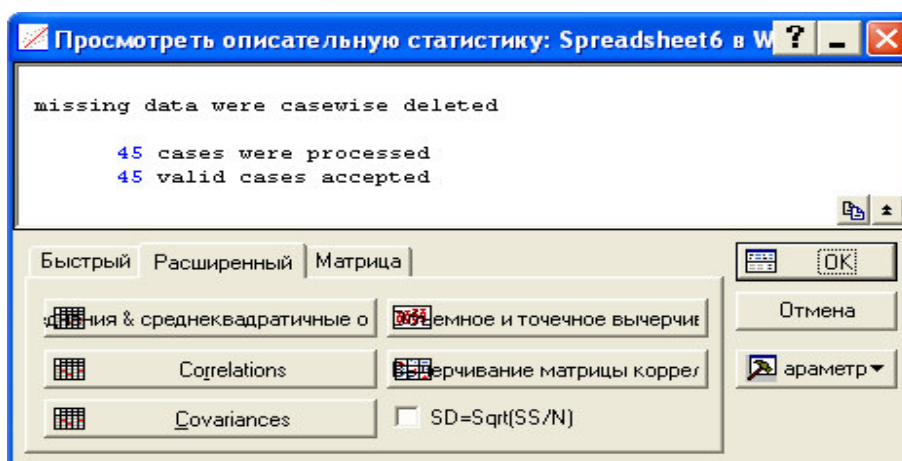


Рисунок 4.26 – Просмотр описательной статистики

В результате получаем матрицу парных коэффициентов корреляции (рисунок 4.27). Если в матрице присутствуют мультиколлинеарные факторы, (то есть превышение парным коэффициентом корреляции величины 0,8), то для получения корректного регрессионного уравнения в каждой такой паре необходимо избавиться от того фактора, который наименее влияет на результативный. В нашем случае проявления факторами мультиколлинеарности отсутствует. Однако имеются факторы, практически не влияющие на цену. Их также следует исключить для получения более адекватной модели.

Корреляции (Spreadsheet6 в Workbook1)					
Переменная	DEN	Sherst	Hlopok	Firm	Prise
DEN	1.000000	-0.421886	0.435579	-0.103535	-0.279095
Sherst	-0.421886	1.000000	-0.667259	0.060901	-0.085989
Hlopok	0.435579	-0.667259	1.000000	-0.439123	0.097683
Firm	-0.103535	0.060901	-0.439123	1.000000	0.060980
Prise	-0.279095	-0.085989	0.097683	0.060980	1.000000

Рисунок 4.27 – Матрица парных коэффициентов корреляции

В данном случае мы исключим фактор X4 (Фирма-производитель), так как среди рассматриваемых факторных признаков он оказывает на цену наименьшее влияние (коэффициент парной корреляции составляет 0,06).

Для получения уравнения регрессии, описывающего влияние факторов производства на цену товара, проведем в **Statistica** многофакторный регрессионный анализ. Для этого в окне «Посмотреть описательную статистику...» нажмем кнопку Отмена и вернемся в окно «Составная линейная регрессия». Снимем флажок с опции «Посмотреть описательную статистику». В Variables, удерживая клавишу Ctrl, выберем те факторы, которые остались после исключения фактора  $x_4$  (рисунок 4.28).

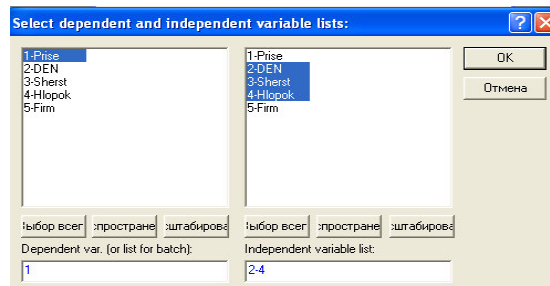


Рисунок 4.28 – Повторный выбор факторов

Нажав кнопку ОК, перейдем к результатам построения модели (рисунок 4.29).

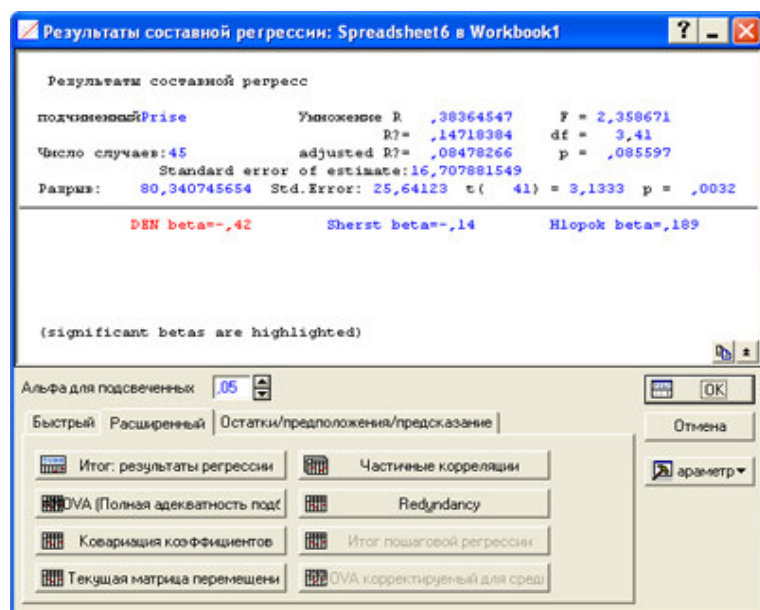


Рисунок 4.29 – Результаты составной регрессии

После нажатия на кнопку Итог: результаты регрессии, в рабочей области Workbook получим две таблички: оцененные параметры модели и основные показатели адекватности построения регрессии.

Рассмотрим показатели адекватности построения модели (рисунок 4.30).

Statistic	Summary Statistics
Умножение R	0.38365
Multiple R <sup>2</sup>	0.14718
Adjusted R <sup>2</sup>	0.08478
F(3,41)	2.35867
p	0.03560
Std. Err. of Estimate	16.70788

Рисунок 4.30 – Показатели адекватности построенной модели

**Умножение R** (Множественный коэффициент корреляции МКК) является обобщением коэффициента линейной парной корреляции и отражает тесноту связи между зависимой переменной и одновременно всеми учтенными в модели независимыми переменными. Множественный коэффициент корреляции всегда неотрицателен и изменяется от 0 до 1. Чем ближе значение R к 1, тем больше одновременное влияние оказывают независимые переменные. В данном случае МКК равен 0,38365. Он показывает, что связь между вариацией результативного показателя *y* и вариацией факторных признаков средняя.

**Multiple R** (Множественный коэффициент детерминации) измеряет долю полной вариации переменной *y*, объясняемую множественной регрессией. Величина изменяется от 0 до 1. Согласно полученным результатам, лишь 14% вариаций переменной *y* объясняется задействованными факторами.

**Adjusted R** (Скорректированный коэффициент детерминации) – неубывающая функция от количества факторов, входящих в модель. Может быть использован для выбора лучшей модели.

**P (Вероятность)** – если значение P меньше принятого значения  $\alpha$  (альфа), то гипотеза о равенстве всех коэффициентов регрессии нулю отвергается. В нашем случае значение вероятности попадает в необходимые рамки.

Рассмотрим вторую таблицу, содержащую параметры модели (рисунок 4.31).

Regression Summary for Dependent Variable: Prise (Spreadsheet)						
R= ,38364547 R <sup>2</sup> = ,14718384 Adjusted R <sup>2</sup> = ,08478266						
F(3,41)=2,3587 p<,08560 Std. Error of estimate: 16,708						
N=45	Бета	Std. Err. of Beta	B	Std. Err. of B	t(41)	p-level
ОТРЕЗОК			80.34075	25.64123	3.13326	0.003188
DEN	-0.419092	0.163382	-0.39609	0.15442	-2.56510	0.014071
Sherst	-0.136655	0.197454	-0.16476	0.23807	-0.69208	0.492786
Hlopok	0.189047	0.198879	0.41845	0.44021	0.95056	0.347397

Рисунок 4.31 – Таблица параметров

В четвертом столбце В содержатся значения параметров регрессионного уравнения. Таким образом, мы получили следующее уравнение:

$$y = 80,34 - 0,396 \cdot x_1 - 0,165 \cdot x_2 + 0,419 \cdot x_3.$$

Полученные значения можно интерпретировать следующим образом. Если при прочих равных условиях расход шерсти на производство носков увеличится на 1%, то цена товара снизится на 0,165 руб. Аналогично и с другими параметрами.

В пятом столбце (Std.Err. of B) указаны стандартные ошибки коэффициентов уравнения. Стандартные ошибки показывают статистическую надежность коэффициента. Значения стандартных ошибок используются для построения доверительных интервалов.

## Задача 2


Рассмотрим решение задачи о влиянии метеорологических условий на урожайность некоторой сельскохозяйственной культуры, например яровой пшеницы.

На основе собранных данных о метеорологических условиях местности необходимо выявить влияние погодных условий на урожайность яровой пшеницы в хозяйстве и на основе полученных результатов провести экономический анализ, а также осуществить прогноз на перспективу. На результативный признак (урожайность) оказывают влияние множество факторов. К показателям погодных (метеорологических) условий, оказывающих влияние на урожайность, относятся температура, количество осадков, высота снежного покрова и т.д. Данные для решения задачи представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Исходные данные к задаче

Номер года	Урожайность, ц/га	Запас влаг в метровом слое почвы, мм		Высота снежного покрова, см		Количество осадков, мм				Среднемесячная температура, С°	
		Май	Июнь	Март	Январь	Май	Июнь	Июль	Август	Июль	Август
	Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>	x <sub>9</sub>	x <sub>10</sub>
1.	11,5	86	74	50,4	43,3	48	8	24	38	22,5	20,1
2.	11,5	91	140	37	41,3	39	71	57	43	19	16,2
3.	5,7	68	85	41,7	29,3	14	30	23	41	19,9	16,3
4.	23,6	96	73	64	60	27	11	30	44	17,3	15,9
5.	6,7	59	160	49	45	8	86	100	98	19,2	14,6
6.	11,1	93	164	50	39	19	59	85	45	15,5	17,3
7.	7	83	100	33	30	41	47	3	30	21,1	18,4
8.	13	85	83	47	44	31	22	23	50	21,2	16,3
9.	14,4	194	165	51	49	106	43	50	4	18,1	16,4
10.	5,4	191	158	73	57	2	18	30	31	23,3	19,2

Необходимо найти коэффициенты корреляции всех факторов. Для выполнения расчетов занесем значения приведенных выше факторов в программный комплекс Statistica 6.0 и проведем множественную регрессию.

Для запуска программного комплекса Statistica 6.0 необходимо кликнуть по ярлыку  на рабочем столе, либо запустить программу из меню «Пуск».

После запуска программы Statistica появится **Рабочее Окно** системы (рисунок 4.32).

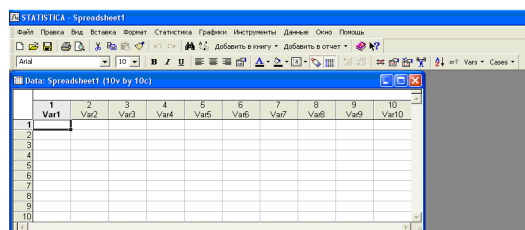


Рисунок 4.32 – Рабочее окно системы Statistica

Необходимо перенести данные из таблицы 1 (набранной в Excel) в электронную таблицу программы Statistica. Для этого сначала необходимо добавить в электронную таблицу программы Statistica дополнительный столбец, так как в таблице 1 у нас 11 столбцов с данными, а в таблице Statistica лишь 10. Среди команд главного меню программного комплекса Statistica выбираем **Вставка – Добавить переменные**. Откроется диалог **Add Variables** для добавления в электронную таблицу дополнительных столбцов с переменными (рисунок 4.33).

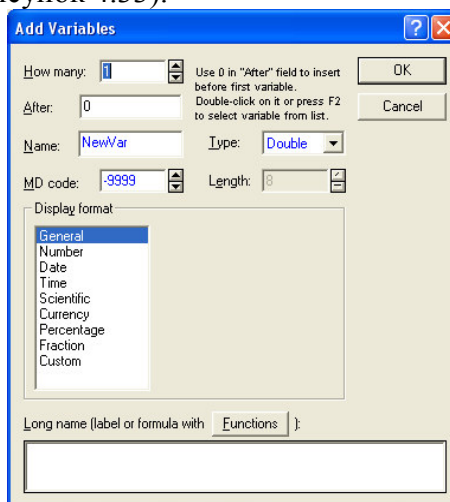


Рисунок 4.33 – Диалоговое окно для добавления дополнительных столбцов с переменными.

Нажимаем ОК и получаем электронную таблицу уже с 11 столбцами данных (рисунок 4.34).

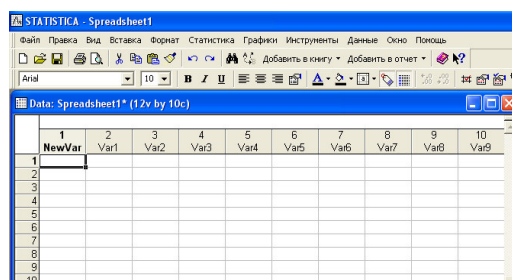


Рисунок 4.34 – Подготовленная электронная таблица

Копируем исходные данные для задачи из таблицы 4.2 в электронную таблицу. Кликая двойным щелчком по каждой из ячеек в верхней строке таблицы для каждого столбца вводим название переменных, при этом следует учитывать, что в столбце **New Var** будет вписана *Урожайность*. Например, кликнув на ячейку **Var 1**, открывается диалоговое окно **Variable 1 (Переменная 1)**, где в поле **Name (Имя)** задается название столбца. Прделав указанные действия получаем следующую таблицу (рисунок 4.35).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Урожайность	Май 1	Июнь 1	Март	Январь	Май 2	Июнь 2	Июль 1	Август 1	Июль 2	Август 2
1	11,5	86	74	50,4	43,3	48	8	24	38	22,5	20,1
2	5,7	68	85	41,7	29,3	14	30	23	41	19,9	16,3
3	23,6	96	73	64	60	27	11	30	44	17,3	15,9
4	6,7	59	160	49	45	8	86	100	98	19,2	14,6
5	11,1	93	164	50	39	19	59	85	45	15,5	17,3
6	7	83	100	33	30	41	47	3	30	21,1	18,4
7	13	85	83	47	44	31	22	23	50	21,2	16,3
8	14,4	194	165	51	49	106	43	50	4	18,1	16,4
9	5,4	191	158	73	57	2	18	30	31	23,3	19,2
10											

Рисунок 4.35 – Заполненная электронная таблица

Далее в меню программы Statistica выбираем пункт **Статистика -Множественная регрессия**. Появляется диалоговое окно, в котором необходимо кликнуть по кнопке

**Variables**, в открывшемся окне в левом столбце указываем зависимую переменную (Dependent var.), а в правом независимые (Independent variable list) (рисунок 4.36).

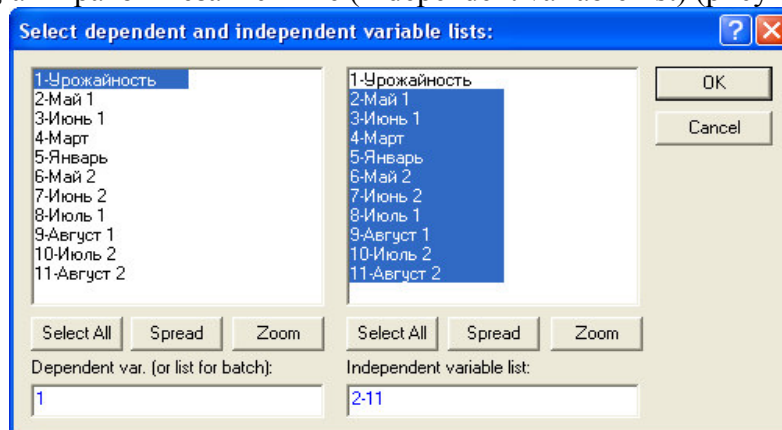


Рисунок 4.36 – Выделенные зависимая и независимые переменные

Нажимаем ОК, в открытом диалоговом на вкладке **Advanced (Настройки)** ставим галочку напротив пункта **Review descriptive statistics, correlation matrix**. Нажимаем ОК, в следующем окне на вкладке **Quick** кликаем по кнопке **Correlations**. В результате получаем матрицу парных коэффициентов корреляции, записанную в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Матрица парных коэффициентов корреляции

	Май1	Июнь1	Март	Январь	Май2	Июнь2	Июль1	Авг1	Июль2	Авг2	Урож
Май1	1,00	0,48	0,57	0,55	0,43	-0,26	-0,10	-0,67	0,15	0,30	0,06
Июнь1	0,48	1,00	0,16	0,15	0,07	0,66	0,72	0,04	-0,30	-0,18	-0,32
Март	0,57	0,16	1,00	<b>0,87</b>	-0,24	-0,48	0,06	-0,06	0,11	0,18	0,27
Январь	0,55	0,15	<b>0,87</b>	1,00	0,02	-0,34	0,12	-0,04	-0,01	-0,03	0,56
Май2	0,43	0,07	-0,24	0,02	1,00	-0,05	-0,14	-0,65	-0,16	0,04	0,36
Июнь2	-0,26	0,66	-0,48	-0,34	-0,05	1,00	0,75	0,48	-0,43	-0,54	-0,34
Июль1	-0,10	0,72	0,06	0,12	-0,14	0,75	1,00	0,56	-0,58	-0,52	-0,06
Авг1	-0,67	0,04	-0,06	-0,04	-0,65	0,48	0,56	1,00	-0,08	-0,49	-0,19
Июль2	0,15	-0,30	0,11	-0,01	-0,16	-0,43	-0,58	-0,08	1,00	0,59	-0,48
Авг2	0,30	-0,18	0,18	-0,03	0,04	-0,54	-0,52	-0,49	0,59	1,00	-0,24
Урож	0,06	-0,32	0,27	0,56	0,36	-0,34	-0,06	-0,19	-0,48	-0,24	1,00

Одним из основных препятствий эффективного применения множественного регрессионного анализа является коллинеарность или мультиколлинеарность, которая возникает в случаях существования достаточно тесных линейных статистических связей между объясняющими переменными. Если две переменные находятся между собой в линейной зависимости, то говорят, что они коллинеарны.

О наличии мультиколлинеарности факторов говорят, когда более чем два фактора связаны между собой линейной зависимостью, т.е. имеет место совокупное воздействие факторов друг на друга. Поскольку одним из условий построения множественной регрессии является независимость действия факторов, то если факторы явно коллинеарны, то один из них рекомендуется исключить из регрессии. Предпочтение при этом отдается не фактору, более тесно связанному с результатом, а тому фактору, который при достаточно тесной связи с результатом имеет наименьшую тесноту связи с другими факторами.

Точных количественных критериев для определения наличия или отсутствия реальной мультиколлинеарности не существует. Тем не менее существуют некоторые эвристически рекомендации по ее выявлению. В первую очередь анализируют матрицу парных коэффициентов корреляции (ту ее часть, которая относится к объясняющим переменным).



В этом отношении существует ряд мнений и о наличии коллинеарности (мультиколлинеарности) говорят в случае, если: коэффициент парной корреляции  $r_{x_i x_j}$  принимает значение:

- а)  $r_{x_i x_j} \geq 0,7^{1)}$ ;
- б)  $|r_{x_i x_j}| \geq 0,75 - 0,80$ ;
- в)  $|r_{x_i x_j}| \geq 0,80$ .

В таблице 4.3 жирным шрифтом выделены значения парной корреляции для мультиколлинеарных факторов (согласно третьему подходу, превышение парным коэффициентом корреляции величины 0,8).

В данном случае мы исключим фактор «май1» (среднемесячный запас влаги в почве в мае), так как среди рассматриваемых факторных признаков он оказывает на урожайность наименьшее влияние (коэффициент парной корреляции составляет 0,06). Кроме того, исключаем из последующего рассмотрения и фактор «март» (высота снежного покрова в марте), так как этот фактор мультиколлинеарен с фактором «январь» и оказывает на результирующий показатель меньшее воздействие (коэффициент парной корреляции составляет 0,27).

Для этого нажимаем в рабочей книге (Workbook 1) на кнопку **Review descriptive statistics** (рисунок 4.37).

Variable											
<b>Май 1</b>	<b>1,000000</b>	0,483769	0,570912	0,545482	0,426686	-0,261372	-0,101023	-0,671751	0,146376	0,297052	
Июнь 1	0,483769	1,000000	0,158913	0,154262	0,072717	0,656604	0,717254	0,038958	-0,298458	-0,181244	
Март	0,570912	0,158913	1,000000	0,866564	-0,235814	-0,481835	0,056508	-0,057589	0,111148	0,184477	
Январь	0,545482	0,154262	0,866564	1,000000	0,019878	-0,336605	0,121914	-0,036313	-0,007846	-0,033638	
Май 2	0,426686	0,072717	-0,235814	0,019878	1,000000	-0,050023	-0,138375	-0,648862	-0,157916	0,039565	
Июнь 2	-0,261372	0,656604	-0,481835	-0,336605	-0,050023	1,000000	0,749561	0,475646	-0,434885	-0,544530	
Июль 1	-0,101023	0,717254	0,056508	0,121914	-0,138375	0,749561	1,000000	0,560622	-0,584998	-0,521962	
Август 1	-0,671751	0,038958	-0,057589	-0,036313	-0,648862	0,475646	0,560622	1,000000	-0,081380	-0,486425	
Июль 2	0,146376	-0,298458	0,111148	-0,007846	-0,157916	-0,434885	-0,584998	-0,081380	1,000000	0,591990	
Август 2	0,297052	-0,181244	0,184477	-0,033638	0,039565	-0,544530	-0,521962	-0,486425	0,591990	1,000000	
Урожайность	0,056179	-0,322267	0,266107	0,556875	0,363554	-0,338616	-0,056491	-0,186671	-0,480937	-0,242092	

Рисунок 4.37 – Рабочая книга с данными

В открывшемся окне нажимаем **Cancel (Отмена)**, затем кликаем по кнопке **Variables** и в следующем окне **Select dependent and independent variable list** в правом столбце исключаем из выделенных переменных, нажав клавишу Ctrl, факторы «май 1» и «март» (рисунок 4.38).

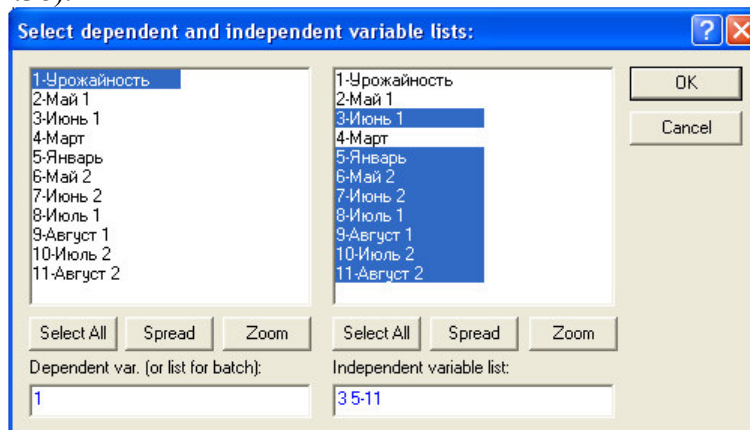


Рисунок 4.38 – Таблица с исключенными факторами «май 1» и «март»

Нажимаем ОК, снимаем галочку с пункта **Review descriptive statistics**, нажимаем ОК, а затем **Summary: regression results**.

В результате получаем две таблички: оцененные параметры модели и основные показатели адекватности построения регрессии.

Чтобы просмотреть показатели адекватности построения модели необходимо в рабочей книге перейти на вкладку **Summary statistics** (рисунок 4.39) и записать данные в отдельную таблицу 4.4.

Summary Statistics; DV: Урожайность (Spreadsheet1.sta)						
Statistic	Value					
Multiple R	0,990586					
Multiple R <sup>2</sup>	0,981261					
Adjusted R <sup>2</sup>	0,831347					
F(8,1)	6,545517					
p	0,293901					
Std. Err. of Estimate	2,244217					

Рисунок 4.39 – Показатели адекватности построения модели

Таблица 4.4 – Показатели адекватности множественного уравнения регрессии

	Значение
Multiple R	0,990586
Multiple R <sup>2</sup>	0,981261
Adjusted R <sup>2</sup>	0,831347
F (8,1)	6,545517
P	0,293901
Std.Err.of Estimate	2,244217

Multiple R (Множественный коэффициент корреляции) является обобщением коэффициента линейной парной корреляции и отражает тесноту связи между зависимой переменной и одновременно всеми учтенными в модели независимыми переменными. Множественный коэффициент корреляции всегда неотрицателен и изменяется от 0 до 1. Чем ближе значение R к 1, тем более одновременное влияние оказывают независимые переменные.

В данном случае множественный коэффициент корреляции равен 0,990586. Он показывает, что связь между вариацией результативного показателя «урожайность» и вариацией факторных признаков сильная.

Multiple R<sup>2</sup> (Множественный коэффициент детерминации) измеряет долю полной вариации переменной y, объясняемую множественной регрессией. Величина изменяется от 0 до 1.

Согласно полученным результатам (таблица 4.4)  $R^2=0,981261$ , это свидетельствует о том, что 98,13% вариации переменной «урожайность» объясняется задействованными факторами.

Adjusted R<sup>2</sup> (Скорректированный коэффициент детерминации) – неубывающая функция от количества факторов, входящих в модель. Может быть использован для выбора лучшей модели, Adjusted R =0,831347.

F(8,1) – F-статистика Фишера служит для проверки модели на адекватность. Необходимо сопоставить табличное значение F-критерия при  $\alpha = 0,05$  и  $\nu_1 = 8$ ,  $\nu_2 = 1$  с фактическим значением  $F(8, 1) = 6,545517$ . Табличное значение F-критерия можно посмотреть в статистических таблицах Стьюдента-Фишера на пересечении 8-го столбца и 1-ой строки. При данных условиях табличное значение критерия составляет 238,9, т.е. получаем  $F_{табл.} > F_{факт.}$ , следовательно модель статистически незначима.

P (Вероятность) – если значение вероятности меньше принятого значения  $\alpha$  (в нашем случае  $\alpha = 0,05$ ), то нулевая гипотеза о равенстве всех коэффициентов регрессии



нулю отвергается. Из таблицы 4.4 видно, что  $P > 0,05$ , следовательно гипотеза о равенстве всех коэффициентов регрессии нулю не отвергается.

Чтобы рассмотреть вторую таблицу, содержащую параметры модели, для этого необходимо перейти на вкладку **Regression Summary for Dependent Variable** (рисунок 4.40).

	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(1)	p-level
N=10						
Intercept			23,19355	14,46361	1,60358	0,354976
Июнь 1	-0,905164	0,650849	-0,12230	0,08794	-1,39074	0,396863
Январь	0,821187	0,245279	0,44990	0,13438	3,34797	0,184781
Май 2	0,220782	0,314926	0,04089	0,05833	0,70106	0,610747
Июнь 2	0,413965	0,511974	0,08573	0,10603	0,80857	0,567135
Июль 1	0,024747	0,727581	0,00444	0,13050	0,03401	0,978356
Август 1	-0,180180	0,737966	-0,04203	0,17216	-0,24416	0,847547
Июль 2	-0,600253	0,380998	-1,36796	0,86828	-1,57547	0,360050
Август 2	0,118772	0,249186	0,38635	0,81057	0,47664	0,716840

Рисунок 4.40 – Результаты оценивания множественного уравнения регрессии

Переносим данные в отдельную таблицу 4.5 и проведем необходимый анализ.

Таблица 4.5 – Результаты оценивания множественного уравнения регрессии

	Бета	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(1)	p-level
ОТРЕЗОК			23,19355	14,46361	1,60358	0,354976
июнь1	-0,905164	0,650849	-0,12230	0,08794	-1,39074	0,396863
январь	0,821187	0,245279	0,44990	0,13438	3,34797	0,184781
май2	0,220782	0,314926	0,04089	0,05833	0,70106	0,610747
июнь2	0,413965	0,511974	0,08573	0,10603	0,80857	0,567135
июль1	0,024747	0,727581	0,00444	0,13050	0,03401	0,978356
авг1	-0,180180	0,737966	-0,04203	0,17216	-0,24416	0,847547
июль2	-0,600253	0,380998	-1,36796	0,86828	-1,57547	0,360050
авг2	0,118772	0,249186	0,38635	0,81057	0,47664	0,716840

Рассмотрим результаты оценки параметров уравнения регрессии по столбцам. В первом столбце перечислены члены регрессионного уравнения, ОТРЕЗОК – свободный член уравнения.

Во втором столбце (Бета) содержатся  $\beta$ -коэффициенты. Они являются абстрактными величинами, указывающими на сколько среднеквадратических отклонений увеличится зависимая переменная при изменении соответствующей независимой переменной на 1 среднеквадратическое отклонение. На практике данный показатель используется для выявления фактора, оказывающего наибольшее влияние на зависимую переменную. В нашем случае наибольшее (положительное) влияние оказывает показатель «январь» – высота снежного покрова в январе ( $\beta = 0,821187$ ).

В четвертом столбце (B) содержатся значения параметров регрессионного уравнения. Таким образом, мы получили следующее уравнение:

$$y = 23,194 - 0,122x_2 + 0,450x_4 + 0,041x_5 + 0,086x_6 + 0,004x_7 - 0,042x_8 - 1,368x_9 + 0,386x_{10}.$$

Полученные значения можно интерпретировать таким образом: Если при прочих равных условиях ( $a_2 = -0,122$ ) запас влаги в метровом слое почвы в июне увеличится на 1 мм, то урожайность уменьшится на 0,122 ц/га. Для четвертого параметра: если при прочих равных условиях ( $a_4 = 0,450$ ) высота снежного покрова в январе увеличится на 1 мм, то урожайность увеличится на 0,450 ц/га. Аналогично, можно сделать выводы по всем остальным параметрам полученного уравнения регрессии.

В пятом столбце (Std.Err. of B) указаны стандартные ошибки коэффициентов уравнения. Стандартные ошибки показывают статистическую надежность коэффициента. Значения стандартных ошибок используются для построения доверительных интервалов.

t(1) – выводит расчетное значение t-статистики Стьюдента. Ее значение используется для проверки значимости соответствующего коэффициента путем сравнения

с ним табличного значения t-критерия при  $\alpha = 0,05$  и  $df = 1$ . Данное значение равно 12,706, сравним его с расчетными значениями:

- $a_0 = |1,60358| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_2 = |-1,39074| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_4 = |3,34797| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_5 = |0,70106| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_6 = |0,80857| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_7 = |0,03401| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_8 = |-0,24416| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_9 = |-1,57547| < 12,706$  – параметр статистически незначим;
- $a_{10} = |0,47664| < 12,706$  – параметр статистически незначим.

Полученная множественная регрессионная модель незначима по всем параметрам. В этом случае, необходимо исключить из рассмотрения фактор «июль1» (количество осадков в июле), так как среди рассматриваемых факторных признаков он оказывает на урожайность наименьшее влияние ( $t = 0,03401$ ) и повторить описанные операции сначала (следует отметить, что данный фактор можно было исключить еще на первом этапе, так как коэффициент парной корреляции между «июль1» и «июль2» равен 0,75 и между «июль1» и «июль2» равен 0,72, а ряд исследователей считает, что факторы будут коллинеарны, если коэффициент парной корреляции превышает значение 0,7).

### **1.5 Лабораторная работа № ЛР-6, ЛР-7 (4 часа)**

#### **Тема: «Оптимальное формирование портфеля инвестиций в реальные активы посредством применения математических методов»**

**1.5.1 Цель работы:** Изучить методы и их реализацию, позволяющие осуществлять выбор оптимального формирования портфеля инвестиций.

##### **1.5.2 Задачи работы:**

1. Познакомиться с методами выбора на множестве альтернатив по множеству показателей: Парето, Борда, БОФа.
2. Освоить комплексную методику оценки эффективности и сравнительного анализа проектов.

##### **1.5.3 Перечень приборов, материалов, используемых в лабораторной работе:**

1. Компьютер
2. Доска

##### **1.5.4 Описание (ход) работы:**

##### **1. Познакомиться с методами выбора на множестве альтернатив по множеству показателей: Парето, Борда, БОФа.**

Оценка инвестиционных проектов с точки зрения финансово-экономической эффективности занимает центральное место в процессе обоснования и выбора возможных вариантов вложения средств.

Изучение эффективности и сравнительный анализ проектов – это одна из самых трудных задач области экономического анализа и представляет собой выбор управленческого решения в сложной ситуации. При этом под основными признаками сложной ситуации будем понимать жесткие ограничения на время принятия решения и необходимость учета большого числа различных, часто противоречивых показателей, характеризующих конечный результат.

Список вариантов выбора в подобных задачах определяется количеством рассматриваемых альтернатив, которое может достигать нескольких десятков.

Число показателей, учитываемых при решении задач, достигает десятков, сотен, а иногда и более.

В подобных случаях при формальной постановке и решении рассматриваемых задач необходимо использовать векторный показатель эффективности (целевую функцию).

Чаще всего к решению таких задач применяют следующие методы:

- принятие одного из показателей в качестве обобщенного и учет остальных в виде ограничений;
- переход к обобщенному показателю путем аддитивной или мультипликативной свертки частных показателей;
- постановка исходной задачи в виде лексикографической задачи оптимизации и др.

Однако в общем случае рассматриваемая задача не имеет прямого аналитического решения. На практике оценка инвестиционных решений ведется по большому числу показателей, причем ранжирование альтернатив и формирование портфеля проектов осуществляется на основе различных методов.

Среди них на основе международной и отечественной практики следует выделить:

1. Метод выбора по Парето, когда наилучшим считается тот объект инвестиций, для которого нет ни одного объекта по показателям не хуже данного, а хотя бы по одному показателю лучше.

2. Метод выбора по Борца, при котором объекты инвестиций ранжируются по значениям каждого показателя в порядке убывания с присвоением соответствующего значения ранга, а затем подсчитывается суммарный ранг для каждого объекта инвестиций. Наилучшим считается объект с максимальным значением суммарного ранга.

3. Метод БОФа – метод сравнительной оценки альтернатив на их множестве по множеству показателей.

Если из портфеля проектов необходимо выбрать несколько лучших, общая сумма финансирования по которым соответствует инвестиционным возможностям инвестора, применяется правило выбора *по Парето*.

Согласно этому правилу лучшим является тот вариант, для которого нет другого варианта по всем показателям не хуже его, а хотя бы по одному показателю лучше.

Рассмотрим 5 проектов (А, В, С, Э, Е), сравниваемых по следующим основным показателям: чистому дисконтированному доходу (ЧДД); сроку окупаемости (СО); индексу доходности (ИД); внутренней норме доходности (ВНД); рентабельности инвестиций (РИ).

Значения показателей по каждому из проектов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Проекты	Значения показателей				
	ЧДД, тыс. дол.	ИД	ВНД, %	СО, лет	РИ, %
А	900	1,10	25	2,0	27
В	800	1,15	40	1,5	30
С	1000	1,20	30	1,8	35
Б	1010	1,25	20	1,0	25
Е	300	1,4	15	1,2	20

Результаты ранжирования проектов отражены в табл. 2.

Таблица 2

Ранги	ЧДД, тыс. дол.	ИД	ВНД, %	СО, лет	РИ, %
1	Э	Е	В	О	С
2	С	И	С	Е	В
3	А	С	А	В	А
4	В	В	О	С	О
5	Е	А	Е	А	Е

Для удобства рассмотрения составим таблицы предпочтений (правило Парето - табл.3), в которых попарно сравниваются все проекты. Например, для проекта В (обозначение в верхнем левом углу соответствующей таблицы) в клетку пересечения строки ЧДД и столбца С ставится «+», если значение ЧДД по проекту В больше, чем по проекту С, знак «—», если меньше, знак 0, если значения равны.

Таблица 3а

А	В	С	В	Е
ЧДД	+	-	-	+
ИД	-	-	-	-
ВНД	-	-	+	+
СО	-	-	-	-
ИР	-	-	+	+

Таблица 3б

С	А	В	Б	Е
ЧДД	+	+	-	+
ИД	+	+	-	-
ВНД	+	-	+	+
СО	+	-	-	-
ИР	+	+	+	+

Таблица 3в

Е	А	В	С	Д
ЧДД	-	-	-	-
ИД	+	+	+	+
ВНД	-	-	-	-
СО	+	+	+	-
ИР	-	-	-	-

Таблица 3г

В	А	С	Д	Е
ЧДД	-	-	-	+
ИД	+	-	-	-
ВНД	+	+	+	+
СО	+	+	-	-
ИР	+	-	+	+

Для удобства рассмотрения составим таблицы предпочтений (правило Парето – табл.3), в которых попарно сравниваются все проекты. Например, для проекта В (обозначение в верхнем левом углу соответствующей таблицы) в клетку пересечения

строки ЧДД и столбца С ставится «+», если значение ЧДД по проекту В больше, чем по проекту С, знак «—», если меньше, знак 0, если значения равны.

Таблица 3а

А	В	С	Д	Е
ЧДД	+	-	-	+
ИД	-	-	-	-
ВНД	-	-	+	+
СО	-	-	-	-
ИР	-	-	+	+

Таблица 3б

С	А	В	Б	Е
ЧДД	+	+	-	+
ИД	+	+	-	-
ВНД	+	-	+	+
СО	+	-	-	-
ИР	+	+	+	+

Таблица 3в

Е	А	В	С	В
ЧДД	-	-	-	-
ИД	+	+	+	+
ВНД	-	-	-	-
СО	+	+	+	-
ИР	-	-	-	-

Таблица 3г

В	А	В	С	Е
ЧДД	-	-	-	+
ИД	+	-	-	-
ВНД	+	+	+	+
СО	+	+	-	-
ИР	+	-	-	+

Таблица 3д

Д	А	В	С	Е
ЧДД	+	+	+	+
ИД	+	+	+	-
ВНД	-	-	-	+
СО	+	+	+	+
ИР	-	-	-	+

Следуя правилу выбора по Парето, выбирается (выигрывает у других вариантов) проект, у которого в таблице, составленной для него, нет ни одного столбца без знака «-». Наличие в таблице для проекта С столбца А, не имеющего ни одного знака «-», означает, что проект С превосходит проект А.

В рассматриваемом случае только для проекта А есть проект, имеющий преимущество, поэтому по правилу Парето для дальнейшего рассмотрения выбираются все проекты, кроме А.

Надо заметить, что алгоритм построения таблиц предпочтений не представляет никакой сложности для реализации на компьютере и это существенно упрощает применение правила на практике.

Правило выбора по Парето нередко дает больше вариантов, чем это необходимо. В таких случаях применяется более строгое правило выбора – правило выбора по **Борда**.

Согласно этому правилу варианты ранжируются по каждому показателю в порядке убывания с присвоением им соответствующих значений ранга. Затем подсчитывается суммарный ранг по каждому из проектов. Победителями процедуры выбора становятся проекты с максимальным значением суммарного ранга.

Для иллюстрации правила Борда вводится специальный столбец в таблице ранжирования проектов, значения в котором соответствуют рангу строки. Таким образом, проект, имеющий наилучшее значение по какому-то показателю, имеет по данному показателю ранг 5, а ранг 1 соответствует наихудшему значению.

Пусть, например, ранжирование проектов привело к результатам, отображенным в табл. 4.

Таблица 4

Ранги	ЧДД, тыс. дол.	ИД	ВНД, %	СО, лет	РИ, %
5	D	E	B	D	C
4	C	D	C	E	B
3	A	C	A	B	A
2	B	B	D	C	D
1	E	A	E	A	E

Составим таблицу рангов по всем проектам (табл.5).

Таблица 5

Проекты	ЧДД, тыс. дол	ИД	ВНД, %	СО, лет	РИ, %	Сумма
A	3	1	3	1	3	11
B	2	2	5	3	4	16
C	4	3	4	2	5	18
B	5	4	2	5	2	18
E	1	5	1	4	1	12

Наилучшими при выборе, согласно правилу Борда, являются варианты, набравшие наибольшее количество очков. Наибольшие суммы имеют 2 проекта – C и D которые и являются в рассматриваемом случае победителями выбора.

Как оказалось, однозначный вывод часто невозможен. В этой связи рассмотрим метод **БОФа (Метод Быстрова Олега Филаретовича)**.

Методику и алгоритм метода удобно рассмотреть на примере.

В табл. 6 приведены аналитические коэффициенты (показатели) по нескольким альтернативным проектам. Требуется оценить целесообразность выбора одного из них.

Таблица 6

Показатели	Проекты			
	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4
ЧПД	557,9	603,3**	561,0	356,8
ИП	1,46	1,5**	1,47	1,3
ВНР	22,7%	25%	27,1%**	25,3%
СО	4 года	4 года	3 года	2 года**
СНП	55%**	53,3%	45%	28,3%

\*\* Лучшие значения показателя

В данном случае проекты сравниваются по следующим показателям:

ЧПД – чистый приведенный доход;

СО – срок окупаемости;

ИП – индекс прибыльности;

ВНР – внутренняя норма рентабельности;

СНП – средняя норма прибыли на инвестиции.

Алгоритм решения данной задачи в общем случае имеет вид:

- 1) отобрать оптимальное количество показателей;
- 2) проранжировать показатели по важности в соответствии с личными предпочтениями лица, принимающего решения (ЛПР), и переписать их в порядке уменьшения значимости;
- 3) определить весовые коэффициенты каждого показателя и нормировать полученные результаты;
- 4) проранжировать проекты в соответствии с предпочтениями ЛПР по каждому показателю;
- 5) определить весовые коэффициенты сравниваемых проектов по каждому показателю и нормировать полученные результаты;
- 6) рассчитать значения обобщенного показателя для каждого проекта;
- 7) принять решение о выборе проекта по критерию наибольшего результата.

Вербальная постановка задачи сводится к следующему: с использованием исходных данных по проектам, приведенных в табл. 6, требуется провести сравнительный анализ проектов и по его результатам сделать выбор.

Алгоритм решения данной задачи предполагает выполнение следующих операций:

1. Ранжирование показателей по важности.

Каждый показатель кодируется буквенным символом  $W_i$  и в порядке уменьшения важности показателя записывается в таблицу ( $j$  – номер показателя в перечне).

Ранги показателей приведены в нижней строке таблицы  $R_j$ . Из табл. 7 следует, что самым важным показателем ЛПР признан ЧПД ( $R_j = 1$ ), следующим по важности признан ВНР ( $R_3 = 2$ ) и т.д.

Таблица 7

Ранг( $R_j$ )	Показатели ( $W_i$ )				
	ЧПД	ВНР	ИП	СО	СНП
	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$
	1	2	3	4	5

2. Определение весовых коэффициентов показателей и нормирование их значений.

Весовой коэффициент  $C_j$  для каждого  $j$ -го показателя определяется по формуле

$$C_j = 1 - \frac{R_j - 1}{M}; \quad j = \overline{1, M},$$

где  $M$  – число показателей.

Результаты расчета весовых коэффициентов

$$C_1 = 1 - \frac{1-1}{5} = 1; \quad C_2 = 1 - \frac{3-1}{5} = \frac{3}{5}; \quad C_3 = 1 - \frac{2-1}{5} = \frac{4}{5}; \quad C_4 = 1 - \frac{4-1}{5} = \frac{2}{5}; \quad C_5 = 1 - \frac{5-1}{5} = \frac{1}{5}.$$

Нормирование коэффициентов осуществляется по зависимости

$$\tilde{C}_j = \frac{C_j}{\sum_{m=1}^M C_m}.$$

После подстановки числовых значений получим

$$\tilde{C}_5 = \frac{1/5}{3} = \frac{1}{15}, \text{ поскольку } \tilde{C}_1 = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}; \quad \tilde{C}_2 = \frac{3/5}{3} = \frac{1}{5} = \frac{3}{15}; \quad \tilde{C}_3 = \frac{4/5}{3} = \frac{4}{15};$$

$$\tilde{C}_4 = \frac{2/5}{3} = \frac{2}{15}; \quad \sum_{j=1}^5 C_j = 1 + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 3.$$

Нормированные значения весовых коэффициентов занесем в табл. 8.

Таблица 8

$W_i$	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$
$\tilde{C}_j$	$\frac{5}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

3. Ранжирование проектов по каждому показателю. Заполняется таблица, в которой  $R_{ji}$  – ранг варианта проекта с номером  $j$  по показателю с номером  $i$ . Проекты соответственно обозначены  $B_1, B_2, B_3, B_4$  (табл. 9).

4. Определение весовых коэффициентов вариантов по каждому показателю.

Для определения весовых коэффициентов проектов по каждому показателю используется зависимость

Таблица 9

Показатели	Проекты			
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$W_1$	$R_{11} = 3$	1	2	4
$W_2$	3	1	2	4
$W_3$	4	3	1	2
$W_4$	3,5	3,5	2	1
$W_5$	1	2	3	4

$C_{ij} = 1 - \frac{R_{ij} - 1}{K}$ , где  $K$  – число сравниваемых вариантов. Результаты расчетов приведены в табл. 10.

Таблица 10

$C_{11} = 1 - \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4}$ $C_{12} = 1 - \frac{1-1}{4} = 1$ $C_{13} = 1 - \frac{2-1}{4} = \frac{3}{4}$ $C_{14} = 1 - \frac{4-1}{4} = \frac{1}{4}$	$C_{31} = 1 - \frac{4-1}{4} = \frac{1}{4}$ $C_{32} = 1 - \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4}$ $C_{33} = 1 - \frac{1-1}{4} = 1$ $C_{34} = 1 - \frac{2-1}{4} = \frac{3}{4}$	$C_{51} = 1 - \frac{1-1}{4} = 1$ $C_{52} = 1 - \frac{2-1}{4} = \frac{3}{4}$ $C_{53} = 1 - \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4}$ $C_{54} = 1 - \frac{4-1}{4} = \frac{1}{4}$
$C_{21} = 1 - \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4}$ $C_{22} = 1 - \frac{1-1}{4} = 1$ $C_{23} = 1 - \frac{2-1}{4} = \frac{3}{4}$ $C_{24} = 1 - \frac{4-1}{4} = \frac{1}{4}$	$C_{41} = 1 - \frac{3,5-1}{4} = \frac{3}{8}$ $C_{42} = 1 - \frac{3,5-1}{4} = \frac{3}{8}$ $C_{43} = 1 - \frac{2-1}{4} = \frac{3}{4}$ $C_{44} = 1 - \frac{1-1}{4} = 1$	

Нормирование полученных результатов проводится по формуле



$$\dot{C}_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sum_{k=1}^K C_{j,k}}$$

Результаты приведены в табл. 11

Таблица 11

$\dot{C}_{11} = \frac{2/4}{5/2} = \frac{4}{20}$ $\dot{C}_{12} = \frac{1}{5/2} = \frac{8}{20}$ $\dot{C}_{13} = \frac{3/4}{5/2} = \frac{6}{20}$ $\dot{C}_{14} = \frac{1/4}{5/2} = \frac{2}{20}$	$\dot{C}_{31} = \frac{1/4}{5/2} = \frac{2}{20}$ $\dot{C}_{32} = \frac{2/4}{5/2} = \frac{4}{20}$ $\dot{C}_{33} = \frac{1}{5/2} = \frac{8}{20}$ $\dot{C}_{34} = \frac{3/4}{5/2} = \frac{6}{20}$	$\dot{C}_{51} = \frac{1}{5/2} = \frac{8}{20}$ $\dot{C}_{52} = \frac{3/4}{5/2} = \frac{6}{20}$ $\dot{C}_{53} = \frac{2/4}{5/2} = \frac{4}{20}$ $\dot{C}_{54} = \frac{1/4}{5/2} = \frac{2}{20}$
$\dot{C}_{21} = \frac{2/4}{5/2} = \frac{4}{20}$ $\dot{C}_{22} = \frac{1}{5/2} = \frac{8}{20}$ $\dot{C}_{23} = \frac{3/4}{5/2} = \frac{6}{20}$ $\dot{C}_{24} = \frac{1/4}{5/2} = \frac{2}{20}$	$\dot{C}_{41} = \frac{3/8}{5/2} = \frac{3}{20}$ $\dot{C}_{42} = \frac{3/8}{5/2} = \frac{3}{20}$ $\dot{C}_{43} = \frac{3/4}{5/2} = \frac{6}{20}$ $\dot{C}_{44} = \frac{1}{5/2} = \frac{8}{20}$	

Рассчитанные результаты заносят в табл. 12.

Таблица 12

Показатели	Проекты			
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
W <sub>1</sub>	$\dot{C}_{11} = \frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{20}$
W <sub>2</sub>	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{20}$
W <sub>3</sub>	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$
W <sub>4</sub>	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{8}{20}$
W <sub>5</sub>	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$

5. Расчет значений обобщенного показателя по каждому варианту.

Расчет значений обобщенного показателя  $W_i$  по каждому проекту проводят по зависимостям

$$\bar{W}_i = \sum_{j=1}^M \hat{C}_{ji}$$

$$\hat{C}_{ji} = \tilde{C}_j \times \dot{C}_{ji}$$

Результаты расчета значений обобщенного показателя по проектам сводят в итоговую табл. 13.

Таблица 13

$B_i$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$W_i$	0,18	0,307	0,32	0,193

Рассмотренная методика позволяет по критерию наибольшего результата сделать выбор в пользу проекта  $B_3$  т.к. по обобщенному показателю он превышает значения показателей других проектов. Для наглядности результаты расчетов приведены в виде диаграммы.

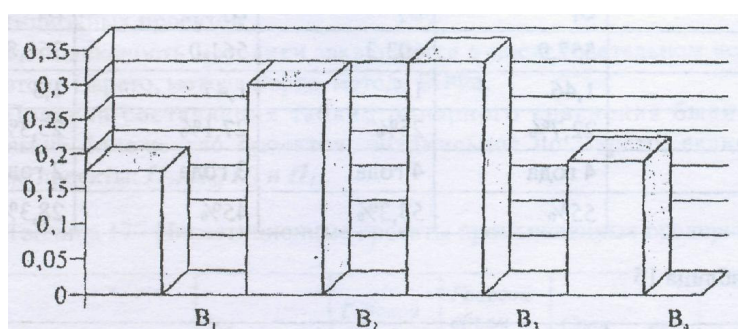


Рисунок 1

Заметим, что в рассмотренной методике для расчета весовых коэффициентов использовались лишь отношения порядка между анализируемыми показателями и проектами. Информация же о количественных соотношениях между значениями тех или иных показателей для различных вариантов не учитывалась. Очевидное преимущество данной методики, связанное с ее исключительной простотой, может привести к утрате полезной информации и вызванному им снижению достоверности полученного решения. При необходимости учета подобной информации нужно изменить порядок расчета коэффициентов  $C_{ji}$ . В этой ситуации могут иметь место два случая. В первом из них большие значения показателя  $W_j$  предпочтительнее меньших. Тогда

$$\dot{C}_{ji} = \frac{W_{ji}}{\sum_{k=1}^K W_{j,k}},$$

где  $W_{ji}$  – значение показателя с номером  $j$  для  $i$ -го варианта.

Во втором случае, когда меньшие значения  $W_{ji}$ , более предпочтительны, чем большие, формула для расчета  $C_{ji}$  примет вид

$$\dot{C}_{ji} = \frac{1/W_{ji}}{\sum_{k=1}^K 1/W_{j,k}}$$

В остальном методика остается прежней.

Проведенные расчеты приводят к следующим результатам:

Таблица 14

Показатели (j)	Проекты (i)			
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
W <sub>1</sub>	557,9	603,3	561,0	356,8
W <sub>2</sub>	1,46	1,5	1,47	1,3
W <sub>3</sub>	22,7%	25%	27,1%	25,3%
W <sub>4</sub>	4 года	4 года	3 года	2 года
W <sub>5</sub>	55%	53,3%	45%	28,3%

Таблица 15

Показатели (j)	Проекты (i)			
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
W <sub>1</sub>	0,268	0,29	0,27	0,172
W <sub>2</sub>	0,255	0,262	0,257	0,228
W <sub>3</sub>	0,227	0,25	0,271	0,253
W <sub>4</sub>	0,188	0,188	0,251	0,376
W <sub>5</sub>	0,303	0,294	0,248	0,156

Таблица 16

B <sub>i</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
$\overline{W}_1$	0,246	0,2604	0,264	0,231

Как видно из табл. 16, результат решения задачи в данном случае не изменился: по-прежнему расчеты свидетельствуют в пользу варианта 3. Вместе с тем в результате использования количественной информации, а не только отношений порядка между значениями показателей стало очевидным, что разница между проектами 2 и 3 незначительна. Следовательно, внимание инвестора заслуживают оба проекта.

## 2. Освоить комплексную методику оценки эффективности и сравнительного анализа проектов.

Перейдем от иллюстративной исследовательской задачи к демонстрации возможностей предлагаемой методики на реальном массиве инвестиционных проектов.

Имеется каталог инвестиционных проектов (табл. 1). С использованием комплексной методики произведем выбор лучших инвестиционных проектов.

Комплексность методики заключается в последовательном использовании метода Парето, метода Борда, метода БОФа.

Правила составления таблиц попарного сравнения были рассмотрены выше. Множество проектов, оптимальное по Парето, включает следующие проекты: П<sub>1</sub>, П<sub>5</sub>, П<sub>9</sub> и П<sub>13</sub>.

Таблица 1 – Инвестиционные проекты промышленных предприятий г. N

№ п/п	Название проекта	Объем инвестици й, млн. долл.	Годовой оборот проекта, млн. долл.	Годовой объем чистой прибыли, млн. долл.	Срок окупаемо сти проекта, лет	Риск потери инвестици й
		W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>
1	2	3	4	5	6	7
1.	Строительство завода по производству окиси этилена	33	26	7,8	5,5	Н
2.	Производство	1,138	8	1,3	1,69	В

№ п/п	Название проекта	Объем инвестици й, млн. долл.	Годовой оборот проекта, млн. долл.	Годовой объем чистой прибыли, млн. долл.	Срок окупаемо сти проекта, лет	Риск потери инвестици й
		$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$
1	2	3	4	5	6	7
	звукометрического комплекса					
3.	Производство комплекса изделий на основе металлокерамики	1,08	1,65	0,585	2,75	Н
4.	Реконструкции сборочно-монтажного производства	3	3,9	0.825	3,85	ОН
5.	Производство автомобиля реанимации «скорая помощь»	0,66	3	0,39	2,2	ОН
6.	Производство автомобильных прицепов	0,11	0,754	0,13	2,2	ОН
7.	Производство магистральных полуприцепов и рефрижераторной техники	9,1	20,4	2,6	6,5	Н
8.	Производство блочных мобильных сушилок	0,468	1,32	0,195	4,5	ОН
9.	Введение в эксплуатацию склада бестарного хранения муки	6,6	14,95	2,53	3,3	О
10.	Организация производства сухих завтраков	1,54	1,8	0,65	6,6	О
11.	Строительство мельзавода, крупозавода и элеватора	33	26	4,875	8,8	Н
12.	Реконструкция кондитерно-шоколадного производства	1,3	1,2	0,26	6,5	ОН
13.	Реконструкция фабрики по производству маргарина	2,4	27,5	4,602	0,66	Н
14.	Реконструкция цеха детского питания	0,54	1.729	0,11	5,5	О
15.	Создание цеха мороженого	0.77	2,52	0,77	5,5	Н
16.	Реконструкция цеха производства продуктов на основе соевых бобов	0.495	1.82	0,136	5,5	Н
17.	Создание предприятие по переработке отходов виноделия	0.455	1,152	0,26	2,6	ОН
18.	Техническое перевооружение предприятия «Полярная звезда»	1.2	3,3	0,325	4,4	В
19.	Производство пищевых и технических карригиналов	1.8	4,55	0,66	2,75	Н
20.	Производство пивобезалкогольной продукции	1,32	4,5	0,975	2,2	Н
21.	Реконструкция производства	1,1	5,2	0,585	2,75	В

№ п/п	Название проекта	Объем инвестици й, млн. долл.	Годовой оборот проекта, млн. долл.	Годовой объем чистой прибыли, млн. долл.	Срок окупаемо сти проекта, лет	Риск потери инвестици й
		$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$
1	2	3	4	5	6	7
	марочных и элитных вин					
22.	Разведение рыбы в прудах и производство рыбопосадочного материала	0.156	0,3	0,065	3,25	В

Примечание:  $W_5$  – показатель, значения (уровни) которого не отображаются в метрическом пространстве, т.е. он не имеет числовых значений. Уровни данного показателя:

- «О» – риск отсутствует;
- «ОН» – риск очень низкий;
- «Н» – риск низкий;
- «В» – риск высокий;
- «ОВ» – риск очень высокий;

Исходными данными для метода Борда являются результаты решения задачи по методу Парето. Для выбора лучшего проекта используем критерий наибольшего результата: тот проект лучше, которому соответствует большее число баллов (суммы рангов). Это проект  $P_{13}$ .

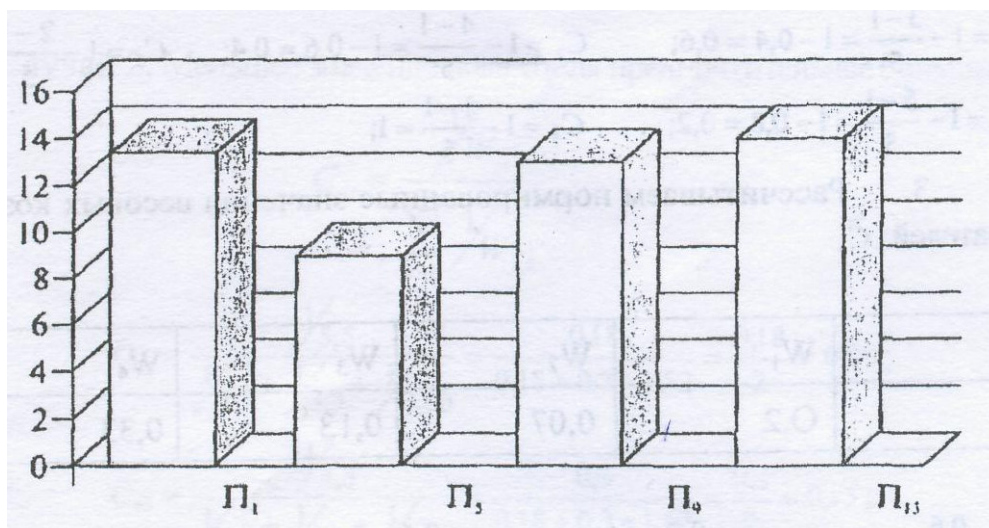
Решение задач по методу Парето

Проекты \ Показатели	$P_1$	$P_5$	$P_9$	$P_{13}$
$W_1$	33	0,66	6,6	2,4
$W_2$	26	3	15	27,5
$W_3$	7,8	0,39	2,53	4,602
$W_4$	5,5	2,2	3,3	0,66
$W_5$	Н	ОН	О	Н

Результаты ранжирование по методу Борда

Проекты \ Показатели	$P_1$	$P_5$	$P_9$	$P_{13}$
$W_1$	4	1	3	2
$W_2$	3	1	2	4
$W_3$	4	1	2	3
$W_4$	1	3	2	4
$W_5$	1,5	3	4	1,5
Сумма рангов	13,5	9	13	14,5

Для выявления остальных проектов, которые можно включить в инвестиционный портфель, построим столбиковую диаграмму. При этом каждому проекту будет соответствовать столбик суммы рангов.



Выше среднего значения оказались П<sub>1</sub> П<sub>9</sub> и П<sub>13</sub>. Исследуем данные проекты по методу БОФа.

Для анализа по данному методу остались три проекта:

Проекты \ Показатели	П <sub>1</sub>	П <sub>9</sub>	П <sub>13</sub>
W <sub>1</sub>	33	6,6	2,4
W <sub>2</sub>	26	14,95	27,5
W <sub>3</sub>	7,8	2,53	4,602
W <sub>4</sub>	5,5	3,3	0,66
W <sub>5</sub>	Н	О	Н

Ранжируем показатели по важности

W <sub>j</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>
R <sub>j</sub>	3	5	4	1	2

Примечание. Чем меньше ранг, тем важнее показатель.

2. Рассчитываем весовые коэффициенты показателей по формуле

W <sub>j</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>
C <sub>j</sub>	0,6	0,2	0,4	1	0,8

$C_1 = 1 - \frac{3-1}{5} = 1 - 0,4 = 0,6;$	$C_3 = 1 - \frac{4-1}{5} = 1 - 0,6 = 0,4;$	$C_5 = 1 - \frac{2-1}{5} = 1 - 0,2 = 0,8;$
$C_2 = 1 - \frac{5-1}{5} = 1 - 0,8 = 0,2;$	$C_4 = 1 - \frac{1-1}{5} = 1;$	

3. Рассчитываем нормированные значения весовых коэффициентов показателей:

$\tilde{C}_j$

$W_j$	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$
$\tilde{C}_j$	0,2	0,07	0,13	0,33	0,27

$$\tilde{C}_1 = \frac{0,6}{3} = 0,2; \quad \tilde{C}_2 = \frac{0,2}{3} = 0,07; \quad \tilde{C}_3 = \frac{0,4}{3} = 0,13; \quad \tilde{C}_4 = \frac{1}{3} = 0,33; \quad \tilde{C}_5 = \frac{0,8}{3} = 0,27;$$

Проверка:  $0,2 + 0,07 + 0,13 + 0,33 + 0,27 = 1$ , значит, операция нормирования выполнена правильно.

4. Рассчитываем весовые коэффициенты проектов по каждому показателю  $\tilde{C}_j$

Проекты \ Показатели	$\Pi_1$	$\Pi_9$	$\Pi_{13}$
$W_1$	33	6,6	2,4
$W_2$	26	14,95	27,5
$W_3$	7,8	2,53	4,602
$W_4$	5,5	3,3	0,66
$W_5$	Н	О	Н

4.1. Случай 1. Большее значение показателя предпочтительнее меньших, тогда используем формулу

$$\dot{C}_{ji} = \frac{W_{ji}}{\sum_i W_{ji}},$$

$$\dot{C}_{11} = \frac{33}{33 + 6,6 + 2,4} = \frac{33}{42} = 0,78;$$

$$\dot{C}_{19} = \frac{6,6}{33 + 6,6 + 2,4} = \frac{6,6}{42} = 0,16;$$

$$\dot{C}_{1,13} = \frac{2,4}{33 + 6,6 + 2,4} = \frac{2,4}{42} = 0,06;$$

$$\dot{C}_{21} = \frac{26}{33 + 6,6 + 2,4} = \frac{26}{42} = 0,38;$$

$$\dot{C}_{29} = \frac{14,95}{33 + 6,6 + 2,4} = \frac{14,95}{42} = 0,22.$$

4.2. Случай 2. Меньшее значение показателя предпочтительнее больших.

$$\dot{C}_{ji} = \frac{1/W_{ji}}{\sum_{k=1}^K 1/W_{j,k}},$$

$$\dot{C}_{41} = \frac{1/5,5}{1/5,5 + 1/3,3 + 1/0,66} = \frac{0,18}{0,18 + 0,3 + 1,52} = \frac{0,18}{2} = 0,09;$$

$$\dot{C}_{49} = \frac{1/3,3}{1/5,5 + 1/3,3 + 1/0,66} = \frac{0,3}{0,18 + 0,3 + 1,52} = \frac{0,3}{2} = 0,15;$$

$$\dot{C}_{4,13} = \frac{1/0,66}{1/5,5 + 1/3,3 + 1/0,66} = \frac{1,52}{0,18 + 0,3 + 1,52} = \frac{1,52}{2} = 0,76.$$

4.3. Случай 3. Значение показателя в метрической шкале не выражается.

4. 3.1. Ранжируем проекты по показателю W

$W_{5i}$	$W_{5,1}$	$W_{5,9}$	$W_{5,13}$
$R_{5i}$	2,5	1	2,5

Примечание. Проекты 1 и 13 разделили 2-е и 3-е места:  $\frac{2+3}{2} = 2,5$ .

4.3.2. Рассчитываем весовые коэффициенты проектов по  $W_5$ .

$$C_{5i} = \frac{1 - (R_{5i} - 1)}{K},$$

$$C_{51} = \frac{1 - (2,5 - 1)}{3} = 1 - 0,5 = 0,5;$$

$$C_{59} = \frac{1 - (1 - 1)}{3} = 1 - 0 = 1;$$

$$C_{5,13} = \frac{1 - (2,5 - 1)}{3} = 1 - 0,5 = 0,5;$$

$$\sum_i^3 C_{5i} = 2.$$

4.3.3. Пронормируем весовые коэффициенты по 5-му показателю

$$\dot{C}_{51} = \frac{0,5}{2} = 0,25; \quad \dot{C}_{59} = \frac{1}{2} = 0,5; \quad \dot{C}_{5,13} = \frac{0,5}{2} = 0,25.$$

В итоге имеем:

Проекты \ Показатели	$\Pi_1$	$\Pi_9$	$\Pi_{13}$
$W_1$	0,78	0,16	0,06
$W_2$	0,38	0,22	0,4
$W_3$	0,52	0,17	0,31
$W_4$	0,09	0,15	0,76
$W_5$	0,25	0,5	0,25

4. Рассчитаем значения обобщенного показателя для каждого проекта

$$W_i = \sum_j (\tilde{C}_j \cdot \dot{C}_{ji}),$$

$$\overline{W}_1 = 0,2 \times 0,78 + 0,07 \times 0,38 + 0,13 \times 0,52 + 0,33 \times 0,09 + 0,27 \times 0,25 = 0,15 + 0,03 + 0,07 + 0,03 + 0,07 = 0,5;$$

$$\overline{W}_9 = 0,2 \times 0,16 + 0,07 \times 0,22 + 0,13 \times 0,17 + 0,33 \times 0,15 + 0,27 \times 0,5 = 0,03 + 0,01 + 0,02 + 0,05 + 0,14 = 0,25;$$

$$\overline{W}_{13} = 0,2 \times 0,06 + 0,07 \times 0,04 + 0,13 \times 0,31 + 0,33 \times 0,76 + 0,27 \times 0,25 = 0,01 + 0,03 + 0,04 + 0,25 + 0,07 = 0,4;$$

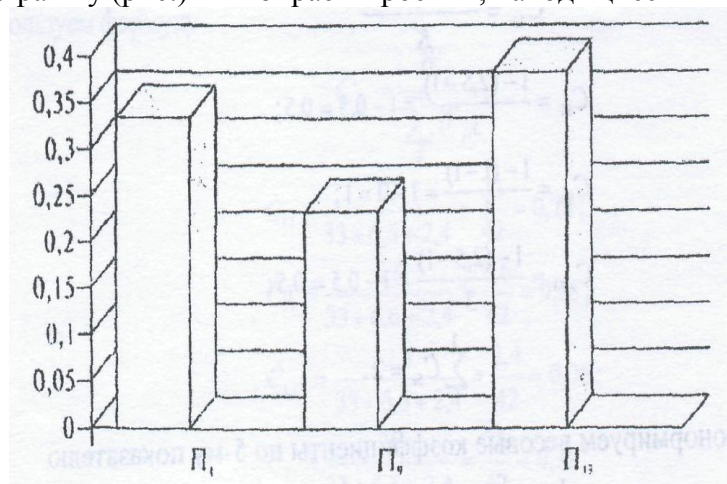
$$\text{Проверка: } \sum \overline{W}_i = 1$$



Среднее значение  $W_i = \frac{0,35 + 0,25 + 0,4}{3} = 0,33$ .

С использованием критерия наибольшего результата выбираем лучший проект. Это проект № 13 «Реконструкция фабрики по производству маргарина».

Строим диаграмму (рис.) и выбираем проекты, находящиеся выше средней линии.



Таким образом, в портфель проектов включаем проект №. 1 «Строительство завода по производству окиси этилена» и проект № 13 «Реконструкция фабрики по производству маргарина».