

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра «Финансы и кредит»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ**

Направление подготовки Финансы и кредит

Магистерская программа «Инвестиционный менеджмент»

Форма обучения очная

Оренбург 2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Организация самостоятельной работы	3
2.	Методические рекомендации по самостоятельному изучению вопросов	4
3.	Методические рекомендации по подготовке к занятиям	8

1. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1. Организационно-методические данные дисциплины

№ п.п .	Наименование темы	Общий объем часов по видам самостоятельной работы (из табл. 5.1 РПД)				
		подготовка курсового проекта (работы)	подгото- вка рефера- та/эссе	индивиду- альные до- машние задания (ИДЗ)	самосто- тельное изучение вопросов (СИВ)	подго- твка к заняти- ям (ПкЗ)
1	2	3	4	5	6	7
1	Классификация подходов, используемых в моделировании на финансовых рынках	-	-	-	7	7
2	Корреляционные и регрессионные модели на финансовых рынках	-	-	-	7	7
3	Оптимизационные модели	-	-	-	6	6
4	Равновесные модели	-	-	-	7	7
5	Факторные модели	-	-	-	7	7
6	Модель определения «стоимости под риском» (VAR-модель)	-	-	-	6	6

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ ВОПРОСОВ

2.1 Основные методы технического анализа на финансовых рынках

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Основными методами технического анализа являются:

1. Оценка уровней поддержки и сопротивления.
2. Построение трендов, линий поддержки и сопротивления трендов.
3. Определение скользящих средних, схождения-расхождения скользящих средних.
4. Построение осцилляторов, конвертов и границ Боллинджера.
5. Построение индикаторов, включающих объем торгов.
6. Волны Элиота и представления Ганна.
7. Уровни Фибоначчи.
8. Комбинации японских свечей

2.2 Основы фундаментального анализа на финансовых рынках

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Основными методами фундаментального анализа являются:

1. Прогнозирование в направлении «сверху-вниз» и «снизу-вверх».
2. Вероятностное прогнозирование.
3. Эконометрические модели.
4. Анализ финансовой отчетности.

2.3 Подход Марковица к формированию оптимального портфеля и принятые им допущения.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Подход Марковица начинается с предположения, что инвестор в настоящий момент времени имеет конкретную сумму денег для инвестирования. Эти деньги будут инвестированы на определенный промежуток времени, который называется периодом владения (holding period). В конце периода владения инвестор продает ценные бумаги, которые были куплены в начале периода, после чего либо использует полученный доход на потребление, либо реинвестирует доход в различные ценные бумаги (либо делает то и другое одновременно).

Подход Марковица к принятию решения дает возможность адекватно учесть обе эти цели. Следствием наличия двух противоречивых целей является необходимость проведения диверсификации с помощью покупки не одной, а нескольких ценных бумаг.

Модель основана на том, что показатели доходности различных ценных бумаг взаимосвязана: с ростом доходности одних бумаг наблюдается одновременный рост по другим бумагам, третьи остаются без изменения, а по четвертым наоборот доходность снижается. Такой вид зависимости не является детерминированным, т.е. однозначно определенным, а стохастическим и называется корреляцией.

Модель Марковица рационально использовать при стабильном состоянии фондового рынка, когда желательно сформировать портфель из ценных бумаг различного характера, принадлежащих различным отраслям. Основной недостаток модели Марковица - ожидаемая доходность ценных бумаг принимается равной средней доходности по данным прошлых периодов. Поэтому модель Марковица рационально использовать при стабильном состоянии фондового рынка, когда желательно сформировать портфель из ценных бумаг различного характера, имеющих более или менее продолжительный срок жизни на фондовом рынке.

2.4 Линия рынка капитала CML (Capital Market Line). Графическая интерпретация CML

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

В CAPM зависимость между риском и ожидаемой доходностью графически можно описать с помощью линии рынка капитала (Capital Market Line — CML). М — это рыночный портфель, r_f — актив без риска; $r_f L$ — линия рынка капитала; σ — риск рыночного портфеля; $E(r_M)$ — ожидаемая доходность рыночного портфеля. Все возможные оптимальные (эффективные) портфели, т. е. портфели, которые включают в себя рыночный портфель М, расположены на линии $r_f L$. Она проходит через две точки — r_f и М. Таким образом, линия рынка капитала является касательной к эффективной границе. Все другие портфели, в которые не входит рыночный портфель, располагаются ниже линии $r_f L$. CML поднимается вверх слева направо и говорит о том, что если портфель имеет более высокий риск, то он должен предлагать инвестору и более высокую ожидаемую доходность, и если вкладчик желает получить более высокую ожидаемую доходность, он должен согласиться на более высокий риск. Наклон CML следует рассматривать как вознаграждение (в единицах ожидаемой доходности) за каждую дополнительную единицу риска, которую берет на себя вкладчик. Когда вкладчик приобретает актив без риска, он обеспечивает себе доходность на уровне ставки без риска r_f . Если он стремится получить более высокую ожидаемую доходность, то должен согласиться и на некоторый риск. Ставка без риска является вознаграждением за время, т. е. деньги во времени имеют ценность. Дополнительная доходность, получаемая инвестором сверх ставки без риска, есть вознаграждение за риск.

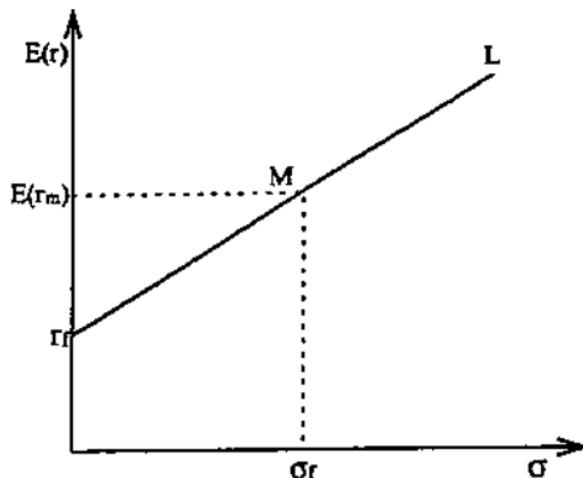


Рис. 1 - Линия рынка капитала (Capital Market Line — CML).

Таким образом, вознаграждение лица, инвестировавшего свои средства в рыночный портфель, складывается из ставки r_f , которая является вознаграждением за время, и премии за риск в размере $E(r_M) - r_f$. Другими словами, на финансовом рынке его участники утоговывают между собой цену времени и цену риска. CML представляет собой прямую линию. Уравнение прямой можно представить следующим образом: $y = a + bx$ где: a — значение ординаты в точке пересечения ее с линией CML, оно соответствует ставке без риска r_f , b — угол наклона CML. Угол наклона определяется как отношение изменения значения функции к изменению аргумента.

2.5 Уравнение ценообразования и графическая интерпретация модели АРТ

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

Теория арбитражного ценообразования (Arbitrage Pricing Theory, APT). Главным предположением модели АРТ является то, что каждый инвестор стремится использовать возможность увеличения доходности своего портфеля без увеличения риска. АРТ исходит также из предположения, что доходности ценной бумаги описываются факторной моделью, но не идентифицируются сами факторы.

Арбитраж – это получение безрисковой прибыли путем использования разных цен на одинаковые продукцию или ценные бумаги. Арбитражный портфель должен иметь чистую рыночную стоимость, равную 0, нулевую чувствительность к каждому фактору и положительную ожидаемую доходность.

Уравнение ценообразования в модели АРТ описывает линейную зависимость между ожидаемыми доходностями и чувствительностями ценных бумаг:

$$\bar{r}_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_i$$

где λ_0 и λ_1 являются константами. Это уравнение является уравнением ценообразования для финансового актива в модели АРТ, когда доходы генерируются одним фактором.

Графическая интерпретация модели АРТ. Любая ценная бумага, для которой ожидаемая доходность и чувствительность к фактору лежат вне прямой линии, будет, по теории АРТ, неправильно оцененной бумагой, что предоставит инвестору возможность сформировать арбитражный портфель. Примером подобной бумаги является ценная бумага B . Если инвестор купит ценную бумагу B и продаст ценную бумагу S на равные суммы, то тем самым он сформирует арбитражный портфель. Как такое может быть?

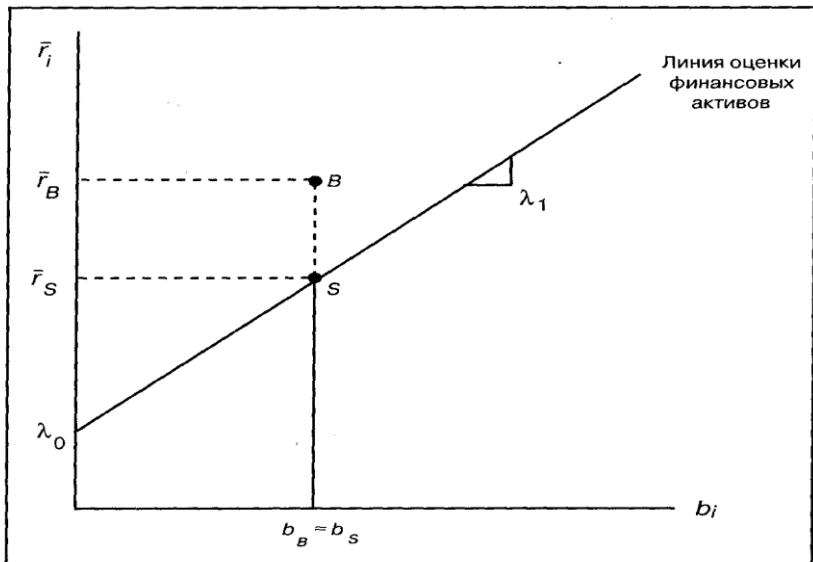


Рисунок 2 - Линия оценки финансовых активов в модели APT

Во-первых, продавая некоторое количество бумаг S для оплаты покупки бумаг B , инвестор не прибегает к новым фондам.

Во-вторых, поскольку ценные бумаги B и S обладают одинаковыми чувствительностями к фактору, то продажа бумаг S и покупка бумаг B приведут к формированию портфеля, нечувствительного к фактору. Таким образом, арбитражный портфель будет обладать положительной ожидаемой доходностью, потому что ожидаемая доходность ценной бумаги B больше, чем ожидаемая доходность ценной бумаги S . В результате покупок инвесторами бумаги B ее цена будет повышаться и, следовательно, ее ожидаемая доходность

будет понижаться до тех пор, пока точка, соответствующая характеристикам ценной бумаги B , не окажется на линии оценки финансовых активов модели APT.

2.6 Линия рынка ценной бумаги SML (Security Market Line). Графическая интерпретация SML.

При изучении вопроса необходимо обратить внимание на следующие особенности.

CML показывает соотношение риска и доходности для эффективных портфелей, но ничего не говорит о том, как будут оцениваться неэффективные портфели или отдельные активы. На этот вопрос отвечает линия рынка актива (Security Market Line - SML). SML является главным итогом CAPM. Она говорит о том, что в состоянии равновесия ожидаемая доходность актива равна ставке без риска плюс вознаграждение за рыночный риск, который измеряется величиной бета. SML изображена на рис. 3.

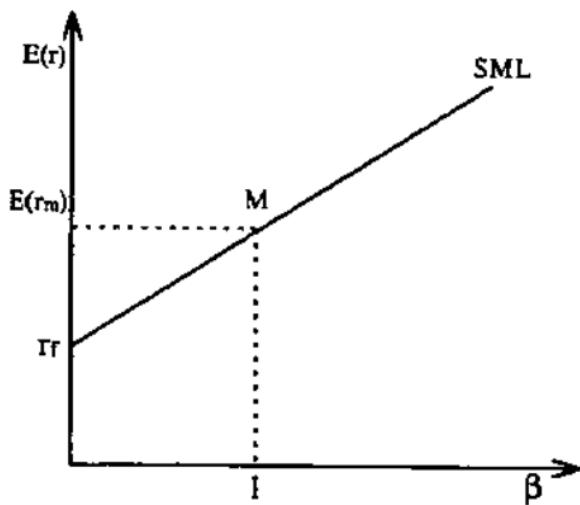


Рис. 3 - Линия рынка актива (Security Market Line - SML)

Она представляет собой прямую линию, проходящую через две точки, координаты которых равны $[r_f; 0]$ и $[E(r_m); 1]$. Таким образом, зная ставку без риска и ожидаемую доходность рыночного портфеля, можно построить SML. В состоянии равновесия рынка ожидаемая доходность каждого актива и портфеля, независимо от того, эффективный он или нет, должна располагаться на SML. Следует еще раз подчеркнуть, что если на CML находятся только эффективные портфели, то на SML располагаются как широко диверсифицированные, так и неэффективные портфели и отдельные активы. Ожидаемую доходность актива (портфеля) определяют с помощью уравнения SML.

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_i \times (\bar{r}_M - r_f)$$

Где

\bar{r}_i - ожидаемая доходность рискованных активов i -го вида

r_f - доходность безрискового актива (является заранее известной)

β_i - коэффициент-»бета» активов i -го вида

\bar{r}_M - ожидаемая доходность рыночного портфеля

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ

3.1 Лекция 1 (Л-1) Классификация подходов, используемых в моделировании на финансовых рынках

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1 Статистическое моделирование

В практике моделирования систем наиболее часто приходится иметь дело с объектами, которые в процессе своего функционирования содержат элементы стохастичности или подвергаются стохастическим воздействиям внешней среды. Поэтому основным методом получения результатов с помощью имитационных моделей таких стохастических систем является метод статистического моделирования на ЭВМ, использующий в качестве теоретической базы предельные теоремы теории вероятностей.

Большинство экономико-математических моделей являются статистическими. В частности, статистическими первоначально были модели межотраслевого баланса, разнообразные модели, сводимые к транспортной задаче и распределительной задаче линейного программирования, к задачам о потоках в сетях и т. д. Впоследствии для всех этих моделей были разработаны динамические аналоги и обобщения. Однако усложнение далеко не всегда оказывается продуктивным даже в тех случаях, когда динамический аспект моделируемой системы небезразличен для цели моделирования.

В статистических моделях можно выделить группу макроэкономических моделей. К ним относятся модели народно-хозяйственного уровня, которые предназначены для описания больших секторов экономики или экономики страны в целом.

В целом, разработанные к настоящему времени математические модели народного хозяйства можно условно разбить на две большие группы: модели экономического роста (часто это динамические модели); межотраслевые балансовые модели.

2 Корреляционные и регрессионные модели

Корреляционно-регрессионный анализ используется для исследования форм связи, устанавливающих количественные соотношения между случайными величинами изучаемого процесса. В социально-экономическом прогнозировании этот метод применяют для построения условных прогнозов и прогнозов, основанных на оценке устойчивых причинно-следственных связей.

В зависимости от количества исследуемых переменных различают парную и множественную корреляцию.

Парная корреляция — корреляционные связи между двумя переменными. Примерами парной корреляции могут служить зависимости между уровнем образования и производительностью труда, между ценой товара и спросом на него, между качественными параметрами товара и ценой.

Множественная корреляция — корреляционные взаимосвязи между несколькими переменными. В качестве ее примеров можно привести зависимость спроса на товар от цены, уровня доходов населения, расходов на рекламу; зависимость объема выпускаемой продукции от размера инвестиций, технического уровня оборудования, численности занятых в процессе производства. Примером использования корреляционной зависимости для прогнозирования и принятия управленческих решений могут служить кривые спроса и предложения, на основе которых строятся модели, описывающие последствия изменения цен.

3 Оптимизационные модели

Оптимальная или оптимизационная модель [optimization model] — экономико-математическая модель, которая охватывает некоторое число вариантов (технологических способов) производства, распределения или потребления и предназначена для выбора та-

ких значений переменных, характеризующих эти варианты, чтобы был найден лучший из них.

В отличие от дескриптивной (описательной, балансовой) модели оптимизационная модель содержит наряду с уравнениями, описывающими взаимосвязи между переменными, также критерий для выбора — функционал (или, что то же, целевую функцию).

Оптимизационные модели — основной инструмент экономико-математических методов. Обычно они очень сложны, насчитывают сотни и тысячи уравнений и переменных. Но общая структура таких моделей проста. Она состоит из целевой функции, способной принимать значения в пределах области, ограниченной условиями задачи (области допустимых решений), и ограничений, характеризующих эти условия.

Оптимизационная модель — основа для решения оптимальных или оптимизационных задач.

4 Равновесные модели

Экономико-математическое моделирование является важным направлением исследования финансового рынка, позволяющим анализировать связи между его структурными элементами, выявлять новые тенденции, делать прогнозы динамики цен финансовых активов. К настоящему времени накоплен большой опыт моделирования как финансового рынка в целом, так и его отдельных сегментов.

Основное внимание уделено анализу макроэкономических моделей функционирования финансового рынка. Макроэкономические модели дают возможность изучать вклад финансового рынка в общее равновесие экономической системы.

Многие исследователи финансового рынка увидели причину неудач традиционного моделирования в особенностях динамики финансовых показателей. В частности, значительный размах колебаний доходности финансовых активов указывал на то, что происходящие на финансовом рынке процессы не представляли собой случайного блуждания, как это ранее предполагалось. Соответственно, вероятность изменений цен финансовых активов не описывалась как нормальное распределение, изображаемое на графике в виде колокола. Исследования показали, что для процесса формирования цен финансовых активов характерны значительные и резкие изменения. Поэтому его график в отличие от графика нормального распределения находится выше оси абсцисс, и его боковые линии не стремятся к этой оси.

5 Факторные модели

В факторных моделях предполагается, что доходность ценной бумаги реагирует на изменения различных факторов.

Факторная модель представляет собой попытку учесть основные экономические силы, систематически воздействующие на курсовую стоимость всех ценных бумаг. При построении факторной модели неявно предполагается, что доходности по двум ценным бумагам коррелированы (т.е. изменяются согласованно) только за счет общей реакции на один или более факторов, определенных в этой модели.

На практике все инвесторы явно или неявно применяют факторные модели. Это связано с тем, что невозможно рассматривать взаимосвязь каждой ценной бумаги с каждой другой по отдельности.

Поэтому факторные модели дают необходимый уровень абстрактности. Они предлагаются инвестиционным менеджерам метод, позволяющий выделить в экономике важные факторы и оценить, насколько различные ценные бумаги и портфели инвестиций чувствительны к изменениям этих факторов.

6 Сценарное моделирование

Сценарное моделирование - это один из наиболее эффективных системных инструментов стратегического менеджмента вообще и стратегического анализа в частности. Одновариантные прогнозы, как правило, довольно жестко задавали по существу единств-

венную траекторию будущего развития организации. На практике они очень часто оказывались ошибочными.

Поэтому при сценарном подходе для конкретной организации стали разрабатывать несколько примерно одинаково вероятных, но значимо контрастных вариантов будущего развития ее внешней среды. Они были инструментами именно корпоративной стратегии, и в них делался акцент как раз на тех позициях, которые являлись значимыми для менеджеров организации при принятии стратегических решений.

Задача сценарного метода - выработать некоторое общее понимание в коммерческой организации, которое позволит ее персоналу согласованно действовать для достижения главных стратегических целей организации.

Метод сценариев позволяет совместить исследование чувствительности результирующего показателя с анализом вероятностных оценок его отклонений.

7 Симуляционные модели

В современной литературе не существует единой точки зрения по вопросу о том, что понимать под симуляционным (имитационным) моделированием.

К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;
- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;
- необходимо сымитировать поведение системы во времени.

Цель имитационного моделирования состоит в воспроизведении поведения исследуемой системы на основе результатов анализа наиболее существенных взаимосвязей между ее элементами или другими словами - разработке симулятора (англ. *simulation modeling*) исследуемой предметной области для проведения различных экспериментов.

Имитационное моделирование позволяет имитировать поведение системы во времени. Имитационное моделирование (часто его называют методом Монте-Карло) может использоваться как один из методов оценки риска инвестиционных проектов. Он представляет собой серию численных экспериментов, призванных получить эмпирические оценки степени влияния различных факторов на некоторые зависящие от них результаты.

Результаты имитационного эксперимента могут быть дополнены статистическим анализом, а также использоваться для построения прогнозных моделей и сценариев.

3.2 Лекция № 2 (Л-2) Корреляционные и регрессионные модели на финансовых рынках

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. Корреляционный анализ взаимосвязей объектов на рынках ценных бумаг.

Многие трейдеры имеют в своём торговом арсенале различные варианты стратегий, основанных на корреляции ценных бумаг. Во множестве случаев, между различными рынками действительно существуют взаимосвязи, но в основном нелинейного характера.

Если каждому значению одной переменной соответствует определённое условное распределение другой переменной, то такая зависимость называется статистической. Если каждому значению одной переменной соответствует определённое условное математическое ожидание (среднее значение) другой, то такая зависимость называется корреляционной. Если каждому изменению одной переменной однозначно соответствует определённое значение другой величины, то такая зависимость называется функциональной.

Каждая корреляционная зависимость является статистической, но не каждая статистическая зависимость является корреляционной.

Когда необходимо дать количественную оценку степени связи между величинами, то используется коэффициент корреляции R . Для измерения корреляции величин с количественной шкалой необходимо использовать коэффициент корреляции Пирсона. Если по

меньшей мере одна из двух величин имеет порядковую шкалу, либо не является нормально распределённой, необходимо использовать ранговую корреляцию Спирмена.

Значение коэффициента меняется от -1 до $+1$. Положительные значения r указывают на линейную связь, при которой увеличение одной переменной связано с увеличением другой переменной, но не на наличие причинно-следственной связи. Отрицательные значения r указывают на линейную связь, при которой увеличение одной переменной связано с уменьшением другой, но не на наличие причинно-следственной связи. Нулевое значение показывает, что линейная корреляционная связь отсутствует, а линии регрессии параллельны осям координат.

2 Регрессионные модели.

Для описания взаимосвязей между экономическими переменными в статистике также используют методы регрессии. Основной задачей регрессионного анализа является установление формы зависимости между переменными.

Регрессия — величина, выражающая зависимость среднего значения случайной величины Y от значений случайной величины X . Регрессионные модели (трендовые модели, факторные модели, устанавливающие зависимость конъюнктуры финансового рынка от фундаментальных факторов).

Парная регрессия позволяет предсказывать одну переменную на основании другой с использованием прямой линии, характеризующей взаимосвязь между этими двумя переменными. Переменную, поведение которой прогнозируется, принято обозначать буквой Y ; переменную, которая используется для такого прогнозирования, принято обозначать буквой X . Очень важно, что определяется как X , а что как Y , поскольку X предсказывает Y , и Y предсказывается с помощью X .

В факторных моделях на рынке ценных бумаг предполагается, что доходность ценных бумаг реагирует на изменения различных факторов. В случае рыночной модели предполагается, что имеется только один фактор — доходность рыночного индекса.

3 Модели многофакторной корреляции.

В подавляющем большинстве реальных экономических задач приходится рассматривать данные более чем об одном факторе. Прогнозирование единственной переменной Y на основании двух или нескольких переменных X называется множественной регрессией.

Можно полагать, что изменения в ожиданиях относительно будущего состояния экономики имеют очень большое влияние на доходности большинства ценных бумаг.

Можно выделить несколько факторов, оказывающих влияние на все сферы экономики.

1. Темпы прироста валового внутреннего продукта.
2. Уровень процентных ставок.
3. Уровень цен на нефть и т.д.

В отличие от однофакторных моделей многофакторная модель доходности ценных бумаг, учитывающая эти различные воздействия, может быть более точной.

4 Авторегрессионные модели оценки рыночного риска.

Авторегрессионная (AR-) модель (autoregressive model) — модель временных рядов, в которой значения временного ряда в данный момент линейно зависят от предыдущих значений этого же ряда. Она основана на понятии «Память рынка». Под памятью рынка понимается глубина ретроспективных данных, которые влияют на текущий курс. Чем глубже «память рынка», тем больший объем информации оказывает существенное влияние на движение цены, тем более, инертной становится цена. Для расчета «памяти рынка» используют автокорреляционную функцию (АКФ).

Автокорреляция первого порядка характеризует тесноту связи между соседними значениями временного ряда, автокорреляция второго порядка — между отстоящими друг от друга на два периода и т.д. И вообще, автокорреляция n -го порядка относится к степени связанныности откликов, разнесенных на n периодов.

Для построения надежного прогноза потребуется выбрать лучшую модель из многих авторегрессионных, и определение порядка этой лучшей модели часто оказывается нетривиальной задачей, включающей расчет статистических характеристик многих построенных моделей и нахождение хрупкого баланса между относительной простотой моделей низких порядков и игнорированием в этих моделях некоторых тонких взаимодействий между факторами, которые могут быть учтены только в более сложных моделях.

Рыночный риск (англ. market risk) - это риск снижения стоимости активов вследствие изменения рыночных факторов. Рыночный риск имеет макроэкономическую природу, то есть источниками рыночных рисков являются макроэкономические показатели финансовой системы - индексы рынков, кривые процентных ставок и т.д.

Существуют различные методы оценки рыночного риска.

3.3 Лекция № 3 (Л-3) Оптимизационные модели

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1 Проблема выбора инвестиционного портфеля

В 1952 г. Гарри Марковиц опубликовал фундаментальную работу, которая является основой подхода к инвестициям с точки зрения современной теории формирования портфеля. Подход Марковица начинается с предположения, что инвестор в настоящий момент времени имеет конкретную сумму денег для инвестирования.

Марковиц утверждает, что инвестор должен основывать свое решение по выбору портфеля исключительно на ожидаемой доходности и стандартном отклонении. Это означает, что инвестор должен оценить ожидаемую доходность и стандартное отклонение каждого портфеля, а затем выбрать «лучший» из них, основываясь на соотношении этих двух параметров. Интуиция при этом играет определяющую роль. Ожидаемая доходность может быть представлена как мера потенциального вознаграждения, связанная с конкретным портфелем, а стандартное отклонение - как мера риска, связанная с данным портфелем. Таким образом, после того, как каждый портфель был исследован в смысле потенциального вознаграждения и риска, инвестор должен выбрать портфель, который является для него наиболее подходящим.

2 Кривые безразличия

Метод, который будет применен для выбора наиболее желательного портфеля, использует так называемые кривые безразличия. Эти кривые отражают отношение инвестора к риску и доходности и, таким образом, могут быть представлены как двухмерный график, где по горизонтальной оси откладывается риск, мерой которого является стандартное отклонение, а по вертикальной оси - вознаграждение, мерой которого является ожидаемая доходность.

На графиках кривых безразличия гипотетического инвестора каждая кривая линия отображает одну кривую безразличия инвестора и представляет все комбинации портфелей, которые обеспечивают заданный уровень желаний инвестора. Отсюда следует первое важное свойство кривых безразличия: все портфели, лежащие на одной заданной кривой безразличия, являются равноценными для инвестора. Следствием этого свойства является тот факт, что кривые безразличия не могут пересекаться. Это приводит ко второму важному свойству кривых безразличия: инвестор будет считать любой портфель, лежащий на кривой безразличия, которая находится выше и левее, более привлекательным, чем любой портфель, лежащий на кривой безразличия, которая находится ниже и правее.

Каждый инвестор имеет график кривых безразличия, представляющих его выбор ожидаемых доходностей и стандартных отклонений. Это означает, что инвестор должен определить ожидаемую доходность и стандартное отклонение для каждого потенциально-го портфеля, нанести их на график и затем выбрать один портфель, который лежит на кривой безразличия, расположенной выше и левее относительно других кривых.

3 Вычисление ожидаемых доходностей и стандартных отклонений портфелей

Инвестор должен оценить все альтернативные портфели с точки зрения их ожидаемых доходностей и стандартных отклонений, используя кривые безразличия и опираясь на следующие заключения.

1. Подход Марковица к проблеме выбора портфеля предполагает, что инвестор старается решить две проблемы: максимизировать ожидаемую доходность при заданном уровне риска и минимизировать неопределенность (риск) при заданном уровне ожидаемой доходности.

2. Ожидаемая доходность служит мерой потенциального вознаграждения, связанного с портфелем. Стандартное отклонение рассматривается как мера риска портфеля.

3. Кривая безразличия представляет собой различные комбинации риска и доходности, которые инвестор считает равноценными.

4. Предполагается, что инвесторы рассматривают любой портфель, лежащий на кривой безразличия выше и левее, как более ценный, чем портфель, лежащий на кривой безразличия, проходящей ниже и правее.

5. Предположение о ненасыщаемости и избегании риска инвестором выражаются в том, что кривые безразличия имеют положительный наклон и выпуклы.

6. Ожидаемая доходность портфеля является средневзвешенной ожидаемой доходностью ценных бумаг, входящих в портфель. В качестве весов служат относительные пропорции ценных бумаг, входящих в портфель.

7. Ковариация и корреляция измеряют степень согласованности изменений значений двух случайных переменных. Стандартное отклонение портфеля зависит от стандартных отклонений и пропорций входящих в портфель ценных бумаг и, кроме того, от ковариаций их друг с другом.

4 Выбор оптимального портфеля

Инвестор выберет свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых:

1. Обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска.

2. Обеспечивает минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.

Набор портфелей, удовлетворяющих этим двум условиям, называется эффективным множеством или эффективной границей. Достижимое множество представляет собой все портфели, которые могут быть сформированы из группы в N ценных бумаг. Это означает, что все возможные портфели, которые могут быть сформированы из N ценных бумаг, лежат либо на границе, либо внутри достижимого множества. В общем случае, данное множество будет иметь форму типа зонта. В зависимости от используемых ценных бумаг, оно может быть больше смещено вправо или влево, вверх или вниз.

Существуют различные решения данных проблем, начиная с аккуратной проверки вводимой информации и кончая введением ограничений на максимальный оборот и минимальную ликвидность. Тем не менее ничто не может заменить прогноз квалифицированного специалиста о доходности и риске ценных бумаг, основанный на правильном применении понятия рыночного равновесия.

5 Модель Марковица

Классическая формулировка проблемы выбора портфеля относится к инвестору, который должен выбрать из эффективного множества портфель, представляющий собой оптимальную комбинацию ожидаемой доходности и стандартного отклонения, исходя из предпочтений инвестора относительно риска и доходности. На практике, однако, это описание неадекватно характеризует ситуацию, с которой сталкивается большинство организаций, управляющих деньгами институциональных инвесторов.

Определенные типы институциональных инвесторов, такие, как, например, пенсионные и сберегательные фонды, обычно нанимают внешние фирмы в качестве агентов для инвестирования своих финансовых активов. Эти менеджеры обычно специализируются на каком-то одном определенном классе финансовых активов, таком, например, как обыкновенные акции или ценные бумаги с фиксированным доходом. Клиенты устанавливают для своих менеджеров эталонные критерии эффективности, которыми могут быть рыночные индексы или специализированные эталоны, отражающие специфику инвестиций (растущие акции с малой капитализацией).

Клиенты нанимают менеджеров, которые в результате своей работы должны достичнуть эталонного уровня. Такие менеджеры называются пассивными менеджерами. Клиенты нанимают и других менеджеров, которые должны превысить доходность, обеспечиваемую эталонными портфелями. Таких менеджеров называют активными менеджерами.

6 Определение структуры и местоположения эффективного множества

Эффективное множество Марковица представляет собой изогнутую линию, что предполагает наличие бесконечного числа точек на ней. Это означает, что существует бесконечное количество эффективных портфелей.

Для начала инвестор должен оценить вектор ожидаемых доходностей и ковариационную матрицу. Затем через алгоритм определяется количество «угловых» портфелей, которые связаны с ценными бумагами и полностью описывают эффективное множество. «Угловой» портфель - это эффективный портфель, обладающий следующими свойствами: любая комбинация двух смежных «угловых» портфелей представляет из себя третий портфель, лежащий в эффективном множестве между двумя «угловыми» портфелями.

Алгоритм начинается с определения портфеля с наивысшей ожидаемой доходностью. Данный портфель является эффективным портфелем. Он состоит только из одной ценной бумаги с наибольшей ожидаемой доходностью. То есть если инвестор хочет приобрести данный портфель, все, что он должен сделать, это купить акции компании с наивысшей ожидаемой доходностью. Любой другой портфель будет иметь меньшую ожидаемую доходность, так как в конечном счете часть фондов инвестора будет помещена в акции других компаний, имеющих ожидаемую доходность ниже.

Затем алгоритм определяет второй «угловой» портфель. Данный портфель располагается на эффективном множестве ниже первого «углового» портфеля. Говоря о первом и втором «угловых» портфелях, важно отметить, что они являются смежными эффективными портфелями и любой эффективный портфель, лежащий в эффективном множестве между двумя данными, будет представлять собой просто комбинацию их составов.

Определив второй «угловой» портфель, алгоритм затем определяет третий. Как и два предыдущих, данный «угловой» портфель является эффективным. Поскольку второй и третий портфели являются смежными, то любая их комбинация является эффективным портфелем, лежащим в эффективном множестве между двумя данными.

3.4 Лекция № 4 (Л-4) Равновесные модели

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1 Понятие модели оценки финансовых активов - CAPM

Оптимизация структуры инвестиционного портфеля, эффективное использование имеющихся финансовых активов и снижение риска потери дохода - основная задача всех инвесторов.

Модель оценки финансовых активов служит теоретической основой для ряда различных финансовых технологий по управлению доходностью и риском, применяемых при долгосрочном и среднесрочном инвестировании в акции. Название модели оценки финансовых активов происходит от англ. Capital Assets Pricing Model, CAPM.

САРМ - модель, описывающая связь ожидаемой доходности портфеля ценных бумаг со степенью его риска. Модель называется равновесной, поскольку одной из основных её препосылок является достижение состояния равновесия на идеальном конкурентном финансовом рынке.

Центральное место в модели САРМ занимает понятие рыночного портфеля. Рыночный портфель - это портфель, состоящий из всех ценных бумаг, в котором доля каждой соответствует её относительной рыночной стоимости. Относительная рыночная стоимость ценной бумаги равна её совокупной рыночной стоимости, деленной на сумму совокупных рыночных стоимостей всех ценных бумаг.

Несмотря на широту своего применения и теоретическую определенность, определить истинный рыночный портфель не представляется возможным. Сложность заключается во-первых, в том, что не возможно точно определить состав различных активов, составляющий рыночный портфель. Во-вторых, более проблематичной становится определение стоимости всех входящих в рыночный портфель активов.

Поэтому на практике под рыночным портфелем понимают портфель, содержащий только обыкновенные акции, доходность которых можно определить в любой момент времени.

2. Рыночный и собственный риск портфеля ценных бумаг.

Общий риск ценной бумаги, измеряемый её дисперсией, состоит из двух частей: 1) рыночного или систематического риска и 2) собственного или несистематического риска.

Рыночный риск связан с риском рыночного портфеля и значением коэффициента «бета» данной ценной бумаги. Для бумаги с большими значениями «бета» значение рыночного риска больше. В рамках модели САРМ у таких бумаг также большие ожидаемые доходности. Отсюда следует, что ценные бумаги с большими значениями рыночного индекса должны иметь большие ожидаемые доходности.

Собственный (нерыночный) риск не связан с «бетой». Поэтому увеличение собственного риска не ведет к росту ожидаемой доходности. Итак, согласно САРМ, инвесторы вознаграждаются за рыночный риск, но их нерыночный риск не компенсируется.

3. Диверсификация портфеля ценных бумаг.

Увеличение диверсификации может привести к снижению общего риска портфеля. Это происходит вследствие сокращения собственного риска портфеля, в то время как рыночный риск портфеля остается приблизительно таким же. В общем случае можно заметить, что чем более диверсифицирован портфель, то есть чем большее количество ценных бумаг в него входят, тем меньше каждая доля X_i . При этом значение «бета» портфеля не меняется существенным образом, так как является средним значением «беты» ценных бумаг, входящих в портфель. Таким образом, можно утверждать, что диверсификация приводит к усреднению рыночного риска.

Совершенно другая ситуация возникает при рассмотрении собственного риска портфеля. Если предположить, что во все ценные бумаги инвестировано одинаковое количество средств, то доля X_i составит $1/N$. Следовательно, при увеличении количества ценных бумаг собственный риск портфеля будет в N раз меньше, и поэтому диверсификация существенно уменьшает собственный риск портфеля.

4. Предположения о поведении инвесторов и существовании совершенных фондовых рынков

Модель САРМ имеет следующие предположения:

1. Инвесторы производят оценку инвестиционных портфелей, основываясь на ожидаемых доходностях и их стандартных отклонениях за период владения.

2. Инвесторы при выборе между двумя портфелями предпочтут тот, который, при прочих равных условиях, дает наибольшую ожидаемую доходность.

3. Инвесторы не желают рисковать, то есть при выборе между двумя портфелями они предпочтут тот, который, при прочих равных условиях, имеет наименьшее стандартное отклонение.

4. Частные активы бесконечно делимы. При желании инвестор может купить часть акции.

5. Существует безрисковая процентная ставка, по которой инвестор может дать взаймы (т.е. инвестировать) или взять в долг денежные средства.

6. Налоги и операционные издержки несущественны.

7. Для всех инвесторов период вложения одинаков.

8. Безрисковая процентная ставка одинакова для всех инвесторов.

9. Информация свободно и незамедлительно доступна для всех инвесторов.

10. Инвесторы имеют однородные ожидания (homogeneous expectations), т.е. они одинаково оценивают ожидаемые доходности, среднеквадратичные отклонения и вариации доходностей ценных бумаг.

Как вытекает из этих предположений, в CAPM рассматривается предельный случай. Все инвесторы обладают одной и той же информацией и по-одинаковому оценивают перспективы ценных бумаг.

3.5 Лекция № 5 (Л-5) Факторные модели

1. Рыночная (индексная) модель управления портфелем (модель Шарпа): исходные допущения, показатели бета и альфа акции

Под рыночной моделью (market model) понимают зависимость между доходностью конкретной акции от доходности рыночного индекса (например, такого как S&P500). Она характеризуется линейной моделью парной регрессии с положительным наклоном, поэтому с ростом рыночного индекса будет расти и средняя цена акции и, наоборот, с падением рыночного индекса будет падать цена акции.

Доходность любого финансового актива (ценной бумаги) определяется по формуле:

$$r = \frac{\text{Стоимость на конец периода владения}}{\text{Стоимость на начало периода владения}} - 1$$

Рыночный индекс - индекс изменения стоимости определенного набора ценных бумаг, цены или доходности которых усредняются для отражения в целом ситуации на конкретном рынке финансовых активов. Наиболее распространенными рыночными индексами являются индекс Доу-Джонса (DJIA), NASDAQ, S&P500 (Standard & Poor's Stock Price Index).

2 Случайная погрешность и графическая интерпретация рыночной модели

Величина случайной погрешности (эпсилон) показывает, что рыночная модель не точно объясняет доходности ценных бумаг. Разность между действительными и ожидаемыми значениями доходности при известной доходности рыночного индекса объясняется случайной погрешностью.

Случайную погрешность можно рассматривать как случайную переменную, которая имеет распределение вероятностей с нулевым математическим ожиданием и стандартным отклонением.

Математическое ожидание показателя доходности акций (или среднее значение) - взвешенное среднее всех возможных результатов, с использованием сопутствующих вероятностей в качестве весов.

Стандартное отклонение характеризует риск возникновения возможных «плохих» результатов и их величину, является оценкой вероятного отклонения фактической доходности от ожидаемой.

Таким образом, случайную погрешность можно рассматривать как результат вращения условного колеса рулетки.

В общем случае случайные погрешности ценных бумаг соответствуют рулеткам с другими крайними значениями и другими неравномерными интервалами между значениями. Хотя все они имеют математическое ожидание, равное 0, стандартные отклонения у них могут быть различными.

Отметим, что наклон в рыночной модели ценной бумаги измеряет чувствительность её доходности к доходности рыночного индекса. Обе линии на рисунке имеют положительный наклон, показывающий, что чем выше доходность рыночного индекса, тем выше доходности этих ценных бумаг.

Однако прямые имеют различный наклон. Это означает, что ценные бумаги имеют различную чувствительность к доходности рыночного индекса.

3 Однофакторные и многофакторные модели

Некоторые инвесторы утверждают, что процесс формирования дохода по ценным бумагам описывается одним-единственным фактором. Например, они могут считать, что доходности ценных бумаг реагируют на предсказанный темп роста валового внутреннего продукта (ВВП).

Однофакторная модель отражает доходность акций за любой конкретный период в виде суммы трех элементов:

Элемент, одинаковый для всех периодов (параметр a).

Элемент, который меняется от периода к периоду и зависит от предсказанного темпа прироста ВВП (произведение параметра b и ВВП).

Элемент, специфический для конкретного рассматриваемого периода (параметр e).

Состояние экономики затрагивает большинство фирм. Поэтому можно полагать, что изменения в ожиданиях относительно будущего состояния экономики имеют очень большое влияние на доходности большинства ценных бумаг. Можно выделить несколько факторов, оказывающих влияние на все сферы экономики.

1. Темпы прироста валового внутреннего продукта.
2. Уровень процентных ставок.
3. Уровень инфляции.
4. Уровень цен на нефть.

В отличие от однофакторных моделей многофакторная модель доходности ценных бумаг, учитывающая эти различные воздействия, может быть более точной.

4 Понятие и свойства арбитражного портфеля

Альтернативой модели САРМ является равновесная модель цен на финансовые активы, разработанная Стефаном Россом и известная как теория арбитражного ценообразования (Arbitrage Pricing Theory, APT). Модель АРТ основана на меньшем числе предположений по сравнению с моделью САРМ. В отличие от модели САРМ главным предположением модели АРТ является то, что каждый инвестор стремиться использовать возможность увеличения доходности своего портфеля без увеличения риска. АРТ исходит также из предположения, что доходности ценной бумаги описываются факторной моделью, но не идентифицируются сами факторы. Механизмом реализации данной возможности является принцип арбитража.

Арбитраж – это получение безрисковой прибыли путем использования разных цен на одинаковые продукцию или ценные бумаги. Арбитраж, являющийся широко распространенной инвестиционной тактикой, обычно состоит из продажи ценной бумаги по относительно высокой цене и одновременной покупки такой же ценной бумаги по относительно низкой цене. Это основная идея арбитражного портфеля, который должен иметь чистую рыночную стоимость, равную 0, нулевую чувствительность к каждому фактору и положительную ожидаемую доходность.

5 Поведение инвесторов: максимизация доходности портфеля при сохранении уровня рискованности и чувствительности к факторам

В определенный момент каждый инвестор должен выбрать между:

- 1) владением как старым, так и новым арбитражным портфелем;
- 2) владением только новым портфелем.

Для этого он может, например, оценить долю акций 1-го вида. Эта доля в старом портфеле равнялась 0,33, а в арбитражном портфеле — 0,10, что в сумме дает 0,43. Заметим, что стоимость акций 1-го вида в новом портфеле возрастает до 5,2 тыс.руб (4 тыс.руб. + 1,2 тыс.руб), т.е. их доля равна 0,43 (5,2/12), что совпадет с суммой долей этих акций в старом и новом арбитражных портфелях.

Аналогично, ожидаемая доходность портфеля равна сумме ожидаемых доходностей старого и нового арбитражных портфелей, или 16,975% (16% + 0,975%). Ожидаемая доходность нового портфеля также может быть подсчитана с использованием долей акций в новом портфеле и ожидаемой доходности акций $[(0,43 \times 15\%) + (0,41 \times 21\%) + (0,16 \times 12\%)] = 16,975\%$.

Чувствительность нового портфеля равна 1,9 $[(0,43 \times 0,9) + (0,41 \times 3,0) + (1,16 \times 1,8)]$. Это то же самое, что и сумма чувствительностей старого и арбитражного портфелей (1,9 + 0,0). В табл. приведены данные, иллюстрирующие приведенные выше рассуждения.

Таблица – Альтернативы инвестора в модели АРТ

	Старый портфель	+	Арбитражный портфель	=	Новый портфель
Доли, %					
X_1	0,33		0,1		0,43
X_2	0,33		0,075		0,41
X_3	0,33		-0,175		0,16
Свойства					
\bar{r}_p	16%		0,975%		16,975%
b_p	1,9		0		1,9
σ_p	11%		Малая величина		11%

Принято считать, что арбитражный портфель должен быть достаточно диверсифицирован, чтобы иметь незначительный нефакторный риск и, следовательно, незначительный общий риск. Таким образом, можно заключить, что рискованность нового портфеля приблизительно равна 11%.

6 Механизм ценообразования для финансового актива в модели АРТ

Каковы последствия от покупки акций 1-го и 2-го и продажи акций 3-го вида? Если каждый инвестор будет поступать таким образом, то это повлияет на курсы акций и, соответственно, на их ожидаемые доходности. Конкретнее, курсы акций 1-го и 2-го вида поднимутся вследствие увеличения спроса. В свою очередь это повлечет за собой падение ожидаемой доходности акций 1-го и 2-го вида. Возросшие продажи акций 3-го вида, наоборот, повлекут за собой падение курса этих акций и повышение ожидаемой доходности. Следующее уравнение для оценки ожидаемой доходности акций выражает эту зависимость:

$$\bar{r} = \frac{\bar{P}_1}{P_0} - 1,$$

где P_0 — текущий курс акции, а P_1 — ожидаемый курс акции в конце периода. Покупка акций 1-го или 2-го вида поднимет их текущий курс P_0 и, следовательно, снизит их ожидаемую доходность \bar{r} . С другой стороны, продажа акций 3-го вида снизит их текущий курс и приведет к повышению их ожидаемой доходности.

Подобная деятельность по покупке и продаже будет продолжаться до тех пор, пока все арбитражные возможности не будут существенно сокращены или исчерпаны. В этом случае существует близкая к линейной зависимость между ожидаемыми доходностями и чувствительностями:

$$\bar{r}_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_i$$

где λ_0 и λ_1 являются константами. Это уравнение является уравнением ценообразования для финансового актива в модели АРТ, когда доходы генерируются одним фактором. Отметим, что это уравнение является линейным, т.е. в состоянии равновесия зависимость между ожидаемыми доходностями и чувствительностями линейна.

В результате получаем, что ожидаемая доходность акций 1-го и 2-го вида упадет с 15 и 21% до 11,6 и 20% соответственно вследствие увеличения покупательского спроса. При этом увеличение предложения акций 3-го вида приведет к повышению их ожидаемой доходности с 12 до 15,2%. По сути дела, в ситуации равновесия ожидаемая доходность любой ценной бумаги является линейной функцией от чувствительности ценной бумаги к фактору b_i .

3.6 Лекция № 6 (Л-6) Модель определения «стоимости под риском» (VaR-модель)

При подготовке к занятию необходимо обратить внимание на следующие моменты.

1. «Стоимость под риском» (Value-at-Risk): понятие, временной горизонт и методы расчета

Наиболее распространенный метод количественной оценки величины рыночного риска торговых позиций – VaR. VaR – это выраженная в денежных единицах базовой валюты оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени (временной горизонт) потери с заданной вероятностью (уровень доверия). Базой для оценки VaR является динамика курсов и цен инструментов за установленный период времени в прошлом.

Временной горизонт часто выбирается исходя из срока нахождения финансового инструмента в портфеле или его ликвидности, исходя из минимального реального срока, на протяжении которого можно реализовать на рынке данный инструмент без существенного убытка. Временной горизонт измеряется числом рабочих или торговых дней.

Величина VaR рассчитывается тремя основными методами: параметрическим; методом исторического моделирования; методом Монте-Карло.

2. Параметрический метод расчёта VaR

Данный метод может использоваться для оценки рыночного риска финансовых инструментов, по которым банк имеет открытую позицию. Стоит отметить, что параметрический метод плохо подходит для оценки риска активов с нелинейными ценовыми характеристиками. Основным недостатком данного метода является предположение о нормальном распределении доходностей финансовых инструментов, которое, как правило, не соответствует параметрам реального финансового рынка. Для параметрического расчёта VaR необходимо регулярно рассчитывать волатильность котировок ценных бумаг, валютных курсов, процентных ставок или иных риск-факторов (переменная, от которой в наибольшей степени зависит изменение стоимости открытых банком позиций).

Базовая формула для определения VaR с учетом стоимости позиции актива имеет следующий вид:

$$VaR = V^* \lambda * \sigma,$$

где:

λ – квантиль нормального распределения для выбранного доверительного уровня. Квантиль показывает положение искомого значения случайной величины относительно среднего, выраженное в количестве стандартных отклонений доходности портфеля. При вероятности отклонения от среднего, равного 99%, квантиль нормального распределения составляет 2,326, при 95% – 1,645;

σ – волатильность изменения риска-фактора. Волатильность – это стандартное (среднеквадратическое) отклонение изменения риска-фактора относительно его предыдущего значения;

V – текущая стоимость открытой позиции. Под открытой позицией понимается рыночная стоимость финансовых инструментов, купленных или проданных банком для получения прибыли или иных целей таким образом, что количество финансовых инструментов, находящихся в рассматриваемый момент на балансовых или забалансовых счетах, не равно нулю.

3. Метод исторического моделирования расчета VaR

Данный метод основан на предположении о стационарности поведения рыночных цен в ближайшем будущем.

Сначала выбирается период времени (число рабочих или торговых дней), за который отслеживаются исторические изменения цен всех активов, входящих в портфель.

Затем производится полная переоценка всего текущего портфеля по ценам, смоделированным на основе исторических сценариев, и для каждого сценария вычисляется, насколько может измениться стоимость текущего портфеля.

После этого полученные результаты ранжируются по номерам в порядке убывания (от самого большого прироста до самого большого убытка).

И, наконец, в соответствии с желаемым уровнем доверия величина VaR определяется как такой максимальный убыток, который равен абсолютной величине изменения с номером, равным целой части числа (1- квантиль при заданном уровне доверия) * число сценариев.

В отличие от параметрического метода, метод исторического моделирования позволяет наглядно и полно оценить риск, он хорошо подходит для оценки риска активов с нелинейными ценовыми характеристиками.

4. Метод Монте-Карло расчета VaR

Метод Монте-Карло, или метод стохастического моделирования, является самым сложным методом расчета VaR, однако его точность может быть значительно выше, чем у других методов.

Метод Монте-Карло очень схож с методом исторического моделирования, он также основан на изменении цен активов, только с заданными параметрами распределения (математическим ожиданием, волатильностью).

Метод Монте-Карло подразумевает осуществление большого количества испытаний – разовых моделей развития ситуации на рынках с расчетом финансового результата по портфелю. В результате проведения данных испытаний будет получено распределение возможных финансовых результатов, на основе которого путем отсечения наихудших согласно выбранной доверительной вероятности может быть получена VaR-оценка.

Так как оценка VaR методом Монте-Карло практически всегда производится с использованием программных средств, данные модели могут представлять собой не формулы, а достаточно сложные подпрограммы. Таким образом, метод Монте-Карло позволяет использовать при расчете рисков модели практически любой сложности.